

E U C L I D

O P E R A

V E N

1 4 8 2

OE

231





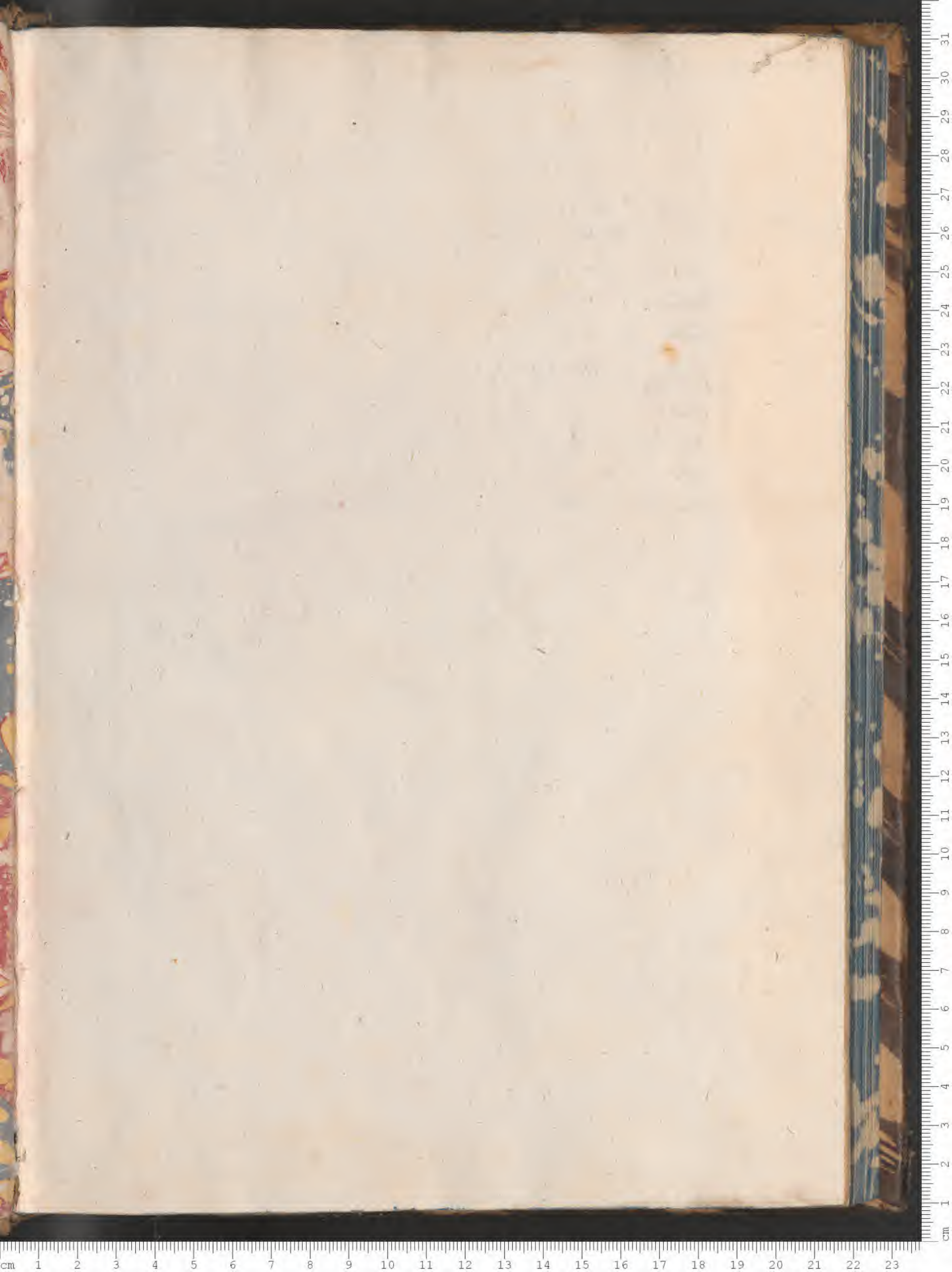














~~C.H.A. 2~~

<sup>15</sup>E. 231. (Gannon 363)

1<sup>re</sup> Edition

V. Braun II. 92

D. Clément VIII. 143.

Clemmius. 532

Debusse n° 1959

fossi. I. 643

freytag. analekt. 315

Laire. II. 59.

Maittaire. 434.

Mercier. 6.

Secmiller. II. 108.







Erhardus ratdolt Augustensis impressor. Serenissimo  
alme vrbe venete Principi Joanni Mocenico. S.

Solebam antea serenissime princeps mecum ipse cogitans admirari  
quid cause esset quod in hac tua prepotenti et fausta vrbe cum varia au-  
ctorum veterum nonorumque volumina quotidie imprimerent. In  
hac mathematica facultate vel reliquarum disciplinarum nobilissima  
aut nihil aut parua quedam et frivola in tanta impressorum copia qui  
in tua vrbe agunt: viderentur impressa. Nec cum mecum sepius discu-  
terem inueniebam id difficultate operis accidisse. Non enim adhuc  
quo pacto schemata geometrica: quibus mathematica volumina sca-  
tent: ac sine quibus nihil in his disciplinis fere intelligi optime potest  
excogitauerant. Itaque cum hoc ipsum tantummodo communi omnium  
utilitati que ex his percipitur. obstaret mea industria non sine maximo  
labore effeci. ut quae facilitate litterarum elementa imprimuntur. ea  
etiam geometricae figure conficerentur. Quamobrem ut spero hoc  
nostro inuento hae discipline quas mathematica greci appellant volu-  
minum copia sicuti reliquae scientiae breui illustrabuntur. De quarum  
laudibus et utilitate possem multa in praesens adducere ab illustribus  
collecta auctoribus: nisi studiosis iam omnibus haec nota esset. Illud  
etiam plane cognitum est ceteras scientias sine mathematicis imper-  
fectas ac veluti mancas esse. Neque hoc profecto negabunt Dialectici  
neque Philosophi abnuent: in quorum libris multa reperiuntur: quae si-  
ne mathematica ratione minime intelligi possunt. Quam diuinus ille  
Plato mere veritatis arcanum. ut adipisceretur cyrenas ad Theodo-  
orum summum eo tempore mathematicus: et ad egyptios sacerdotes  
enauiganit. Quid quod hinc hac una facultate viuendi ratio non perfecte  
constat. Nam ut de musice taceam: quae nobis muneri ab ipsa natura  
ad perferendos facilius labores concessa videtur: ut astrologiam pre-  
teream qua ex culti celum ipsum veluti scalis machinisque quibusdam  
conscendentes verum ipsius nature argumentum cognoscimus: sine  
arithmetica et geometria: quarum altera numeros altera mensuras do-  
cet ciuilitate: comodeque viuere quod possumus. Sed quid ego in his mo-  
ror quae iam omnibus ut dixi: notiora sunt quam ut a me dicantur. Eu-  
clides igitur megarensis serenissime princeps qui. xv. libris omnem  
geometrie rationem consummatissime complexus est: quem ego sum-  
ma et cura et diligentia nullo pretermisso schemate imprimendum cu-  
raui: sub tuo numine tutus felixque prodeat.



**Præclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimè in arte Geometrie incipit quâ felicissime:**



**P**unctus est cuius pars non est. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncti. **L**inea recta est ab uno puncto ad aliud brevissima extensio in extremitates suas utrumque eorum recipiens. **S**uperficies est quae longitudine et latitudine terminatur: cuius termini quidem sunt lineae. **S**uperficies plana est ab una linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiens. **A**ngulus planus est duarum linearum alterius tractus: quorum expansio est super superficie applicatioque non directa. **Q**uando autem angulum continent duae lineae recte rectilineus angulus nominatur. **Q**uoniam recta linea super rectam steterit duoque anguli utrobique fuerint aequales: eorum uterque rectus erit. **L**ineaque linea superstantes ei cui superstat perpendicularis vocatur. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. **T**erminus est quod uniuscuiusque terminus est. **F**igura est quae termino vel terminis continetur. **C**irculus est figura plana una quaedam linea pertracta: quae circumferentia nominatur: in cuius medio punctus est: a quo omnes lineae recte ad circumferentiam exeuntes sibi invicem sunt aequales. **E**t hic quidem punctus centrum dicitur. **D**iameter circuli est linea recta quae super eum centrum transiens extremitatesque suas circumferentiae applicans circulum in duo media dividit. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentiae pertracta. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentiae pertracta: semicirculo quidem aut maior aut minor. **R**ectilineae figurae sunt quae rectis lineis continentur quarum quedam trilaterae quae tribus rectis lineis: quedam quadrilaterae quae quatuor rectis lineis: quedam multilaterae quae pluribus quae quatuor rectis lineis continentur. **F**igurarum trilaterarum: alia est triangulus habens tria latera aequalia. Alia triangulus duo habens aequalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. **H**abent iterum alia est orthogonum: unum scilicet rectum angulum habens. Alia est amblygonum aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonum: in qua tres anguli sunt acuti. **F**igurarum autem quadrilaterarum: Alia est quadratum quod est equilaterum atque rectangulum. Alia est tetragonum longum: quae est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est belmuum: quae est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs per se notis: et primo de definitionibus earumdem.

*Puncta sunt termini lineae finis.*



*Alia est belmuum: quae est equilatera: sed rectangula non est.*





*Et sic quoniam unumquodque eorum...*

¶ **Alia** est similis belnuaym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos equalis: idē tamen nec rectis angulis nec equilateralibus cōtinet. **Præter** has autē oēs quadrilateræ figure belnuayriphe nominantur. **Æquidistantes** lineæ sunt que in eadem superficiē collocatæ atq; in alterutram partem prætracte non conveniunt etiã si in infinitum protrahantur.

¶ **Stationes** sunt quinque: **Præ** quolibet puncto in quemlibet punctum rectâ lineâ ducere atq; lineâ definitâ in cōtinuū rectūq; quātilibet protrahere. **Super** centrū quodlibet quātilibet occupando spacium circulus designare. **Omnes** rectos angulos sibi invicem esse equalis: **Si** lineæ rectæ sup̄ duas lineas rectas ceciderit duoq; anguli ex una parte duob; rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eadē pte prætractas p̄culdubio p̄iunctim ire. **Duas** lineas rectas superficiē nullam concludere.

¶ **Diminutiones** animi p̄ceptiones sunt hec: **Que** vni et eidē sunt equalia et sibi invicē sunt equalia: **Et** si equalib; equalia addant tota quoq; fiet equalia: **Et** si ab equalib; equalia auferant que relinquunt erunt equalia: **Et** si ab inequalibus equalia demas q̄ relinquunt erunt inequalia: **Et** si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fiet unequalia: **Si** fuerint due res vni equalis ipse sibi invicem erunt equalis. **Si** fuerint due res quarum vtraq; vni eiusdē fuerit dimidiū vtraq; erit equalis alteri. **Si** aliqua res alicui superponatur appliceturq; ei nec excedat altera alterâ: ille sibi invicē erunt equalis. **Omne** totum ē maius sua pte.

¶ **S**ciendū est autē q̄ præter has animi cōceptiones: siue cōes scias multas alias que numero sunt incōprehensibiles prætermisit Euclides: quarū hec est vna: **Si** due quantitates equalis ad quālibet tertiā eiusdē generis cōparentur simul erunt ambe illa tertiā aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equalis. **Itē** alia Quanta est aliqua quantitas ad quālibet aliam eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad aliquam quartā eiusdē generis in quantitatib; continuis: hoc vniuersaliter verum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitudo enim decrescit in infinitū. in numeris autē non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundū: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui quartū: quoniā numerus crescit in infinitū: sicut magnitudo in infinitum minuitur.

*Propositio prima.*



**T**riangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare. **Est**o data lineæ recta .a.b. volo super ipsam triangulū equilaterū cōstituire super alterâ eius extremitatē. s. in puncto a. ponam pedē circini immobilem: et alterū pedem mobilem extendam vsq; ad .b. et describā sim quantitatem ipsius lineæ datæ per secūdam petitionē circuli .c.b.d.f.

*Handwritten note at the bottom of the page.*



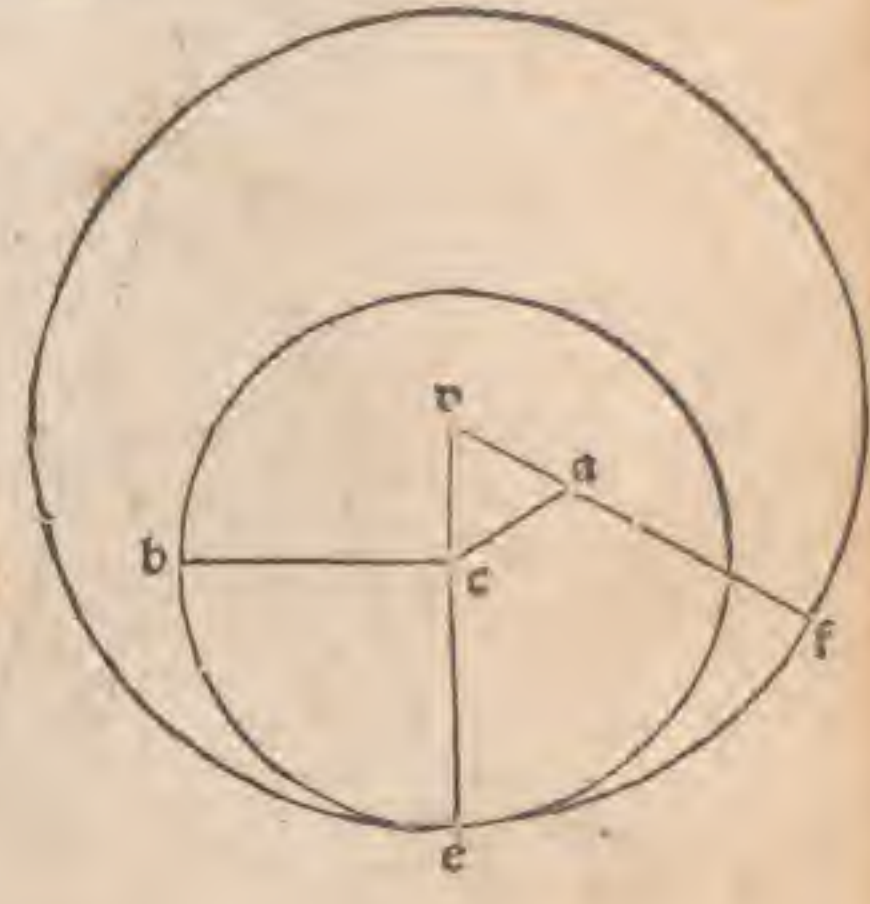
rursus alterā eius extremitatem .f. punctū b. faciam centrū: z per eandem petitiōnem z fm eiusdem quantitatem lineabo circulum c.a.d.b. qui circuli interfecabūt se in duobus punctis: que sint .c.d. z alteram duarū sectionum: sicut sectionem .d. continuo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis .d.a.d.b. per primā petitionem: quia ergo a puncto a. qd est centrum circuli .c.b.d. ptra/cte sunt linee a.d. z a.b. vsqz ad eius circūferentiam ipse erunt equales per diffini/ tionem circuli. Similiter quoqz: quia a puncto b. quod est centrum circuli .c.a.d. protracte sunt linee b.a. z a.d. vsqz ad eius circūferentiā ipse erunt et equales: qa ergo vtraqz duarū linearū .a.d.b.d. equalis ē linee a.b. vt probatum est: ipse erūt equales inter se per primā cōceptionē: ergo super datam lineam collocauimus tri/ angulum equilaterū: quod est ppositum. ¶ Si autē super eandē lineāz libeat col/ locare reliquas duas trianguloz spēs. scz. triangulū duū eq̄liū laterū z triangulū triū inequaliū laterū. ptrabat linea .a.b. i vtrāqz ptem vsqz quo occurret circūse/ rentie amboz circuloz: sup duo p̄cta .f. z .b. z posito cētro i p̄cto .a. lineē circuli .e.h.g. fm quātitate linee .a.b. Itēqz posito centro in p̄cto .b. lineē circuli .e. f.g. fm quātitate linee .b.f. di autē circuli interfecabūt se i duob⁹ p̄ctis q̄ sūt e.g. Coniungamē igit̄ extremitates date linee cū altera dictarū sectionū p duas lineas rectas q̄ sūt .a.g. b.g. z quia be linee a.b. z a.f. exeunt a centro circuli .c.d.f. ad eius circūferentiā ipse erūt equales. Si r̄ quoqz .a.b. z .b.h. quia exeūt a centro cir/ culi .c.a.d.b. vsqz ad ipsius circūferentiā ipse erūt equales: Quia ergo vtraqz dua rū lineaz .a.f. z .b.h. equalis est linee .a.b. ipse erunt inter se equales. ergo posito a.b. cōi erit .b.f. equalis .a.b. s; .b.f. est equalis .b.g. quia abo exeūt a centro circuli .e.f.g. ad eius circūferentiam. Similit̄ quoqz .a.b. est equalis .a.g. z vtraqz earū est maior .a.b. eo qd vtraqz duarū linearum .b.f. z .a.b. maior est .a.b. quare sup datam lineā collocauimus triangulū duoz equaliū laterū: ¶ Triangulū etiā triū inequaliū laterū sup eandē lineā collocabim⁹: si aliqd p̄ctū ex̄is in circūferentia alterutrius duoz maiorū circuloz qd nō sit in altera duarū sectionū: z cui nō ob/ uiet f.b. cū in vtrālibet ptem ptracta fuerit in cōtinuū z directū: coniunxerimus p duas lineas rectas cū ambab⁹ extremitatib⁹ date linee. Sit .n. p̄ctus .k. signat⁹ i circūferentia circuli .c.f.g. z nō sit i altera sectionū nec occurrat ei .f.b. cū ptra/ be rē in p̄tinuū: z directū vsqz ad eius circūferentiā. ptrabam ergo lineas .a.k. z .b. k. z secabit linea .a.k. circūferentiā circuli .e.h.g. scet ergo in p̄cto .l. critqz .b.k. equalis .a.l. quia .b.k. est equalis .b.g. z .a.l. equalis .a.g. quare .a.k. est maior .b. k. sed z .b.k. est maior .a.b. triangul⁹ ergo .a.b.k. est triū inequaliū laterū: Sic igit̄ tur sup datam lineam omnes trianguloz species collocauimus.

**Propositio. 2**

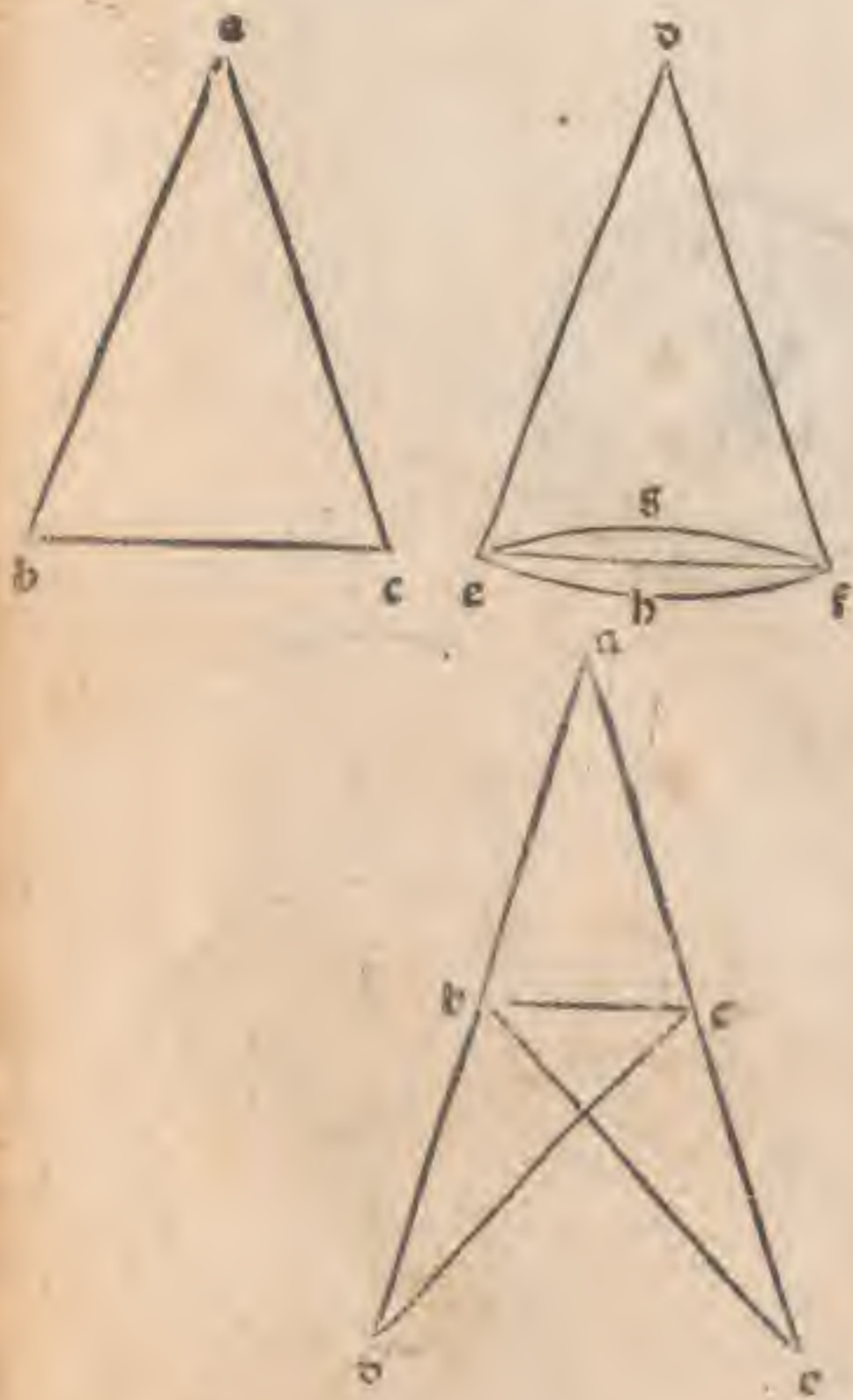
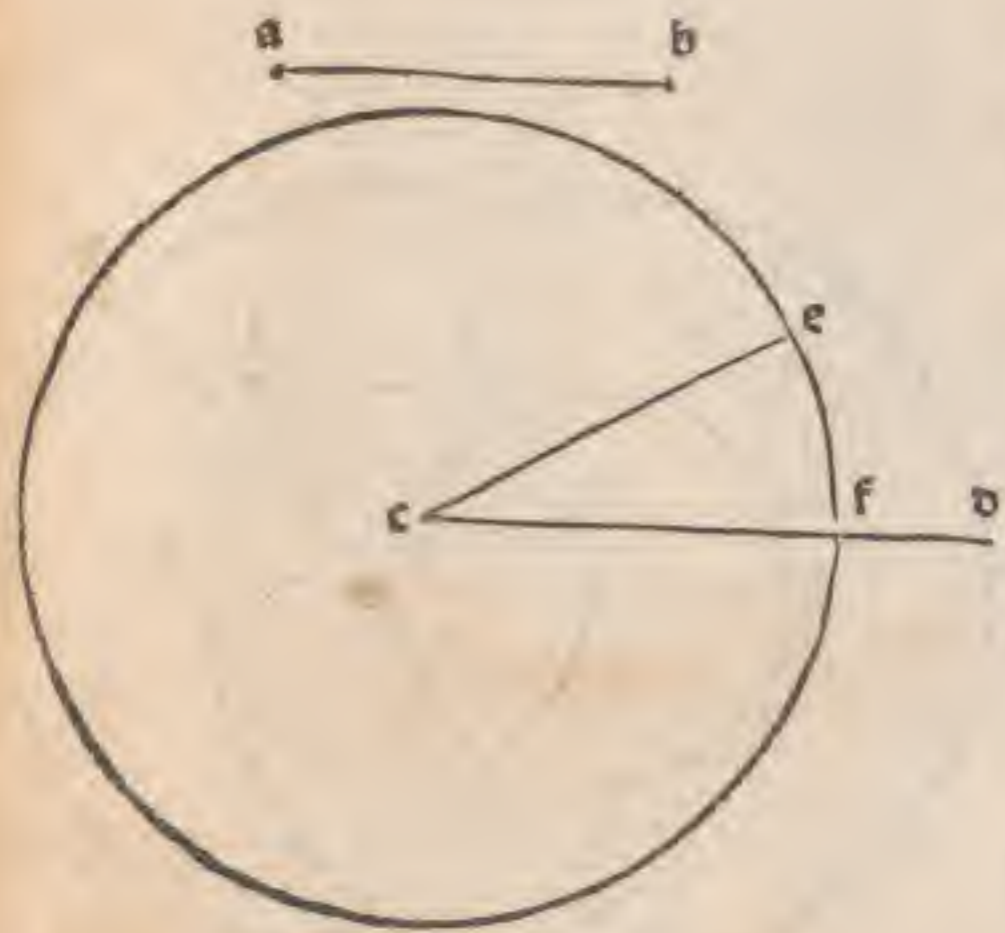


**D**ato puncto cuilibet linee recte pposite equam rectam lineam ducere.

¶ Sit .a. punctus datus z .b.c. linea data volo a puncto .a. ducere li/ neā vnā equalem linee .b.c. in quacūqz ptem contingat: cōiungam ergo punctū .a. cum altera extremitate linee .b.c. cum qua voluero. z coniūgā ipsū .a. cū extremitate .c. per lineā .a.c. super quā constituā triangulū eq̄la/ terū fm doctrinā pcedentis qui sit .a. c.d. z in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctū datū .f. in extremitate .c. ponā pedē circini immobilē z describā su per ipsum circulū fm quātitate ipsius date linee q̄ sit circuli .e.b. z latus triāguli







equilateri quod opponitur puncto dato. f. latus. d. c. prabam per centrum circuli descripti usque ad eius circumferentiam: et sit tota linea sic practa. d. c. e. fm cuius quantitate linea / bo circuli posito centro in. d. qui sit circulus. e. f. et postea prabam latus. d. a. usque ad circumferentiam b. ultimi circuli et occurrat circumferentie ipsius in puncto. f. dico igitur quod. a. f. est equalis. b. c. nam. b. c. et. c. e. sunt equales: quia exeunt a centro circuli. c. b. ad eius circumferentiam. Similiter quoque. d. f. et. d. e. sunt equales quia exeunt a centro circuli e. f. ad circumferentiam. sed. d. a. et. d. c. sunt equales quia sunt latera trianguli equilateri ergo si. d. a. et. d. c. demantur. d. e. et. d. f. que sunt equales: erunt residua que sunt. a. f. et. c. e. equalia quia quod utraque duarum linearum. a. f. et. c. b. est equalis. c. e. ipse sunt equales in se: quare a puncto. a. praximus lineam. a. f. equalem. b. c. quod est propositum.

**Propositio .3.**

**R**opositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breviori equalem abscindere.

**S**int due linee. a. b. et. c. d. et sit. a. b. minor volo ex. c. d. abscindere unam que sit equalis. a. b. duco primo a puncto. c. unam lineam equalē. a. b. fm quod docuit precedens: que sit. c. e. posito ergo centro in puncto. c. describam circulum fm quantitate. c. e. que secabit lineam. c. d. Sit ergo ut fecerit ea in puncto. f. eritque linea. c. f. equalis linee. c. e. quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam: et quia utraque duarum linearum. a. b. et. f. c. est equalis. c. e. ipse sunt in se equales: quod est propositum.

**Propositio .4.**

**O**mnium duorum triangulorum quorum duo latera unius duobus lateribus alterius equalia fuerint: duoque anguli eorum illis equilateribus contenti equalis fuerint alter alteri: latera quoque illorum reliqua sese respicientia equalia: reliqui vero anguli unius reliquis angulis alterius equalis erunt: ac totus triangulus toti triangulo equalis.

**S**int duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque latus. a. b. equale lateri. d. e. et latus. a. c. equaliter lateri. d. f. et angulus. a. equalis angulo. d. tunc dico quod basis. b. c. est equalis basi. e. f. et angulus. b. equalis angulo. e. Item angulus. c. equalis angulo. f. quod probatur: supponatur triangulum. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita quod angulus. a. cadat super angulum. d. et latus. a. b. super latus. d. e. et latus. a. c. super latus. d. f. et per penultimam conceptionem quod nec anguli nec latera sese excedent eo quod angulus. a. est equalis angulo. d. et latera supposita his quibus supponuntur per hypothese[m]. puncta ergo. b. c. cadent super puncta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. per propositum: quia cum linea. b. c. superposita linee. e. f. non excedat eam nec excedat ab ea est ei equalis per conversionem penultime conceptionis: eadem ratione erit angulus. b. equalis angulo. e. et angulus. c. equalis angulo. f. si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit inter triangulum sicut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. b. f. tunc due linee recte concludunt superficiem quod est contra ultimam petitionem.

**Propositio .5.**

**O**mnis trianguli duos equalium laterum angulos qui supra basim sunt equalis esse necesse est: quod si eius duo equalia latera directe prabantur fient quoque sub basi duo anguli inuicem equalis.

**S**it triangulus. a. b. c. cuius latus. a. b. sit equale lateri. a. c. dico quod angulus. a. b. c. est equalis angulo. a. c. b. quod si prabantur. a. b. et. a. c. usque ad. d. et. c.



fiet angulus. d. b. c. equalis angulo. e. c. b. quod sic probatur: protractis. a. b. z. a. c. ponam per tertiam lineam. a. d. equalem linee. a. e. z. protractam lineas. e. b. d. c. z. intelligam duos triangulos. a. b. e. z. a. c. d. quos probabo esse equales z. equilateros z. equiangulos. Sunt. n. duo latera. a. b. z. a. e. trianguli. a. b. e. equalia duobus lateribus. a. c. z. a. d. trianguli. a. c. d. z. angulus. a. e. cōis utriq; ergo p. pmissā basi. b. e. est equalis basi. c. d. z. angulus. e. est equalis angulo. d. z. angulus. a. b. e. equalis angulo. a. c. d. Item intelligo duos triangulos. d. b. c. z. e. c. b. quos similiter probabo esse equilateros z. equiangulos. nam duo latera. d. b. z. d. c. trianguli b. d. c. sunt equalia duobus lateribus. e. c. z. e. b. trianguli. e. b. c. z. angulus. d. est equalis angulo. e. ergo per pmissam: basi basi: z. reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus. d. b. c. est equalis angulo. e. c. b. z. hoc est scōm ppositū. s. q. anguli sub basi equalis sunt: z. angulus. b. c. d. est equalis angulo. e. b. c. sed totus. a. b. e. est equalis. a. c. d. ut probatum fuit supra. ergo angulus. a. b. c. residuus est equalis angulo. a. c. b. residuo quoz uterq; est super basim: quod p. mū ppositum

**Propositio .6.**



**S**i duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoq; latera angulos illos respicientia equalia erunt.

Hec ē conuersa pmissē quantum ad p. m. eius ptem. Sit enim triangulus. a. b. c. cuius duo anguli. b. z. c. sunt equales dico q. lat. a. b. est equalis lateri. a. c. Si enī non sunt equales erit alterū alio maius. sitq; a. b. maius quod resecetur ad equalitatem. a. c. per tertiam ppositionē ut superfluum sit a parte. a. z. resecetur in puncto. d. sitq; b. d. equalis. a. c. z. ducatur linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. z. d. b. c. quos probabo esse equilateros z. equiangulos. sunt enim duo latera. d. b. z. b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. z. b. c. trianguli. a. b. c. z. angulus. b. equalis angulo. c. totali p. p. h. thesis ergo basis. d. c. est equalis basi. b. a. z. angulus. d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars v. z. toti quod est impossibile.

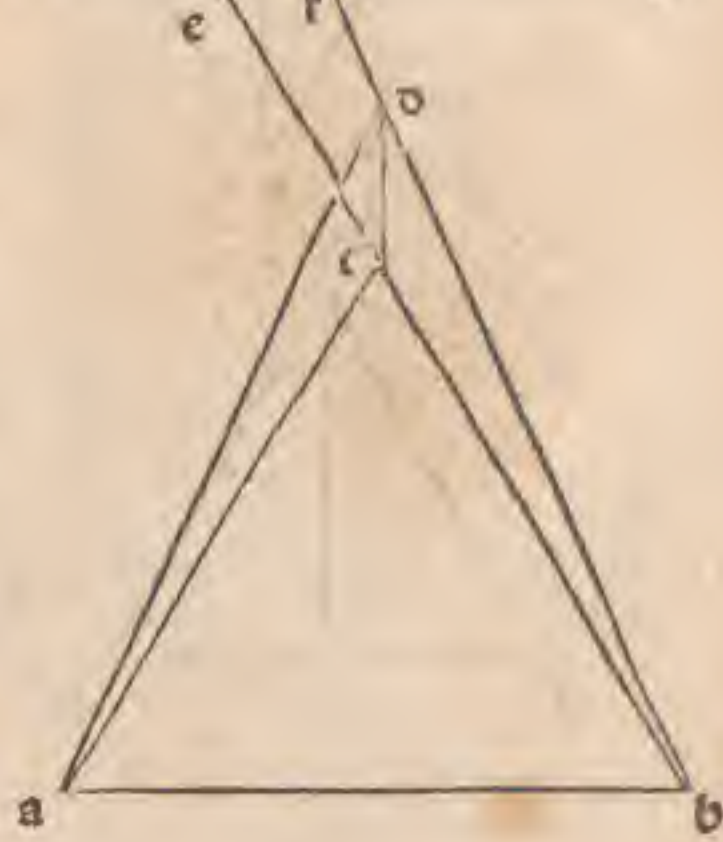
**Propositio .7.**



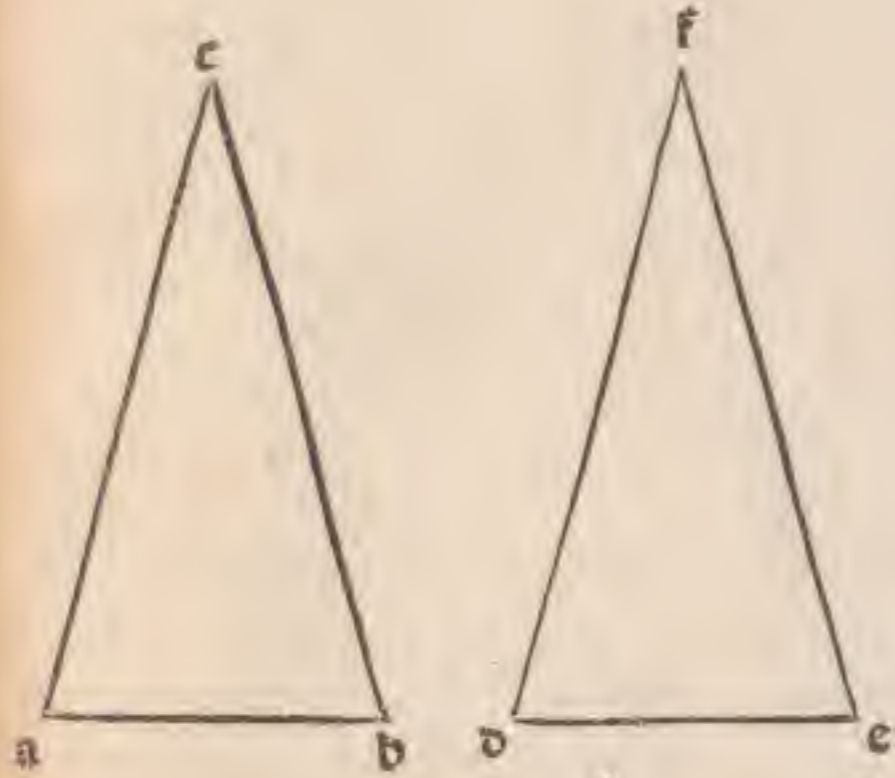
**S**i a duobus punctis aliquam lineam terminantibus due linee ad punctum unum concurrentes exierint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equalis q. ad aliud pcurrat in eandem ptem duci est impossibile.

Sit linea a. b. a cuius extremitatibus p. trahantur due linee in partem unam que concurrant in eodem puncto ut sint. a. c. z. b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum: ita q. illa que egredietur a puncto. a. sit equalis linee. a. c. z. que egredietur a puncto. b. sit equalis linee. b. c. Quod si fuerit possibile protrahantur alie due linee in eandem partem que concurrant in puncto. d. z. sit linea. a. d. equalis linee. a. c. z. linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus d. cadet intra triangulum aut extra: nam in altero laterum. a. c. z. b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. z. b. d. secabit alteram linearum. a. c. z. b. c. aut neutra neutram: z. secet primo altera alteram z. protrahatur linea. c. d. quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. z. a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per. 5. Similiter q. in triangulo. b. c. d. duo latera. b. c. z. b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. z. b. d. c.

a 4







Similiter equales per eandem: et quia angulus. b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. f. toto quod est impossibile: Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita quod linee non se secent pertraham lineam. d. c. et producam. b. d. et b. d. et b. c. sub basi usque ad. f. et ad. e. et quia linee a. d. et a. c. sunt equales: erunt anguli. a. c. d. et a. d. c. equales p. 5. Similiter quia. b. c. et b. d. sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. et d. c. e. equales p. scdaz partem eiusdem: quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse maiorem angulo. a. d. c. quod est impossibile: et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. etc.

**Propositio .8.**



**Q**uoniam duorum triangulorum quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisque unius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

**S**int duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque. a. c. equalis. d. f. et b. e. equalis. e. f. et a. b. equalis. d. e. dico quod angulus. c. est equalis angulo. f. et angulus. a. angulo. d. et angulus. b. angulo. e. superponam basim. a. b. basi. d. e. que cum sint equales neutra excedet alteram per penultimam conceptionem: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut non. Si sic: tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. et neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equales per conversionem conceptionis predictae: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus. c. non cadit super. f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. imo eadem: itemque. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. c. f. et d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.

**Propositio .9.**



**A**trum angulum per equalia secare.

**S**it datus angulus quem oportet diuidere: angulus. a. b. c. lineas ipsum continentibus que sunt. a. b. et b. c. ponam equales per tertiam et producam lineam. a. c. super quam constituam triangulum equilaterum. a. d. c. et protraham lineam. b. d. dico quod ipsa diuidit datum angulum per equalia: Intellego duos triangulos. a. b. d. et c. b. d. et quia duo latera a. b. et b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. et b. d. trianguli. c. b. d. et basis. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est propositum facere.

**Propositio .10.**



**P**roposita recta linea eam per equalia diuidere.

**S**it proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. a. b. super ipsam constituam triangulum equilaterum. a. b. c. et angulum. c. diuido per equalia secundum doctrinam precedentem per lineam. c. d. dico quod linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia: Intellego. n. duos triangulos. a. c. d. et b. c. d. et arguo sic: duo latera. a. c. et c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. et c. d. trianguli. b. c. d. et angulus. c. unius angulo. c. alterius ergo per quartam basis. a. d. basi. d. b. quod est propositum.



**D**

Alta linea recta a puncto in ea signato perpendicularē extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis utrinque subnixam.

**S**it data linea .a.b. in qua sit datus punctus .c. a quo oportet perpendicularē extrahere: faciā ergo per tertiā lineā .b.c. equalē linee .a.c. et super totā .a.b. constituo triangulū equaliterū .a.b.d. et pertraho lineā .c.d. quod dico quod ipsa ē perpendicularis super lineā .a.b. Intellego duos triangulos .a.c.d. et .b.c.d. et quia duo latera .a.c. et .c.d. trianguli .a.c.d. sunt equalia duobus lateribus .c.b. et .c.d. trianguli .b.c.d. et basis .a.d. basi .b.d. erit per .s. angulus .a.c.d. equalis angulo .b.c.d. quare utique eorum erit rectus per diffinitōem anguli recti: et linea .c.b. perpendicularis super lineā .a.b. per diffinitōem linee perpendicularis: quod ē propositū. **Propositio 12.**

**A**

Puncto extra signato ad datā lineā indefinite quantitatis perpendicularē deducere.

**S**it .a. punctus signatus extra lineā .b.c. a quo ad ipsā oportet deducere perpendicularē: pertrahā ergo lineā .b.c. in utraque parte quantum libuerit et super punctū .a. describā circulū .b.c. sic ut secet lineā datā in punctis .b.c. et pertrahā lineā .a.b. et .a.c. et dividā angulū .b.a.c. per equalia per lineā .a.d. per .9. dico quod .a.d. ē perpendicularis super lineā .b.c. Intellego duos triangulos .a.b.d. et .a.c.d. et quia duo latera .a.b. et .a.d. trianguli .a.b.d. sunt equalia duobus lateribus .a.c. et .a.d. trianguli .a.c.d. et angulus .a. unus equalis angulo .a. alteri erit per .4. basis .b.d. equalis basi .d.c. et angulus .a.d.b. equalis angulo .a.d.c. quare utique eorum erit rectus et linea .a.d. perpendicularis super lineā .b.c. per diffinitōem anguli recti et linee perpendicularis: quod ē propositū.

**Propositio 13.**

**O**

Omnes recte linee super rectā lineā stantis duo utrobique anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.

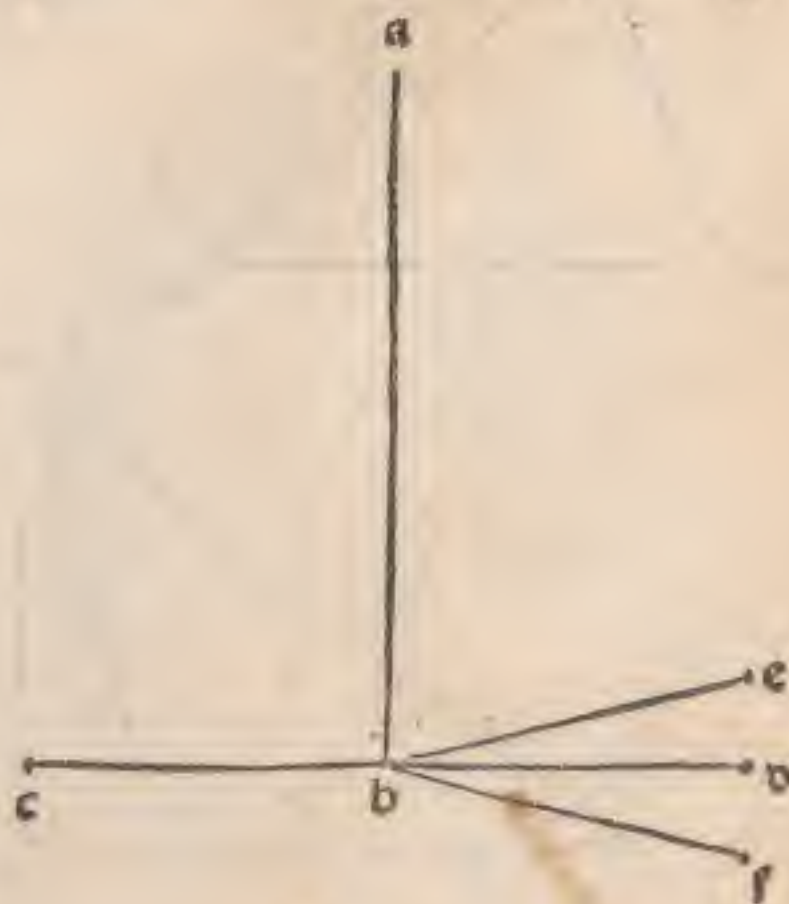
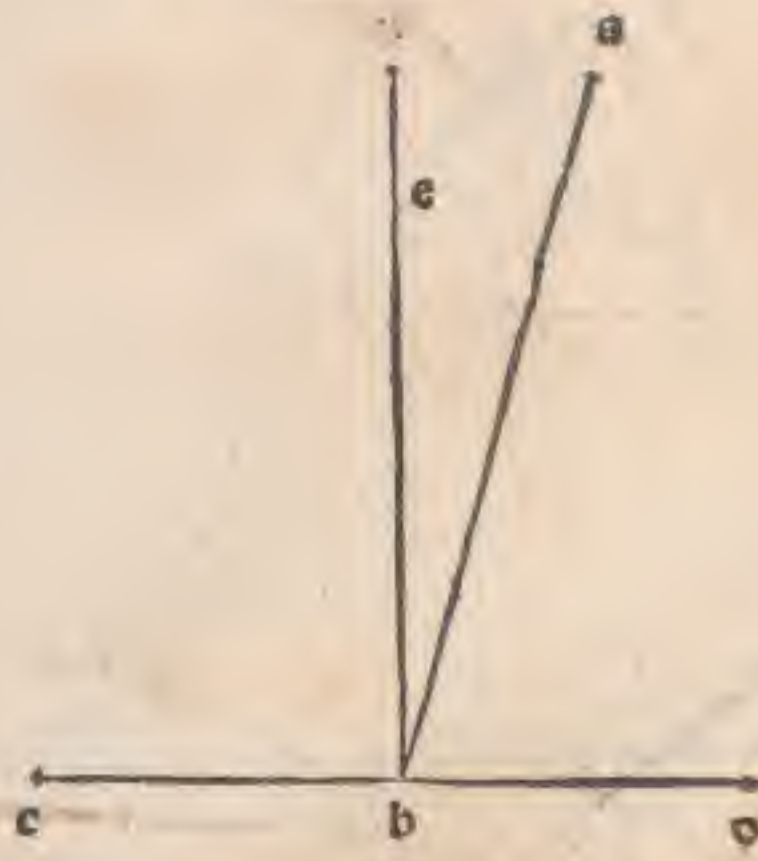
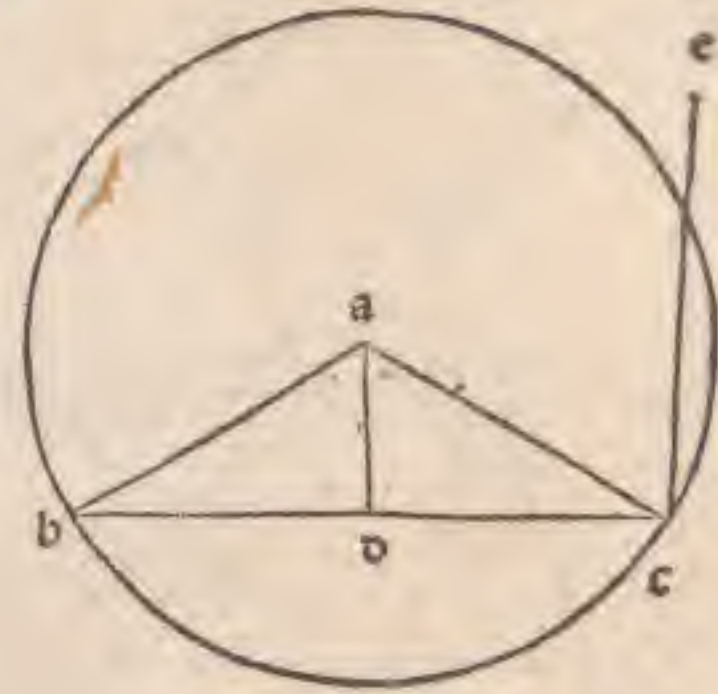
**S**it ut lineā .a.b. superstet lineā .c.d. quae si fuerit super eā perpendicularis faciet duos angulos rectos per conversionē diffinitōis. Si autem non fuerit super eā perpendicularis a puncto .b. ducat .b.e. perpendicularis super .c.d. per undecimā: eruntque duo anguli .e.b.c. et .c.b.d. recti per conversionē diffinitōis: quare ergo duo anguli .d.b.a. et .a.b.e. adequantur angulo .d.b.e. ipse cum angulo .c.b.e. erunt equalēs duobus rectis: quare tres anguli qui sunt .d.b.a. .a.b.e. et .c.b.e. sunt equalēs duobus rectis: scilicet angulus .c.b.a. ē equalis duobus angulis .c.b.e. et .e.b.a. ergo duo anguli .c.b.a. et .a.b.d. sunt equalēs duobus rectis: quod ē propositū. Ex quo patet quod totū spaciū quod in quibuslibet superficie plana punctū quolibet circumstat quatuor rectis angulis eē equalē. **Propositio 14.**

**S**

Si due linee a puncto unius lineae in diversas partes exierint duosque circa se angulos rectos aut duobus rectis equales secerint: ille due linee sibi directe coniuncte sunt et linea una.

**S**it ut a puncto .b. lineae .a.b. exeant due linee in oppositas partes que sint .b.c. et .b.d. et faciunt duos angulos qui sunt .c.b.a. et .d.b.a. equalēs duobus rectis: tunc dico quod due linee .c.b. et .d.b. sibi invicē directe coniuncte et linea una: et hec ē quasi perversa propositio: quod si non fuerit linea una tunc pertrahat .c.b. in partem et directū quod non ē linea una cum .d.b. transibit super eā ut .b.c. aut infra eā ut .b.f. quod ergo super lineā rectā quae ē .c.b.e. cadit lineā .a.b. erunt anguli .c.b.a. et .e.b.a. equalēs duobus rectis per praedictū: et quia omnes recti sunt ad invicē equalēs per .3. partem anguli quoque .c.b.a. et .d.b.a. sunt equalēs duobus angulis rectis per porthesym erunt duo anguli .c.b.a. et .e.b.a. equalēs duobus angulis .c.b.a. et .d.b.a. ergo de parte cōi angulo .c.b.a. erit angulus .e.b.a. equalis angulo

a 5





d. b. a. ps toti: quod e impossibile: silr lineā. c. b. ptractā pbabis angulū d. b. a. esse eālem angulo. f. b. a. si forte diceret aduersari lineā. c. b. ptractā cadere ifra. b. d.

**Propositio 15.**



**O**mnia duarū linearum se inuicē secantiū: oēs anguli cōtra se positi sūt e qles: vnde manifestū est q cū due linee recte se inuicē secāt qtuor q sūt āngulos qtuor rectil eē e qles

**S**int due linee. a. b. z. c. d. se inuicē secātes i pūcto. e. dico q angul<sup>9</sup> d. e. b. est e qlis angulo. a. e. c. z angulus. b. e. c. eē e qlis angulo. a. e. d.

Erūt. n. p. 13. duo anguli. a. e. c. z. c. e. b. e qles duob<sup>9</sup> rectis: itēqz duo anguli. c. e. b. z. d. e. b. e qles duobus rectis p eandē: qre duo pmi sūt e qles duob<sup>9</sup> postremis eo q oēs recti sūt ad inuicē equales p. 4. petitionē: dempto ergo cōi angulo q e c. e. b. erit angulus. a. e. c. e qlis angulo. d. e. b. Eodē mō pbabit<sup>9</sup> anguluz. c. e. b. eē e qlez angulo. a. e. d. qd e ppositū.

**Propositio 16**



**S**iquodlibet laterū triangulī directe ptractā faciet angulū extrinsecum vtroqz angulo triangulī sibi intrinsecis opposito maiorem.

**S**it vt triangulī. a. b. c. latus. a. b. ptractā vsqz ad. d. dico q angul<sup>9</sup> d. b. c. maior e vtroqz duoz anguloz intrinsecoz sibi opposito/ rū q sūt. b. a. c. z. b. c. a. diuidā. n. p. 10. lineā. c. b. p e qlia in pūcto. e. z ptractā. a. e. vsqz ad. f. ita vt. e. f. fiat e qlis. a. e. z ptractā lineā. f. b. intelligo duos triangulos. c. e. a. z. b. e. f. z qz duo latera. a. e. z. e. c. triangulī. a. e. c. sūt e qlia duobus laterib<sup>9</sup> f. e. z. e. b. triangulī. f. e. b. z angulus. e. vnus e e qlis angulo. e. alteri<sup>9</sup> p pmissā qā sūt anguli ppositi: erit p. 4. angul<sup>9</sup>. c. e. a. e qlis angulo. e. b. f. z iō angulus. e. b. d. maior erit angulo. b. c. a. Silr quoqz pbabitur q est maior angulo. c. a. b. naz diuidā. a. b. p e qlia in pūcto. g. p. 10. z ptractāz lineā. g. h. equalē lince. c. g. p. 3. postea ptractā. b. b. k. erūtqz duoz trianguloz q sūt. a. g. c. z. b. g. h. duo latera. a. g. z. g. c. pmi e qlia duob<sup>9</sup> laterib<sup>9</sup>. b. g. z. b. h. scōi: z angulus. g. vn<sup>9</sup> angulo. g. alteri<sup>9</sup> p. 15. ergo p. 4. angulus. g. c. a. est e qlis angulo. g. b. h. qre p. 15. z angulo. k. b. d. z qz angulus. c. b. d. e maior angulo. k. b. d. erit etiā maior āngulo. b. a. c. qd e ppositū.

**Propositio 17.**



**O**mni triangulī duo qlibet ānguli duob<sup>9</sup> rectis sūt miores.

**S**it triangulus. a. b. c. dico q duo qlibet ei<sup>9</sup> anguli duob<sup>9</sup> rectis sūt minores: ptractā. n. vnū latus eius vt. b. c. vsqz ad. d. eritqz p pcedentē angulus. e. extrinsecus maior. a. z maior. b. s. c. extrinsec<sup>9</sup> cum c. intrinsec<sup>9</sup> e e qlis duobus rectis p. 13. g. anguli. b. z. c. intrinseci siue anguli. a. z. c. intrinseci sūt minores duobus rectis: silr si ptractā latus. b. a. pbabit<sup>9</sup> q duo anguli. a. z. b. sunt minores duobus rectis: quod e ppositū.

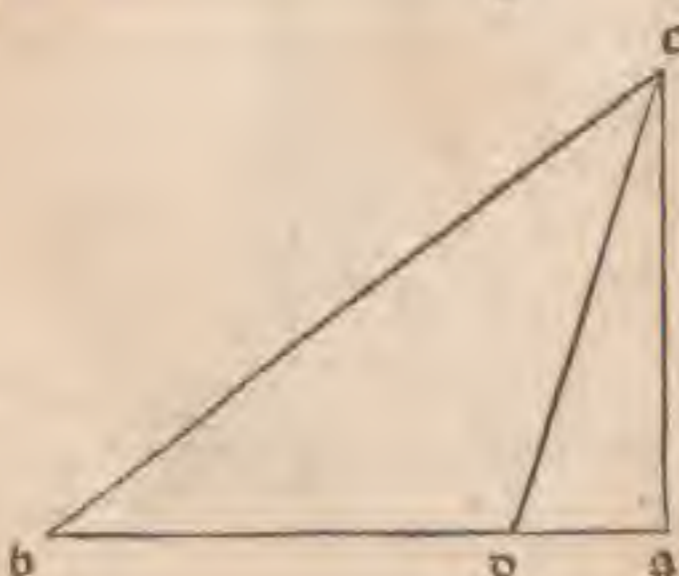
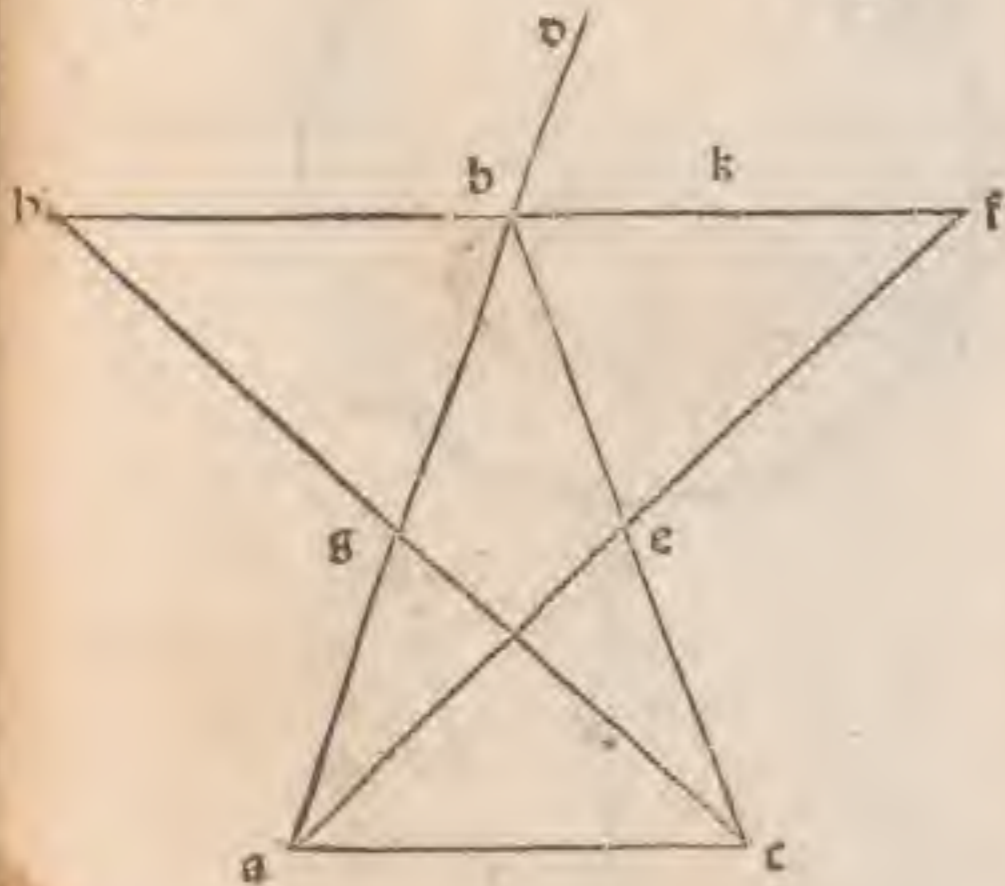
**Propositio 18.**



**O**mni triangulī lōgius lat<sup>9</sup> maiori angulo oppositū est.

**S**it vt i triangulo. a. b. c. āngul<sup>9</sup>. a. sit maior āngulo. c. dico q lat<sup>9</sup> c. b. maior erit latere. a. b. Si. n. sit e qle erit p. 5. āngul<sup>9</sup> a. e qle angulo. c. qd e p ypothesym: si aut. a. b. sit mai<sup>9</sup> resceat ad e qlitatē. c. b. p. 3. sitqz. d. b. e qle. c. b. erit g p. 5. āngul<sup>9</sup> d. c. b. e qle angulo. b. d. c. s. b. d. c. e maior āngulo. b. a. c. p. 16. g. b. c. d. e maior. b. a. c. qre mlto forti<sup>9</sup> maior. a. c. b. ps toto: qd e impossibile.

**Propositio 19.**



*Ergo*

*Propositio 15. Omnia duarū linearum se inuicē secantiū: oēs anguli cōtra se positi sūt e qles: vnde manifestū est q cū due linee recte se inuicē secāt qtuor q sūt āngulos qtuor rectil eē e qles. Sint due linee. a. b. z. c. d. se inuicē secātes i pūcto. e. dico q angul<sup>9</sup> d. e. b. est e qlis angulo. a. e. c. z angulus. b. e. c. eē e qlis angulo. a. e. d. Erūt. n. p. 13. duo anguli. a. e. c. z. c. e. b. e qles duob<sup>9</sup> rectis: itēqz duo anguli. c. e. b. z. d. e. b. e qles duobus rectis p eandē: qre duo pmi sūt e qles duob<sup>9</sup> postremis eo q oēs recti sūt ad inuicē equales p. 4. petitionē: dempto ergo cōi angulo q e c. e. b. erit angulus. a. e. c. e qlis angulo. d. e. b. Eodē mō pbabit<sup>9</sup> anguluz. c. e. b. eē e qlez angulo. a. e. d. qd e ppositū.*





*Maior angulus est oppositus lateri longiori oppositus lateri*

**Q**uoniam in triangulo maiori angulo longius latus oppositum est. Sit ut in triangulo a.b.c. latus b.c. sit maius latere a.b. dico quod angulus a. erit maior angulo c. et est contra praecedens: si. n. sit equalis tunc p. 6. latus a.b. est equalis lateri b.c. quod est contra hypothese[m]: Si autem c. sit maior tunc praecedente latus a.b. est maius latere b.c. quod est contra hypothese[m] quae astruitur oppositum.

**Propositio 20.**

**Q**uoniam in triangulo duo quolibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora. Sit triangulus a.b.c. dico quod duo latera a.b. et a.c. sunt longiora latere b.c. praebeatur linea b.a. usque ad d. ita ut a.d. sit equalis a.c. et praebeatur c.d. p. 5. erit angulus a.c.d. equalis angulo d. quare angulus b.c.d. est maior angulo d. ergo p. 18. latus b.d. est maius latere b.c. h. b. d. est equalis a.b. et a.c. quare b.a. et a.c. simul iuncta sunt maiora b.c.

**Propositio 21.**

**S**i de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum unum perveniant eadem duabus quidem reliquis trianguli lineis breviores erunt et maiorem angulum continebunt.

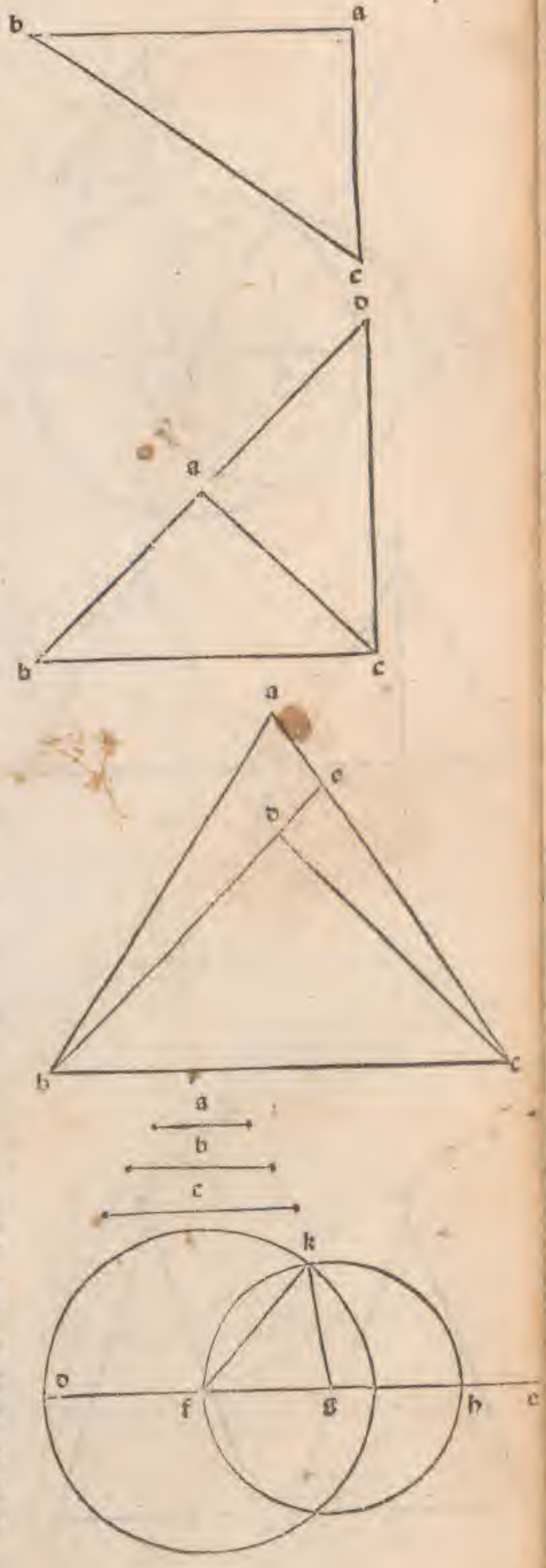
Sit ut in triangulo a.b.c. ab extremitatibus lateris b.c. concurrant due linee b.d. et c.d. ad punctum d. intra triangulum a.b.c. dico quod ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis a.b. et a.c. simul iunctis et quod angulus d. est maior angulo a. praebeatur enim b.d. usque quo secet latus a.c. in puncto e. erantque per. 20. b.a. et a.c. simul iuncte maiores b.e. ergo b.a. et a.c. sunt maiores b.e. et e.c. At vero d.e. et e.c. simul iuncte per eandem sunt maiores d.c. quare b.e. et e.c. sunt maiores b.d. et d.c. et quare b.a. et a.c. sunt maiores b.c. et e.c. ut probatum est prius erunt multo fortius maiores b.d. et d.c. quod est primum propositum: At quoniam angulus b.d.e. est maior angulo d.e.c. p. 16. et angulus d.e.c. est maior angulo e.a.b. per eandem: erit angulus b.d.e. multo fortius maior angulo b.a.c. quod est secundum propositum.

**Propositio 22.**

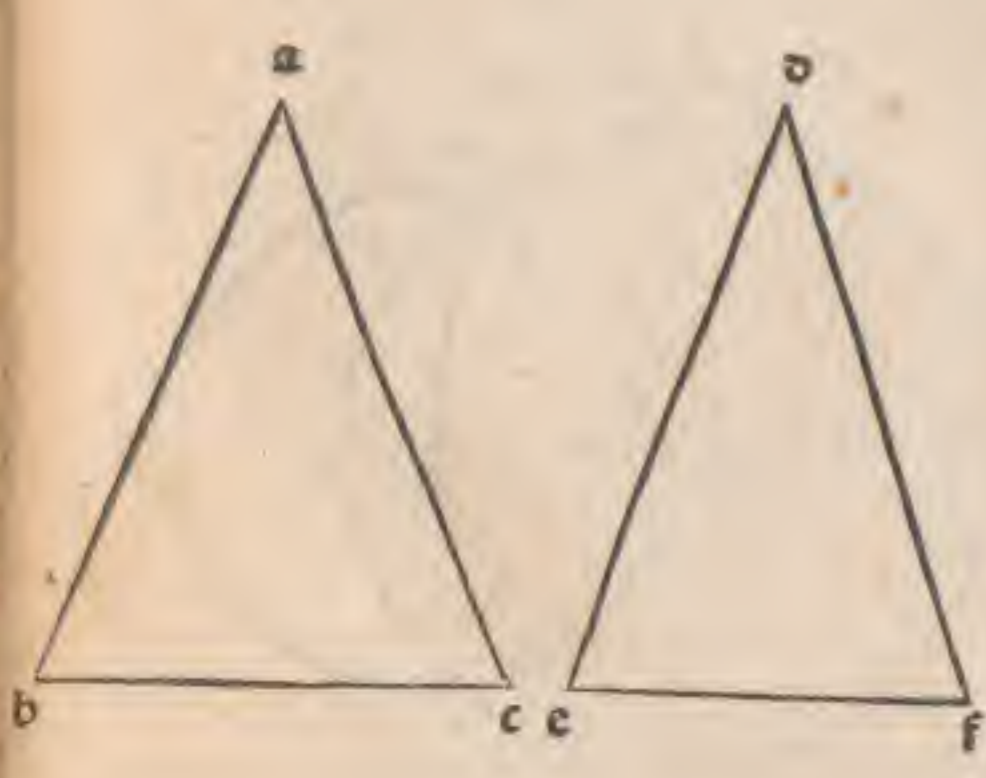
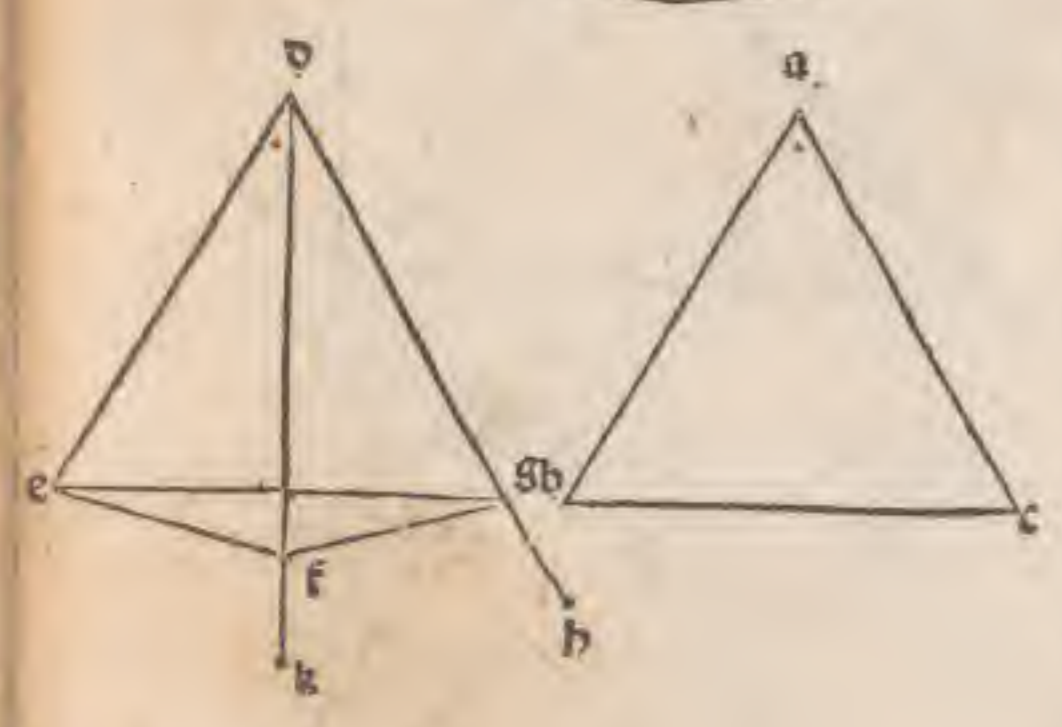
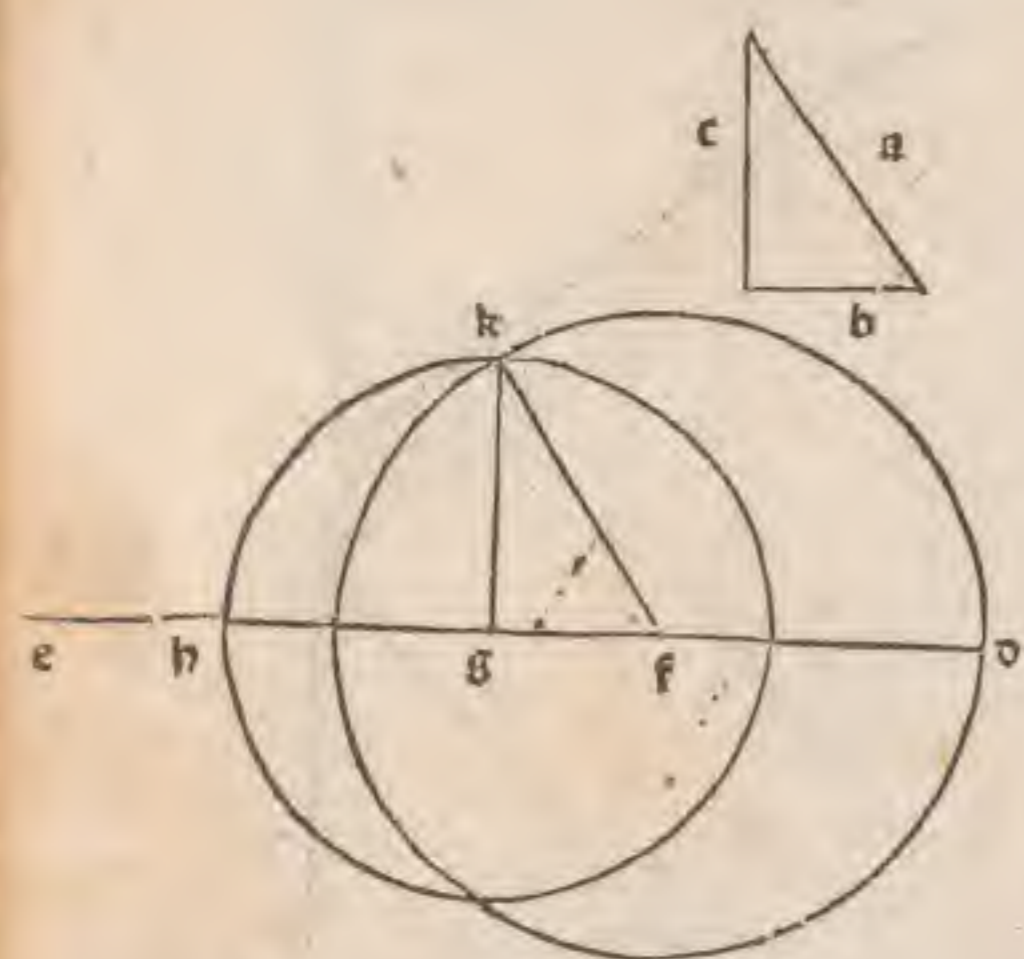
**P**ropositis tribus lineis rectis quarum due quolibet simul iuncte reliquae sint longiores de tribus alijs lineis sibi e/qualibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte propositae a.b.c. et sint quolibet due simul iuncte longiores reliqua alijs. n. ex illis tribus equalibus triangulum non posset constitui p. 20. cum ergo ex illis tribus praedictis volo constituere triangulum: sumo lineam rectam que sit d.e. cui non pono a parte e. determinatum finem: d. quod sumo p. 3. d.f. equalis a. et f.g. equalis b. et g.h. equalis c. secundoque puncto f. centro describo secundum quantitatem lineae f.d. circulum d.k. itaque facto g. centro describo secundum quantitatem lineae g.h. quod circuli intersecabunt se in duobus punctis quorum unum sit k. alioquin sequeretur una dicta linea non esse equalis alijs duabus iunctis aut maioribus: quod est contra primum propositum: duco ergo lineam k.f. et k.g. eritque triangulus k.f.g. constitutus ex tribus lineis equalibus lineis a.b.c. datis: sunt enim f.d. et f.k. equalis quoniam sunt a centro ad circumferentiam quare f.k. est equalis a. Similiterque g.h. et g.k. sunt equalis: quia exeunt a centro ad circumferentiam: quare g.k. est equalis c. et quia g.f. supra fuit equalis b. patet propositum manifeste.

**Propositio 23.**







**D**ata recta linea sup terminū eius cuilibet angulo pposito equum angulum designare.

Sit data linea .f.e. que ē in superiori figura: et sint linee .b.a. ptenentes angulū datū cui subtendā basim .c. sup pūctū .f. linee .e.f. iuberē facere eqlē angulū angulo dato ad lineā .e.f. adiūgo .f.d. eqlē lineā .a. et ex .f.e. sūmo .f.g. eqlē .b. et ex .g.c. sūmo .g.b. eqlē .c. et sup puncta .f. et .g. describo duos circulos .d.k. et .k.b. fm quantitatē duarū linearū .f.d. et .g.b. et in ēsecātes se in pūcto .k. sicut docuit pcedēs: ductisq; lineis .k.f. et .k.g. erūt eqlia duo latera .k.f. et .f.g. trianguli .k.f.g. duobus laterib⁹ .a. et .b. trianguli .a.b.c. et basis .g.k. eqlis basi .c. ergo p .s. angul⁹ .k.f.g. eql⁹ erit angulo pto .ab.a. et a.b. qd ē ppositum.

**Propositio 24.**

**Q**uoniam duoꝝ trianguloꝝ quoz duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eqlia: si fuerit anguloꝝ sub illis eqs laterib⁹ ptoꝝ alter altero maior basis quoq; eiusdē basi alterius maior erit.

Sint duo triaguli .a.b.c. et .d.e.f. sintq; duo latera .a.b. et .a.c. eqlia duob⁹ laterib⁹ .d.e. et .d.f. et vnūquodq; suo correlatio dextrū .f. dextro: sinistrū q; sinistro: sitq; angulus .a. maior angulo .d. dato: dico q; basis .b.c. maior erit basi .e.f. faciā .n. iuxta doctrinā pcedentis .e.d.g. eqlē angulo .a. eritq; angulus .e.d.f. p se et ponā .d.g. eqlē .a.c. et ptra bā .e.g. q̄ aut trāsibit sup .e.f. vt secet lineā .d.f. aut sup .e.f. vt sit secū lineā vna: aut infra. Transeat ergo pmo sup: et qz .a.b. et .a.c. latera triaguli .a.b.c. sūt eqlia .e.d. et .d.g. laterib⁹ trianguli .e.d.g. et angul⁹ .a. angulo .d. totali: erit p .s. basis .b.c. eqlis basi .e.g. At vō qz .d.g. et .d.f. sūt eqlē: nam vtraq; ē eqlis .a.c. erit p .s. angul⁹ .d.f.g. eqlis angulo .d.g.f. qre d.f.g. maior erit f.g.e. g.e.f.g. mltō fori⁹ maior ē eodē .f.g.e. g.p. is. lat⁹ .c.g. mai⁹ ē latere .e.f. qre .b.c. maior ē .e.f. qd ē ppositū. Si vō .e.g. trāseat sup .e.f. et sit secū lineā vna tūc .e.f. erit ps .e.g. p vltimā ḡ pceptōem p ppositū. Si vō .e.g. trāseat infra .e.f. ptra hant due linee .d.f. et .d.g. q̄ sūt eqlē vt pbatū ē vsq; ad .k. et ad .b. sicutq; p scōq; pte. qnte sub basi .f.g. anguli .k.f.g. et .f.g.b. eqlē: qre angul⁹ .e.f.g. maior erit angulo .f.g.e. ergo p .s. lat⁹ .e.g. mai⁹ ē latere .e.f. qre .b.c. maior ē .e.f. qd ē ppositū. Istud vltimū mēbrū possz ēt pbari p .21. p. ipsā .n. erunt i dispositōe itia due linee .d.g. et .e.g. maiores duabus lineis .d.f. et .f.e. et qz .d.g. ē eqlis .d.f. pp hoc q; ambe sūt eqlē .a.c. erit .g.e. maior .e.f. qre .b.c. maior: qd ē ppositū: meli⁹ tū est demonstrare priori mō vt in omni dispositōe arguat per quintam.

**Propositio 25.**

**Q**uoniam duoꝝ trianguloꝝ quoz duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eqlia: basis vō vni⁹ basi alteri⁹ fuerit maior: erit quoq; angul⁹ trianguli maioris illis eqs laterib⁹ contentus angulo alterius se respiciente maior.

Sint duo triaguli .a.b.c. et .d.e.f. sintq; duo latera .a.b. et .a.c. pmi eqlia duob⁹ laterib⁹ .d.e. et .d.f. scōi vnūquodq; suo correlatio: sitq; basis .b.c. maior basi .e.f. dico q; angul⁹ .a. maior erit angulo .d. hec ē pversa pcedētis: Eqlis qdē non erit: sic .n. esset p .4. basis .b.c. eqlis basi .e.f. qd ē p ypothesym: sed nec minor quia sic esset .d. maior: et ita p pcedētē basis .e.f. erit maior basi .b.c. qd ē p riu ppositiōi qre maior erit sicq; ppositū astruit. **Propo .26.**





**Q**uoniam duo triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius et uterque se respicienti eque fuerint latus quoque unius lateri alterius equale: fueritque latus illud inter duos angulos eque aut unius eorum oppositum: erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus unumquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus unius angulo reliquo alterius equalis.

**S**int duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitque angulus. b. eque angulo. e. et angulus. c. equalis angulo. f. sitque latus. b. c. eque lateri. e. f. aut alterum duorum laterum. a. b. et a. c. equale alteri duorum laterum. d. e. et d. f. ita quod a. b. sit eque d. e. aut a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera unius erunt eque reliquis duobus lateribus alterius et reliquus angulus reliquo angulo eque: angulus. a. angulo. d. ponam ergo primo ut latus. b. c. super quod iacent anguli b. c. sit eque lateri. e. f. super quod iacent anguli. e. f. qui positi sunt eque angulis. b. c. tunc dico quod latus. a. b. est eque lateri. d. e. et latus. a. c. lateri. d. f. et angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. a. b. non sit equale lateri. d. e. alterum erit maius: sit ergo maius. d. e. quod resecabo ad equalitatem. a. b. sitque. g. e. equale. a. b. et producam lineam. g. f. eritque per. 4. angulus. g. f. e. eque angulo. a. c. b. quare et angulo. d. f. e. per totum quod est impossibile: erit ergo. d. e. eque. a. b. ergo per. 4. d. f. eque. a. c. et angulus. d. eque angulo. a. quod est primum membrum divisionis propositae: Sint rursus ut prius duo anguli. b. et c. eque duo bus angulis. e. et f. sitque latus. a. b. quod opponitur angulo. c. eque lateri. d. e. quod opponitur angulo. f. cui positus est eque angulus. c. dico quod latus. b. c. erit eque lateri. e. f. et latus. a. c. lateri. d. f. et angulus. a. angulo. d. Si. n. latus. e. f. non fuerit equale lateri. b. c. erit alterum maius: sit ergo. e. f. maius: ponam itaque. e. g. eque. b. c. et producam lineam. d. g. eritque per. 4. angulus. d. g. e. equalis angulo. a. c. b. quare et angulo. d. f. e. extrinsecus videlicet intrinsecus quod est impossibile: per. 16. erit ergo. e. f. eque. b. c. ergo per. 4. latus. d. f. equale lateri. a. c. et angulus. d. totalis angulo. a. quod est secundum membrum divisionis propositae: quare totum manifeste per. 27. **Propositio .27.**



**S**i recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosque angulos coalternos sibi invicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

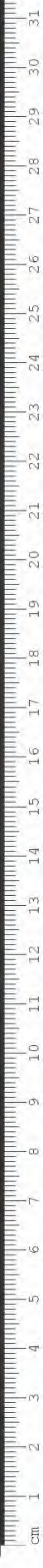
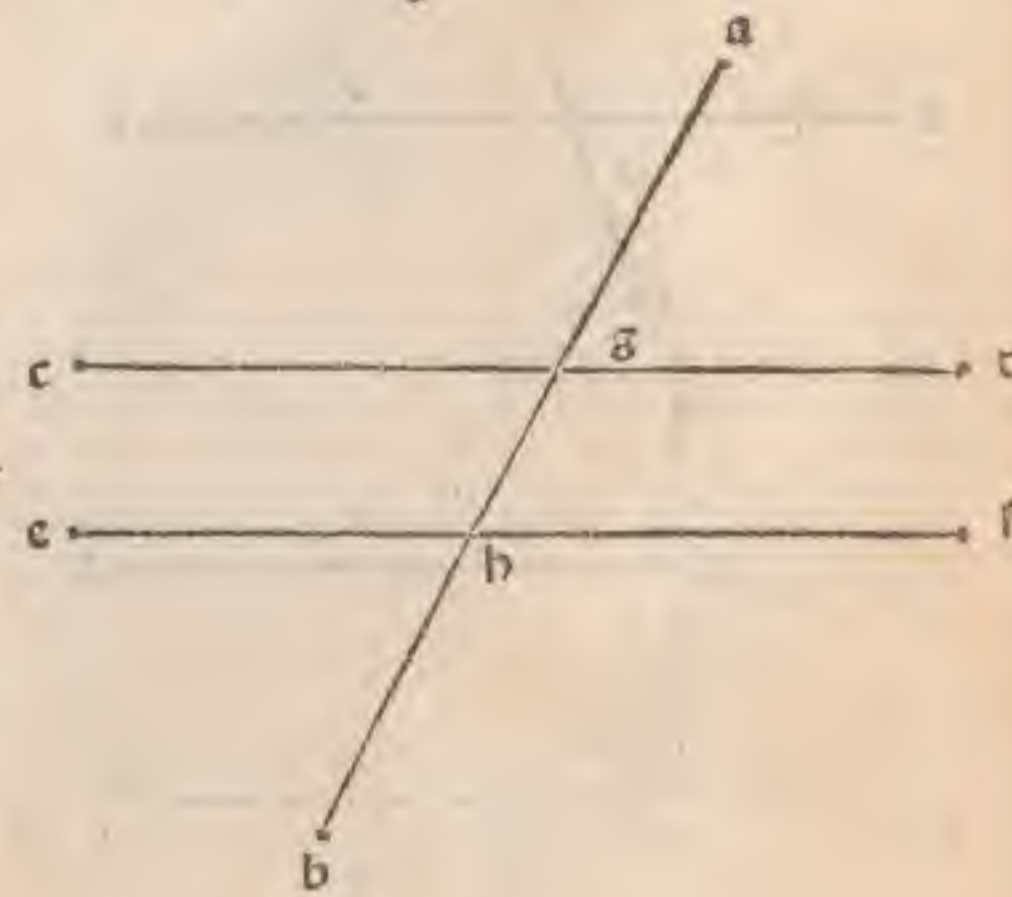
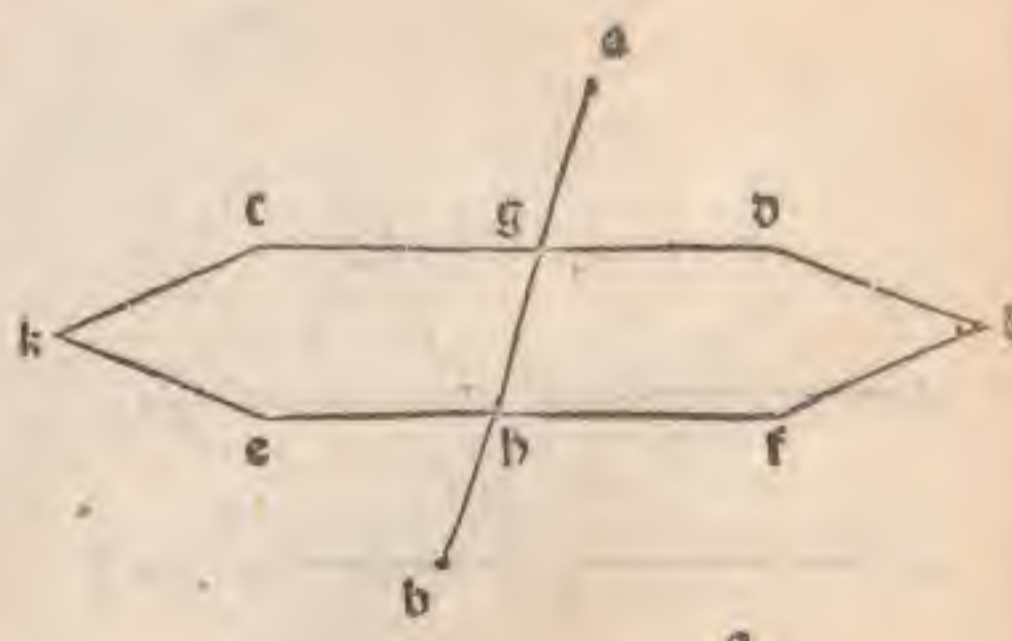
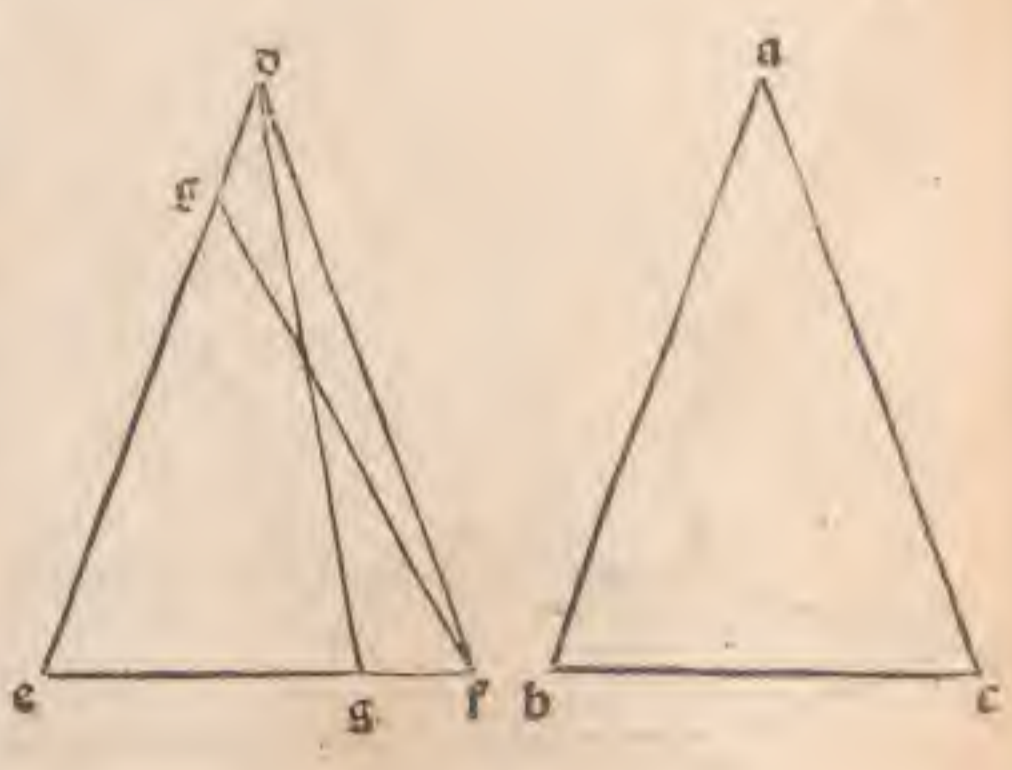
**S**it ut linea. a. b. cadat super duas lineas. c. d. et e. f. et secet lineam c. d. in puncto. g. et lineam. e. f. in puncto. b. sitque angulus. d. g. b. eque angulo. e. b. g. dico quod linee. c. d. et e. f. sunt equidistantes. Si. n. non concurrant aut ad partem. c. c. super punctum. k. aut a parte. d. f. super punctum. l. et quicumque fuerit accidit impossibile per. 16. videlicet angulus extrinsecus esse eque intrinsecus: nam unum duorum angulorum coalternorum qui positi sunt eque erit extrinsecus et reliquus intrinsecus: quare igitur impossibile est eas concurrere in alterutra parte protractas ipse per differentiam erunt equidistantes: quod est propositum.

**Propositio .28.**

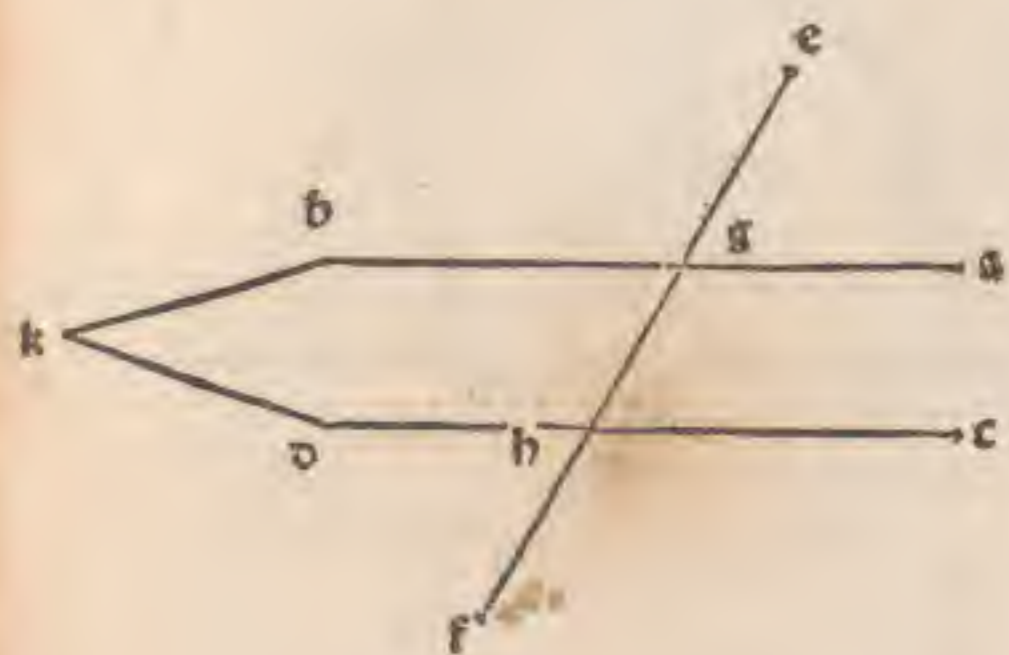


**S**i linea recta duabus lineis rectis supervenerit fueritque angulus eius intrinsecus angulo extrinsecus sibi opposito equalis aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis eque ille due linee equidistantes erunt.

**S**it ut linea. a. b. secet duas lineas. c. d. et e. f. in puncto g. et b. sitque angulus. g. extrinsecus equalis angulo. b. intrinsecus ex eadem parte sumpto: aut duo anguli. g. et b. intrinseci ex eadem parte sumpti sint eque duo angulis



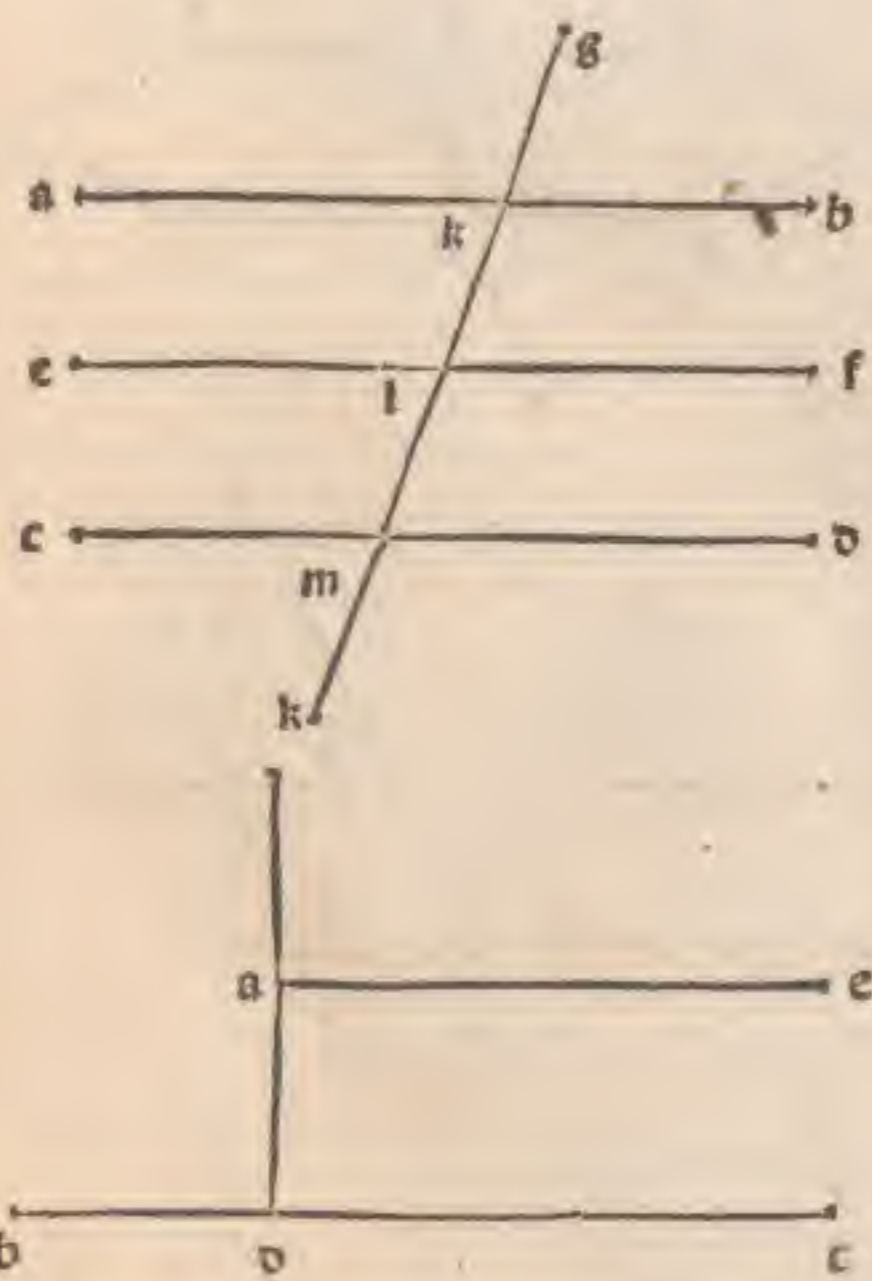




rectis: dico qd due linee. c. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sit ergo pmo angul<sup>o</sup>. d. g. a equalis angulo. f. b. g. critqz per. 15. angulus. c. g. h. equalis eidem angulo. f. b. g. qre p pmissam. d. z. e. f. sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli. d. g. b. z. f. b. g. equals duobus rectis: z qz p. 13. duo anguli. d. g. b. z. c. g. h. snt snt eqles duo / bus rectis erit angulus. c. g. h. eqlis angulo. f. b. g. qre p pmissa. c. d. z. e. f. ernt eq distantes: quod est ppositu. **Propositio 29.**

**S**i duabus lineis equidistantibus linea supervenerit duo an / guli coalterni equals erunt: angulusqz extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito eqlis. Itaqz duo anguli intrinse ci ex alterutra pte consti tuti duob<sup>o</sup> rectis angul<sup>o</sup> equals.

**S**int due linee. a. b. z. c. d. equidistantes super quas cadat linea. e. f. secans eas in punctis. g. z. h. dico qd anguli. g. z. b. coalterni snt eqles: z qd angulus. g. extrinsecus est equalis angulo. b. intrinseco sibi opposito ex eadem pte snt / pto: z qd anguli. g. z. h. intrinseci ex eadem pte snt eqles duob<sup>o</sup> rectis: z hec est pversa duaru pcedentiu. **Primu** sic p3: Si. eni angul<sup>o</sup>. b. g. h. no e eqlis angulo. c. b. g. alter eoz erit maior. sit g maior angul<sup>o</sup>. c. b. g. z qz duo anguli. c. b. g. z. g. h. d sunt equals duobus rectis ergo p. 13. erunt duo anguli. b. g. h. z. d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam pitionem due linee. a. b. z. c. d. si protrahant<sup>r</sup> pcurrnt in pte. b. z. d. ad punctum aliquu vt ad. k. non ergo snt eqdistantes p diffi nitionem qd e p ypothesim: z qz hoc est impossibile. ernt igit<sup>r</sup> duo anguli coalterni b. g. h. z. c. b. g. eqles quod est pnu ppositu. Ex hoc p3 secudu: e. n. p. 15. angulus b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit eqlis angulo. c. b. g. extrin / secus vz intrinseco: quod e scdz ppositu. Ex hoc rursus p3 tertiu: Snt. n. p. 15. duo anguli. a. g. e. z. a. g. b. eqles duobus rectis. ergo duo anguli a. g. b. z. c. b. g. erunt etia eqles duobus rectis q sunt duo intrinseci ex eadem pte snt: qd e tertiu ppo situm.



**Propositio 30.** **S**i fuerint due linee vni equidistantes cedem sibi invicem e / quidistantes erunt.

**S**int due linee. a. b. z. c. d. quaru vtraqz eqdistet linee. e. f. dico il / las duas vidtz. a. b. z. c. d. esse equidistantes. hoc aut est vniuersali ter vtz sine due linee. a. b. z. c. d. sint in vna superficie cu linea. e. f. sine non: hic tn non intelligit nisi hm qd oes sunt in superficie vna: scdm. n. qd snt in di versis superficieb<sup>o</sup> pbat i nona. libri. ii. qd sunt equidistates. Sint ergo oes i sup / ficie vna: ptraba aut linea. g. h. secatem lineas a. b. z. c. d. in punctis. k. l. m. z qa a. b. equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. c. l. k. per pma ptem pcedē tis cum illi sint coalterni: atqz. c. d. equidistat. e. f. erit angulus. k. l. c. extrinsec<sup>o</sup> eq / lis angulo. l. m. c. intrinseco p scdam ptem pcedentis ergo angulus. b. k. l. est equa lis angulo. c. m. l. qui cu sint coalterni ernt p. 27. linee. a. b. z. c. d. equidistates: qd est ppositum.

**Propositio 31.** **P**uncto extra lineam dato linee propositae equidistantē ducere.

**P**unctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinqz pro / trabatur per ipsu no transit. Sit ergo punctus. a. datus extra linea b. c. a quo oportet protrahere lineam. equidistantem. b. c. protra / bo lineam. a. d. qualitercunqz contingat et super punctum .a. qui est extremitas

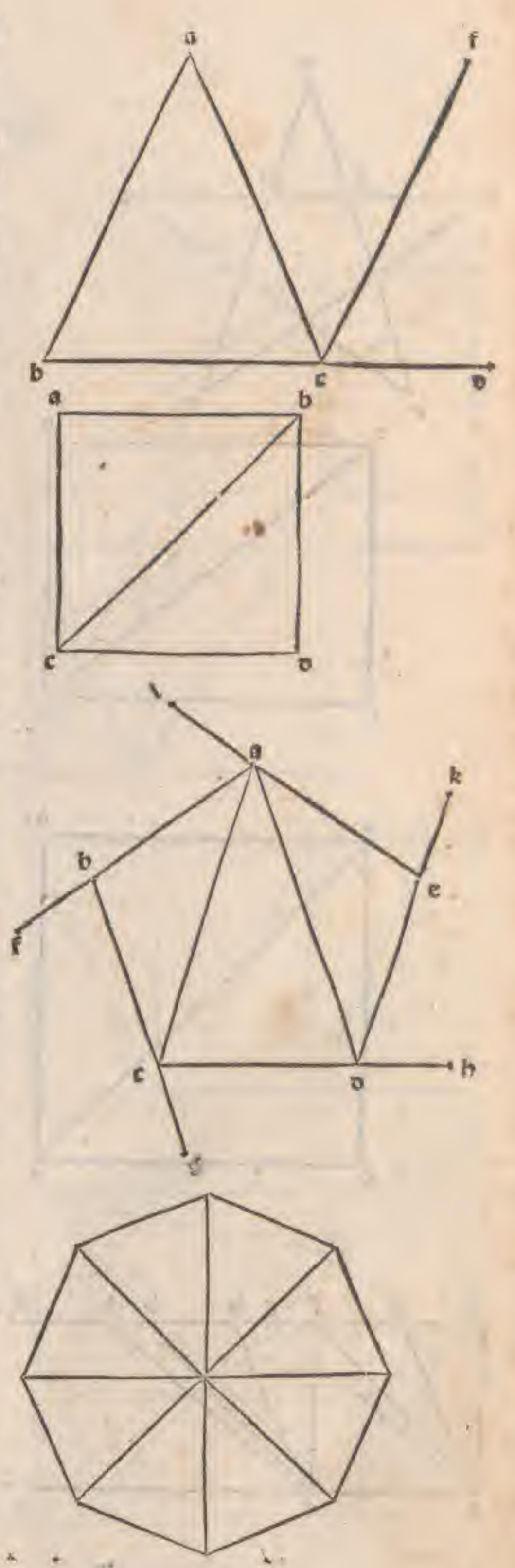


linee. a. d. constituo angulū. e. a. d. p doctrinā. 23. equalem angulo. b. d. a. sibi coal  
 temo: eritq3. a. c. equidistās. b. c. p. 27. quod est ppositum.

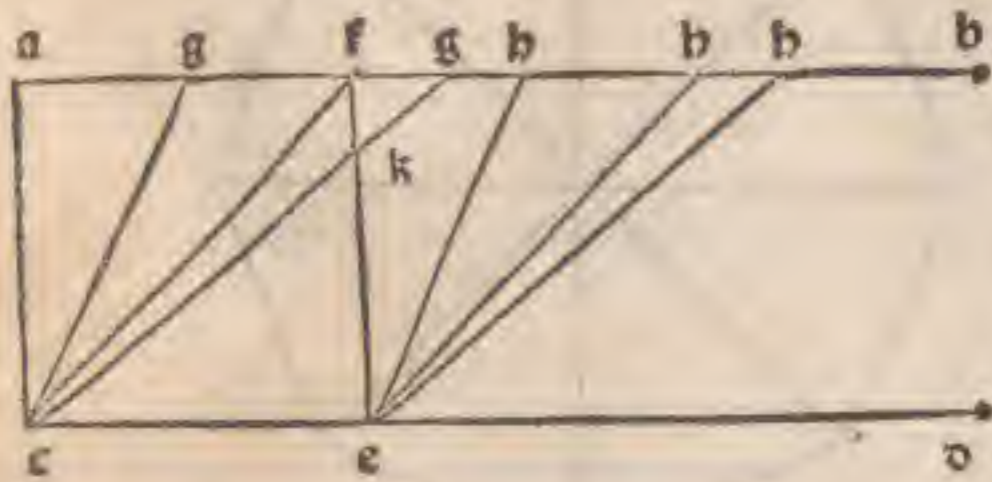
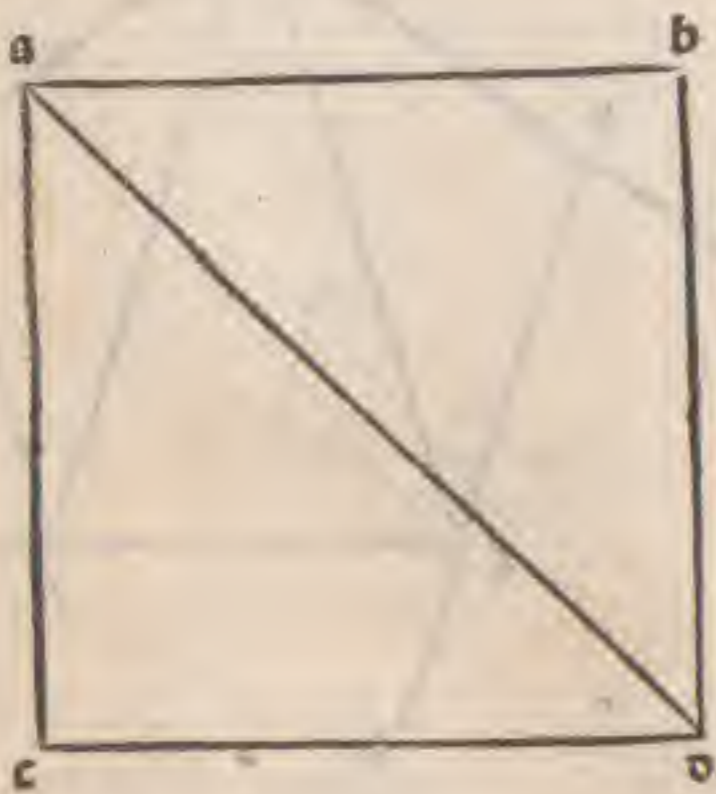
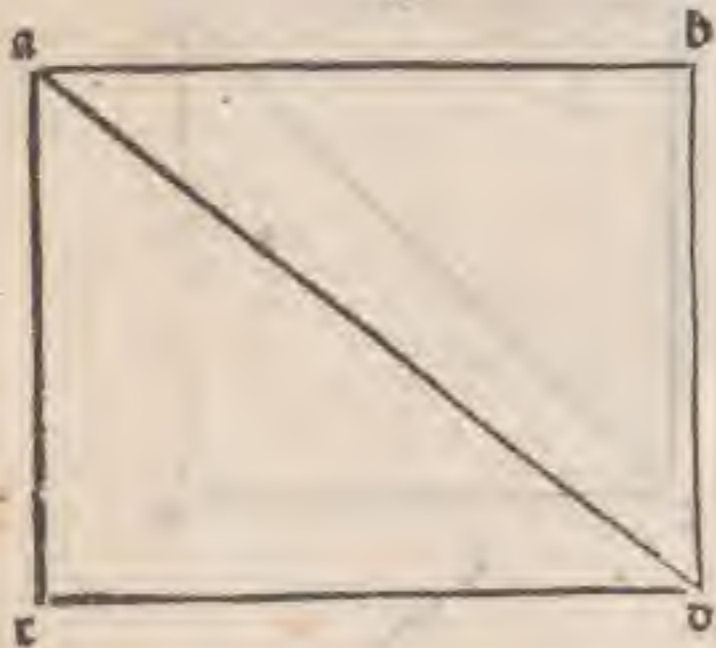
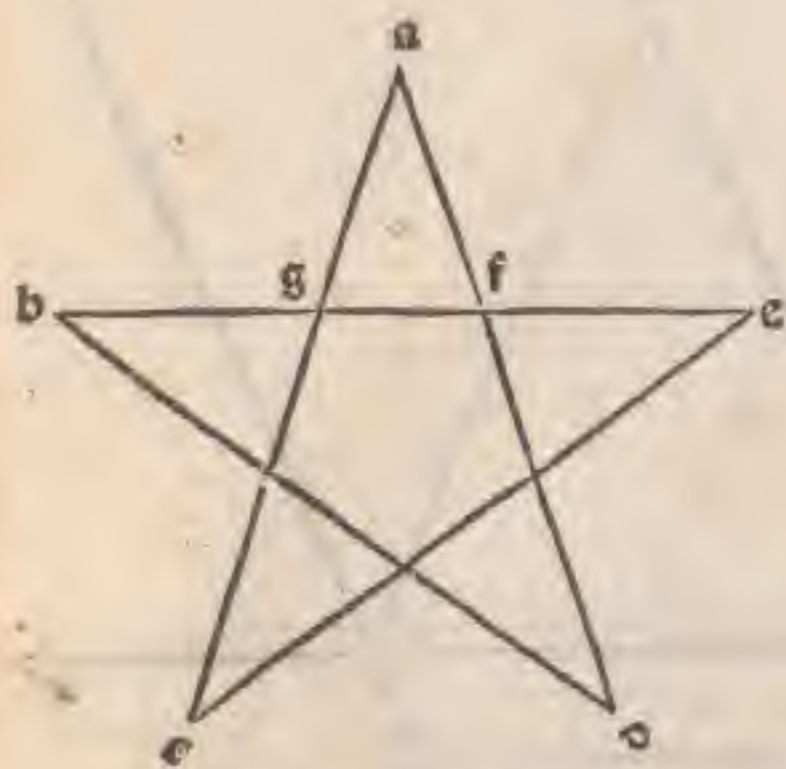
**Propositio .32.**

**Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.**

**S**it triangulus a. b. c. cuius lat<sup>9</sup> b. c. p. trahat<sup>9</sup> vsq3 ad. d. dico qd an  
 gulus. c. extrinsecus ē eq̄lis duob<sup>9</sup> angulis. a. z. b. intrinsecis sibi op  
 positis sil iunctis: z qd tres anguli trianguli. a. b. c. sil iuncti sūt eq̄les duob<sup>9</sup> rectis.  
 A puncto. c. p. traham. c. f. eq̄distante. a. b. fm doctrinā pcedētis: eritq3 angul<sup>9</sup>. f.  
 c. a. eq̄lis angulo. a. qz sūt coalterni p p̄mā ptē. 29. z angulus. f. c. d. extrinsec<sup>9</sup> eq̄lis  
 angulo. b. intrinsec<sup>9</sup> p scōam prem eiusdē: qre tot<sup>9</sup>. a. c. d. extrinsec<sup>9</sup> ē equal<sup>9</sup> duob<sup>9</sup>  
 angulis. a. z. b. intrinsecis sibi oppositis: qd ē p̄mā. z qz duo anguli. a. c. b. z. a. c.  
 d. sūt eq̄les duob<sup>9</sup> rectis p. 13. erūt tres anguli. a. b. z. c. intrinseci eq̄les duob<sup>9</sup> rectis:  
 qd ē scōm ppositū. **E**x hac aut p3 qd ois figure polygonie oēs anguli sil sumpti  
 tot rectis angulis sūt eq̄les quot<sup>9</sup> ē nūer<sup>9</sup> quo a p̄ma destiterit duplicat<sup>9</sup>: vbi grā  
 Polygoniarū figurarū ē triangula p̄ma: qz si ess3 duaz lineaz: cū figura sit clausio  
 linearū: tunc due linee recte includerent supficiē qd ē ipossibile p vltimā petitionē  
 Quadrilatera scōa: pentagona 3<sup>9</sup>. silr aut q̄libet tota erit i ordie quotus erit nu  
 mer<sup>9</sup> laterū aut anguloz ei<sup>9</sup> inde dempto binario. Dico ḡ qd triagule q̄ ē p̄ma oēs  
 anguli sūt eq̄les duob<sup>9</sup> rectis. Quadrilatera q̄ ē scōa erūt eq̄lis q̄tuor rectis z pen  
 thagone q̄ ē trīa erūt eq̄les sex rectis. hoc aut inde manifestū ē qm cū q̄libet talis  
 figura sit in tot triangulos resolubilis quora ipsa fuerit a p̄ma ductis rectilincis  
 a quouis anguloz eius ad oēs angulos oppositos: sintq3 oēs anguli ois trianguli  
 duobus rectis eq̄les erūt oēs laterate figure oēs āguli bis tot rectis equales quora  
 ipsa fuerit a p̄ma: quod ē ppositū. Sit. n. exēpli grā: Pentagon<sup>9</sup>. a. b. c. d. e. a cu  
 ius angulo. a. duca lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq3 tot<sup>9</sup> pentagon<sup>9</sup>  
 resolutus in triangulos. a. b. c. a. c. d. z. a. d. e. quoz cū cuiuslibet sint anguli eq̄les  
 duob<sup>9</sup> rectis erūt pentagoni anguli eq̄les sex rectis: qd ē duplū ei<sup>9</sup> nūeri quo a p̄  
 ma distat siue duplum numeri angulorum aut lateram ei<sup>9</sup> inde dempto binario.  
**P**ossū<sup>9</sup> quoq3 z sic idē pponē dicentes qd ois figure polygonie oēs anguli pa  
 riter accepti sūt tot rectis angulis eq̄les q̄tus est numer<sup>9</sup> quē ei<sup>9</sup> anguli duplicant  
 inde deptis q̄tuor. p̄cto. n. quolibet intra figurā signato z ab eo ad singulos āgu  
 los lineis ptractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quāti fuerit ei<sup>9</sup> anguli:  
 tō q3 oēs anguli oium illoz trianguloz piter accepti tot rectis angulis erūt eq̄les  
 quātus ē numer<sup>9</sup> quē duplicat anguli pposite figure: cū itaq3 sint oēs anguli trian  
 guloz in quos ipsa resoluta ē p̄ctuz mediū circūstātes q̄tuor rectis equales p. 13.  
 manifestū constat ppositū. **S**imilit<sup>9</sup> quoq3 p3 qd ois figure polygonie anguli oēs  
 extrinseci q̄tuor rectis angulis sūt eq̄les: sūt enī intrinseci z extrinseci z bis tot rectis  
 eq̄les quot hūerint angulos per. 13. Intrinseci at sūt bis tot rectis eq̄les quot hūc  
 rit āglos demptis inde q̄tuor: ḡ extrinseci sunt q̄tuor rectis equales: qd ē ppositū.  
 Exēpli gratia: ppositi pentagoni latera p. trahantur vt fiant anguli extrinseci  
 a. b. quidē p. trahat<sup>9</sup> vsq3 ad. f. b. c. vsq3 ad. g. c. d. vsq3 ad. h. d. e. vsq3 ad. k. e. a.  
 vsq3 ad. l. cruntq3 per. 13. duo anguli. a. intrinsecus z. a. extrinsecus equales duo  
 bus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus. z. b. extrinsecus: sic et







ceteri q̄re. a. b. c. d. e. anguli intrinseci z extrinseci decē rectis. demptis igit̄ intrinse  
cis q̄ sūt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. vidz. b. a. l. c. b. f. d. c. g. c. d. b. z. a. e. k. cōles  
q̄ tuoz rectis. ¶ Patet et̄ q̄ oīs pentagoni cui vnūquodqz lat⁹ duo secat ex reliq̄s  
bz. 5. angulos duob⁹ rectis eq̄les. sit q̄lis p̄ponit pentagon⁹. a. b. c. d. e. z secet la /  
tus. a. c. latus. b. e. i p̄cto. g. z lat⁹. a. d. idē latus. b. e. i p̄cto. f. eritqz angul⁹. a. f  
g. eq̄lis duob⁹ angul⁹. b. z. d. cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo. f. d. b. Itēqz  
angul⁹. f. g. a. erit equalis duob⁹ angul⁹. c. z. e. cū sit extrinsec⁹ ad ipsos in triāgulo  
g. c. e. sed duo anguli. a. f. g. z. f. g. a. cū angulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo q̄ /  
tuoz anguli. b. d. z. c. e. sūt cū angulo. a. eq̄les duob⁹ rectis: qd̄ ē p̄positū.

**Propositio .33.**

**S** in sūmitatib⁹ duarū linearū eq̄distantiū z eq̄lis q̄ntitatis  
alie due linee p̄iū ganit ipse quoqz eq̄les z eq̄distātes erūt.  
¶ Sint due linee. a. b. z. c. d. eq̄les z eq̄distātes q̄nū extremitates cō  
iungā p̄ lineas. a. c. z. b. d. quas dico esse eq̄les z eq̄distātes. p̄tra /  
bam. n. lineā. a. d. z qz linee. a. b. z. c. d. sunt equidistātes erit angul⁹  
b. a. d. eq̄lis angulo. a. d. c. p̄ p̄mā ptē. 29. ergo erūt duo latera. a. b. z. a. d. triangu  
li. a. b. d. eq̄lia duob⁹ laterib⁹ d. c. z. d. a. trianguli. d. c. a. z angulus a. p̄mi eq̄lis an  
gulo. d. secūdi. ergo p̄ .4. basis. b. d. p̄mi ē equalis basi a. c. secūdi. z angul⁹. a. d. b.  
p̄mi equalis angulo. d. a. c. secūdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. z  
a. c. equidistantes p̄. 27. z quia p̄iū p̄batū est ipas esse eq̄les: p̄z p̄positū vtrūqz.

**Propositio .34.**

**O**mnis sup̄ficies equidistantibus p̄tenta laterib⁹ lineas  
atqz angulos ex aduerso collocatos habet cōles diame /  
tro z diuidente eam p̄ mediu:  
¶ Sit sup̄ficies. a. b. c. d. equidistantiū laterū: ita q̄ linea. a. b. equidi /  
stet. c. d. z. a. c. b. d. dico duas lineas. a. b. z. c. d. itē duas lineas. a. c  
z. b. d. esse equales. Si r̄ z dico angulū. a. esse eq̄lem angulo. d. z angulū. b. anglo  
c. protraham diametrū. a. d. que etiā diuidet sup̄ficiem illā p̄ mediu. cū. a. b. z. c.  
d. sint equidistantes: erūt anguli. b. a. d. z. c. d. a. qui sunt coalterni cōles per. 29. At  
quia etiā. a. c. z. d. b. sūt equidistantes: erūt anguli. c. a. d. z. b. d. a. qui sunt coalterni  
equales p̄ eandē. Intelligo. n. duos triangulos. a. d. b. z. d. a. c. z quia duo anguli  
a. z. d. trianguli. a. d. b. sunt equales duobus angulis. d. z. a. trianguli. d. a. c. z la  
tus. a. d. sup̄ quod iacet illi anguli i vtroqz triāgulo ē cōc: erit p̄. 26. lat⁹. a. b. eq̄le  
lateri. c. d. z latus. a. c. lateri. b. d. z angulus. b. angulo. c. z quia angulū. a. totalē  
p̄z esse equalē angulo. d. totali p̄ secūdā cōceptōez totū p̄positū cū correla⁹ liquet.

**Propositio .35.**

**O**mnis sup̄ficies equidistantiū laterū sup̄ vnā basim atqz i  
eisdem alternis lineis constitute equales esse p̄bantur.  
¶ Sint due linee. a. b. z. c. d. equidistantes inter quas fiat. a. c. f. e. su  
p̄ficies eq̄distantiū laterū sup̄ basim. c. e. z sup̄ eandē basim z inter  
eas dē lineas fiat alia sup̄ficies. g. c. b. e. simili eq̄distantiū laterū dico  
duas p̄dcās sup̄ficies eē eq̄les quod sic p̄bat. aut. n. linea. c. g. secabit lineam. a. b  
in aliquo puncto linee. a. f. aut in puncto. f. aut i aliquo puncto linee. b. f. secet er /  
go p̄mo in aliquo p̄cto linee. a. f. vt in p̄ma figuratiōe apparet. z qz vtraqz duaz  
linearū. a. f. z. g. b. est equalis linee .c. e. per p̄cedentē vna earū erit equalis alteri



dempta ergo linea .f.g. comuni remanebit .a.g. equalis .f.b. qz p precedentē iterū ē  
a.c. equalis .f.e. z angulus .b.f.e. angulo .g.a.c. per scōam ptē .29. videlicet extrin  
secus intrinseco erit p.4. triangulus .a.c.g. equalis triangulo .f.e.b. ergo irregula  
ri figura quadrilatera que est .g.c.f.e. addita vtriqz erit superficies .a.c.f.e. equal su  
perficiē .g.c.b.e. quod est ppositum. Secet ergo mō linea .c.g. lineā .a.b. in pun  
cto .f. vt in secūda figuratiōe apparet. erūtqz sibi argumentatiōe priori duo tri  
anguli .a.c.f. z .f.e.b. equales quare vtrobiaz addito triangulo .f.e.e. patet pposi  
tum. Secet tertio mō linea .c.g. lineam .a.b. inter duo puncta .f.b. vt in tertia fi  
guratiōe apparet: secabitqz lineam .f.e. sic vt in puncto .k. z quia simili argumē  
tatiōe priori linea .a.f. ē equalis lineē .g.b. facta cōmuni lineā .g.f. erit .a.g. equal  
f.b. z triangulus .a.g.c. equalis triangulo .f.c.b. addito ergo vtriqz triangulo .c.  
k.e. z detracto ab vtroqz triangulo .f.k.g. erit superficies .a.c.f.e. equal superficiē  
g.c.b.e. quod est ppositum.

**Propositio .36**

**Omnia pallelograma in basibus equalibus atqz in eisdez  
lineis constituta equalia esse necesse est.**

**P**arallelogramū dicitur superficies eqdistantiū laterū. Sint due sup  
ficies .a.b.c.d. z .e.f.g.h. equidistantiū laterū constitute inter duas  
lineas equidistantes que sunt .a.f. z .c.b. z super equales bases que  
sunt .c.d. z .g.b. dico eas ēē equales. nam protrabā duas lineas .c.e. z .d.f. eritqz  
per .35. superficies .c.d.e.f. equidistantiū laterum ppter hoc qd .e.f. est equalis z  
equidistans .c.d. nam vtraqz earū est equalis .g.b. quia ergo per pmissas vtraqz  
duarū superficiē .a.b.c.d. z .e.f.g.h. est equalis superficiē .c.d.e.f. ipse erūt sibi  
inuicem equales: quod est ppositum.

**Propositio .37.**

**Quales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eadē basim atqz  
inter duas lineas equidistantes sunt constituti.**

**S**int duo trianguli .a.b.c. z .d.b.c. pstituti super basim .b.c. inter  
duas lineas .a.c. z .b.f. que sint equidistates: dico eas esse equales.  
ptrabam enī .c.g. equidistantē .a.b. z .c.b. equidistantē .d.b. per .31.  
erūtqz due superficies .a.b.c.g. z .d.b.c.g. equales per .35. z quia dicti trianguli  
sunt earū dimidia p correlariū .34. ipse erūt eqles per cōez sciam que est quoz tota  
sūt eqlia z dimidia: sicutqz p3 ppositū.

**Propositio .38.**

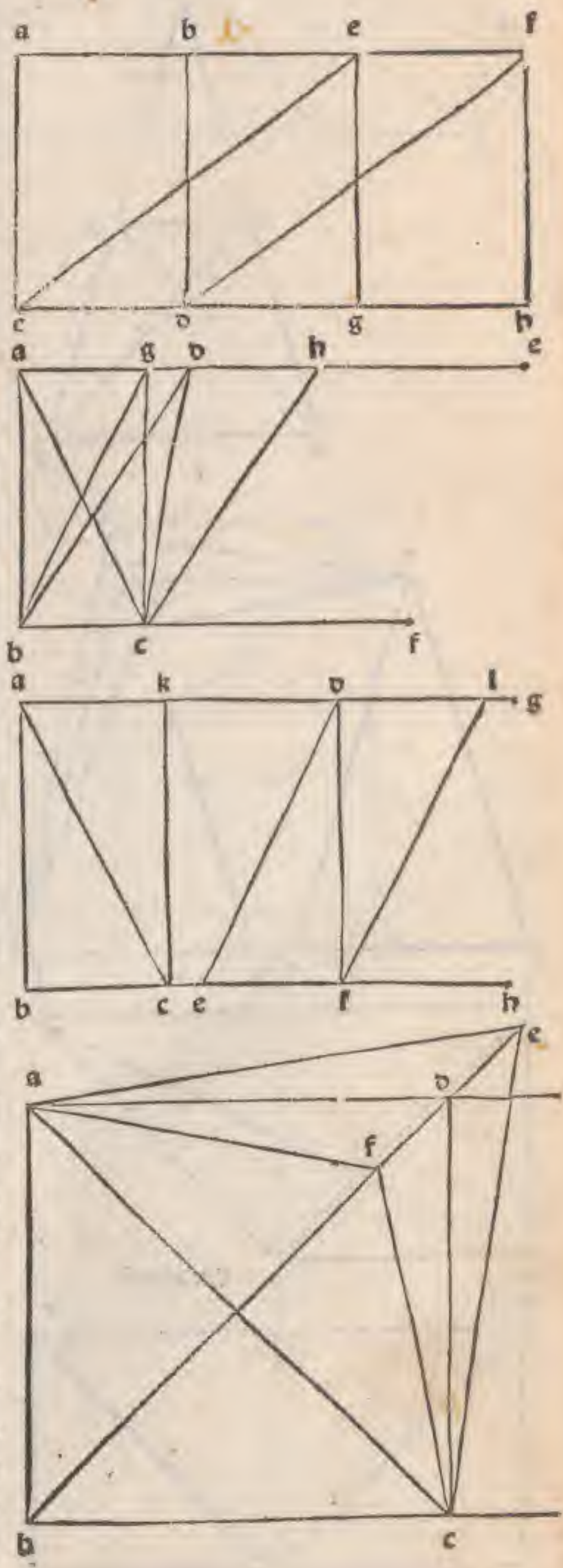
**Si duo trianguli super bases equales atqz inter duas line  
as equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.**

**S**int duo triāguli .a.b.c. z .d.e.f. pstituti sup basē .b.c. z .c.f. eqles  
z int lineas .a.g. z .b.b. eqdistates: dico eos esse eqles. ptrabā enī .  
c.k. eqdistantē .a.b. z .f.l. eqdistantē .e.d. erūtqz due superficies .a.b.  
c.k. z .d.e.f.l. eqles p.36. z qz dicti triāguli sūt earū dimidia p correlariū .34. ipi erūt  
eqles p antedictā cōmunē scientiam.

**Propositio .39.**

**Quos duo triāguli eqles si in eandē basim z ex eadē pte  
ceciderint: inter duas lineas equidistantes erunt:**

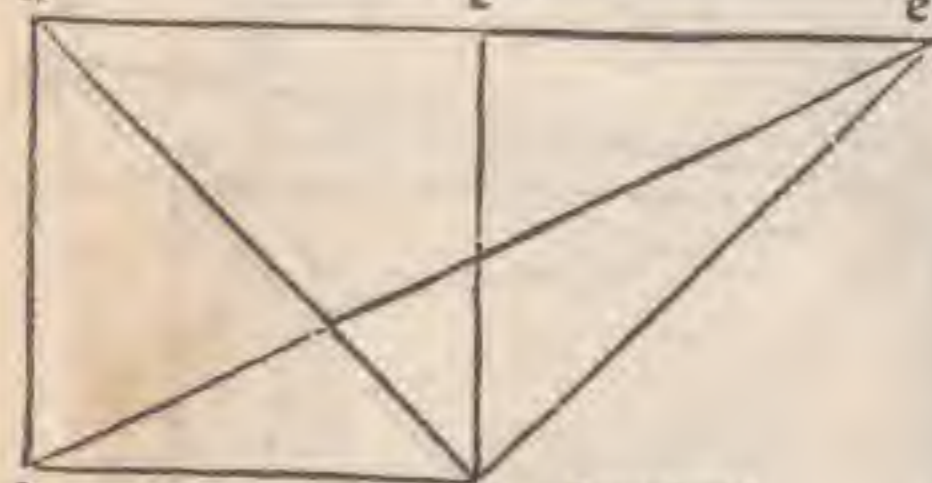
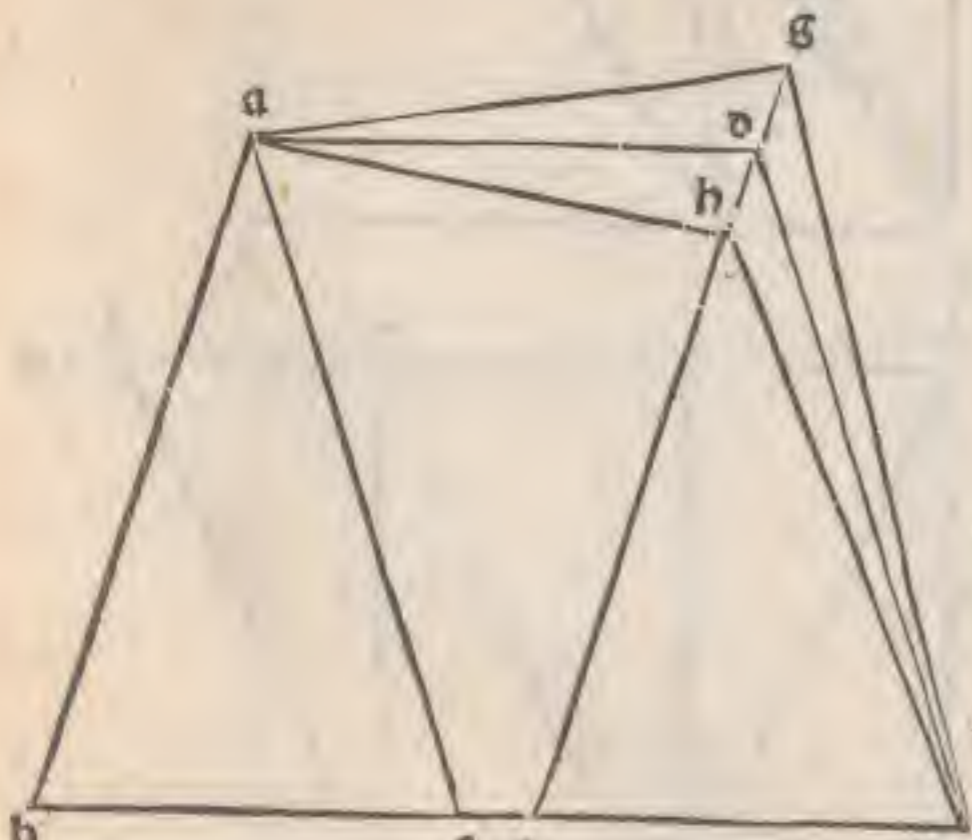
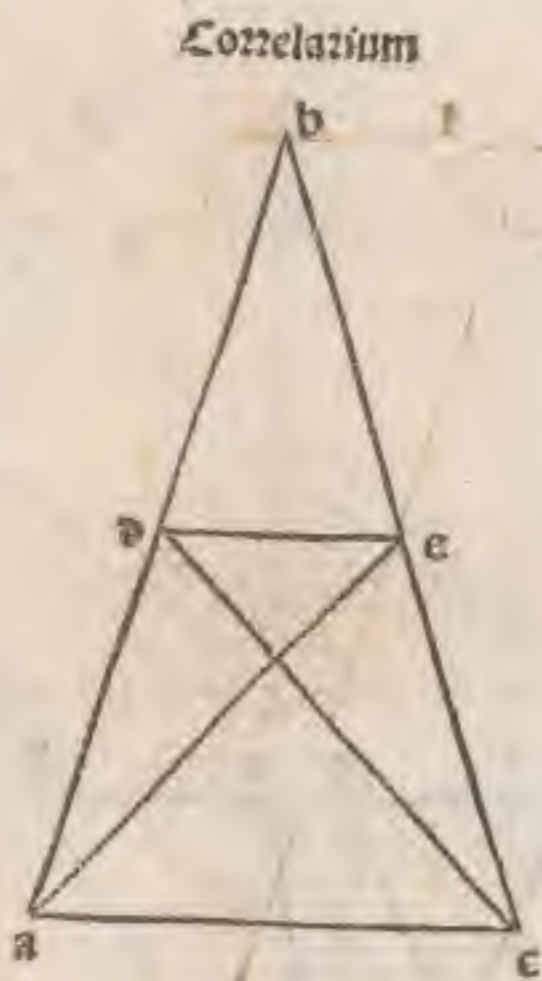
**S**int duo tanguli .a.b.c. z .d.b.c. pstituti sup basi .b.c. ex vna ea/  
demqz pte: sintqz equales: dico eas ēē int lineas equidistantes: z hec  
est conuersa. 37. a puncto .a. ptrabam lineam equidistantēz lineē .b  
c. que si pertransierit per punctū .d. liquet ppositum. Si autem pertransierit su  
pra aut infra: transeat primo supra z sit .a.e. producamqz .b.d. vsquequo secet



*esse demonstratio qd utiqz lat. lundis  
duo latera trianguli p cōez fuerit  
latera z anguli*

*hinc demonstratio p*





lineam .a. e. in puncto .e. et pertraham lineas .e. c. et quia triangulus .c. b. c. est equalis triangulo .a. b. c. p. 37. et triangulus .d. b. c. positus est equalis triangulo .a. b. c. erit triangulus .d. b. c. equalis triangulo .e. b. c. pars toti quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea que a puncto .a. ducitur eque distanter .b. c. supra .d. transeat. ergo infra. et sit .a. f. secans lineam .d. b. in puncto .f. protraham ergo lineam .f. c. et quia per .37. triangulus .f. b. c. est equalis triangulo .a. b. c. ipse etiam erit equalis triangulo .d. b. c. pars toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto .a. equidistanter .b. c. non transit nisi per punctum .d. patet propositum. ¶ Ex hac autem et premissa nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per equa secet vel secuerit ipsa erit tria equidistans quod sic probatur. Sit triangulus .a. b. c. cuius duo latera que sunt .a. b. et .b. c. secet lineam .d. e. per equalia .a. b. quod in puncto .d. et .b. c. in puncto .e. dico quod linea .d. e. est equidistans .a. c. protraham enim in quadrilatero .a. c. e. d. diametros .a. e. et .d. c. eritque per .38. triangulus .a. e. d. equalis triangulo .d. e. b. propter id quod linea .a. d. posita est equalis linee .d. b. Itemque per eandem triangulus .c. e. d. erit equalis eidem triangulo .d. e. b. propter id quod linea .c. e. posita est equalis linee .e. b. quia triangulus .a. e. d. est equalis triangulo .c. e. d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basim videlicet lineam .e. d. et ex eadem parte ipsi erunt per hanc .39. inter lineas eque distantes ergo linea .d. e. est equidistans linee .a. c. quod quidem propositum ad quintam quarti tibi valebit.

**S** In duo trianguli equales super equales bases unius eiusdemque linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas eque distantes necesse est contineri.

¶ Sint duo trianguli .a. b. c. d. e. f. equales constituti super duas bases que sunt .b. c. et .e. f. et ex eadem parte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. et hec est conuersa .38. et probatur per ipsam sicut precedes per .37. a puncto .a. ducatur linea equidistans linee .b. f. que si transierit per punctum .d. patet propositum. sin autem pertransierit supra ut .a. g. et producat .e. d. usque ad ipsum que sit .e. g. et ducatur linea .g. f. eritque per .38. triangulus .a. b. c. equalis triangulo .g. e. f. quare et triangulus .d. e. f. erit equalis triangulo .g. e. f. pars toti quod est impossibile. Non ergo transibit supra: transeat ergo infra. et secet lineam .d. e. in puncto .b. et ducatur linea .f. b. eritque per .38. triangulus .b. c. f. equalis triangulo .a. b. c. quare et triangulo .d. e. f. pars toti quod est impossibile. quia ergo non transibit nisi per punctum .d. patet propositum.

**S** In parallelogrami triangulusque in eadem basi atque in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogrami triangulo duplum esse pueniet.

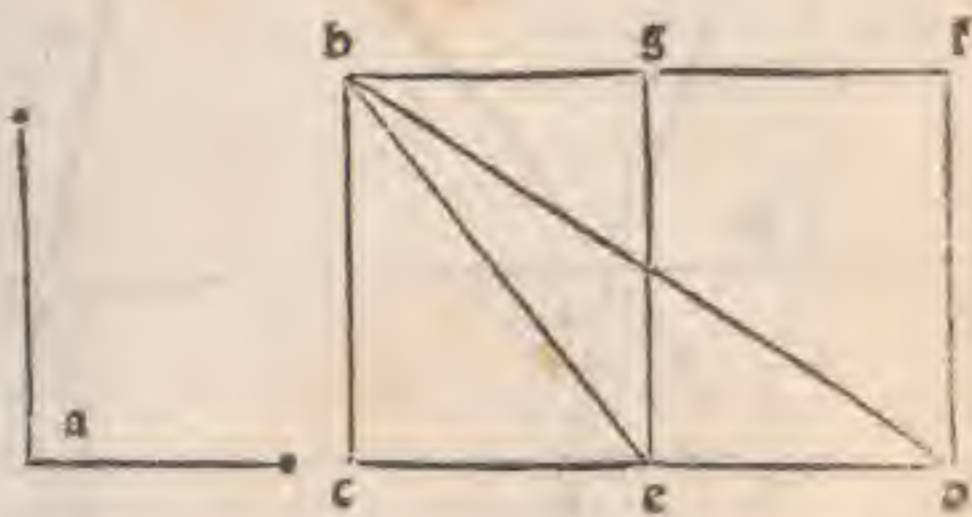
¶ Sit parallelogrami .a. b. c. d. et triangulus .e. b. d. super basim .b. d. et in lineas .a. e. et .b. d. que sint eque distantes: dico parallelogrami duplum esse triangulo protraham in parallelogramo diametrum .a. d. eritque triangulus .a. b. d. dimidium parallelogrami per corollariam .34. et quia triangulus .c. b. d. est equalis triangulo .a. b. d. per .37. per triangulum .c. b. d. est dimidium parallelogrami .a. b. c. d. quod est propositum. Similiter quoque potest probari quod si parallelogrami triangulusque in equalibus basibus atque inter lineas eque distantes fuerint constituta parallelogrami duplum erit triangulo: quod idem non posuit euclides: quod lenit per ex hac precedente correlarium. et .38. diuiso parallelogramo per diametrum in duos triangulos. vel super basim parallelogrami in eadem lineas eque distantes



triangulo constituto ad quē duplū erit parallelogramū per hanc precedentē et ipse equalis alteri triangulo per. 38. **Propositio .42.**

**Q**uidistantium laterum superficiē designare cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

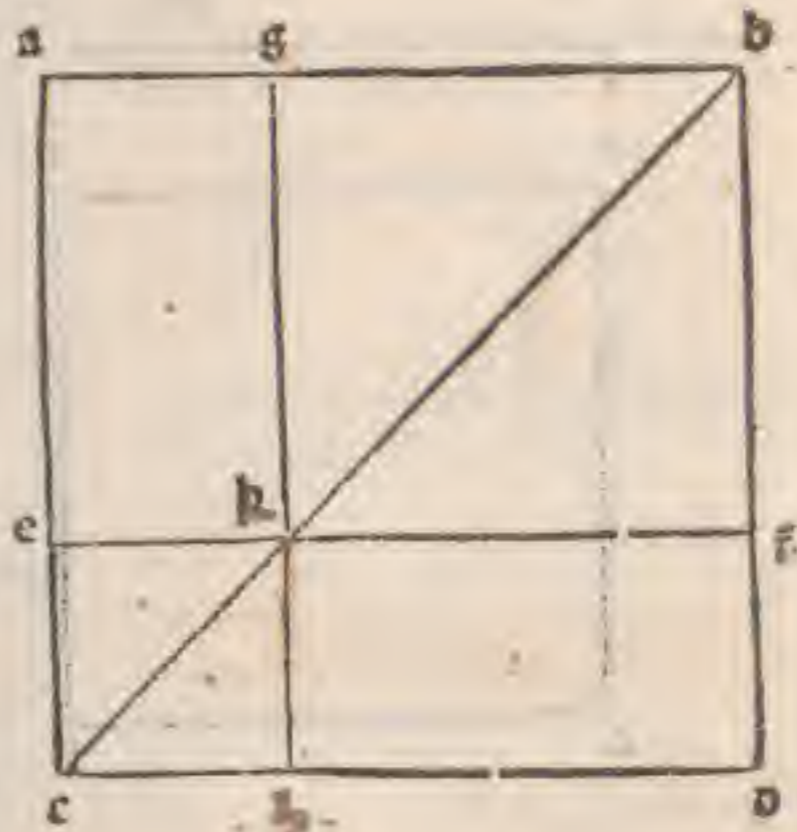
**S**it assignatus angulus. a. et assignatus triangul<sup>o</sup>. b. c. d. volo describere superficiē equidistantium laterū equalē triangulo .b. c. d. cuius utraqz duoz angulorum contra se positoz sit equalis. a. divido basim. c. d. per dimidiū in puncto. e. et protrabo lineā. b. e. et a puncto. b. duco. b. f. equidistantem c. d. eritqz per. 38. triangulus. b. e. d. equalis triangulo. b. e. c. quare triangulus. b. e. d. est dimidiū totalis trianguli. b. c. d. igitur super punctū. e. lineē. d. c. constituo angulum. d. e. g. equalē angulo. a. et perficio parallelogramū. g. e. d. f. quod etiā qz per precedentē ē duplū ad triangulū. b. c. d. erit etiā equalē triangulo. b. c. d. p hanc cōem scienciam: quoz dimidia sunt equalia ipsa quoqz sunt equalia. est enī triangulus. b. e. d. utriusqz dimidiū quare descripsimus palellogramū. g. e. d. f. equalē triangulo. b. c. d. cuius utraqz duoz anguloz. g. e. d. et. d. f. g. cōtrase positozum est eq̄lis angulo. a. quod fuit propositum.



**Propositio .43.**

**O**mnis parallelogrami spaciū eorum que circa diametrū sunt palellogramoz supplementa equa sibi inuicē esse necesse est.

**S**it parallelogramū. a. b. c. d. in quo protrabam diametrum. b. c. et protrabam. e. f. equidistantē utraqz duoz laterū. a. b. et. c. d. que secet diametrum in puncto. k. a quo ducā. k. g. equidistantē utriqz duoz laterū. a. c. et. b. d. et producā eam quousqz secet utriqz lat<sup>o</sup>. a. b. et. c. d. sitqz tota. g. k. h. erit qz totum palellogramū. a. b. c. d. diuisum in quatuor palellograma quoz duo scz. e. c. k. b. et. g. k. b. f. dicunt consistere circa. c. b. qz diametrum transit per medium eorum et ideo sunt circa diametrum: reliqua duo sciūcet. a. e. g. k. et. k. b. f. d. dicunt supplementa hec duo supplementa dicunt eē equalia. sunt enī duo trianguli. a. b. c. et. c. d. b. equalēs p conel. 34. sūt quoqz duo trianguli. g. k. b. et. f. k. b. sūt equalēs per idē conel. 34. At duo trianguli. e. c. k. et. k. b. c. sūt equalēs p idē conelariūz deceptis igitur duobus triangulis. b. g. k. et. k. c. c. de totali triāgulo. a. b. c. ac duobus triangulis reliquis. b. f. k. et. k. c. b. de totali triangulo reliquo. c. d. b. erunt per cōem sciām residua: que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est propositum.

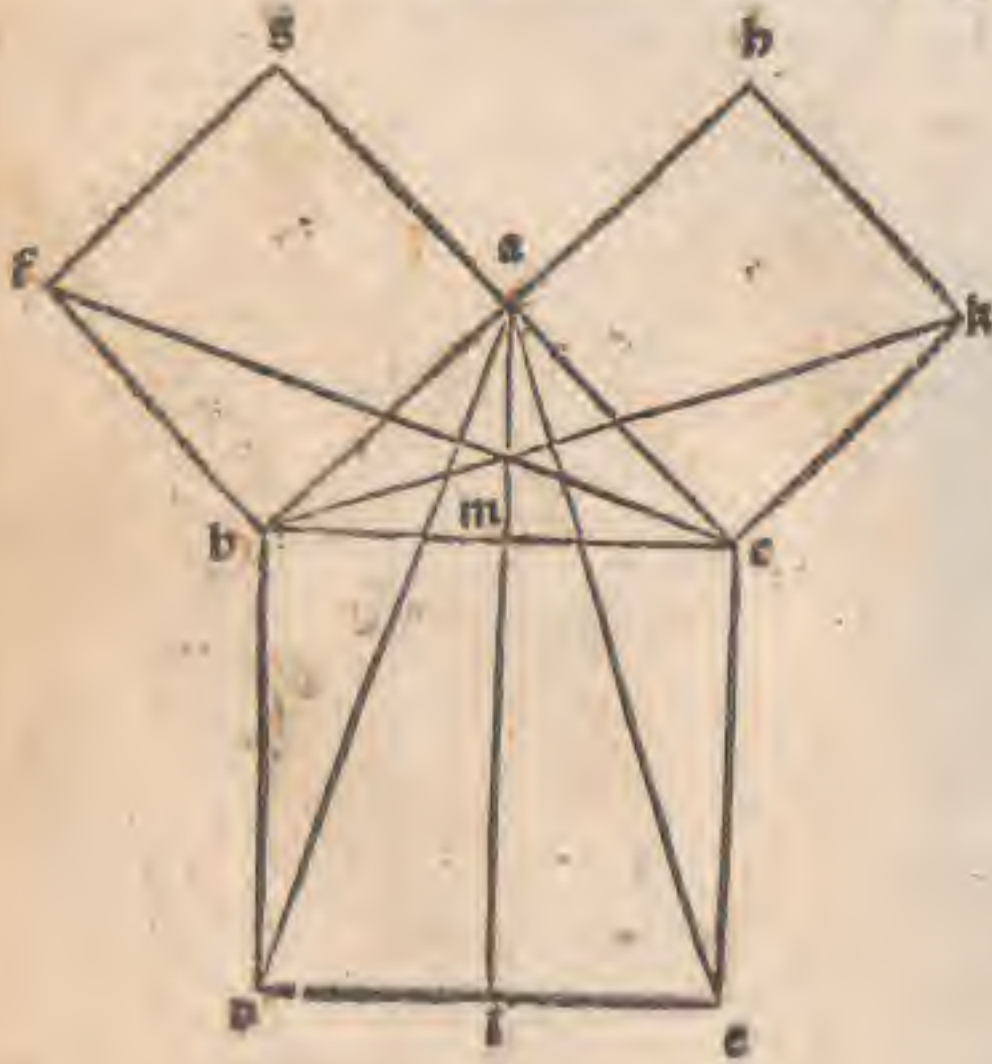
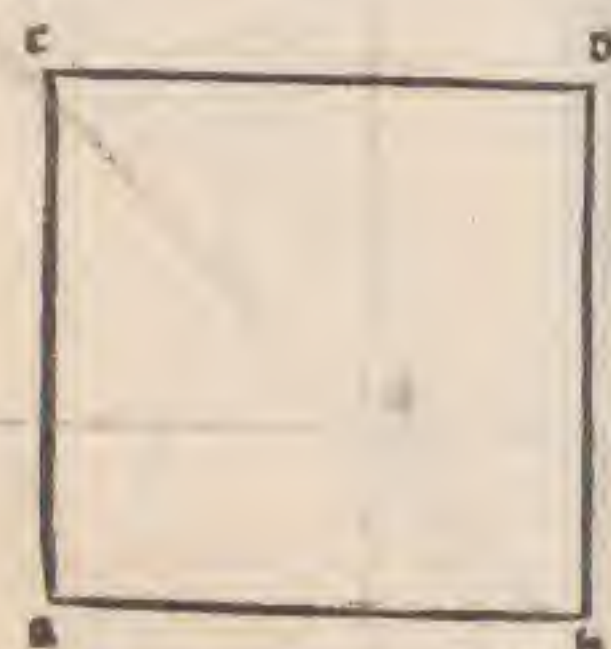
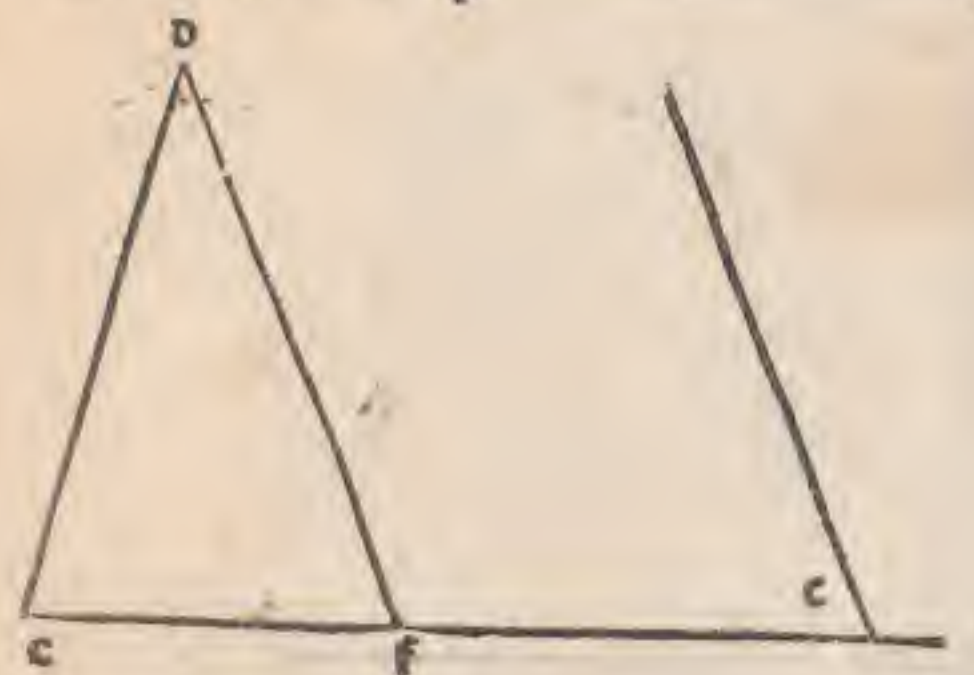
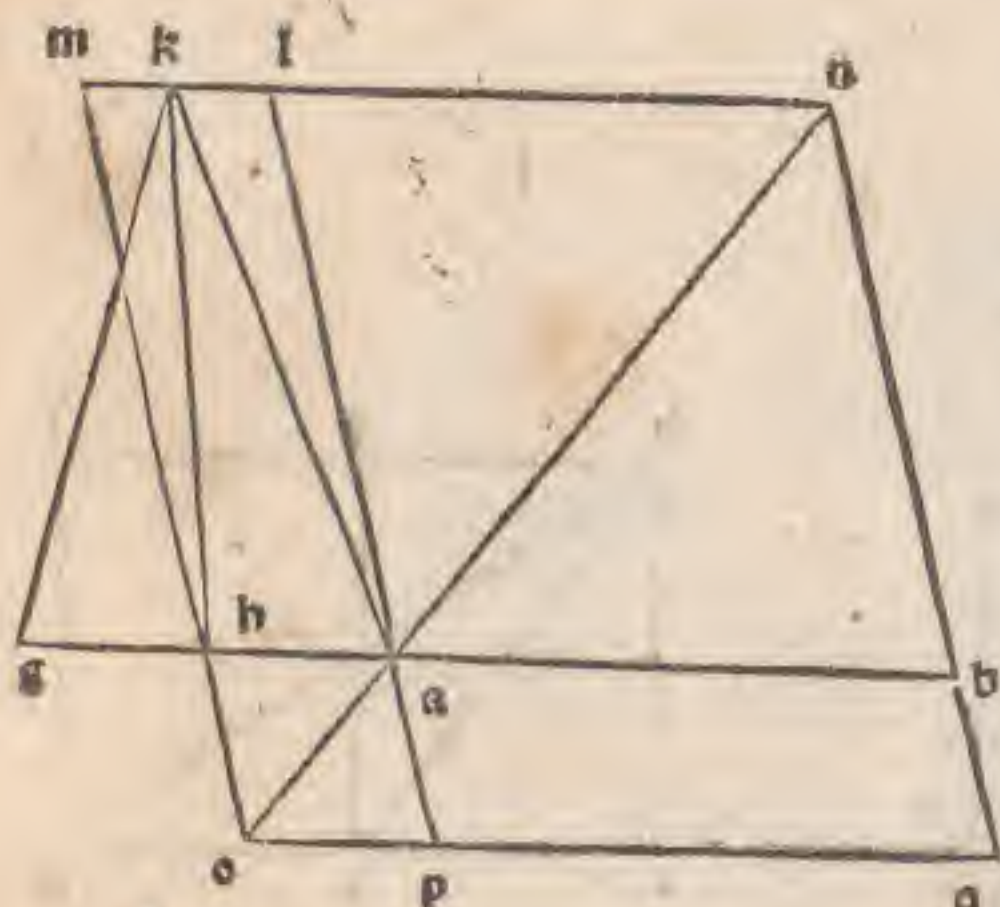


**Propositio .44.**

**R**oposita linea recta sup eam superficiē equidistantiū laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

**D**esignare superficiē equidistantiū laterū super lineā aliquā ē lineā ipsā facere latus unū ipsi<sup>o</sup> superficiē. Sit ergo data linea. a. b. et dat<sup>o</sup> triangulus. c. et datus triangulus. d. e. f. super lineā. a. b. volo designare superficiē unā equidistantiū laterū ita qz linea. a. b. sit unū ex lateribus eius cuius utraqz duorum angulorum contra se positozum sit equalis angulo. c. et ipsa totalis superficies sit eq̄lis triangulo. d. e. f. differt autem hec a. 47. qz hic dat<sup>o</sup> latus unius superficiē describende scz linea. a. b. ibi autem nullum. cū er<sup>o</sup> voluero facere adiungo lineam. a. g





linee .a.b. fm rectitudinem: qua pono equalem linee .c.f. basi trianguli dati super qua constituo triangulum unum ei equale et equilaterum. quod hoc modo facio. Constituo angulum .m.a.g.k. equalem angulo .e. et angulum .g.a.k. equalem angulo .f. per .23. et quia .g.a. posita fuerat equalis .c.f. erit per .26. triangulus .g.a.k. equalis et equilateralus triangulo .c.f.d. dividam ergo .g.a. per equalia in puncto .h. et pertraham .k.b. et producam a puncto .k. lineam .m.k.n. equidistantem linee .g.b. eritque per .38. triangulus .a.b.k. equalis triangulo .g.b.k. tunc super punctum .a. lineam .g.a. faciam angulum .g.a.l. per .23. equalem angulo .c. dato: et complebo super basim .a.b. et inter lineas .g.b. et .m.n. equidistantes superficiem equidistantiorem laterum .m.l.b.a. que per .41. dupla erit ad triangulum .k.b.a. quare equalis totali triangulo .k.g.a. quare et triangulo .d.e.f. proposito: pertraham ergo .b.n. equidistantem .a.l. et producam diametrum .n.a. quam pertraham quousque concurrat cum .m.b. in puncto .o. et complebo superficiem equidistantiorem laterum .m.o.n.q. et pertraham .l.a. usque ad .p. eritque per precedentem supplementum .a.b.p.q. equale supplemento .m.l.b.a. quare et triangulo .d.e.f. et per .15. angulus .l.a.b. est equalis angulo .b.a.p. et ideo angulus .b.a.p. est equalis angulo .c. per super datam lineam .a.b. descriptam esse superficiem equidistantiorem laterum .a.b.p.q. equalem dato triangulo .d.e.f. cuius uterque duorum angulorum contra se positorum qui sunt .a. et .q. est equalis dato angulo .c. quod fuit propositum.

Propositio .45.

**Q**uod data linea quadratum describere.  
 Sit data linea .a.b. ex qua volo quadratum describere: a punctis .a. et .b. lineam .a.b. educo per .11. lineas .a.c. et .b.d. perpendiculares ad lineam .a.b. que erunt equidistantes per ultimam partem .28. et pono utramque earum eidem .a.b. per secundam equalem et pertraham lineam .c.d. eritque ipsa equalis et equidistans linee .a.b. per .33. et quia uterque duorum angulorum .a. et .b. est rectus. erit uterque duorum .c. et .d. rectus per ultimam partem .29. ergo per definitionem .a.b.c.d. est quadratum quod est propositum. Idem aliter sit .a.c. perpendicularis super lineam .ab. per .11. et sit ei equalis ut prius et a puncto .c. per .31. ducatur .c.d. equidistans .a.b. et ponatur equalis ei et ducatur linea .d.b. que per .33. erit equalis et equidistans .a.c. et omnes anguli recti per ultimam partem .29. quare per definitionem habemus propositum.

Propositio .46.

**I**n omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur equum est duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.  
 Sit triangulus .a.b.c. cuius angulus .a. sit rectus dico quod quadratum lateris .b.c. equum est quadrato .a.b. et quadrato .a.c. si sumptis. Quadrabo ergo hec tria latera secundum doctrinam precedentis: sitque quadratum .b.c. superficies .b.c.d.e. et quadratum .b.a. superficies .b.f.g.a. et quadratum .a.c. superficies .a.c.b.k. ab angulo .a. recto ducta ad bases .d.e. basis maximi quadrati tres lineas .f.a.l. equidistantem utriusque lateri .b.d. et .c.e. que secant .b.c. in puncto .m. et pertraham .a.d. et .a.e. uterque a duobus reliquis angulis trianguli que sunt .b. et .c. ducta ad duos angulos duorum quadratorum minorum duas lineas se intersectantes intra ipsum



triangulū que sunt .b. k. z. c. f. z qz vterqz duoz angulorum .b. a. c. z .b. a. g. est rect<sup>9</sup> per .14. erit .g. c. linea vna: eadē rōne erit .b. h. linea vna. qz vterqz duoz angulorum .c. a. b. z .c. a. b. est rectus: quia ergo sup basim .b. f. z inter duas lineas equidistantes q̄ sunt .c. g. z .b. f. cōstituta sūt pallelogramū .b. f. g. a. z triāgul<sup>9</sup> .b. f. c. erit p. 41: pallelogramū .b. f. g. a. duplū triāgulo .b. f. c. s; triāgul<sup>9</sup> .b. f. c. ē eq̄lis triāgulo .b. a. d. p. 4. quia .f. b. z .b. c. latera primi sunt equalia .a. b. z .b. d. lateribus postremi .et angulus .b. primi ē equalis āgulo .b. postremi. eo qz vterqz cōstat ex angulo recto z angulo .a. b. c. comuni. ergo pallelogramū .b. f. g. a. est duplum ad triāguloz .a. b. d. sed pallelogramū .b. d. l. m. est duplū ad eundē triangulū. p. 41. qz cōstituti sūt sup eandem basim sc; .b. d. z inter lineas equidistantes que sunt .b. d. z .a. l. ergo per cōmunē sciam quadratū .a. b. f. g. z pallelogramū .b. d. l. m. sunt equalia. qz eorum dimidia videlicet predicti trianguli sunt equalia Eodē mō z per easdē ppositiōes mediantib<sup>9</sup> triangulis .k. b. c. z .a. e. c. pbabim<sup>9</sup> q̄dratū .a. c. b. k. ē equale pallelogramo .c. e. l. m. q̄re p; ppositū. **Propositio .47.**

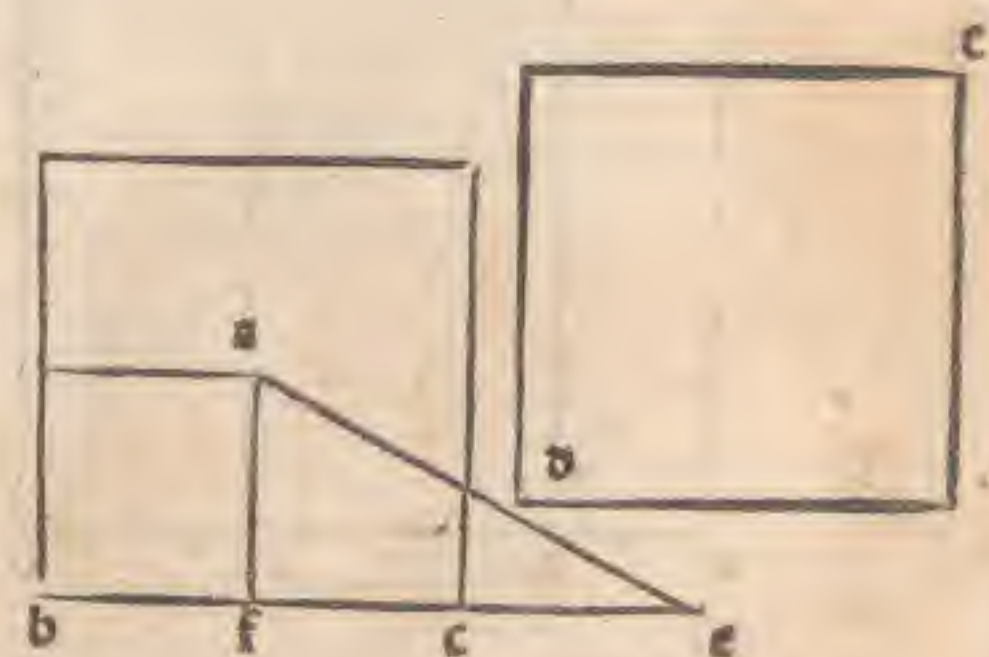
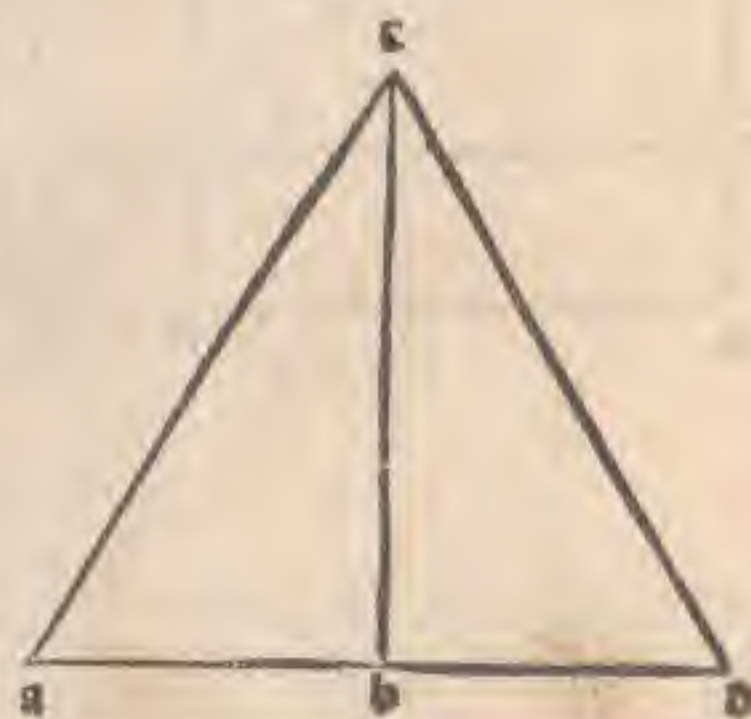
**S** qd ab vno trianguli latere in se ipsū ducto pducit: equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis laterib<sup>9</sup> describuntur. rectus est angulus cui latus illud opponitur.

**L**ineā in se ipsam ducere est eius quadratū describere. **S**it triangulus .a. b. c. sitqz quadratum lateris .a. c. equale quadratis duorum laterū .a. b. z .b. c. simul iunctis. dico angulū .b. cui latus .a. c. opponit esse rectū: z hec est cōuersa prioris. **A** puncto .b. extraho lineā .b. d. p. n. ppendicularē super lineam .b. c. quā pono equalem .a. b. z produco lineam .d. c. eritqz per precedentē quadratum .d. c. equale duobus quadratis quarum linearum .d. b. z .b. c. z qz .b. d. posita est equalis .b. a. erunt per cōmunē sciētiā que est linearū equaliū equalia esse quadrata: quadrata duarū lineaz .a. b. z .b. d. equalia: quapropter erit quadratum .d. c. equale quadrato .a. c. ergo per aliam cōmunem sciētiā que ē cōuersa prioris sc; lineas quaz quadrata sunt equalia esse equales: erit .d. c. equalis .a. c. quare p. 8. angulus .b. triāguli .a. b. c. ē rectus qd ē ppositū.

**Propositio .48.**

**P**ropositis quibuscunqz quadratis alteri illoz gnomonē reliquo equalem describere.

**P**roponant ergo duo quadrata sc; .a. b. z .c. d. z sit ppositū producere gnomonē circa .a. b. equalem .c. d. quadrato: protrahat itaqz vnū latus quadrati .a. b. ad equalitatem vni<sup>9</sup> lateris quadrati .c. d. in continuum z directum z sit .f. e. ita qz .f. e. sit equale vni laterū quadrati .c. d. z ex .e. ducā lineam rectā ad .a. sit ergo triangul<sup>9</sup> orthogoni<sup>9</sup> quia .f. ē angul<sup>9</sup> rectus arguat ergo sim penultimā primi sic: q̄dratū .e. a. ē tm̄ quātū q̄dratū .c. f. z q̄dratū .f. a. sed q̄dratū .c. f. ē eq̄le q̄drato .c. d. z quadratū .f. a. est equale quadrato .a. b. ergo quadratū .a. e. est equale quadratis .a. b. z .c. d. Item .c. f. a. est triangulus ergo .e. f. z .f. a. latera sunt longiora .a. e. latere. secūdū .20. primi. sed .f. a. est equalis: a. b. rōne quadrature: ergo .e. f. z .f. b. sunt longiora .a. e. ergo illa totalis linea sc; .e. b. est maior .a. e. refecit ergo .b. e. ad equalitatē .a. e. ad punctū .c. ita qz .b. c. sit equalis .a. e. ergo quadratum .b. c. est equale quadrato .a. e. sed quadratū .a. e. vt prius pbatū fuit ē equale quadratis .a. b. z .c. d. ergo quadratū .b. c. ē equale eisdem sed quadratum .b. c. addit super quadratum .a. b. gnomonē illū que vides. ergo gno-





mo ille est quadrato .c.d. equalis. quod erat probandum. *Explicit liber primus*  
*Incipit liber secundus.*



**O**mnis parallelogramū rectāgulū sub dua /  
 b<sup>9</sup> lineis āgulū rectū ābiētib<sup>9</sup> dicit<sup>9</sup> contineri.  
**P**arallelogramū est superficies equidistantiū laterū  
**P**arallelogramū rectangulū est habens omnes  
 angulos rectos. et pducit<sup>9</sup> ex vno duorū laterū eius  
 ambiētū vnū ex suis angulis in reliquū. et ideo  
 sub illis dicitur cōtineri.

**O**mnis parallelogrami spacij ea qdē q̄  
 diameter secat p mediū palellograma  
 circa eandē diamet<sup>9</sup> cōsistere dicunt<sup>9</sup>. Eorū  
 vero parallelogramorū que circa eandē dia

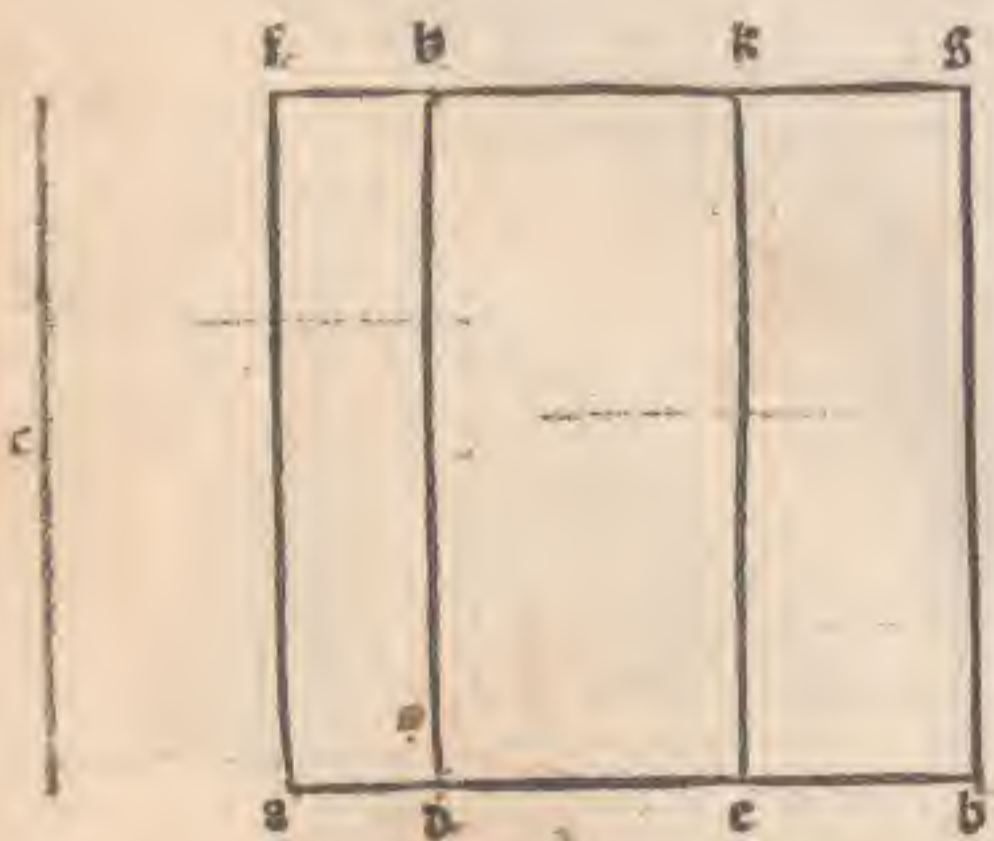
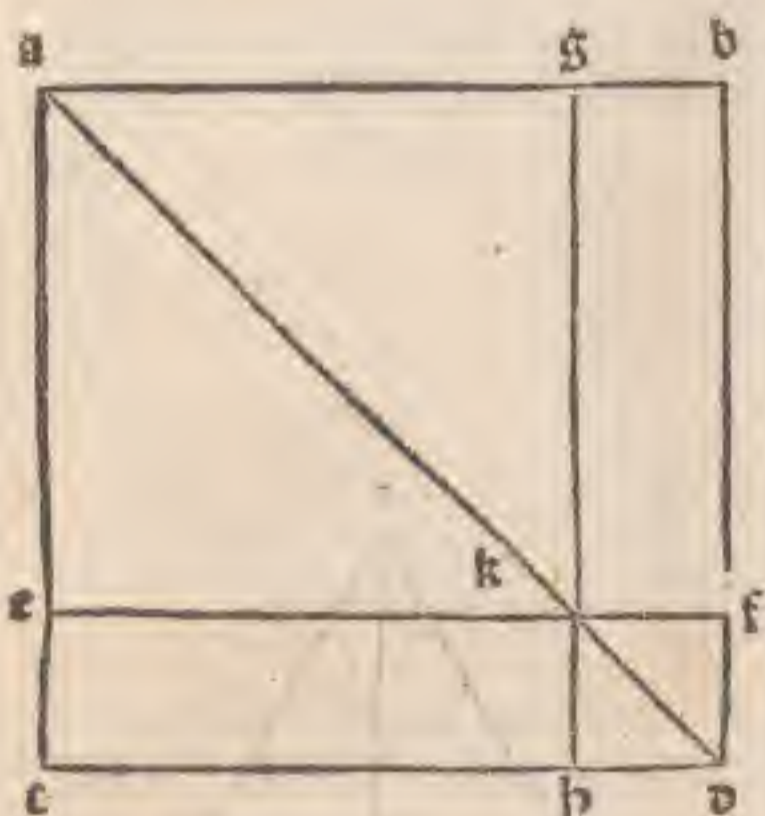
metrū consistūt quodlibet vnū cū supplementis duob<sup>9</sup> gnomone noiat<sup>9</sup>.  
**Q**ue parallelograma dicunt<sup>9</sup> cōsistere circa diamet<sup>9</sup>. et que sūt supplementa: expo  
 sitū est supra in demonstratione. 43. primi. **S**it enim parallelogramū .a.b.c.d.  
 cuius diameter .a.d. diuidant due linee .e.f.g.b. ducte equidistanter: laterib<sup>9</sup> oppo  
 sitis dicti parallelogrami. secātes se sup diamet<sup>9</sup> .a.d. in puncto .k. eritq<sup>9</sup> ipsum  
 parallelogramū diuisū in .4. parallelograma et vnūquodq<sup>9</sup> duorū parallelogra  
 morū que sunt .a.g.e.k. et .k.f.b.d. que diameter secat p medium dicitur consistere  
 circa diamet<sup>9</sup>. Reliqua duo que diameter nō secat dicunt<sup>9</sup> supplementa q̄ duo sup  
 plementa cū vtroq<sup>9</sup> dictorū parallelogramorū cōsistentiū circa diamet<sup>9</sup> cōponūt fi  
 gurā quādā q̄ gnomone appellat<sup>9</sup> cui deest ad cōplemētū palellogrami palellogramū  
 vnū reliquū circa diamet<sup>9</sup> cōsistēs: qd̄ si addat<sup>9</sup> supra diamet<sup>9</sup> totalis cōpositi cōsi  
 stet. eritq<sup>9</sup> simile totali. Unde palellogramū addito gnomone quāuis crescat mi  
 nime tñ alterat<sup>9</sup>. quēadmodū dixit Aristoteles in predicamentis.

**Propositio .i.**



**S**i fuerint due linee quarū vna in quodlibet partes diui  
 datur. illud qd̄ ex ductu alterius in alteram fiet. equum erit  
 bis que ex ductu linee indiuise in vnāquāq<sup>9</sup> partem linee  
 particulatim diuise rectangula producentur.

**L**ineā in aliam lineā ducere ē supra terminos vnus eaz duas line  
 as orthogonaliter alij eq̄les erigere. et superficie equidistantiū laterū rectāgulū cōplere  
 q̄ sub illis duab<sup>9</sup> lineis per diffinitionem dicitur contineri. **S**unt due linee .a.b.  
 et .c. quarū vna scz .a.b. in quodlibet pres diuidat<sup>9</sup> que sint .a.d. et .d.e. et .e.b. dico qd̄  
 illud quod fit ex ductu .c. in totū .a.b. equū est illis parallelogramis rectangulis si  
 mul iunctis que fiūt. ex .c. i. a.d. et i. d.e. et in .e.b. **S**up pūcta .a.b. erigā lineas .a  
 f. et .b.g. perpendiculares sup lineā .a.b. quarū vtraq<sup>9</sup> sit eq̄lis linee .c. et complebo re  
 ctangulā superficiē .a.f.b.g. ducta lineā .f.g. que per diffinitionē producit<sup>9</sup> ex .c. in .a  
 b. et sub illis dicit<sup>9</sup> contineri. protraham quoq<sup>9</sup> a punctis .d. et .e. lineas .d.b. et .e.k.  
 equidistantes lateribus .a.f. et .b.g. eritq<sup>9</sup> vtraq<sup>9</sup> earū eq̄lis. c.p. 34. primi vtraq<sup>9</sup>  
 eaz est eq̄lis .a.f. p diffinitionē igit<sup>9</sup> rectangulū .a.d.f.b. pducit<sup>9</sup> ex .c. i. a.d. et sub  
 illis dicitur cōtineri et rectangulū .d.b. et .e.k. ex .c. in .d.e. et rectangulū .e.k.b.g. ex  
 c. in .e.b. et qd̄ hec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo .a.f.b.g.  
 patet vtz eē ppositum.





Propositio .2



**S**i fuerit linea in tres partes diuisa. illud quod ex ductu totius linee in seipsa fit: equum erit his quod ex ductu eiusdem in omnes suas partes. **S**it linea .a.b. diuisa in .a.c. .z. c.d. .z. d.b. dico quod illud quod fit ex ductu totius .a.b. in se quod sit .a.c.b.f. equum est his que fiunt ex ipsa tota in vnamquamque dictarum partium quod palam patebit. ductis .c.g. .z. d.b. equidistanter .a.c. .z. b.f. **A**lter sumatur .k. collis .a.b. eritque per premissam quod fit ex ductu .k. in totam .a.b. equum ei quod fit ex ductu .k. in omnes partes .a.b. et quod ex .k. i .a.b. tantum fit quantum ex .a.b. in se. et ex .k. in omnes partes .a.b. quantum ex .a.b. in omnes partes eiusdem. propter id quod .k. .z. a.b. sunt equales patet vix esse propositum.

Propositio .3:



**S**i fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alteram partem equum erit his quod ex ductu eiusdem partis in seipsam et alterius in alteram.

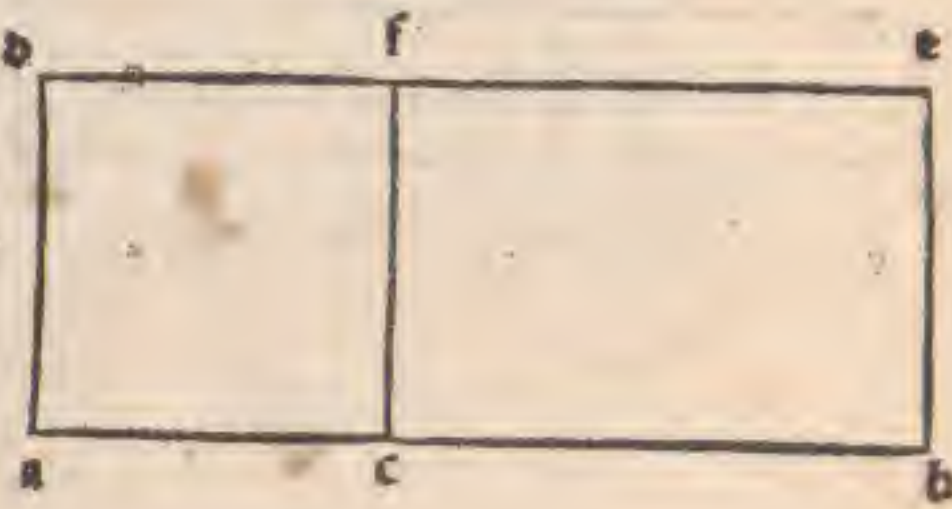
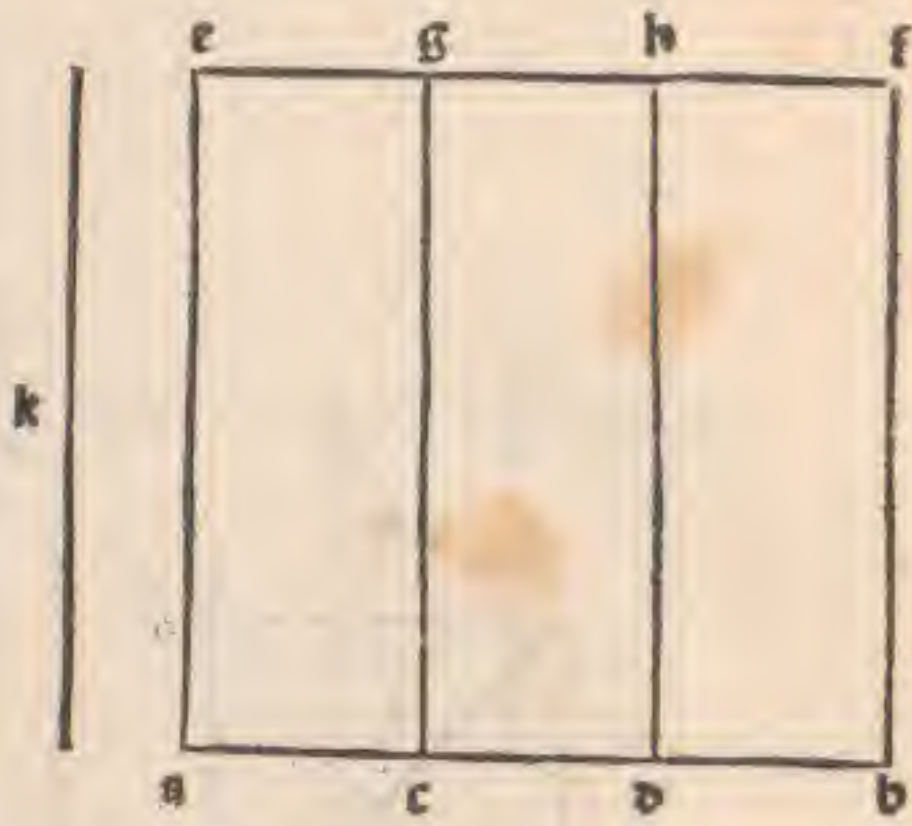
**S**it linea .a.b. diuisa in .a.c. .z. b.c. dico quod illud quod fit ex tota .a.b. in eius partem .a.c. equum est quadrato eiusdem .a.c. partis. et ei quod fit ex eadem parte .a.c. in .b.c. fiat quadratum linee .a.c. quod sit .a.c.d.f. et perficiatur superficies .a.b.d.e. patebitque propositum. **A**lter sumatur .g. collis .a.c. et quod .b.a. in .a.c. tantum est quantum .a.c. in .a.b. e converso. et .a.c. in .a.b. et in .c.b. et in seipsa quantum .g. i eadem. **A**t .g. in tota .a.b. quantum in .a.c. et in .c.b. per primam huius patet propositum scilicet quod tunc erit .a.c. i .a.b. quantum in se et in .c.b. quod e converso. a.b. i .a.c. quantum .a.c. in se. et in .c.b. quod volumus demonstrare.

Propositio .4.



**S**i fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex ductu totius in seipsa fit: equum est his quod ex ductu vtriusque partis in seipsam et alteram in altera bis. **E**x hoc manifestum est quod in omni quadrato due superficies quas diameter secat per medium sunt ambe quadrate.

**S**it linea .a.b. diuisa in .a.c. .z. b.c. dico quod quadratum totius .a.b. equum est duobus quadratis duarum linearum .a.c. .z. b.c. duplo eius quod fit ex ductu vnius eorum in alteram: describam quadratum alterius partialium sitque .c.d.b.e. quadratum linee .c.b. cui adiungam gnomonem secundum ductum directiuum linee alterius scilicet .a.c. quod faciam hoc modo. in quadrato descripto protraham diametrum .b.d. et a puncto .a. educam perpendicularem super lineam .a.b. que sit .a.k. quam .a.k. et diametrum .b.d. producam usque quo concurrant in puncto .f. et a puncto .f. producam .f.h. equidistantem linee .a.b. quam .f.h. et .b.c. producam usque quo concurrant in puncto .g. et producam .c.d. usque ad .b. et .e.d. usque ad .k. **E**t quia duo latera .d.e. .z. e.b. trianguli .d.e.b. sunt equalia: erunt per .5. primi duo anguli .e.d.b. et .e.b.d. equales: et quod angulus .e. est rectus erit per .32. primi vterque eorum medietas recti. **E**adem ratione vterque duorum angulorum .c.d.b. et .c.b.d. erit medietas recti. quare per secundam partem .29. primi erit vnusquisque quatuor angulorum qui sunt .b.f.d. et .b.d.f. et .k.f.d. et .k.d.f. medietas recti ergo per .6. primi .f.g. et .g.b. sunt equalia. similiter quoque .f.a. et .a.b. pari ratione .f.b. et .b.d. itaque .f.k. et .k.d. quare vtraque duarum superficierum .a.b.g.f. et .k.d.b.f. est quadrata et quod totale quadratum .a.b.f.g. quod est quadratum linee .a.b. constat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum que sunt quadrata duarum linearum .a.c. .z. c.b. et ex duobus supplementis quorum vnusquisque producit ex .a.c. in .b.c. patet propositum nostrum. **A**lter sit linea .a.b. vt prius diuisa in .a.c. .z. c.b.



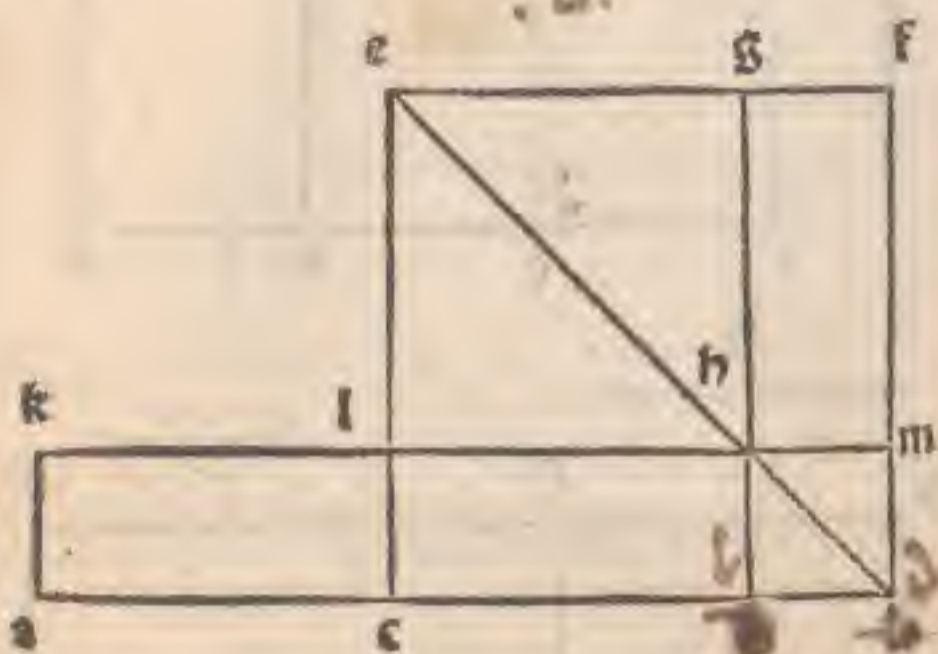


eritq; p. 2. huius quod fit ex tota. a. b. in se: equū ei qđ fit ex ipsa in. a. c. z. c. b. sed ex ipsa in. a. c. tm̄ fit quātū ex. a. c. in se. z. ex. a. c. in. b. c. p. 3. hui⁹. Itēq; ex ipsa a. b. tota in. b. c. tm̄ fit quātū ex. c. b. in se. z. ex. c. b. in. a. c. per eandem. ergo qđ fit ex tota. a. b. in se equū ē ei qđ fit ex. a. c. in se z. in. c. b. z. ex. c. b. in se. z. in. a. c. qđ est propositum. Sed hac via non patet conelariū. sicut via precedenti patet. vn / de prima est auctori magis consena.

Propositio .5.



**S**i linea recta per duo equalia duoq; iequalia secetur. qđ sub inequalibus totius lectionis rectangulū continet cū eo quadrato qđ ab ea que inter vtrasq; ē sectiones describitur equum est ei quadrato qđ a dimidio totius linee i se ducto describitur.

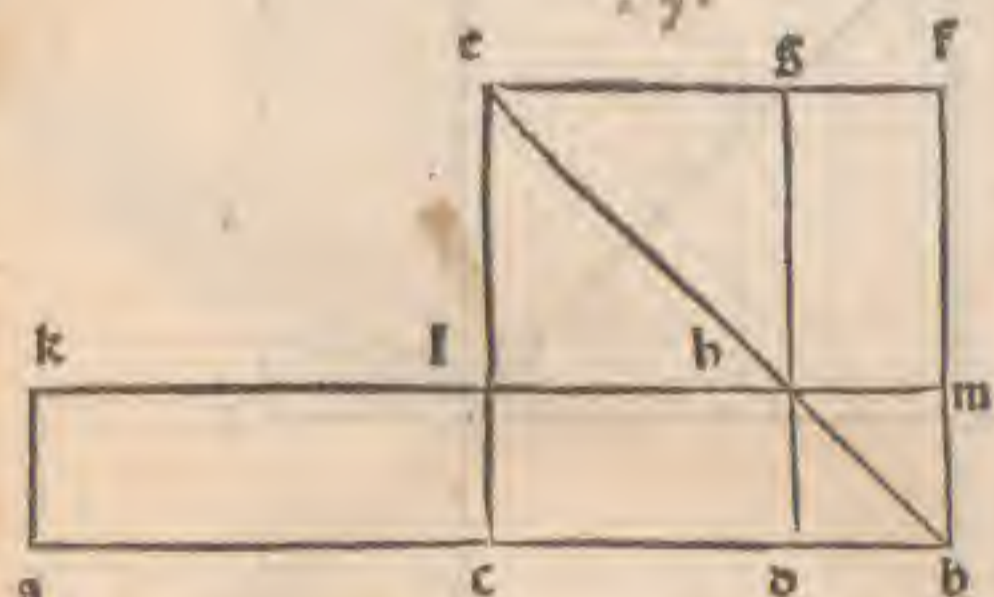


**S**it linea. a. b. diuisa p equalia in pūcto. c. z p inequalia in puncto. d. dico qua / dratus. c. b. esse equale ei qđ fit ex. a. d. in. d. b. z qđrato. c. d. **D**escribā quadra / tum. c. b. qđ sit. c. b. f. e. in quo p traham diametru. e. b. z ducā. d. g. equidistantē b. f. qđ secet diametru. e. b. i pūcto. b. z a pūcto. b. educā eqdistatē linee. a. b. qđ sit. b. k. secās lineā. b. f. in puncto. m. z lineā. c. e. in puncto. l. z p trahā. a. k. equidistan / tē. c. e. eritq; p conelariū pmissē vtraq; duaz supficiey. l. g. z. d. m. quadrata. z per 43. primi duo supplemēta. c. b. z. b. f. equalia. ergo addito quadrato. d. m. vtriq; erit palellogramū. c. m. equale palellogramo. d. f. z qđ. a. l. est equale. c. m. p. 36. pī / mi: erit. a. b. equale gnomoni qui circūstat quadrato. l. g. ergo addito vtriq; qua / drato. l. g. erit. a. b. cū quadrato. l. g. equale quadrato. e. f. qđ est propositum.

Propositio .6.



**S**i recta linea in duo equalia diuidat. alia vero ei linea in longū addat. qđ ex ductu totius iā cōposite i eā qđ iā adiecta ē cū eo qđ ex ductu dimidie in se ipsa: equū ē ei qđrato qđ ab ea qđ cōstat ex adiecta z dimidia i se ipsa ducta describitur

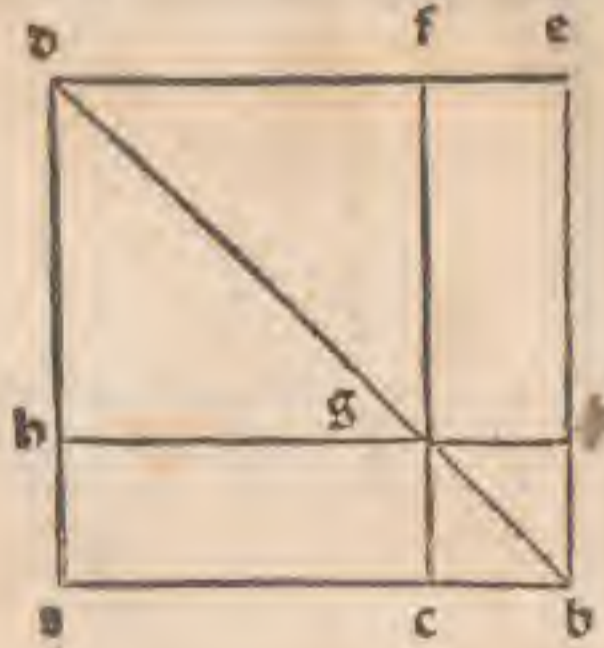


**S**it linea. a. b. diuisa p equalia in puncto. c. eiq; addat linea. b. d. dico qđ quadratū. c. d. qđ sit. c. d. e. f. equale ē ei qđ fit ex tota. a. d. i. b. d. z quadra / to. c. b. Producā i quadrato predicto diametru. d. e. z ducā lineā. b. g. equidistantē d. f. qđ secet diametru. d. e. in pūcto. b. a quo. b. pducā equidistantē linee. a. b. que sit b. k. secans. d. f. in pūcto. m. z. c. e. in pūcto. l. z producā. a. k. equidistantem. c. l. eritq; per. 36. pī mi. a. l. equale. c. b. At. c. b. erit equale. b. f. per. 43. pī mi. quare. a. l. ē equale. b. f. ergo addito. c. m. vtrobiq; erit. a. m. equalis toti gnomoni circūstā / ti. l. g. quare. l. g. addito vtrobiq; erit. a. m. cū. l. g. equale toti quadrato. c. f. z quia vtraq; duaz superficiez. l. g. z. b. m. ē quadrata: p conelariū. 4. hui⁹ p3 propositū.

Propositio .7.



**S**i linea in duas partes diuidat. qđ fit ex ductu totius i se ipsam cum eo qđ est ex ductu alterius partis i se ipsam. c / quum est qđ eis ex ductu totius linee i eandem partem bis z ex ductu alterius partis in se ipsam.



**S**it linea. a. b. diuisa in duas partes in puncto. c. dico qđ quadra / tum totius. a. b. cū quadrato. b. c. equū est ei qđ fit ex. a. b. in. b. c. bis cum quadra / to. a. c. describatur quadratus totius qđ sit. a. b. d. e. z ducatur diametrum. b. d. z



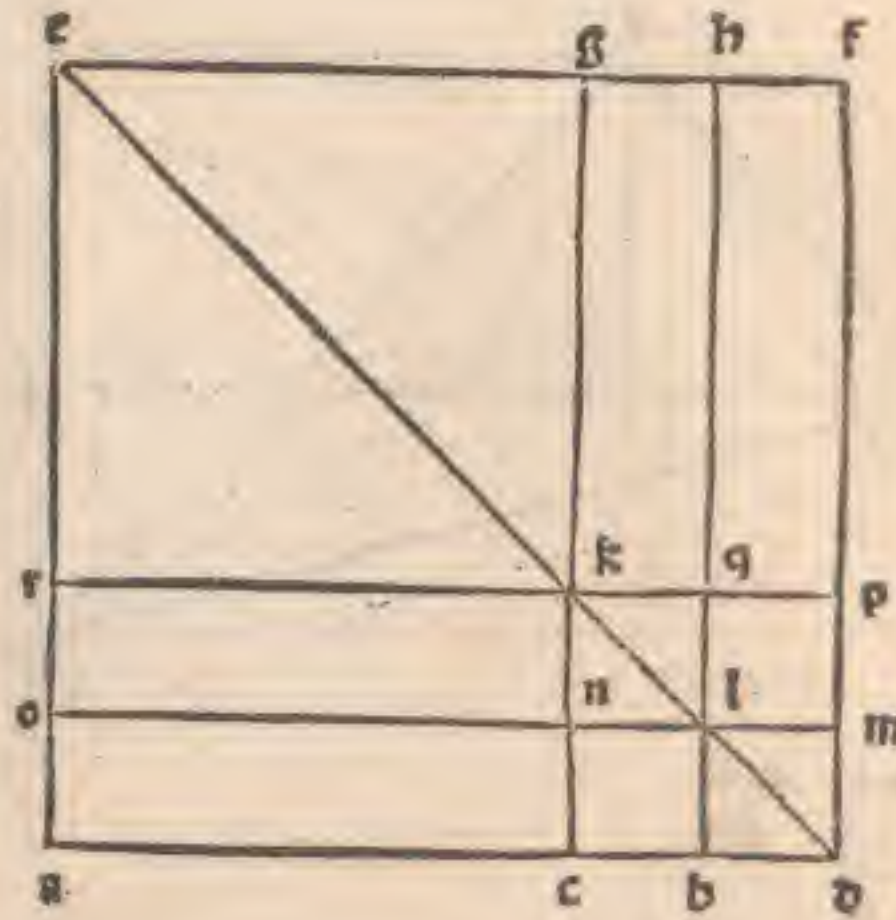
c. f. equidistans. b. e. secans diametrum in puncto. g. z ducatur. k. g. b. equidistans a. b. z quia quadratum. a. e. cum quadrato. c. b. tm sunt quatum quadratum h. f. cum duabus superficiebus. a. et. g. e. patet propositum

Propositio .8.



**S** linea in duas partes diuidatur: eiq3 in longum equalis vni diuidentium adiungatur: qd ex ductu totius iam composita in seipsa fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. z ei qd ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

**S**it. a. b. diuisa in puncto. c. qualitercuq3 contingat: cui addatur. b. d. equalis. c. b. dico qd quadratum totius. a. d. qd sit. a. d. e. f. est equale ei qd sit ex. a. b. b. d. quater cu quadrato. a. c. hoc aut patebit ducta diametro. d. e. z lineis. c. g. z. b. b. equidistantibus linee. d. f. z secantibus diametrum in puncto. k. l. per que puncta ducantur. p. q. k. r. z. m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per conelariu. 4. huus vnaqueq3 superficieum. r. g. n. q. z. b. m. quadrata: z quia. c. b. posita est equalis b. d. erit vtraq3 superficieum. c. l. z. l. p. quadrata. Eruntq3. 4. quadrata diuidentia quadratu. c. p. equalia z quia totus gnomon circustas qdrato. r. g. est qdruplus ei qd ex. a. b. in. b. d. q: quadruplus ad superficie. a. l. patet propositum.



Propositio .9.



**S** linea i duo equalia duoq3 inequalia diuiditur: qd sunt ex ductu inequaliu sectionu in seipsam pariter accepta: duplu sunt vtriusq3 pariter acceptis. qd de ex dimidia. eaq3 qd vtriusq3 sectioni interiacet quadratis describuntur.

**S**it linea. a. b. diuisa per equalia. in. c. z per inequalia. in. d. Dico qd quadratum. a. d. z quadratu. d. b. simul iuncta: dupla sunt quadrato. a. c. z quadrato. c. d. simul iunctis. **S**uper lineam. a. b. erigo lineam. c. e. perpendicularem z equalem vtriusq3 eaz lineaz. a. c. z. c. b. z produco. e. a. z. e. b. eritq3 p. 32. primi vterq3 angulorum. a. z. b. z vterq3 anguloz partialium qui sunt ad. e. medietas recti. totusq3 e. rectus. z produco. d. f. equidistantem. c. e. z perpendicularem super lineam. a. b. erit qd vterq3 angulorum. d. rectus: z angulus. d. f. b. medietas recti per. 32. primi: siue per secundam parte. 29. primi: quare per. 6. primi. d. f. z. d. b. sunt equalia. a puncto f. duco. f. g. equidistantem. a. b. eritq3 per secundam parte. 29. primi: vterq3 angulorum. g. rectus. z angulus. e. f. g. medietas recti quare p sextam eiusdem latera. e. g. z. g. f. sunt equalia: z quia per penultem. eiusdem quadratum: e. f. est equale quadrato. c. g. z qdrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad quadratu. c. d. **I**temq3 per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato. a. c. z quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. z quia quadratum. a. f. est equale quadrato. e. f. z. a. e. per eandem ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. z ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equale per eandem quadrato. a. d. z quadrato. d. f. ergo qdratum. a. d. z quadratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. z ad quadratum. c. d. z quia quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duaz linearu.



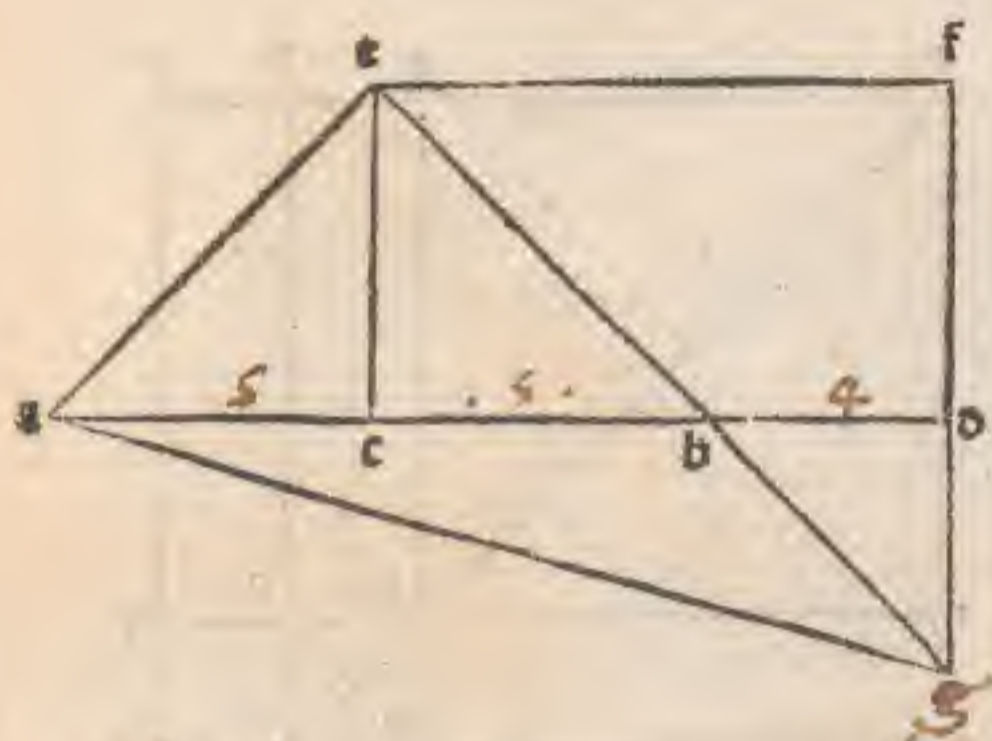
Handwritten calculations and notes in the margin, including a vertical list of numbers (10, 5, 4, 2) and some arithmetic operations.



LIBER

a. d. z. d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. z. c. d. qd̄ ē ppositum

Propositio .10.



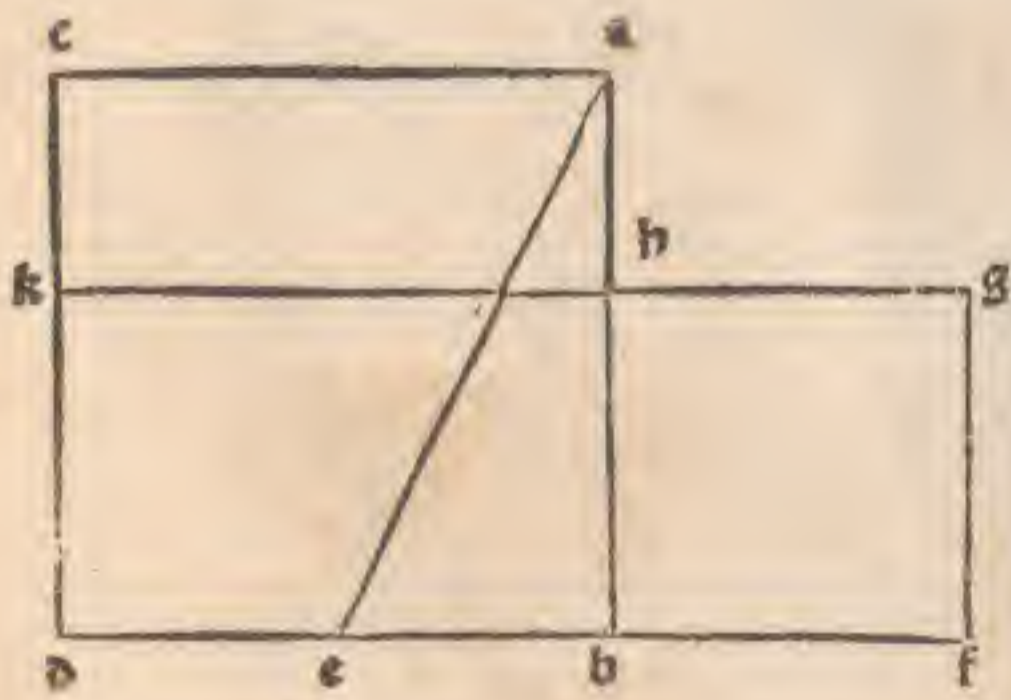
196 ad  
16 db  
212  
25  
01  
100



**S** linea in duo equalia dividatur, eiq; i longum alia addatur: quadratum qd̄ describitur a tota cum addita z quadratum qd̄ ab ea que addita est. vtraq; quadrata pariter accepta. ei quadrato qd̄ a dimidia. eiq; qd̄ ab ea producitur q̄ ex dimidia adiectaq; consistit vtriusq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶ Sit linea. a. b. divisa per equalia in. c. z addita sibi linea. b. d. dico qd̄ duo quadrata duarum linearum. a. d. z. b. d. pariter accepta dupla sunt duob; quadratis duarum linearum. a. c. z. c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo. c. e. perpendicularem sup lineam. a. b. z equalē vtriq; linearum. a. c. z. c. b. z perficio triangulū. a. e. b. ductis lineis. a. e. z. e. b. eritq; ut in pmissa vterq; angulorū. a. z. b. z vterq; eorum q̄ sunt ad. e. medietas recti p. 32. primi: totusq; e. ē rectus a puncto. e. produco. e. f. equalem z equidistantem. c. d. z produco. f. d. z. e. b. quousq; cōcurrūt in puncto. g. z produco lineam. a. g. eritq; per vltimam partem. 29. primi: angulus. c. e. f. rectus sed angulus. c. e. b. est medietas recti. ergo angulus. b. e. f. est similiter medietas recti: z quia per. 33. eiusdē. f. d. est equidistans. c. e. erit per. 34. eiusdē angulus. f. rectus. ergo per. 32. eiusdē. erit angulus. e. g. f. medietas recti. Itemq; per eandē angulus. d. b. g. similiter medietas recti: propter id quod angulus. b. d. g. est rectus ergo per. 6. eiusdē duo latera. c. f. z. f. g. sunt equalia. Itemq; duo latera. d. b. z. d. g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdē quadratum. e. g. duplum est ad quadratum. c. f. quare ad quadratum. c. d. ¶ Itemq; per eandē quadratum. a. e. duplum est ad quadratum. a. c. z quia quadratum. a. g. est per eandē equalē quadrato. a. c. z. e. g. similiter quoq; z quadrato. a. d. z. d. g. At q; quadratū. d. g. est equalē quadrato. b. d. erūt duo quadrata duarum linearum. a. d. z. b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum. a. c. z. c. d. pariter acceptis qd̄ est ppositum: hec autem z omnes pmissæ veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11



**D**atam lineam sic secare. vt qd̄ sub tota z vna portione rectangulari continetur: equum sit ei qd̄ sit ex reliqua sectione quadratū.

¶ Sit linea data. a. b. q̄z volumus sic dividere: vt qd̄ ex tota z eius minore producitur equum sit quadrato maiori. ¶ Describo quadratum ipsius qd̄ sit. a. b. c. d. z latus. b. d. diuido per equalia in. e. z produco. a. e. et c. b. produco vsq; ad. f. ita quod. e. f. sit equalis. a. e. z ex. b. f. portione extrinseca: describo quadratum quod ex latere. a. b. resecat portionem equalē. b. f. que sit. b. h. z quadratum descriptum sit. b. f. h. g. Dico qd̄: a. b. sic est divisa in puncto. b. qd̄ illud qd̄ sit ex tota. a. b. in eius portionem. b. a. est equalē quadrato b. b. produco. g. h. vsq; ad. k. que erit equidistans. a. c. q; ergo linea. d. b. divisa est per equalia in. e. z est sibi addita linea. b. f. erit per. 6. huius qd̄ sit ex. d. f. in. b. f. cū quadrato. c. b. equalē quadrato. e. f. quare z quadrato. e. a. Quare p penultimam



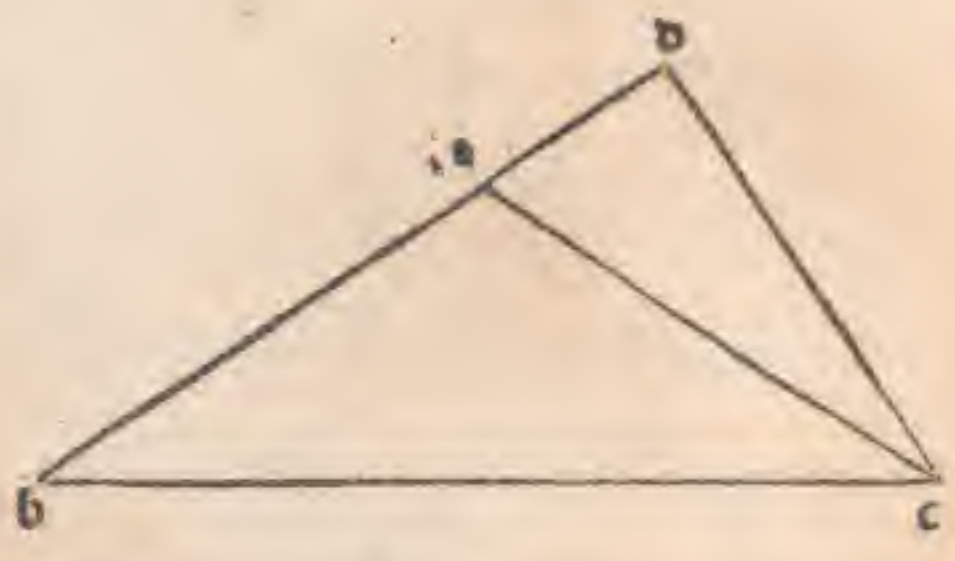
primi: quadratis duarum linearum. e. b. z. b. a. ergo dempto ab vtriusq; quadrato li-  
 nec. c. b. erit qd fit ex. d. f. in. b. f. z ipsu est superficies. d. g. equale quadrato linee  
 a. b. ergo dempto ab vtriusq; paralelogramo. b. d. erit quadratu. b. f. equale palello  
 gramo. b. c. z quia quadratum. b. f. est quadratum linee. b. b. z palellogramu. b. c.  
 producitur ex. c. a. que est equalis. a. b. in. a. b. patet factum esse propositu. Ad  
 hoc autē faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic di-  
 uidi: vt hic vndecima proponit sicut scies sexti. 29. te docente.

Propositio .12.



In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea  
 que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateri-  
 bus que obtusum continent angulum amplius potest. qua-  
 tum est qd continet bis sub vno eor: atq; ea que sibi directe  
 iuncta ad obtusum angulu a ppendiculi extra dephendit.

Sit triangulus. a. b. c. habens angulum. a. obtusum. a puncto. c. ducat linea p-  
 pendicularis ad lineam. b. a. que necessario cadet extra triangulu. a. b. c. alioqn an-  
 gulus obtusus esset rectus aut minor recto p. 16. primi: sit ergo. c. d. perpendicula-  
 ris super lineam. a. b. productam vsq; ad. d. Dico qd quadratum lateris. b. c. qd  
 subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum  
 a. b. z. a. c. ambientibus ipsum angulum obtusum. quantum est illud qd fit ex. b.  
 a. in. a. d. bis: potentia eni linee respectu qdrati sui est. vnde tm dicit posse linea  
 quelibet quantum in se ducta produci. Erit eni p. 4. hui? qdratu. b. d. equale duo-  
 bus quadratis duarum linearum. b. a. z. a. d. z duplo eius qd fit ex. b. a. in. a. d. et  
 quia quadratum. b. c. per penultimam primi est equale quadrato. b. d. z quadrato  
 d. c. ipsum erit equale quadratis trium linearum. b. a. a. d. z. d. c. z duplo eius qd  
 fit ex. b. a. i. a. d. sed p eandē quadratu. a. c. ē equale quadratis. a. d. z. d. c. ergo q-  
 dratum. b. c. est equale quadratis duarum linearum. b. a. z. c. a. z duplo eius qd fit  
 ex. b. a. in. a. d. quare. b. c. tanto amplius potest duabus lineis. b. a. a. c. quantum  
 est duplu eius. qd fit ex. b. a. in. a. d. Jam enim diximus qd tantu dicitur posse li-  
 nea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.



Propositio .13.



Omni oxigonij tanto ea que acutum respicit angulu am-  
 bobus lateribus angulum acutum continentibus minus  
 potest: quatum est qd bis continetur sub vno eorum cui p-  
 pendicularis intra superstat: eaq; sui parte: que perpendi-  
 culari anguloq; acuto interiacer.

Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxig-  
 onto veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangu-  
 lo siue fiat orthogonius siue amblygoni? siue oxigonius. Sit ergo in triangulo  
 a. b. c. quicunq; triangulus fuerit. angulus. c. acutus qui si fuerit oxigonius ducatur  
 ppendicularis ab vtroq; anguloz. a. vel. b. ad vtraq; basim. b. c. vel. a. c. quia cum  
 sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygo-  
 nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la-  
 tus oppositu qua manifestu est cadere intra triangulu: z ut simpliciter dicam cum  
 in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoz anguloz.  
 qui sunt. a. z. b. acutus. Ducam igitur perpendicularē ad lineam illam que duobus

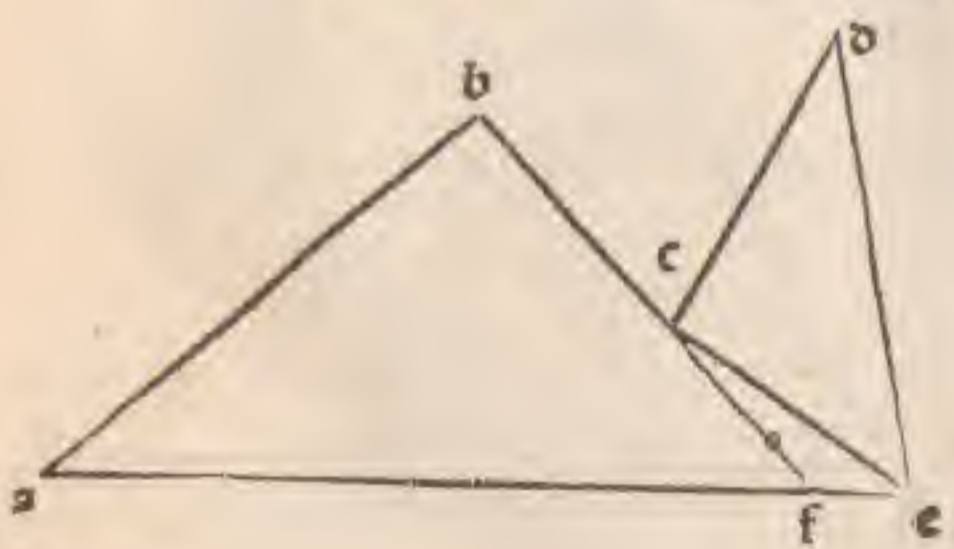
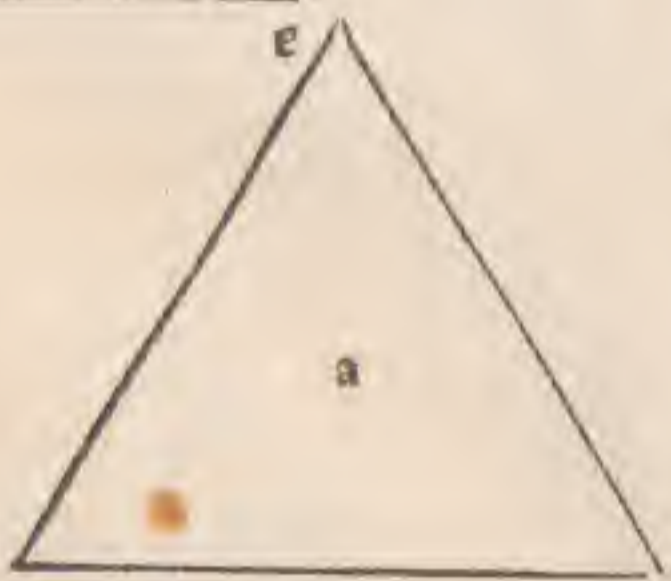
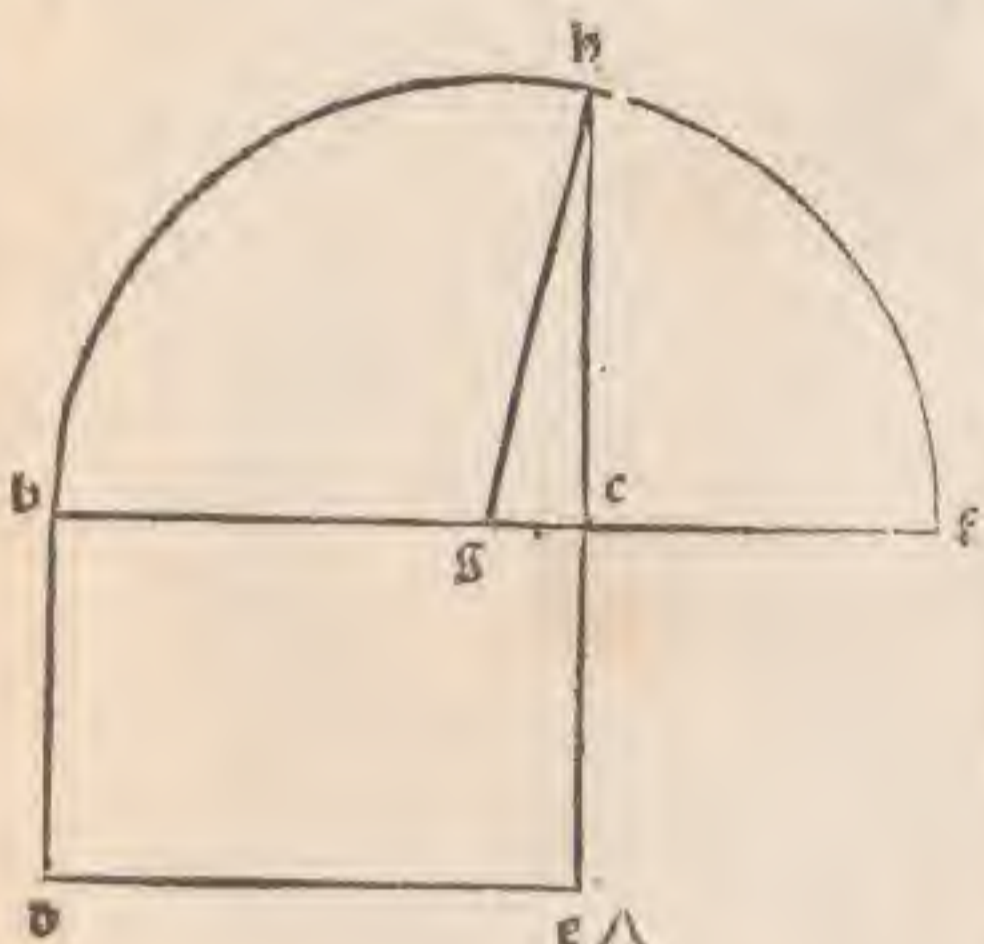


b. 4





acutis interiacer. Sit ergo vt trianguli .a. b. c. angulus .b. etiã sit acutus oncã tergo ad b. c. ppẽdicularẽ q̃ sit .a. d. que vt dictũ est cadet intra triangulũ. dico itaqz q̃ q̃/ dratum .a. b. qđ subtendit angulo acuto .c. tanto minus est duobus quadratis du/ arum linearũ .a. c. z .c. b. quãtũ duplũ eius qđ sit ex .b. c. in .d. c. ¶ Vel dico q̃ qua/ dratum .a. c. qđ etiam subtenditur angulo .b. quẽ posuimus acutum quicquid fue/ rit de angulo .a. tanto minus est duobus quadratis duarum linearum .a. b. z .b. c. quãtũ est duplum eius qđ sit ex .c. b. in .b. d. Erit enim per .7. huius quadratũ .b. c. cum quadrato .d. c. equale ei quod sit ex .b. c. in .d. c. bis z quadrato alterius ptis scz .b. d. quare addito vtriqz quadrato .a. d. erit quadratũ .b. c. cũ quadratis duaz linearum .a. d. z .d. c. equale quadratis duarum linearum .a. d. z .d. b. z duplo eius quod sit ex .c. b. in .c. d. At quia per penultimam primi quadratum .a. c. est equale quadratis duarum linearum .a. d. z .d. c. erit quadratum .b. c. cum quadrato .a. c. e/ quale quadratis duarum linearum .a. d. z .b. d. z duplo eius quod sit ex .b. c. i. c. d. sed per eandem penultimam primi quadratũ .a. b. equũ est quadratis duarum li/ nearum .a. d. z .b. d. ergo quadratum .b. c. cum quadrato .a. c. equum est quadrato .a. b. z duplo eius qđ sit ex .b. c. i. c. d. quare tanto min<sup>o</sup> potest .a. b. duobus laterib<sup>9</sup> b. c. z .a. c. quantũ est duplum eius quod sit ex .b. c. in .c. d. quod est propositũ. Si/ mili modo probabis latus .a. c. qđ subtenditur angulo .b. acuto posse tanto min<sup>o</sup> duobus lateribus .a. b. z .b. c. quantum est duplum eius : quod sit ex .c. b. in .b. d. ¶ Notãdũ aut per hanc z precedentẽ z penultimam primi: qđ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit area ipsius z auxiliantibus tabulis de corda z arcu co/ gnoscitur omnis eius angulus.



Propositio .14.

Alto trigono equum quadratum describere.



Sit datus trigonus .a. cui nos volumus equum quadratũ describe re. Designabo superficiẽ equidistantium laterum z rectorum angulo rum equalem trigono dato fm quod docet .42. primi: sitqz superfici/ es illa .b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus qđ querim<sup>9</sup>. ipsa eni erit q̃drata. p̃ diffinitionẽ Si aut latera sint ineq̃lia tũc adiũgã min<sup>o</sup> ipso rum laterũ maiori fm rectitudinẽ. sitqz linea .c. f. equalis minori duoz laterũ qđ ẽ c. e. adiuncta maiori quod est .b. c. fm rectitudinẽ. Totam .b. f. diuidam per equa/ lia in pũcto .g. z factõ .g. cẽtro sup lineã .b. f. fm quãtitatẽ lineẽ .g. b. describam se/ micirculũ .b. h. f. z latus .c. c. pducã vsq̃uequo secet circũferentiã in puncto .b. dico qđ quadratũ lineẽ .c. b. est equale trigono dato. Produca lineã .g. b. z qz linea .b. f. diuisa ẽ p equalia in .g. z p inequalia in .c. erit p .5. hui<sup>9</sup> qđ sit ex ductu .b. c. i. c. f. cũ q̃drato .c. g. equale q̃drato .g. f. quare z quadrato .g. b. quare per penultimã pri/ mi z duobus quadratis duaz lineaz .g. c. z .c. b. ergo dempto vtriqz quadrato .c. g. erit qđ sit ex .b. c. in .c. f. qđ est equale superficiẽ .b. e. eo qđ .e. f. ẽ equale .c. e. equale quadrato lineẽ .c. b. quare quadratũ lineẽ .c. b. ẽ equale trigono .a. qđ ẽ propositũ: ¶ Et nota qđ p hoc inuenit lat<sup>9</sup> tetragonice cuiuslibz altera pre lõgioris z simplici/ ter omnis figure rectis lineis cõtente quecũqz fuerit. qm̃ omnẽ figurã talẽ in trian gulos resoluem<sup>9</sup> z cuiuslibz illoz triangulorum inueniem<sup>9</sup> tetragonice latus fm do ctrinam istius. z inueniemus per penultimam primi . lineam vnã que possit in omnia latera tetragonica inuenta. verbi gratia volo nunc inuenire latus tetrago/ nicũ rectiline figure irregularis .a. b. c. d. e. f. resoluo eam .in .3. triangulos qui sũt



a. b. f. c. d. e. z. c. f. e. Inuenio quoq; fm doctrinam istius tria latera tetragonica istoz trium triangulorum. qui sunt. g. b. b. k. z. k. l. z erigo. b. k. perpendiculariter super. g. b. z produco. g. k. eritq; per penultimā quadratum primi. g. k. equale qua dratis duarum linearum. g. b. z. b. k. z tertium latus. k. l. erigo perpendiculariter super lineam. g. k. z produco lineam. g. l. eritq; per penultimam primi. g. l. latus te tragonicum totius figure rectilinee propositae. *Explicit liber secundus. Incipit liber tertius.*

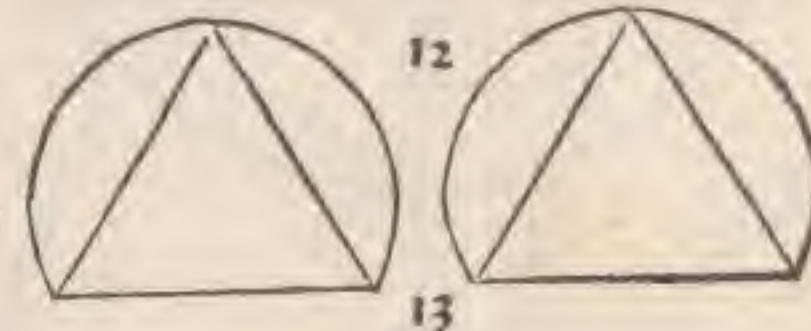
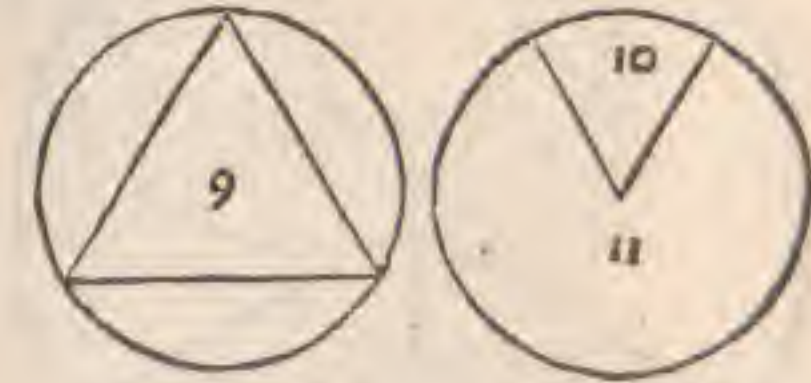
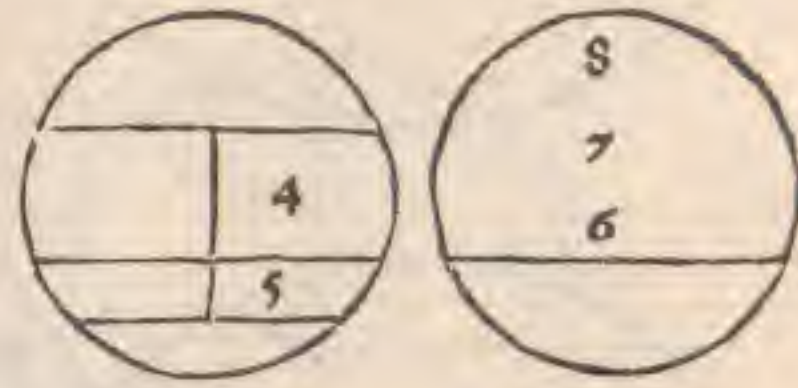
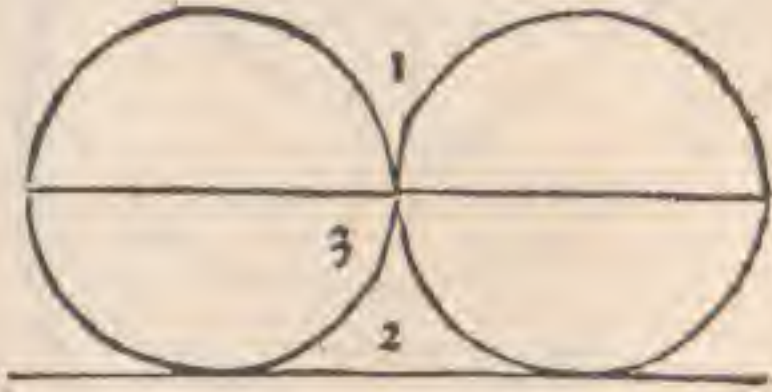
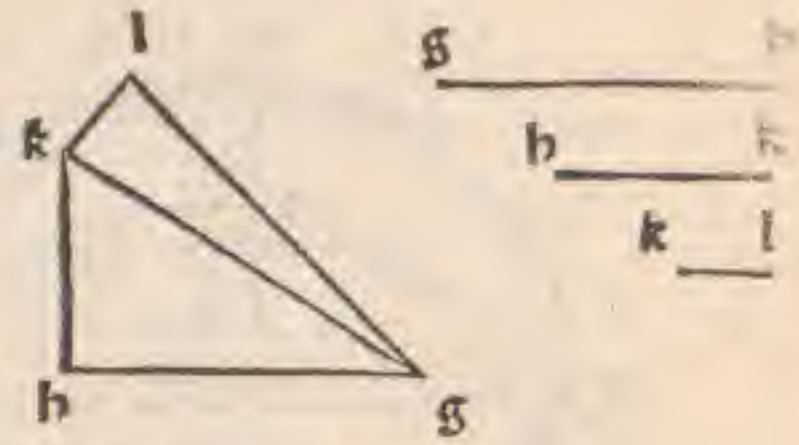


Quorū diametri sunt equeles. ipsos circulos equeles esse. Maiores aut quorū maiores z minores quorū minores. Circulū linea ptingere dicitur: que cū circulū tangat in vtrāq; partē eiecta. circulū non secat. Circuli se se contingere dicunt qui tangentes seinuicem non secant. Recte lineae in circulo equaliter distare dicunt a centro. cū a centro ad ipsas ducte perpendiculares fuerint equalles. Plus vero distare a centro dicitur. in quā perpendicularis longior cadit. Recta linea portionū circuli continēs corda noiat. Portio vero circūferentie arcū nūcupat. Angulus aut portionis dicitur q̄ a corda z arcu continet. Supra arcū angulus consistere dicitur. qui a quolibet p̄cto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exentib; continet. Sector circuli est figura q̄ sub duab; a cetro ductis lineis z sub arcu qui ab eis cōprehendit continet. Angulus aut qui ab eis lineis ambitur supra centrū consistere dicitur. Similes circuloz portioes dicunt i quib; qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicē sūt equeles. Arcū quoq; similes sunt qui equos angulos predicto modo incipiunt.

*Propositio .i.*

Circuli ppositi cētrū inuenire. vñ manifestū ē q̄ duab; rectis lineis in eodē circulo apud circūferentiā terminatis neutra illaz alterā per eqlia orthogonalr secat nisi ipsa super centrum transierit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius volumus centrū inuenire. duco in ipso circulo lineā. a. c. qualitercūq; contingat quā diuido per equalia i p̄cto d. a quo duco perpendicularem ad lineā. a. c. quā applico circūferentiā ex vtrāq; parte. sitq; e. d. b. quā rursus diuido p̄ eqlia in p̄cto. f. quē dico esse centrū circuli. Si eni nō ē: erit aut alibi aut i lineā. e. b. aut extra. In lineā. e. b. nō: si eni fuerit i ea vt i puncto. g. crit lineā. c. f. maior lineā. e. g. ps videlz toto qd est ipossibile. Qd si fuerit extra lineā. e. b. ut in p̄cto. b. ducant lineā. b. a. b. d. b. c. z qz latera. b. d. z d. a. trianguli. b. d. a. sūt eqlia laterib;. b. d. z. d. c. trianguli. b. d. c. z basis. b. a. basi. b. c. erit p̄ 8. primi angul;. a. d. b. eqlis angulo. c. d. b. q̄re vterq; rect; z qz angulus. a. d. b. fuit etiā rect; erit. a. d. b. eqlis. a. d. b. p̄ 3. petitione p̄mi ps videlicet totū qd ē ipossibile. nō ē ergo cētrū dati circuli alicubi quā i p̄cto. f. qd ē propositū.



*= b . f =  
ab . g . i . c.*



LIBER

Propositio .2.



Super circuli circūferentiam duobus punctis signatis. lineam rectam ductam ab altero ad alterum. circulum secare necesse est.

Sit ut in circūferentia circuli. a. b. cuius centrum sit. c. signata sint duo puncta que sunt. a. z. b. dico qd linea recta coniūgens unū cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum: sitq; a. e. b. linea recta si possibile est: producā lineas. c. a. z. c. b. erūtq; per. 5. primi: angulus. c. a. b. z. c. b. a. equales: protraham itē lineā. c. e. que secet circūferentiam in puncto. d. eritq; per. 16. primi: angulus. a. e. c. maior angulo. c. b. e. quare maior angulo. c. a. e. quare per. 18. eiusdem latus. a. c. maius latere. c. e. z quia. c. d. est equalis. c. a. erit. c. d. maior. c. e. pars toto quod est impossibile: quia ergo linea coniūgens duo pūcta a. b. non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

Propositio .3.



Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per eam secet. orthogonaliter sup eam insistere. z si in eam orthogonaliter steterit. eam p equalia dividere necesse est.

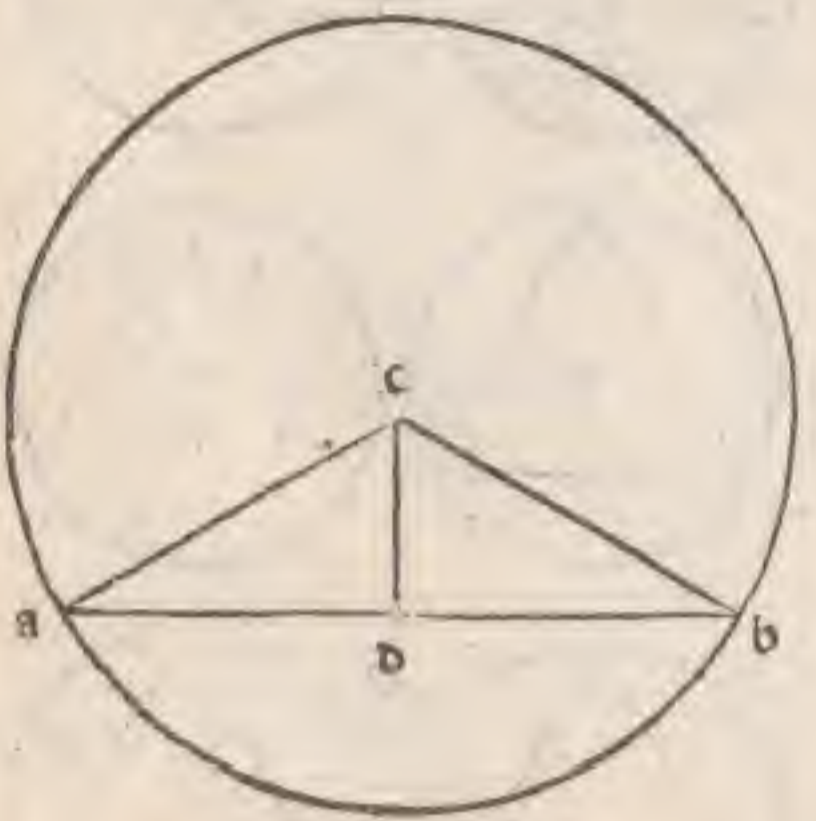
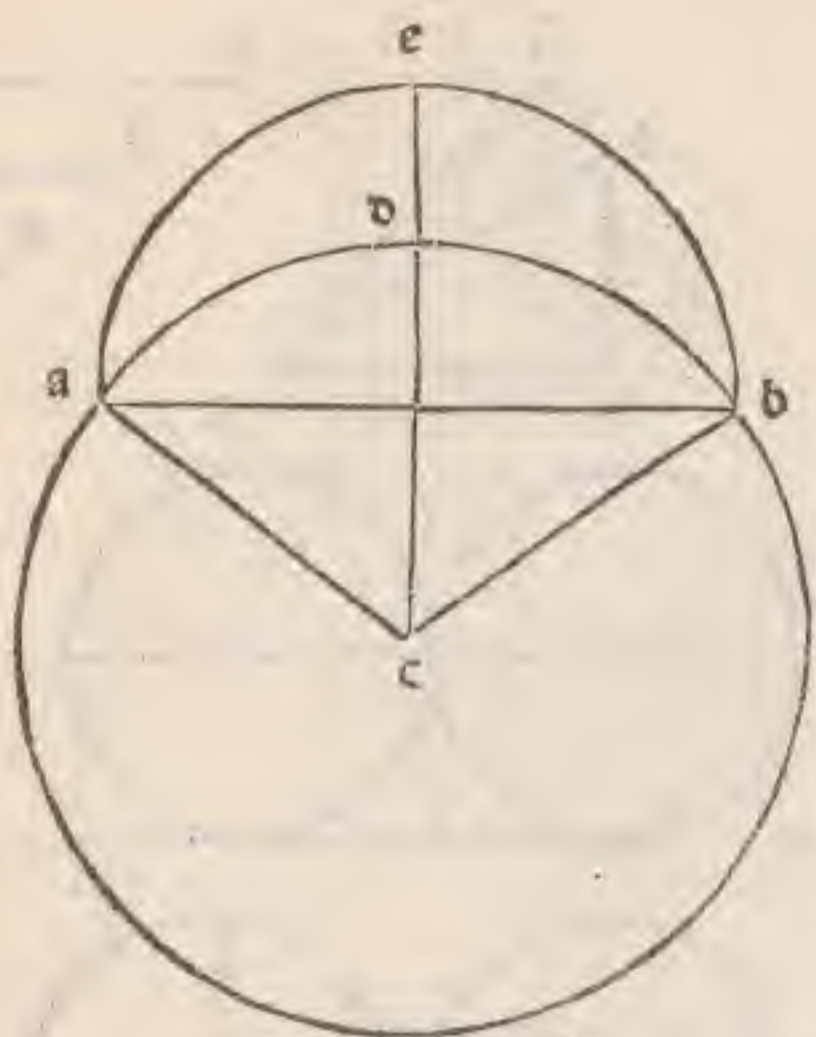
Sit ut lineam. a. b. collocatā intra circulum. a. b. cuius centrum sit c. linea. c. d. veniēs a cetro dividat p equalia: dico qd dividit eam orthogonaliter. z e converso videlicet si dividit eam orthogonaliter dividit eam per equalia: producā lineas. c. a. z. c. b. z ponā primo qd dividat eā per equalia: erūt ergo duo latera. c. d. z. d. a. trianguli. c. d. a. equalia duobus lateribus. c. d. z. d. b. trianguli. c. d. b. z basi. c. a. basi. c. b. ergo per. 8. primi: angulus. d. unus est equalis angulo. d. alterius quare uterq; rectus: quare. c. d. est perpendicularis super. a. b. qd est propositum. Ponam iterum qd. c. d. sit perpendicularis super. a. b. z ostendam qd ipsa dividit. a. b. per equalia erit enim ppter hanc positionē uterq; anguloz qui sunt ad. d. rectus quare unus equalis alteri. At qd p. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. b. d. z latus. c. a. equaliter lateri. c. b. per. 26. primi: eiusdem erit linea. a. d. equalis linee. d. b. quod est propositum.

Propositio .4.



Si intra circulum due linee se invicem secant. z super centrum non transeant. nō per equalia eas secari necesse est.

Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee. a. c. z. b. d. se cent se in pūcto. f. z utraq; earū vel altera non trāseat per centz. dico qd ipse nō dividunt sese p equalia: ita qd utraq; p equalia dividat ab altera. Qd si fuerit hoc possibile: ponat z sic primo ut neutra trāseat p centrum a centro. e. producā lineā. e. f. eritq; p primā premisse unusquisq; 4. anguloz: qui sunt. a. f. e. e. f. c. b. f. c. z. e. f. d. recti qd ē impossibile: sic enī recti esset minor recto. Sit igit ut altera earū trāseat p centz z altera nō: sitq; b. d. trāsiens per centrum adhuc dico qd nō dividunt sese per equalia: qd si sic. tunc p primā ptē premisse: aī b. d. ducta a centro dividat. a. c. per equalia dividat eā orthogonaliter. quare etiā a. c. dividet. b. d. orthogonaliter: z qd dividit. a. c. ipsā. b. d. p equalia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius: quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.



*Ex ista hinc est qd equidistantes una circumferentia equalis  
omni ratione recipiunt*



Propositio .5.



**C**irculorum se inuicem secantium centra diuersa esse.  
 ¶ Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo puncta. a. z. b.  
 Dico q̄ eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberēt idem cētrum  
 ipsū erit per diffinitionē in portione vtriq̄ circulo cōmuni: sitq̄ illud  
 e. z. ducantur linee. e. a. z. e. f. c. eruntq̄ p̄ diffinitionē due linee. e. a. z.  
 e. f. equales. ¶ Itemq̄ per diffinitionem due linee. e. a. z. e. c. equales: quare e. f.  
 est equalis. e. c. cum vtraq̄ earum sit equalis. e. a. pars videlicet toti qd̄ est impos/  
 sibile.

Propositio .6.



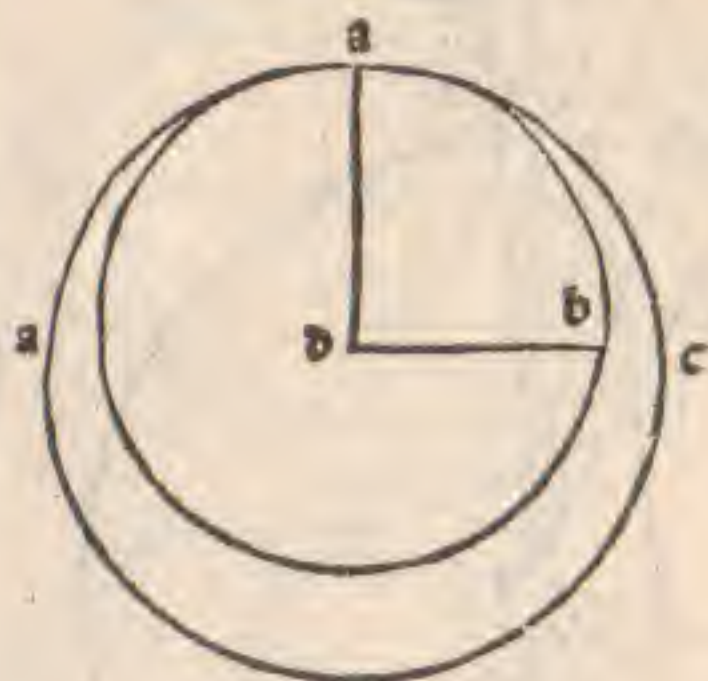
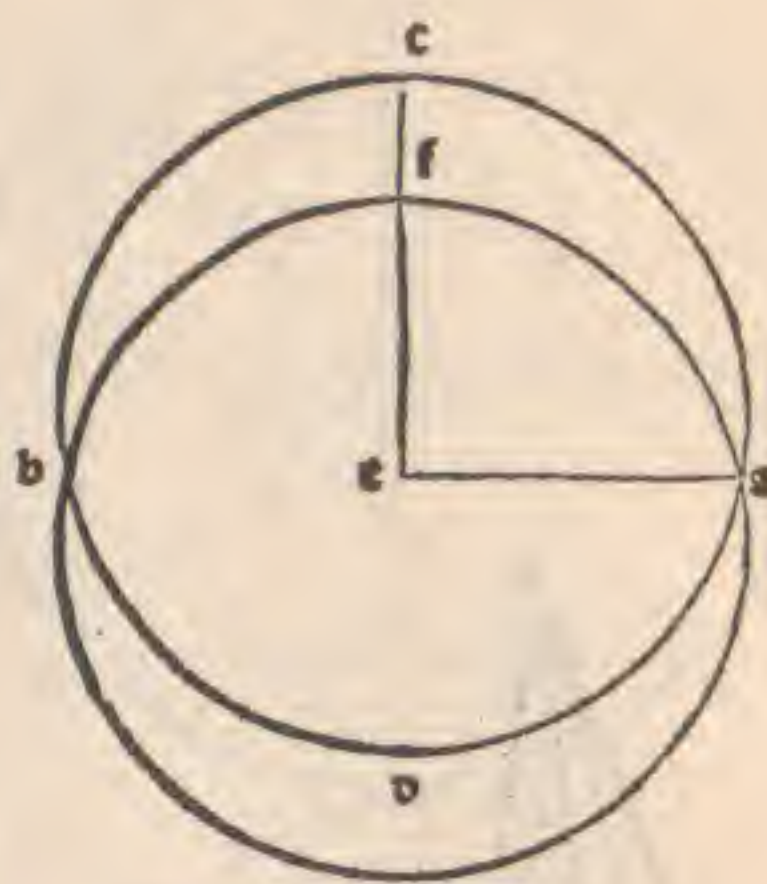
**S**irculorum se se contingentium nō idem centrum esse ne/  
 cesse est.  
 ¶ Sint duo circuli. a. b. z. a. c. contingentes se in puncto. a. Dico q̄  
 eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit p̄  
 diffinitionem inter minorem eoz̄ cum minor positus fuerit intra ma  
 iorem: sitq̄ ipsum. d. z. ducantur linee. d. a. z. d. b. c. eritq̄ per diffinitionem vtraq̄  
 duarum linearum. d. b. z. d. c. equalis. a. d. qd̄ est impossibile. ¶ De circulis autem  
 se contingentibus extra quorum sc̄z vnus est extra alterū: manifestum est per diffi  
 nitionem centri qd̄ ipsi non habent idem centrum.

Propositio .7.



**S**i in diametro circuli punctus preter centrum signetur: z  
 ab eo ad circūferentiam linee plurime ducātur: que super  
 centrum transierit omnium erit longissima. que vero ō ya  
 metrum perficiet omnium erit breuissima. que autem cen  
 tro proxime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro  
 remotiores tanto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoq̄ equidistā  
 tes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.

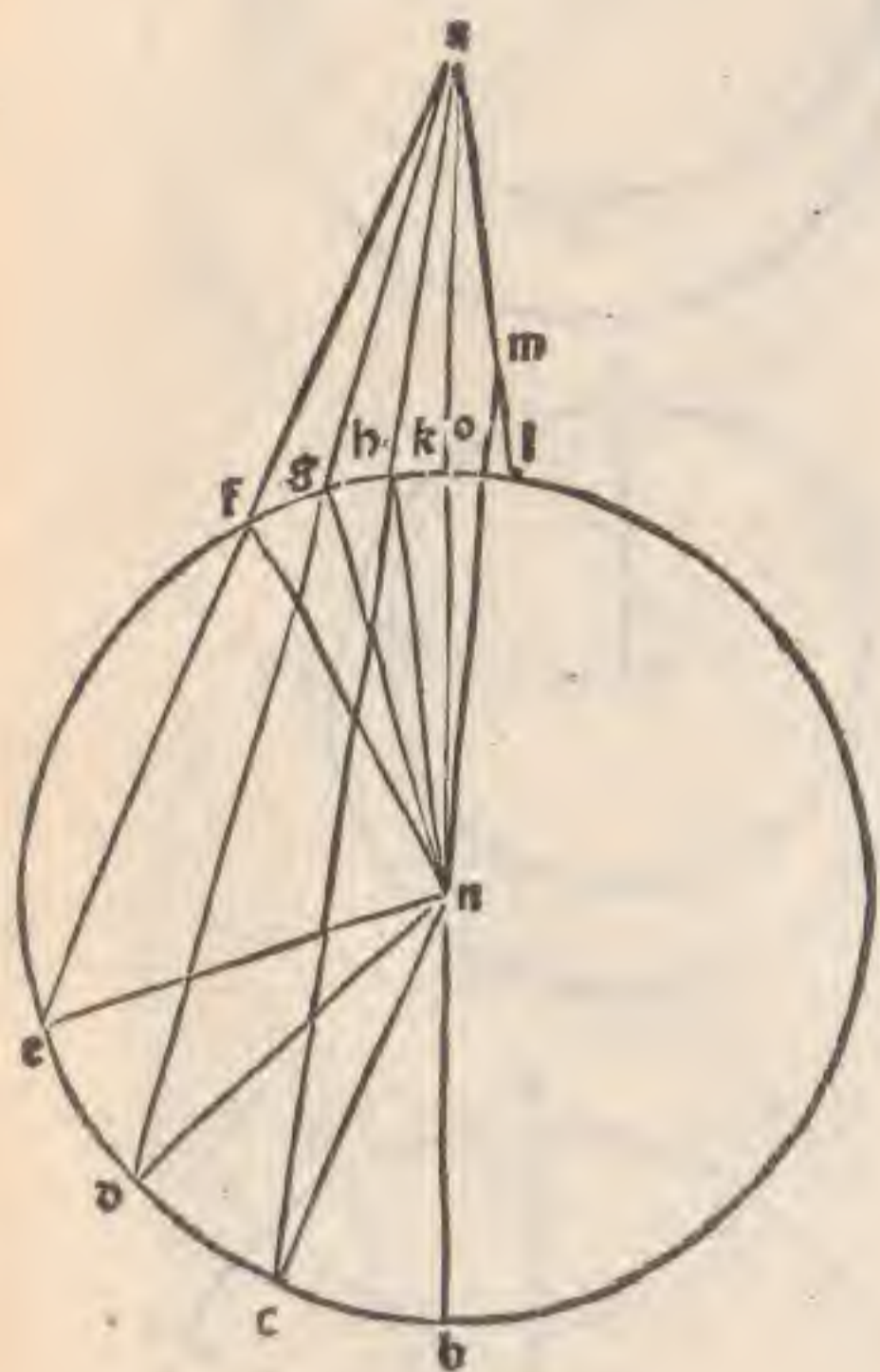
¶ Sit vt in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. b. sit signatus punctus  
 k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k. c. k. d. k. e. k.  
 f. k. g. ad circumferentiam: z transeat. a. k. per centrum. b. z. k. f. sit completum  
 dyametri: sitq̄ vt. k. e. z. k. g. equidistant a. k. f. hoc est dicere vt angulus. e. k. f. sit  
 equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omnium longissima. z. k. f. omnium breuis/  
 sima: alie vero tanto longiores quāto cētro p̄p̄inquoies: vt. k. b. est longior. k. c. z  
 k. d. est longior. k. d. z. k. d. longior. k. e. z. k. e. z. k. g. sunt equales: quia enim in  
 triangulo. b. k. b. duo latera. b. b. z. b. k. per. 20. primi: sunt maiora latere. b. k. et  
 ipsa sunt equalia linee. a. k. erit. a. k. maior b. k. z eadem ratione maior omnibus  
 alijs z hoc est primum. ¶ Itemq̄ quia in triangulo. e. b. k. duo latera. b. k. et. k.  
 e. per eandem sunt maiora latere. b. e. quod est equale linee. b. f. ipsa erūt ma  
 iora linea. b. f. ergo dempta communi linea que est. b. k. remanebit. k. c. maior  
 k. f. eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa z hoc est secundum. ¶ Itēq̄  
 q̄ duo latera. b. b. z. b. k. trianguli. b. b. k. sunt equalia duob⁹ laterib⁹. c. b. z. b. k.





trianguli .c.b.k. et angulus .b.b.k. e maior angulo .c.b.k. erit p. 24. primi basis .b.k. maior basi .k.c. eade rone .k.c. maior erit .k.d. et .k.d. maior .k.e. et hoc e tertium  
 ¶ Qd si due linee .k.g. et .k.e. no sunt equales erit altera maior: sitq; .k.g. de q su/  
 mam .k.l. equalem .k.e. et produca .b.l. quousq; secet circulerentiam in puncto .m.  
 et qz per yporbesim angulus .g.k.f. e equalis angulo .f.k.e. erit per. 13. primi: angu/  
 lus .l.k.b. equalis angulo .e.k.b. et duo latera .l.k. et .k.b. trianguli .l.k.b. sut equa/  
 lia duobus laterib; .e.k. et .k.b. trianguli .e.k.b. ergo p. 4. primi basis .b.l. est equa/  
 lis basi .b.e. et qz .b.m. est equalis .b.e. erit .b.m. equalis .b.l. qd e impossibile. sunt  
 ergo due linee .k.g. et .k.e. equales qd est nostru propositum. quartum

## Propositio .8.



**S** extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti/  
 am linee plurime ducantur circulum secando. que super  
 centrum transierit omnium erit longissima. Centro an  
 tem propinquiores ceteris remotioribus longiores. Li  
 nee vero partiales ad circulerentiaz extrinsecus applica  
 te: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima.  
 eiq; propinquiores remotioribus breuiores. Due vero que linee  
 breuissime vtrūq; eque propinquat equales sunt.

¶ Sit vt in puncto .a. assignato extra circulu .b.c.d. cuius centrum sit .n. ducatur  
 plurime linee ad circulerentiam secando circulum que sint .a.k.n. b.a. b.c. a.g. d.  
 et .a.f.e. Dico q .a.b. transiens per centrum omnium erit longissima. et q .a.c. e ma/  
 ior .a.d. et .a.d. maior .a.e. et q .a.k. e omnium breuissima extrinsecaz: et q .a.b. est  
 minor .a.g. et .a.g. minor .a.f. et dico q si ducatur .a.l. ita q ipsa et .a.b. equalit di/  
 stent ab .a.k. hoc est q angulus .k.a.b. sit equalis angulo .l.a.k. ipse erit equalis  
 ¶ Produca eni a cetro .n. lineas .n.c.n. d.n. c.n. f.n. g. et .n.b. eruntq; per. 20. primi  
 duo latera .a.n. et .n.c. trianguli .a.n.c. maiora .a.c. et qz ipsa sunt equalia linee .a.b.  
 erit .a.b. maior .a.c. eadez rone erit maior omnibus alijs qd est primum. et quia  
 duo latera .a.n. et .n.c. trianguli .a.n.c. sunt equalia duobus lateribus .a.n. et .n.d.  
 trianguli .a.n.d. et angulus .a.n.c. est maior angulo .a.n. d. erit per. 24. primi: ba/  
 sis .a.c. maior basi .a.d. et eade rone erit .a.d. maior .a.e. qd est scdm. ¶ Itaq; quia  
 in triagulo .a.n.b. duo latera .a.b. et .n.b. sunt maiora .a.n. per. 20. primi. et .b.n. e  
 equalis .n.k. erit per comunē sciam. .a.b. maior .a.k. eadem rone quolibet extrinse/  
 cus applicataz maior erit .a.k. qd est tertius. ¶ Item quia per. 21. primi: due linee  
 .a.b. et .b.n. sunt minores duabus lineis .a.g. et .g.n. et .b.n. est equalis .g.n. erit per  
 communem scientiam. .a.g. maior .a.b. eadem rone erit .a.f. maior .a.g. qd e quar/  
 tum. ¶ Qd si .a.l. non sit equalis .a.b. cum ipse sint equaliter distates ab .a.k. erit  
 altera maior: sitq; .a.l. ponam ergo .a.m. equalem .a.b. et producam .n.o.m. quia  
 ergo duo latera .m.a. et .a.n. trianguli .m.a.n. sunt equalia duobus laterib; .b.a. et  
 a.n. trianguli .b.a.n. et angulus .m.a.n. est equalis angulo .b.a. n. erit per. 4. pri/  
 mi: basis .m.n. equalis basi .n.b. et quia .m.o. est equalis .n.b. erit .n.o. equalis .n.  
 m. pars videlicet toti qd est impossibile et hoc est quintu

## Propositio .9.



**S** intra circulum puncto signato. ab eo plures q̄s due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales. punctū illud centrum circuli esse necesse est.

**S**it ut a puncto. a. signato intra circulum. b. c. d. ducte sint. 3. linee. a. b. a. c. a. d. ad circūferentiā quas pono ēē equales dico punctum. a. esse centrū circuli. Produca enim duas lineas. c. b. z. d. c. z. diuidā vtrāq̄ eaz p̄ eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. z. d. c. in puncto. f. z. producam. e. a. z. f. a. quas applico circūferentie ex vtrāq̄ parte. eritq̄ per. s. primi vterq̄ angulorū qui sunt. a. d. e. eq̄l̄ alteri. igit̄ p. 13. vterq̄ erit rect⁹. Sifr quoq̄ p̄ eādē vterq̄ anguloz q̄ sūt. a. d. f. rectus: ergo per correlariū prime huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia z. orthogonaliter ipsa transit per centrū. similiter quoq̄. a. f. transit per centrum. quia diuidit. d. c. per equalia z. orthogonaliter. quare. a. ē centrū qd̄ est propositum

**Propositio .10.**

**S** circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

**S**int si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̄s in duobus locis super. 3. puncta. a. b. c. producam lineas. a. b. z. a. c. quas diuidam per equalia in punctis. d. z. e. z. producam a puncto. e. lineam. e. f. per pendicularem super lineam. a. c. z. a puncto. d. lineam. d. f. ppendicularem super lineam. a. b. z. secent se due linee. e. f. et. d. f. i puncto. f. eritq̄ per correlarium prime huius punctus. f. centrum circuli vtriusq̄ qd̄ est impossibile. per 5. huius.

**Propositio .11.**

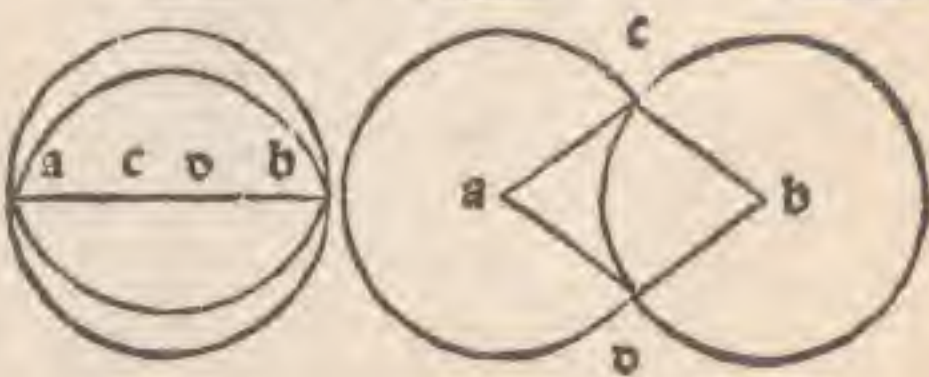
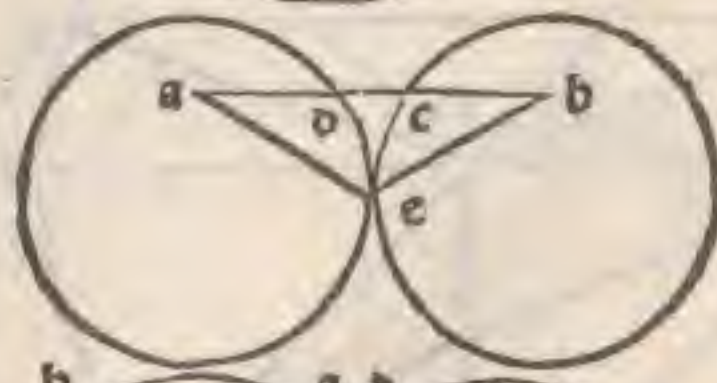
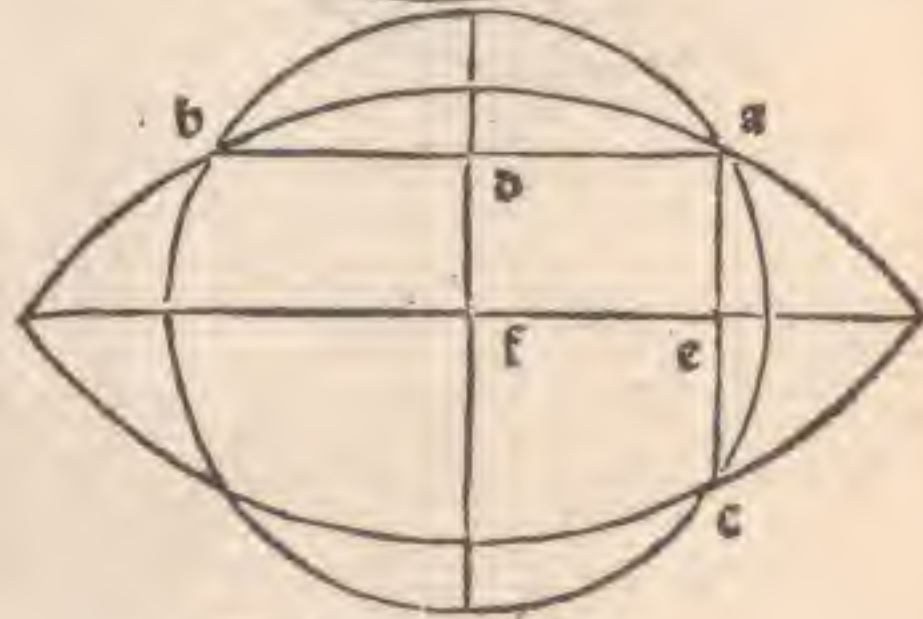
**S** circulus circulum contingat. lineaq̄s per centra eorum transeat. ad punctum contactus eoz applicari necesse est.

**S**i enim linea transiens per centra duorum circulorum. e. c. et. d. c. sese contingentium intra v̄l extra. nō vadit ad locum contactus secet circūferentiam vtriusq̄: sitq̄. a. centrum circuli. e. d. et. b. centrū circuli. e. c. et ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circūferentiam vtriusq̄: et ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. e. b. eruntq̄ in cōtactu interiori. p. 20. p̄mi due linee. e. b. z. b. a. longiores. e. a. q̄re longiores. a. d. est enim. a. centrū circuli. e. d. z. qm̄. b. c. est equalis. e. b. qm̄. b. est centrum circuli. e. c. erit. e. a. longior. a. d. qd̄ est impossibile. **I**n cōtactu vero exteriori erūt due linee. a. e. z. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. z. e. c. b. maius erūt q̄ tota. a. b. qd̄ est falsum.

**Propositio .12.**

**S** circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco contingere necesse est.

**S**i enī fuerit possibile. vt circulus circulū cōtingat in duob⁹ locis intra v̄l extra cōtingat circulū. a. b. c. d. circulus. a. b. e. interi⁹ i duob⁹ punctis. a. b. vel exteri⁹ circulus. c. d. f. i duob⁹ punctis. c. d. Lū er⁹ go ducemus lineā rectā ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulū. a. b. e. interiorē accidit p̄trariū scūde hui⁹. Qd̄ si ipsa cadat intra ipsū: cū diuiserimus ipsā p̄ equalia z. eduxerim⁹ a p̄cto dionis ppendiculare ad ipsā. fueritq̄ applicata circūferentie ex vtrāq̄ pte ipsa trāsibit p̄ centrū amboz circuloz. quare accidit cōtrarium premisse. **I**n circulo vero cōtingente exteri⁹ in p̄ctis. c. d. si ducam⁹ lineā rectā a puncto. c. ad punctū. d. necesse est accidere p̄trariū se b⁹. quare vtrūq̄ ipossibile





LIBER

Propositio .13.

**R**ecte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equi distare .7 si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

**S**it vt in circulo .a.b.c.d. cuius centrum sit .e. due linee .a.b.7.c.d. sint equales. dico qd ipse equidistant a centro 7 e conuerso . Producatur enim a centro .e. linee .e.f.7.e.g. perpendiculares ad .a. d.7.b. c. eritq; per .2. partem tertie huius .a.d. diuisa per equalia. in .f.7.e. in .g. q; ergo duo latera .e.d.7.d.a. trianguli .e.d.a. sunt equalia duobus lateribus .e.c.7.c.b. trianguli .e.c.b. 7 basis .e.a. basi .c.b. erit per .3. primi angulus .d. equalis angulo .c.7 q; duo latera .c.d.7.d.f. trianguli .e.d.f. sunt equalia duobus lateribus .e.c.7.c.g. trianguli .e.c.g. Nam .d.f. est equalis .c.g. eo qd tota .a.d. posita est equalis .b.c.7 angulus .d. est equalis angulo .c. erit per .4. primi basis .e.f. equalis basi .e.g. 7 quia iste sunt perpendiculares venientes ad eas a centro patet p diffinitione: siue .4. huius ipsas equaliter distare a centro. **A**lter idem. Quadratum enim .e.d. per penultimam primi valet quadrata duarum linearum .e.f.7.f.d.7 quadratum .e.c. quadrata duarum linearum que sunt .e.g.7.c.g.7 quia quadratum .d.e. est equalis quadrato .e.c.7 quadratum .d.f. quadrato .g.c. erit quadratum .e.f. equalis quadrato .e.g. quare .e.f. est equalis .e.g. sicq; patet idem. Sit ergo .e.f. equalis .e.g. qd est eas equaliter distare a centro. dico tunc qd .a.d. est equalis .b.c. d. e. quadratis enim duarum linearum .e.d.7.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum .e.f.7.e.g. equalibus remanet per penultimam primi quadrata duarum linearum .f.d.7.g.c. q; per comunem scientiam necesse est esse equalia: quare .f.d. est equalis .g.c. ergo duplum .f.d. qd est .a.d. est equalis duplo .g.c. quod est .b.c.7 hec est scda pars propositi.

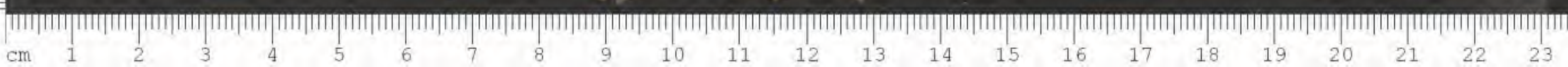
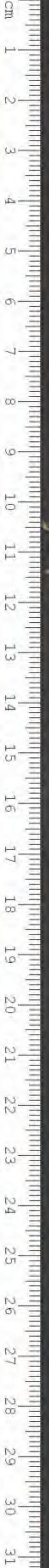
Propositio .14.

**I**ntra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

**S**it vt in circulo .a.b.c. cuius centrum .e. cadant plurime linee que sint .a.b.7.a.c.7.a.d.7.f.g.7.b.k. sitq; .a.c.d. diameter. dico ipsam esse longissimam 7 alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim a centro .e. linee ad extremitates omnium que sint .e.b.7.e.c.7.e.f.7.e.g.7.e.h.7.e.k. eruntq; per .20. primi duo latera .e.f.7.e.g. trianguli .e.f.g. longiora .f.g.7 quia ipsa sunt equalia .a.d. erit .a.d. maior .f.g. eadem ratione maior erit qd .a.c. quia .a.e.7.e.c. sunt maior .a.c.7 equalia .a.d. ergo .a.d. maior est .a.c. sic quoq; est maior .b.k.7 maior etia qd .a.b. Qd autem .f.g. sit maior .b.k.7 .a.c.7 .a.b. patet. quia per .24. primi cum duo latera .f.e.7.e.g. trianguli .f.e.g. sint equalia duobus lateribus .b.e.7.e.k. trianguli .b.e.k.7 angulus .f.e.g. maior angulo .b.e.k. erit basis .f.g. maior basi .b.k. Similiter quoq; quia .a.e.7.e.c. sunt equalia .a.e.7.e.b.7 angulus .a.e.c. maior angulo .a.e.b. erit basis .a.c. maior basi .a.b.7 sic est propositum.

Propositio .15.

**S**ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur: extra circulum eam cadere necesse est. **A**tq; inter illam 7 circulum aliam lineam rectam ca









e. a. b. est equalis angulo semicirculi predicto: angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius: erit angulus. e. a. b. amplissimus omnium acutorum: dividatur ergo angulus. e. a. d. sicut proposuit. 9. primi per equalia ducta linea. a. f. eritque per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo. e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod est impossibile. ¶ Vel sic cum angulus e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At angulus semicirculi cum angulo contingente est equalis uni recto. Similiter quoque angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto: erit angulus. e. a. d. equalis angulo contingente: et quia angulus contingente est angustissimus omnium acutorum per. 3. partem huius: erit similiter angulus. e. a. d. sibi equalis angustissimus omnium acutorum. sed angulus. e. a. f. est eo angustior per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo quod est impossibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi et quia transitur a minori ad maius et non per equalia. Item quia est reperire minorem eo et maiorem: patet instantia contra utramque argumentationem predictam. Unde per interemptionem ad illud est respondendum.

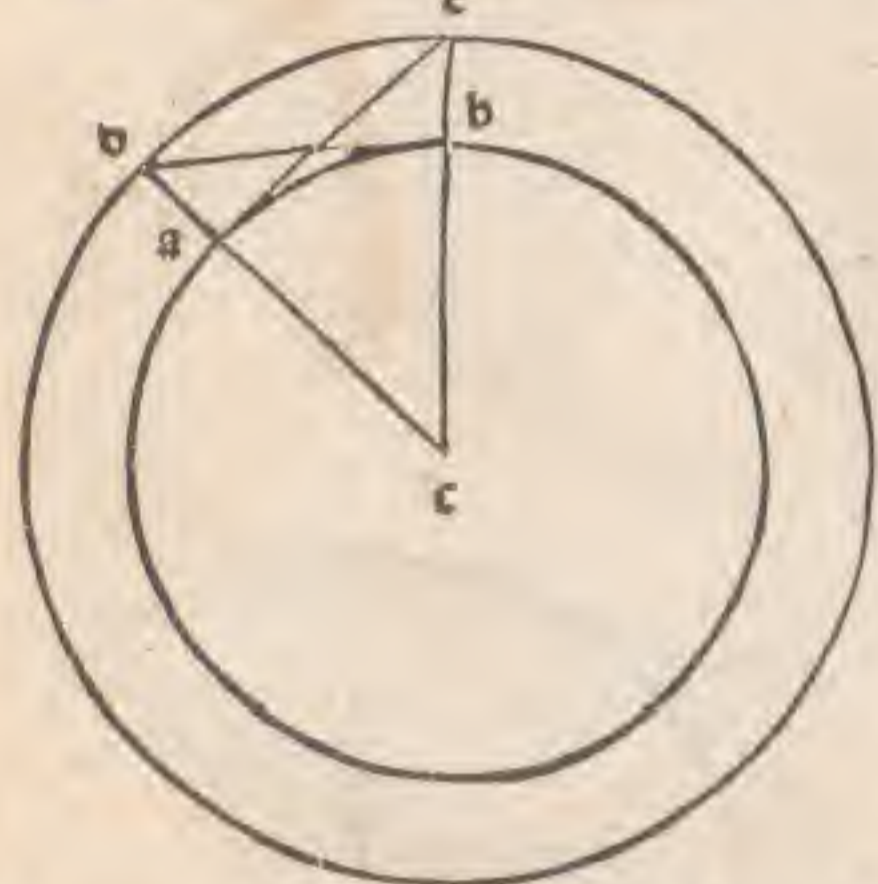
**P**ossit probari quod angulus contingente est divisibilis secundum lineam rectam ut constat per figurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum vel sphaerarum est angulus contingente et talis dividatur per lineam. e. g. quia hic habet triangulum. b. g. k. cuius basis. b. k. dividatur per equalia in puncto. e. et protrahatur versus. g. contactum et arguitur per. 4. primi. deinde per. 26. huius et patet oppositum.

Propositio .16.

**D**ato puncto ad datum circulum lineam contingente ducere. ¶ Sit circulus datus. a. b. cuius centrum. c. punctusque datur. d. volo ergo a puncto. d. ducere lineam contingente circuli. a. b. produco lineam. d. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. a. super quam describo circumferentiam. d. e. secundum quantitatem lineae. d. c. concentricam circulo. a. b. et a puncto. a. produco lineam. a. e. perpendicularem ad lineam. d. c. que secet circumferentiam circuli. d. e. in puncto. e. et produco lineam. e. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. b. deinde produco lineam. d. b. que erit contingens circumferentiam. a. b. quia enim duo latera. a. c. et c. e. trianguli. a. c. e. sunt equalia duobus lateribus. b. c. et c. d. trianguli. b. c. d. et angulus. c. est communis utriusque erit per. 4. primi angulus. e. a. c. equalis angulo. d. b. c. angulus autem. e. a. c. est rectus quare angulus. d. b. c. est rectus: per correlarium ergo procedentis erit linea. d. b. contingens circumferentiam. a. b. quod est propositum.

Propositio .17.

**S**i circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingente esse perpendicularem. ¶ Sit linea. a. b. contingens circumferentiam. c. e. cuius centrum sit. d. in puncto. c. qui iungatur cum centro per lineam. c. d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingente. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo. d. f. perpendicularis ad eandem que secet circumferentiam circuli in puncto. e. eritque uterque angulorum qui sunt. ad. f. rectus igitur per. 18. primi linea. c. d. est maior linea. d. f. quod est impossibile: Constat itaque. d. c. esse perpendicularem super. a. b. quod est propositum.





Propositio .18.

**S**ic circuli linea recta contingat: et a contactu in circulo linea quedam orthogonaliter ducatur. in eadem certum esse necesse est.

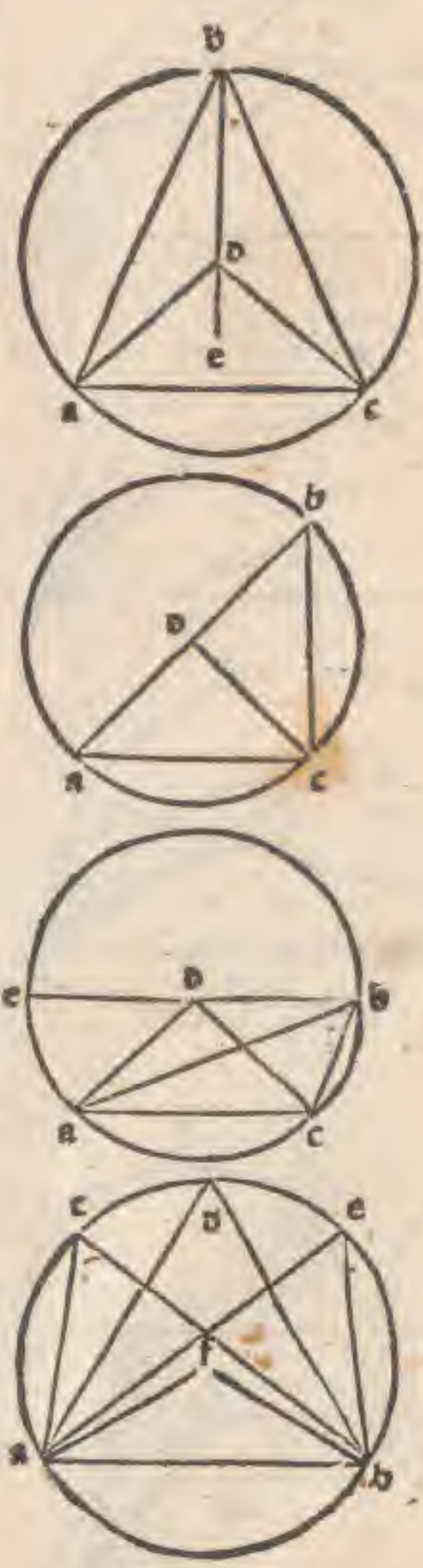
Sit ut prius linea .a. b. contingens circulum .c. e. in puncto .c. et a contactu ducatur intra circulum .c. e. linea perpendicularis ad lineam .a. b. dico quod centrum circuli est in linea .c. e. et est conversa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea .c. e. sit alibi ubique contingat .sitq. d. et producat lineam .d. c. eritq. d. c. per premissam perpendicularis ad lineam .a. b. quod est impossibile cum .c. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.



Propositio .19.

**S**ic intra circulum angulus supra centrum consistat: alius vero angulus supra circumferentiam consistens eadem basim habeat inferiori duplus erit.

Sit ut in circulo .a. b. c. cuius centrum .d. fiat angulus .a. d. c. super centrum et angulus .a. b. c. super circumferentiam .sitq. utriusq. anguli eadem basis q. sit arcus .a. c. dico angulum .a. d. c. duplum esse ad angulum .a. b. c. Quod sic probatur. Aut enim due linee .a. b. et .b. c. includunt duas lineas .a. d. et .d. c. aut altera earum sit linea una cum altera reliqua. aut etiam altera primarum secat alteram postremam. Sit ergo primo ut includant eos ut in prima figuratione apparet. et producat lineam .b. d. e. eritq. per .32. primi: angulus .a. d. c. extrinsecus equalis duobus intrinsecis qui sunt .b. a. d. et .a. b. d. anguli et quia ipsi sunt equales per .5. eiusdem erit angulus .a. d. c. duplus ad angulum .a. b. d. similiter quoque erit angulus .e. d. c. duplus ad angulum .d. b. c. quare totus angulus .a. d. c. duplus est ad totum angulum .a. b. c. quod est propositum. Quod si altera duarum linearum .a. b. et .b. c. fiat linea una cum altera duarum linearum q. sunt .a. d. et .d. c. ut in secunda figuratione apparet. per easdem per quas prius: et simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum primarum secat alteram duarum postremarum. ut in .3. figuratione apparet. ubi linea .a. b. secat lineam .d. c. producat lineam .b. d. e. eritq. per easdem quas prius assumpsimus et simili modo angulus .c. d. a. duplus ad angulum .d. b. a. et totus angulus .e. d. c. duplus ad totum angulum .d. b. c. quare angulus .d. b. c. duplus est ad angulum .a. b. c. quod est propositum.



Propositio .20.

**S**ic in una circuli portione anguli super arcum consistant quoslibet esse equales necesse est.

Sit ut in portione .a. d. b. circuli .a. d. b. cuius centrum .f. consistant quoslibet anguli super arcum .a. d. b. qui sunt .c. d. e. dico eos esse equales. protrahatur enim corda .a. b. et ab eius extremitatibus: ducantur in centrum linee .a. f. et .b. f. eritq. per premissam angulus .f. consistens super centrum ad unumquemque eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.

Propositio .21.

**S**ic intra circulum quadrilaterum describat. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit quadrilaterum .a. b. c. d. inscriptum circulo .a. b. c. d. dico quosq. duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. probantur enim in quadrilatero diametri .a. c. b. d. eritq. per premissam angulus .c. b. d. equalis





angulo .c.a.d. et angulus .a.b.d. angulo .a.c.d. quare totus .a.b.d. erit equalis duobus angulis qui sunt .a.c.d. et .c.a.d. et quia ipsi cum angulo .a.d.c. sunt equalis duobus rectis. per. 32. primi: erunt duo anguli .b. totalis. et .d. totalis equales duobus rectis quod est propositum. Similiter quoque probabitur angulos .a. et .c. totales esse equales duobus rectis.

Propositio .22.

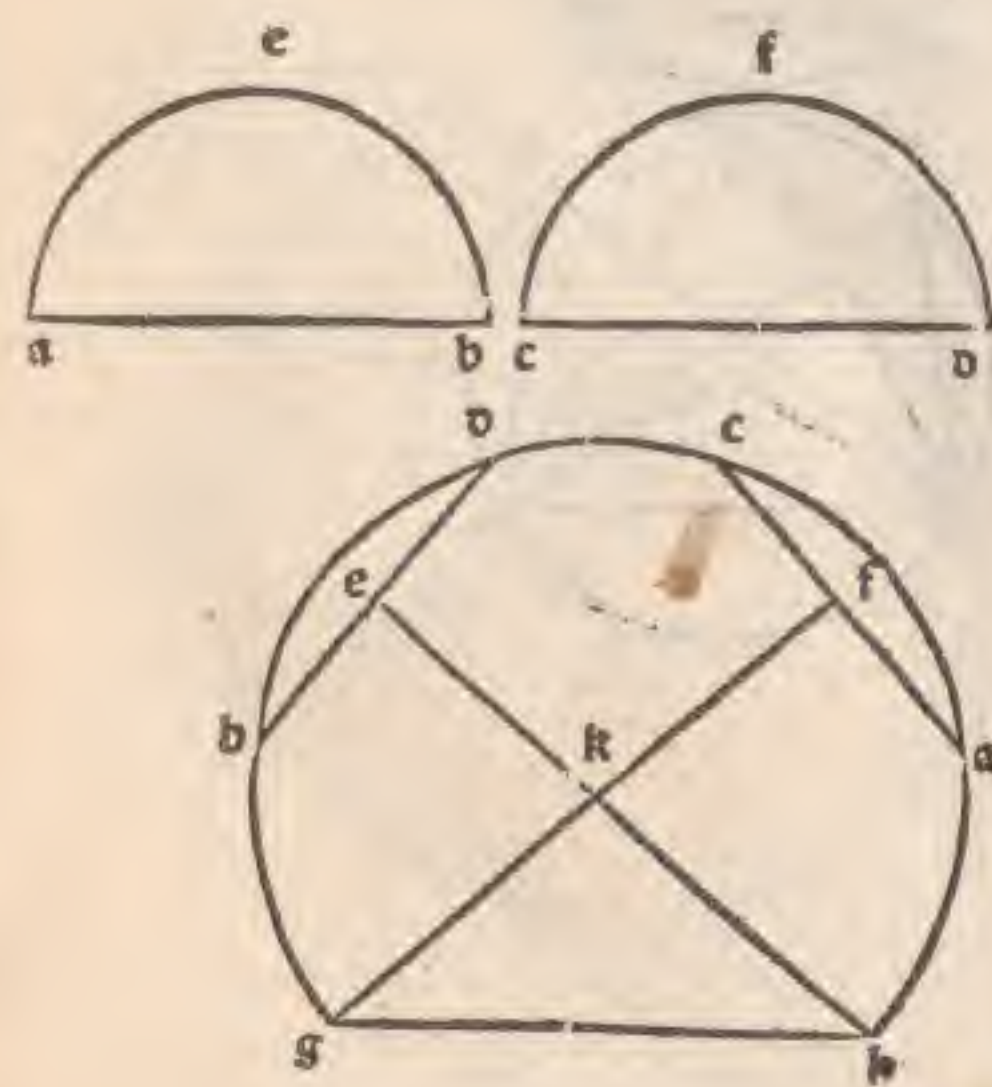
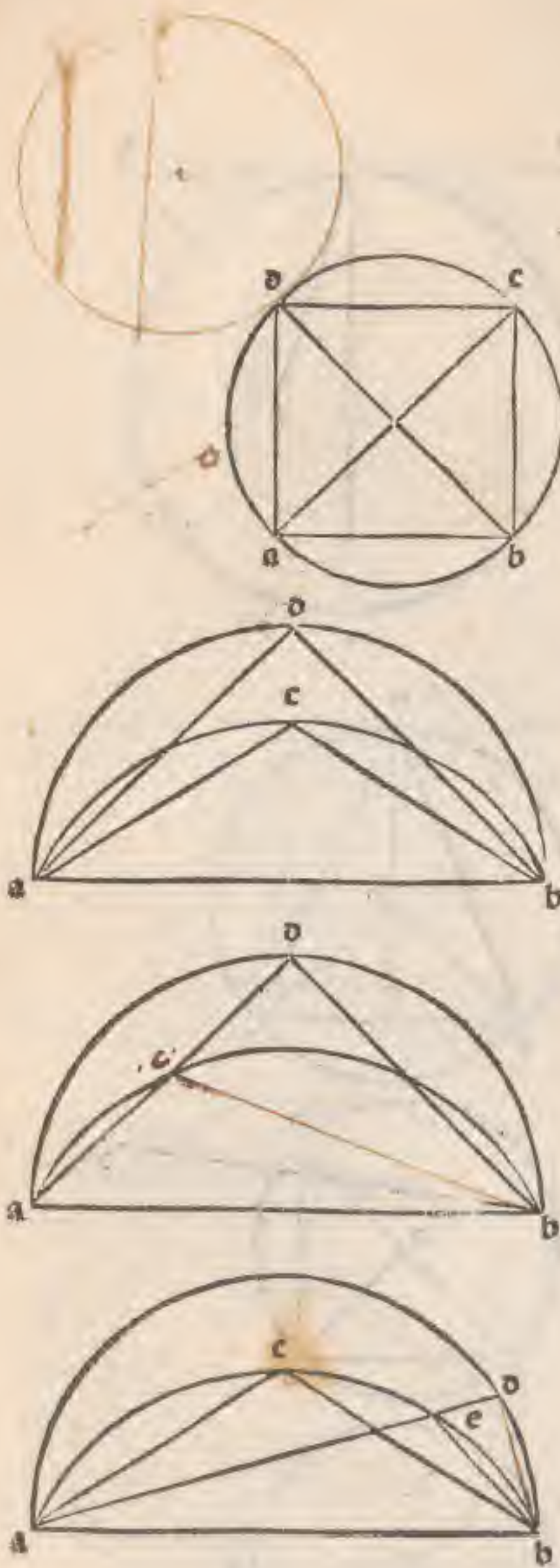
**N**as circuli similes portiones inequales super unam rectam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est. **S**it linea recta assignata .a.b. super quam fiat portio circuli .a.c.b. dico quod super eandem lineam ex parte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. et ea maior aut minor. **Q**uod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a.d.b. maior ea que tamen sit similis ei. fiat ergo angulus .a.c.b. in portione minori. et angulus .a.d.b. in maiori. erit ergo ut lineae .a.d. et .d.b. includant lineas .a.c. et .c.b. ut patet in figuratiōe prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera postremarum. ut in secunda. aut ut altera secet alteram ut in tertia. **Q**uod si fuerit primo modo erit per. 21. primi: angulus .c. maior angulo .d. non ergo sunt portiones similes per definitionem. **Q**uod si secundo modo erit ad huc angulus .c. maior angulo .d. per. 16. eiusdem. nec sic igitur erunt portiones similes. **S**i autem tertio modo sit ut linea .a.d. secet lineam .c.b. et secet circumferentiam portionis minoris in puncto .e. et duca lineam .e.b. eritque per eandem. 16. primi: angulus .a.e.b. persistet in portione .a.c.b. maior angulo .d. sed .e. est equalis .c. per. 20. huius quare .c. est maior .d. quare nullo modo similes. **S**i igitur quoque modo probabis quod super lineam .a.b. non fiet portio similis portioni .a.c.b. minor. et a. posito .c. in loco .d. et .d. in loco .c. in figuratiōibus predictis. erit enim per premissas scilicet per 21. et 16. primi: et premissis modo angulus .d. omnium figuratiōum maior angulo .c. quare portiones non erunt similes. **E**t nota quod licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte. verum est tamen quod nec ex diversis quod licet probare minori que est ex una parte supposita maiori que est ex alia. necesse enim erit per communem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt similes per hanc. 22.

Propositio .23.

**S**i circulorum similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est. **S**int due lineae .a.b. et .c.d. equales super quas sint due portiones circulorum .a.e.b. et .c.f.d. que sunt similes. dico quod ipse sunt equales. si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea .a.b. non excedet lineam .c.d. nec excedetur ab ea: cum sint equales. quare accidit contrarium premissis quod est impossibile. erunt enim .a.b. et .c.d. linea una.

Propositio .24.

**N**ati semicirculi. siue semicirculo maioris minorisue portiois circulum perficere. **I**ntentum per hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo .a.b. quilibet arcus



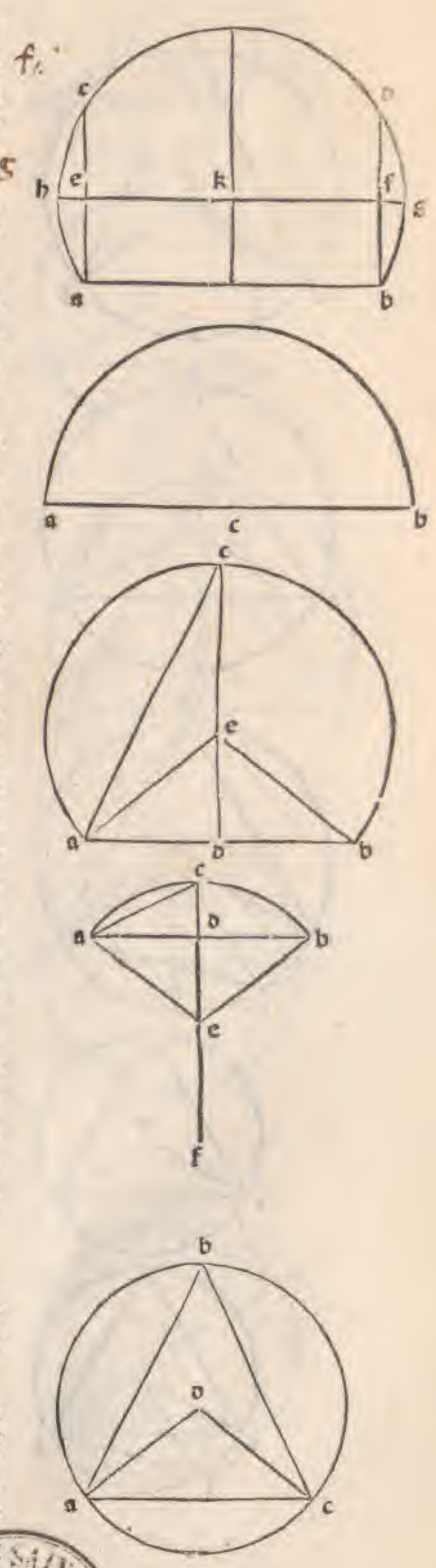


ex quo volo perficere circulum protraham in eo duas lineas qualitercunq; cōtin-  
 gat que sint .a. c. z. b. d. quas dividam per equalia .a. c. quidā i puncto .e. z. b. d. in  
 puncto .f. z. protraham .f. g. perpendicularem ad .a. c. z. h. g. perpendicularem ad  
 b. d. que secent se in puncto .k. eritq; per coroll. prime huius centrū circuli in vtra-  
 q; linearum .e. g. z. f. h. quare centrum est punctū .k. Si autem .e. g. non secet .f. h. g.  
 sed sint linea vna. quē admodū erit si due linee .a. c. z. b. d. sint equidistantes tunc  
 ipsa applicabit circūferētiē dati arc⁹. ex vtraq; pte ipsa igit̄ diuisa p̄ mediū i pūcto  
 k. erit ibi centrū circuli per idem coroll. Equidistantes autem non erūt .e. g. z. f. h.  
 quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum coroll. essent eiusdem circuli duo  
 centra. Sic potest de omni arcu siue de omni portione cōmuniter demonstrari qua-  
 liter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor videt hanc cōclusionē varia-  
 re hinc diuersas species arcū omnium portionū enumerādo species: demonstrabim⁹  
 diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo  
 primū .a. b. portio data semicirculus. eritq; per diffinitionē semicirculi. linea .a. b.  
 diametri. ea igitur diuisa per medium in puncto .c. erit .c. centrū circuli. Sit rur-  
 sus portio .a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit .a. b. quā diuido per equalia in  
 puncto .d. a quo duco .d. c. perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum  
 per coroll. prime huius: z. protraho lineam .a. c. z. quia linea .a. b. est minor diame-  
 tro cum sit .a. c. b. portio maior semicirculo: erit .a. d. minor semidiametro. sed .d. c.  
 est maior semidiametro. ergo .d. c. est maior q̄ .a. d. ergo per .19. primi: angulus  
 e. a. d. est maior angulo .a. c. d. fiat itaq; per .23. primi: angulus .c. a. e. equalis an-  
 gulo .a. c. d. producta linea .a. e. que secat lineam .c. d. in puncto .e. eritq; p̄ textā pri-  
 mi. linea .a. e. equalis linee .e. c. producat igitur linea .e. b. eritq; per .4. primi linea  
 c. b. equalis linee .a. e. quare tres linee .e. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per .9. huius  
 e. est centrum circuli. Sit iterum .a. c. b. portio minor semicirculo. cuius corda sit  
 a. b. quā diuido per equalia in puncto .d. a quo produco lineam .c. d. e. perpendicu-  
 larem ad lineā .a. b. que secet circūferentiam in puncto .c. hāc manifestū est transi-  
 re per centrum per corollarium prime huius. produco iterū lineam .a. c. eritq; an-  
 gulus .a. c. d. maior angulo .c. a. d. si est equalis erit portio .a. c. b. semicirculus. z. si  
 minor erit maior semicirculo: positū est autē q̄ sit minor. produco igitur lineā .a.  
 e. que cum linea .a. c. faciat angulū equalem angulo .c. z. secet lineam .c. f. in puncto  
 e. z. manifestū ē q̄ punctum .e. cadat extra datam portionē. z. produco lineam .e. b.  
 z. quia angulus .a. totalis est equalis angulo .c. erit per .6. primi linea .c. a. equalis  
 linee .e. c. z. quia per quartā primilīnā .e. b. est equalis linee .e. a. erit per .9. hu-  
 ius punctū .e. centrum circuli quare patet propositum hinc omnes species portio-  
 num circuli.

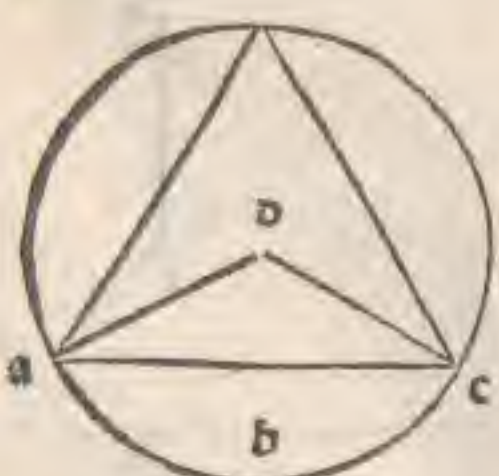
Propositio 25.

**S** in equis circulis seu super centra. seu sup circūferētiās  
 equales anguli consistant. super equos arcus eos cadere  
 necesse est.

Sint duo circuli equales .a. b. c. cuius centrū .d. z. e. f. g. cuius cen-  
 trū .b. z. fiat supra cētra eorū duo anguli .a. d. c. z. e. b. g. qui ponant  
 equales. dico duas arcus .a. b. c. z. e. f. g. esse equales. protrahantur due linee .a. c.  
 z. e. g. z. fiant duo anguli in circūferentiis ipsorū consistentes supra predictos ar-  
 cus qui sint angulus .a. b. c. z. angulus .e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt







per diffinitionez equalium circuloꝝ semidiametri equales: & quia duo anguli. d. & b. sunt equales erit per. 4. primi: linea .a. c. equalis linee. e. g. & per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. angulus sit equalis angulo. b. ergo per diffinitionem similium portionum due portiones. a. b. c. & e. f. g. sunt similes: & q̄ ipse sunt sup lineas. a. c. & e. g. equales ipse erunt equales per. 23. huius: quare arc⁹. a. b. c. & e. f. g. sunt equales. Qd̄ si anguli. b. & f. qui sunt in circumferentia ponantur equales erunt per diffinitionē portiones similes & anguli. d. & b. equales p. 19. huius: & quia circuli sunt equales per positionem erunt per. 4. primi: due linee. a. c. & e. g. equales quare ut prius portiones equales per. 23. huius cum sint similes & super equales lineas. igitur & arcus equales: quod est propositum.

### Propositio .26.

**S** in equis circulis equi sumantur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eoz seu supra circumferē / tias constituantur equos esse necesse est.

**S**int ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrū. d. & e. f. g. cui⁹ centrū b. sintq; duo arcus. a. b. c. & e. f. g. equales fiantq; super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d. & b. ductis. a. d. c. d. e. b. g. h. Itemq; super eod / dem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint. b. & f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. & g. f. dico duos angulos d. & b. adinvicē eē eq̄les Itēq; duos. b. & f. adinvicem esse equales & est hec conuersa prioris. si enim non sunt. d. & b. anguli ad inuicem equales: sit ergo. b. maior a quo abscindatur angulus. k. b. g. qui sit equalis angulo. d. critq; per premiffam arcus. k. e. f. g. equalis arcui. a. b. c. sed duo arcus a. b. c. & e. f. g. positi sunt equales: accidet ergo partē esse equalem toti: quod ē im / possibile: quare anguli. d. & b. totales sunt equales. **S**imili quoq; modo probabis angulos. b. & f. esse equales. vel si maius probato q̄ anguli. d. & b. sint equa / les. sequitur. b. & f. esse equales per. 19. huius & conuerso.

### Propositio .27.

**S** in circulis equalibus eque lineae arcus resecant. arcus quoq; equos esse. si autē lineae inaequales fuerint arc⁹ quo q; inaequales. & a maiore linea maiorem arcum: a minore vero minorem abscindi necessariū est.

**S**int duo circuli equales. a. b. c. cuius centz. d. & e. f. g. cui⁹ centrū b. sitq; corda. a. c. eq̄lis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. & e. f. g. quos p̄dicte cor / de ex predictis circulis resecant esse equales. Qd̄ si corda. e. g. ponat maior corda a. c. dico arcū. e. f. g. esse maiore arcu. a. b. c. Primū quidem sic probat̄ ducantur a / centris lineae ad extremitates cordaz que sint. d. a. d. c. b. e. b. g. & quia circuli posi / ti sunt fore eq̄les. erūt hec semidiametri equales. & q̄ linea. a. c. posita est equalis linee. e. g. erit per. 8. primi: angulus. d. equalis angulo. b. totali: quare per. 25. hui⁹ erit arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. sicq; patet primum. sc̄dm sic. sit. e. g. maior a. c. eritq; per. 25. primi angulus. b. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. b. g. eq̄ / lis angulo. d. eritq; per. 25. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. quare arcus. e. f. g. est maior arcu. a. b. c. quod est sc̄dm. p̄positū.



Propositio 28.



In circulis equalium equos arcus, equas cordas habere necesse est.

Sint duo circuli equalis.  $a, b, c$ . cuius centrum.  $d, z, e, f, g$ . cuius centrum.  $h$ . sitq; arcus.  $a, b, c$ . equalis arcui.  $e, f, g$ . dico qd corda.  $a, c$ . est equalis corde.  $e, g$ . z est hec conuersa prime partis premissae. Ducantur linee.  $d, a, d, c, b, e, b, g$ . eruntq; per. 26. huius anguli.  $d, z, b$ . equales: quare p quar- tam primi: erit.  $a, c$ . equalis.  $e, g$ . quod est propositum. Quaecumq; autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

Propositio 29.

Arum arcum per equalia diuidere.



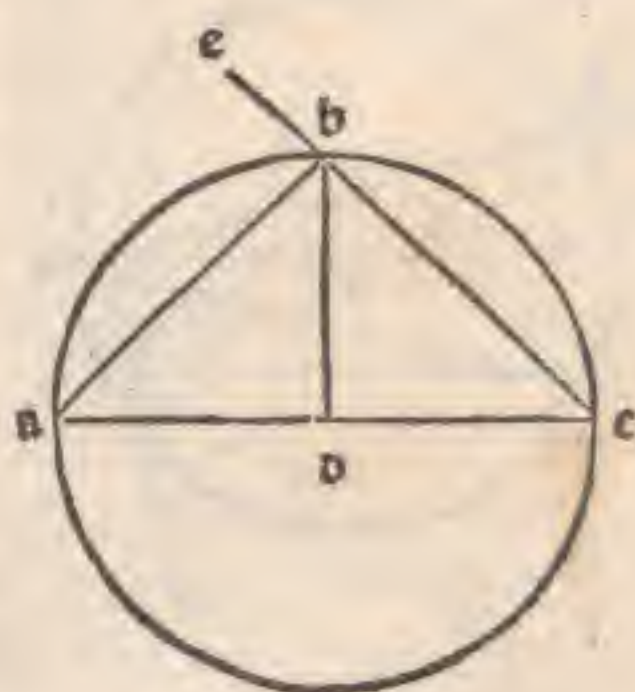
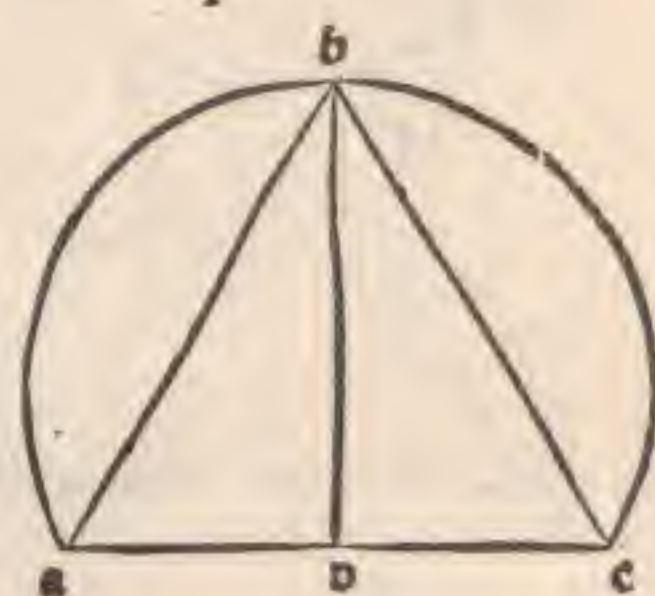
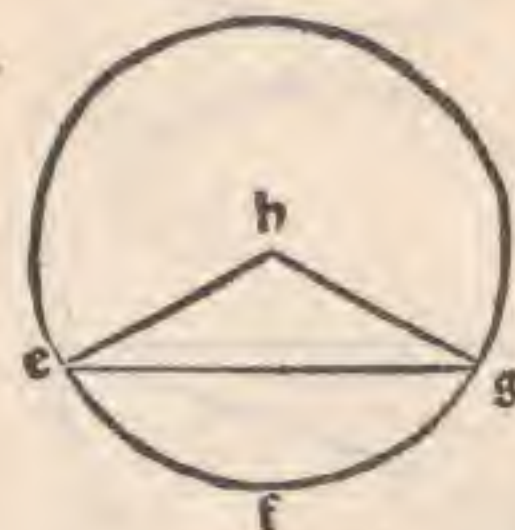
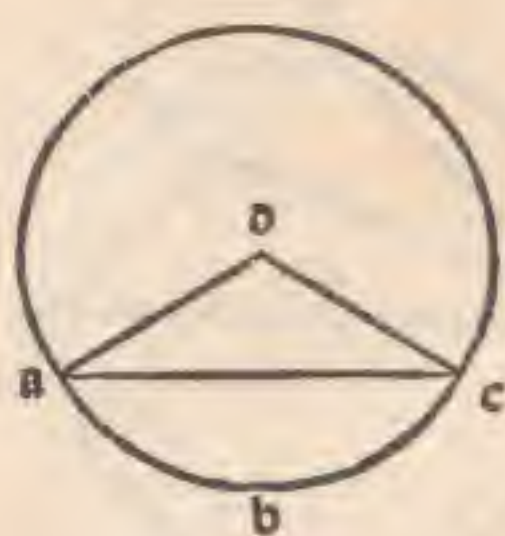
Sit datus arcus.  $a, b, c$ . cui subtendatur corda.  $a, c$ . que diuidat per equalia in puncto.  $d, a$  quo ducatur perpendicularis ad ipsas que sit  $d, b$ . secans circumferentiam dati arcus in puncto.  $b$ . que dico diuidere datum arcum per equalia. ducantur enim linee.  $b, a, b, c$ . que erunt eq- uales per. 4. primi quare p prima partem. 27. huius arcus.  $a, b$ . erit equalis arcui.  $b, c$ . quod est propositum.

Propositio 30.



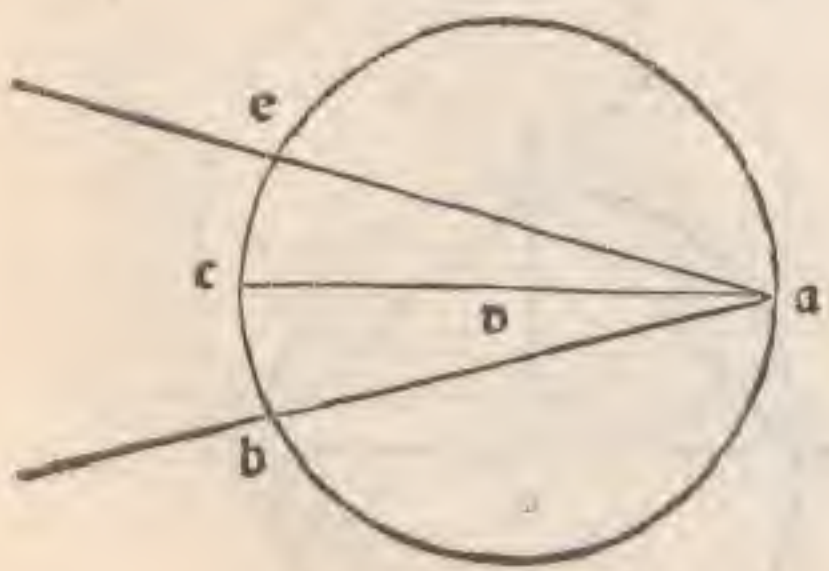
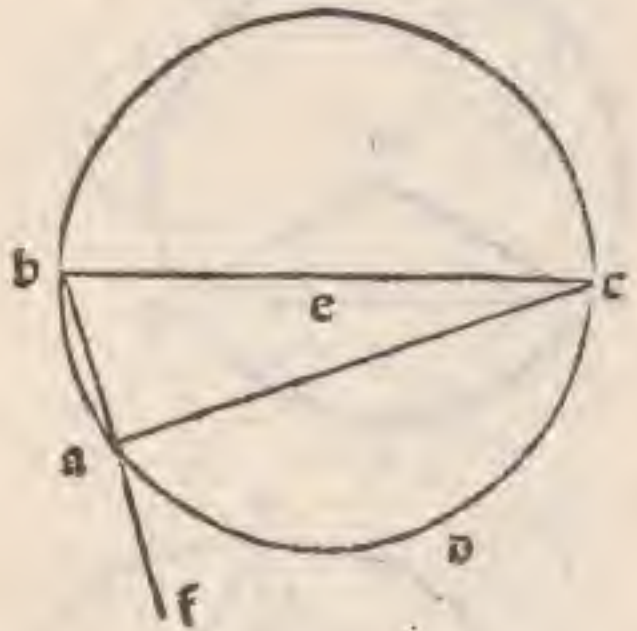
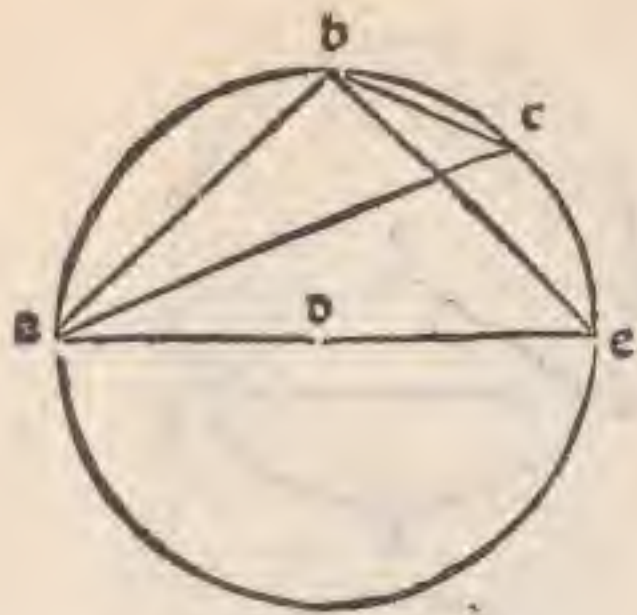
In rectilineis angulus in semicirculo supra arcum consti- tat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. Itemq; omnis portionis angulus semi- circulo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

Sit ut in circulo.  $a, b, c$ . cuius centrum.  $d, z$  diameter.  $a, d, c$ . semicirculus.  $a, b, c$ . in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.  $a, b, c$ . ductis lineis.  $a, b, z, b, c$ . di- co illum angulum esse rectum. prorrabatur ab ipso angulo in centrum linea.  $b, d$ . eritq; per quinta primi: angulus.  $a, b, d$ . equalis angulo.  $a, z$  angulus.  $d, b, c$ . equa- lis angulo.  $c, z$  quia angulus.  $c, d, b$ . e equalis duobus angulis.  $d, b, a, z, a$ . per. 32. p- mi: ipse erit duplus ad angulum.  $d, b, a$ . eadem ratione angulus.  $a, d, b$ . dupl<sup>o</sup> erit ad angulum.  $d, b, c$ . ergo duo anguli.  $c, d, b, z, a, d, b$ . dupli sunt ad totalem angu- lum.  $a, b, c$ . sed ipsi sunt equales duobus rectis. per. 13. primi: erit igitur angulus  $a, b, c$ . totalis medietas duorum rectorum: quare rectus quod est primum propo- situm. Idem aliter prorrabatur.  $b, c$ . vsq; ad.  $e$ . eritq; per. 32. primi: angulus.  $a, b, c$ . equalis duobus angulis.  $a, z, c$ . z quia angulus.  $a$ . est equalis angulo.  $a, b, d$ . et angulus.  $c$ . angulo.  $c, b, d$ . erit angulus.  $a, b, c$ . equalis totali angulo.  $a, b, c$ . ergo vter- q; eorum est rectus per definitionem. Secundo sic patet: sit in circulo.  $a, b, c$ . cuius centrum.  $d$ . portio.  $a, b, c$ . cuius corda.  $a, c$ . maior semicirculo: z fiat super eius cir- cumentiam angulus.  $a, b, c$ . ductis lineis.  $b, a, z, b, c$ . dico illum angulum esse mino- rem recto. ducantur enim diametri.  $a, d, e$ . z linea.  $e, b$ . eritq; per primam partem huius.  $b$ . totalis rectus. quare angulus.  $a, b, c$ . erit minor recto per comunem scien- tiam cum sit pars eius: sicq; patet scdm. Tertium sic. Sit rursus in circulo.  $a, b,$



63





c. cuius centrum. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. que sit semicirculo minor: et fiat super eius circumferentiam angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. et b. c. dico hunc angulum esse maiorem recto. producantur enim diametri a. d. e. et linea. b. e. eritque per primam partem huius angulus. a. b. e. rectus. quare angulus. a. b. c. erit maior recto quod est tertium propositum. ¶ Quartum et quintum sic. Sint in circulo a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. maior semicirculo et portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semicirculo dico angulum contentum ab arcu b. a. et corda. a. c. esse maiorem recto et angulum contentum ab arcu. d. a. et corda a. c. esse minorem recto. producantur diametri. e. e. b. et linea. b. a. usque ad. f. eritque per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus. quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi et secundus pars recti evidenter patet utrumque. quare tota liquet hec peribantembris conclusio. ¶ Ex istis autem duobus ultimis partibus nota etiam instantiam contra illas duas argumentationes ad quas tulimus instantiam. in. 15. huius. transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimam partem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius. non tamen per equale. Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo. aut minor: sit autem tam angulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto. et tunc non erit alicuius portionis angulus. nec simpliciter aliquis contentus a circumferentia. et linea recta nec rectus nec equalis recto. Quod ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b. secans ex ipso portionem semicirculo minorem. eritque per ultimam partem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. et imaginetur linea. a. b. moveri ad partem. c. super punctum. a. que quoadiu fuerit citra. c. vel in ipso. c. cooperiens diametrum. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra. c. velut in. e. faciet per penultimam partem huius angulum maiorem recto. transit ergo a minori ad maius non per equale. et sicut in rectilineis angulis est reperire maiores angulo semicirculi et minorem. non tamen equalem ut monstratum est. in. 15. huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto et minorem non tamen equalem: ut patet ex ista demonstratione.

## Propositio .31.

**S**i circulum linea recta contingat et a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducatur quoscunque duos angulos cum contingente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus: equales sunt.

¶ Sit recta linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cuius centrum. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea. d. f. secans ipsum. fiantque angulus. d. c. f. consistens super arcum portionis. d. e. f. ductis lineis. c. d. et c. f. et angulus. d. e. f. consistens super arcum portionis. d. e. f. ductis lineis. e. d. et e. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b. d. f. et angulum. e. angulo. a. d. f. ducantur enim diametri. d. g. b. et linea. f. h. eritque per. 17. huius. d. h. perpendicularis super. a. b. et per primam partem premisse angulus. d. f. b. rectus. quare duo anguli. a. d. b. et



d. f. b. sunt equales. posito ergo cōmuni angulo. b. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f. b. z. b. d. f. sed hi duo cum angulo. b. sunt equales duobus rectis per. 32. primi: ergo angulus a. d. f. cum angulo. b. equales duobus rectis. sed angulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equialet duobus rectis per. 13. primi: ergo angulus. b. d. f. est equalis angulo. b. ergo z angulo. c. per. 20. huius z hoc est primum. z quia duo anguli. c. z. c. sunt equales duobus rectis per. 21. huius erit angulus. c. equalis angulo. a. d. f. quod est scōm. Vel istud scōm sit angulus. a. d. f. cum angulo. b. equialet duobus rectis. vt premonstratum est. sed angulus. c. cum angulo. b. equialet duobus rectis per. 21. huius. ergo angulus. c. est equalis angulo. a. d. f. quod est propositum.

Propositio .32.

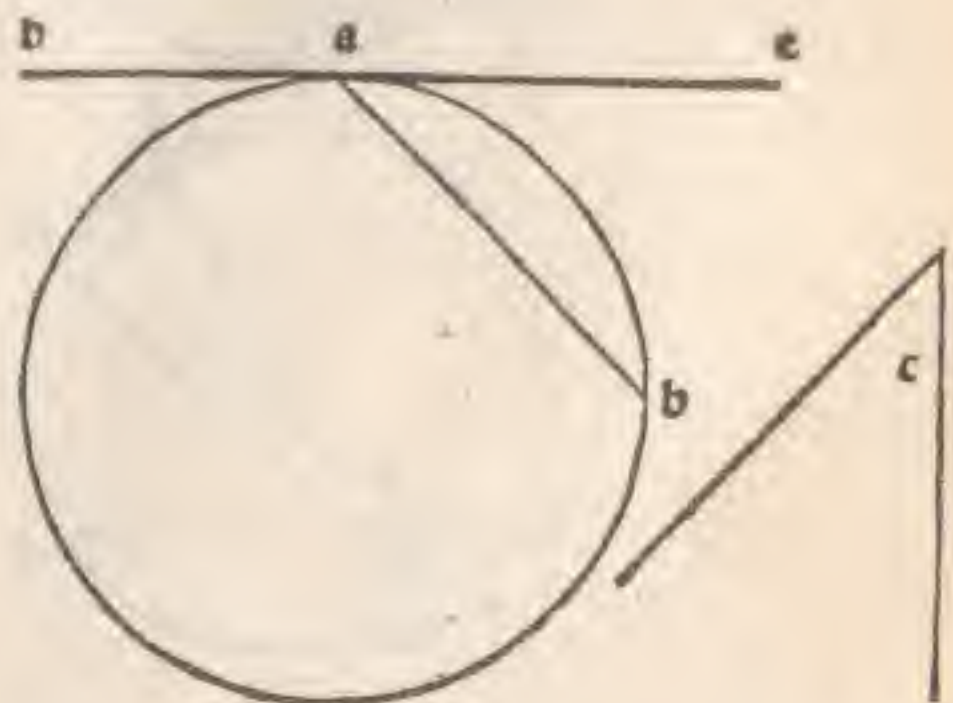
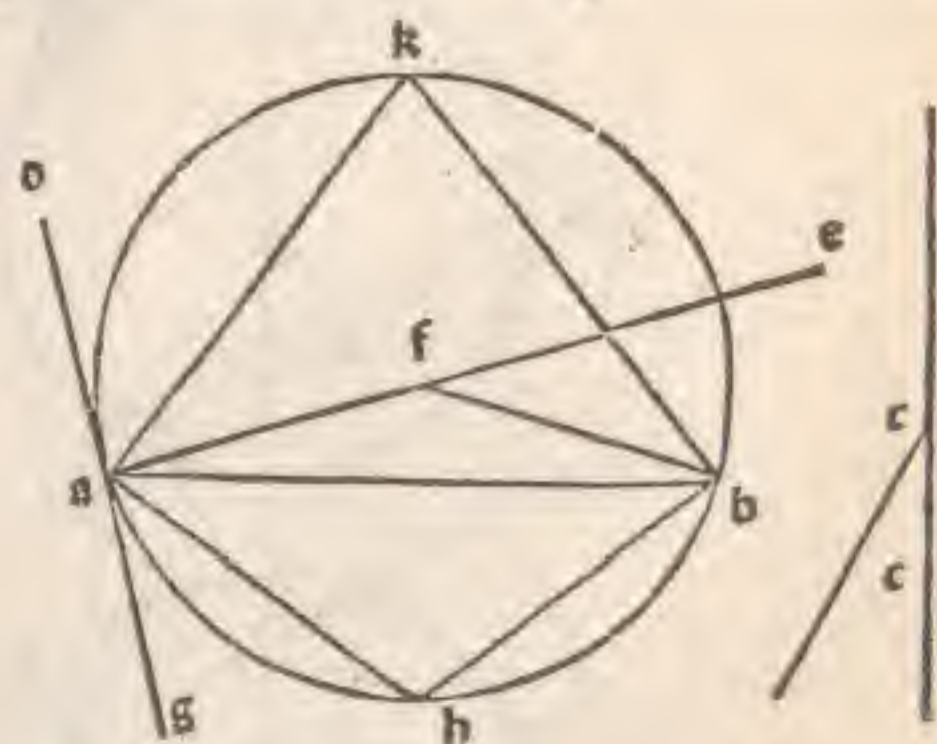
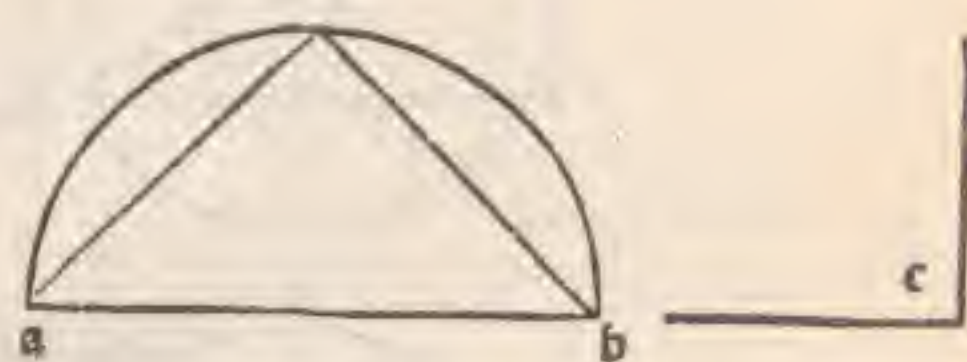
**S**uper datam lineam. circuli portionē describere capientem angulum. dato angulo. equalem. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

¶ Sit. a. b. linea data z. c. datus angulus super lineam a. b. volo de scribere vnā circuli portionē recipiētē i circūferētia rectilineū angulū equalem angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. p. medium describam super eam semicirculum. factumq; erit propositum. per primam partem. 30. huius. ¶ Si autē sit obtusus ductā lineam. d. a. cum linea. b. a. continētē equalē angulum angulo. c. z a puncto. a. ducam lineam. a. c. perpendicularē sup lineam a. d. z super punctū. b. faciā angulū p. 23. pmi equalē angulo. e. a. b. i quo obtusus excedet rectum. ducta linea. b. f. vsq; ad perpendicularē. a. c. cruntq; per. 6. pmi: linee. f. a. z f. b. equales: facto itaq; pūcto. f. centro circuli describam fm quantitatē linee. f. a. z circulum. a. b. b. eritq; per conzel. 15. huius linea. a. d. contingens circulum. quare per premissam angulus qui fit in portione. a. b. b. est equalis angulo. d. a. b. quare z angulo. c. quod est propositum. ¶ Si autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. continētē cum linea. a. b. angulum equalē angulo. c. z a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularē ad lineam. a. g. z super punctum b. faciā angulum equalē angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutū. ducta linea b. f. vsq; ad perpendicularē. a. e. cruntq; per. 6. primi linee. f. a. z f. b. equales: facto itaq; puncto. f. centro circuli. desceibam fm quantitatē linee. f. a. circulum. a. k. b. eritq; per conzelarum. 15. huius linea. a. g. contingens circulū. quare per premissam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare z angulo. c. quod est propositum.

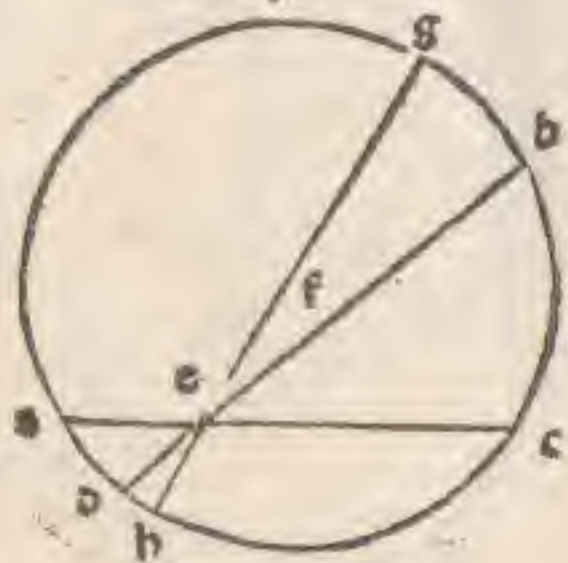
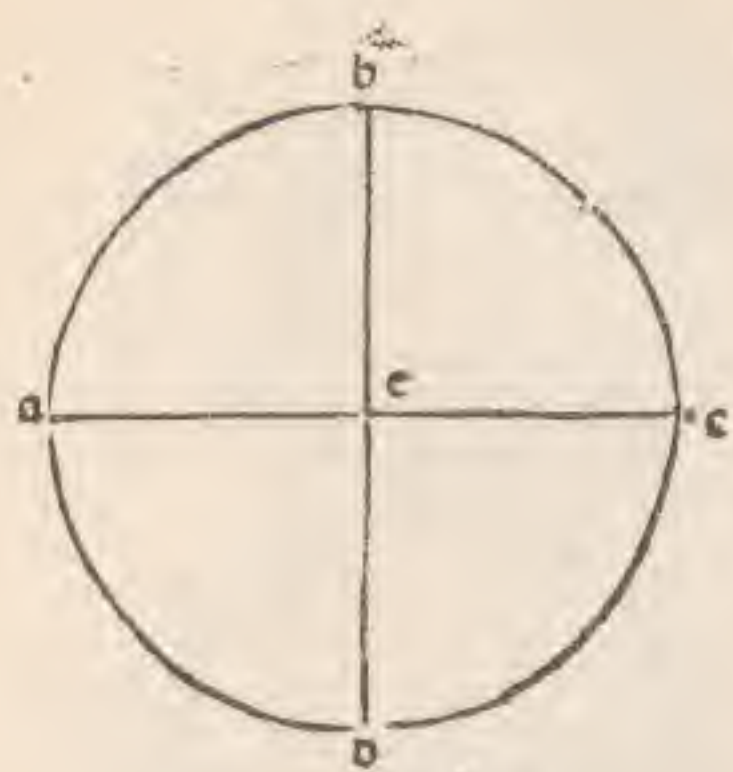
Propositio .33.

**D**ato circulo: dato angulo. equum angulum capientem portionem abscindere.

¶ Sit. a. b. datus circulus. et. c. datus angulus. volo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem vnā capientem equalē angulum angulo. c. produco lineam. d. a. e. contingentem datum circulum in puncto. a. a quo ducto in circulum lineam. a. b. continētē cum linea. a. e. angulum equalē angulo. c. eritq; per. 31. huius portio. a. b. existens a parte linee. a. d. recipiens angulum equalē angulo. c. quod est propositum.







**S** intra circuli due recte linee sese inuicem secent. q̄ sub duabus partibus vnus earū p̄cedit. equū est ei rectāgu lo q̄ sub duabus alterius linee p̄ribus cōtinetur.

**S**int due linee .a.c. et b.d. secantes se in circulo a.b.c.d. super p̄ctū e. dico q̄ illud rectangulum q̄ fit ex .a.e. et e.c. equum est ei q̄ fit ex b.e. in e.d. aut enim ambe linee a.c. et b.d. transibūt p̄ centrum circuli aut altera tm̄ aut neutra. q̄ si ambe transeant per centrū. erit .e. centrum circuli. omnesq̄ 4. linee equales: quare liquet p̄positum. **Q**uod si altera earū tantum transit per centrū sit illa .b.d. centrumq̄ circuli sit .f. aut ergo .b.d. secabit a.c. per equalia aut per unequalia. secet ergo primo per equalia: eritq̄ per primā partē. 3. huius secans eā orthogonaliter. ducatur itaq̄ linea .f.c. eritq̄ per .5. secūdi q̄ fit ex .b.e. in .e.d. cū quadrato .e.f. equale quadrato linee .f.d. quare et quadrato linee .f.c. ergo per penultimā primī et quadratis duarū linearum .f.e. et e.c. dempto ergo vtriq̄ quadrato .e.f. erit quod fit ex .b.e. in .e.d. equale quadrato linee .e.c. et quia .e.c. ē equalis .a.e. patet p̄positum. **Q**uod si .b.d. transiens per centrum secat .a.c. per unequalia a centro .f. ducatur .f.g. perpendicularis ad .a.c. eritq̄ per secundam partē tertii huius .a.g. equalis .g.c. et ducatur linea .f.c. eritq̄ per .5. secūdi quod fit ex .b.e. in .e.d. cū quadrato .f.f.e. et ideo per penultimā primī cū quadratis duarū linearum .f.g. et g.c. propter id q̄d angulus .f.g.e. ē rectus et equalis quadrato linee .d.f. et ideo linee .f.c. propter quod per penultimā primī et quadratis duarū linearum .f.g. et g.c. dempto ergo vtriq̄ quadrato linee .f.g. erit quod fit ex .b.e. in .e.d. cum quadrato linee .g.c. equale quadrato linee .g.c. sed per .5. secūdi quod fit ex .a.e. in .e.c. cum quadrato linee .g.e. est equū ei quod fit ex .a.e. in .e.c. cum quadrato eiusdem .g.e. dempto igitur vtriq̄ quadrato linee .g.e. erit quod fit ex .b.e. in .e.d. equale ei quod fit ex .a.e. in .e.c. quod est p̄positum. **Q**uod si neutra earū transit per centrum siue altera diuidat alterā per equalia siue per unequalia. producam lineam .g.f.c.b. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alterā per equalia. ut .b.d. a.c. tūc .g.b. diuidit etiā .a.c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modū huius conclusionis quod fit ex .g.e. in .e.b. equum est ei quod fit ex .a.e. in .e.c. et per tertium modum huius quod fit ex .g.e. in .e.b. equum est ei quod fit ex .b.e. in .e.d. ergo quod fit ex .a.e. in .e.c. equum est ei quod fit ex .b.e. in .e.d. quod est p̄positum. **A**t si neutra diuidit alterā per equalia erit per tertium modū huius cōclusionis q̄d fit ex .g.e. in .e.b. eōle vtriq̄ eorum que fiunt ex .a.e. in .e.c. et b.e. in .e.d. quare vnum eorum erit equale alteri: quod est p̄positum.

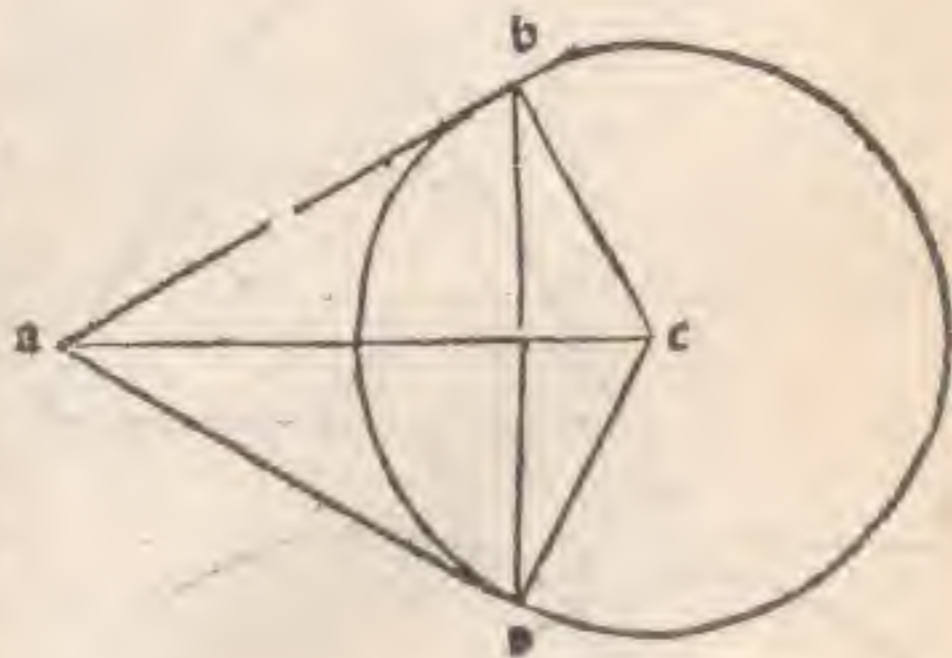
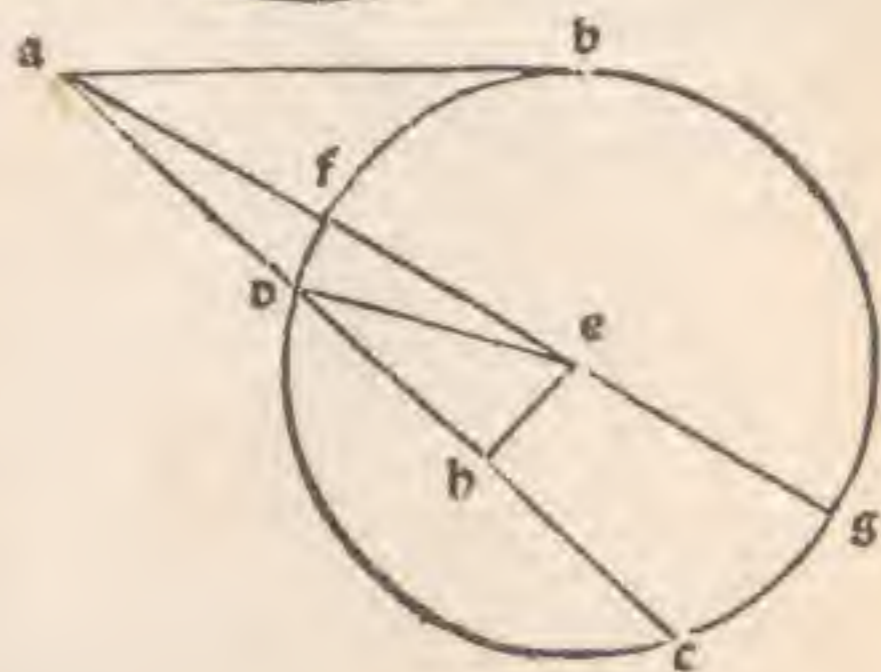
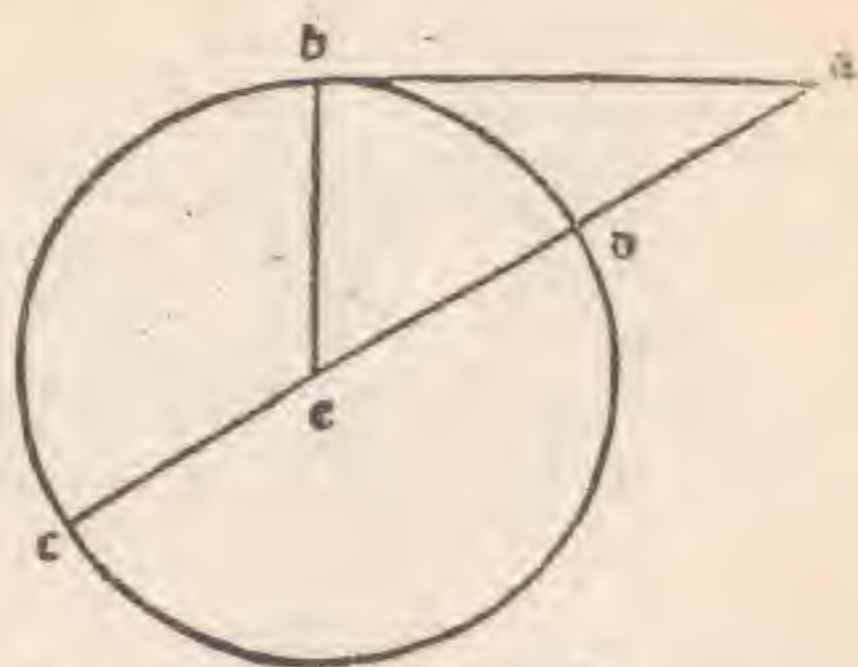


**S** extra circulum punctus signetur. ab eo autem ad circuli alia linea secās. alia contigens due recte linee ducant q̄ sub tota secante. atq̄ parte sui extrinseca continet equū est ei quadrato q̄ ex contingente linea describitur.

Sit .a. punctus signatus extra circulum. b.c.d. cuius centrū .e. a quo

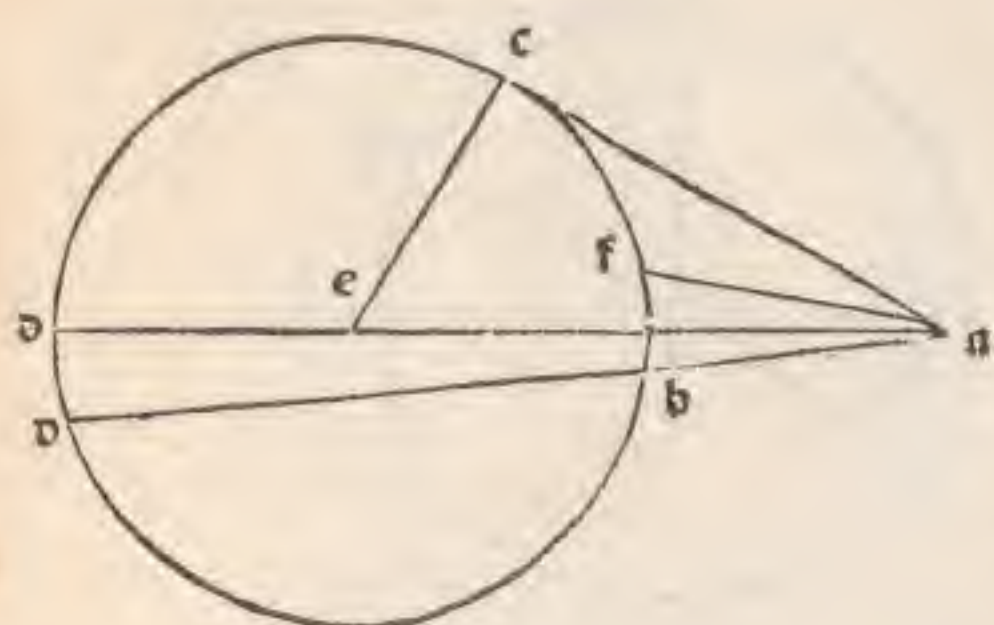


ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. z. a. c. d. secās. dico qd illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. aut enim. a. d. c. transit per centrum aut non transeat: ergo primo per centrum quod est. e. z. ducatur linea. e. b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. z. quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. e. z. est ei addita linea. d. a. erit per sextam secundi quod fit ex. c. a. z. a. d. cum quadrato linee. c. d. z. ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. z. ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum: e. b. z. b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo vtriq; quadrato. e. b. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale quadrato linee. a. b. quod est propositum. ¶ Quid si linea. a. d. c. non transit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum z. ducā linee. c. d. z. e. b. z. sit. e. b. perpendicularis ad. a. d. c. eritq; p. 3. huius d. b. equalis. b. c. quia ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. b. z. addita sibi linea. a. d. erit per. 6. secundi quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadrato. d. b. equale quadrato linee. a. b. ergo addito vtriq; quadrato. b. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. b. z. b. e. z. ideo per penultimam primi cū quadrato. d. e. propter id quod angulus. b. est rectus. z. ideo cum quadrato. c. f. propter id quod. e. d. z. e. f. sunt equalis. equale quadratis duarum linearum. a. b. z. b. e. z. ideo per penultimam primi quadrato linee. a. c. sed quia per sextam secundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale est quadrato linee. a. e. qz ergo vtriq; eorum que fiunt ex. c. a. in. a. d. z. ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. est equale quadrato linee. a. e. ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtriq; quadrato linee. e. f. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. equale ei quod fit ex. g. a. in. a. f. sed id quod fit ex. g. a. in. a. f. est equale quadrato linee. a. b. per premissum modum huius: ergo quod fit ex. c. a. in. a. d. est equale quadrato linee. a. b. quod est propositum. ¶ Et ex hac nota qd puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. z. earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia. quoniam omnia sunt equalia quadrato linee contingentis. ¶ Nota etiam qd si a quolibet puncto extra circulum signato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur. ipse erunt adinuicem equalis. erit enim quadratum vtriq; earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum. in partem eius extrinsecam. hoc autem euidentius patet per penultimam primi. ¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. z. ab ipso ducantur due linee. a. b. z. a. d. contingentes circulum in punctis. b. d. dico ipsas esse equalis. producam enim lineas. c. a. c. b. z. e. d. eritq; per. 17. huius vterq; angulorum. b. z. d. rectus. quare per penultimam primi quadratum. a. e. erit equale duobus quadratis duarum linearum. a. b. z. b. e. Similiter quoq; z. duobus: duarum. a. d. z. d. e. quare quadrata duarum linearum a. b. z. b. e. sunt equalia quadratis duarum. a. d. z. d. e. z. quia quadrata duarum que sunt. b. e. z. e. d. sunt equalia: erunt quadrata duarum que sunt. a. b. z. a. d. e. equalia: ergo. a. b. est equalis. a. d. quod est propositum. ¶ Aliter etiā ducatur linea b. d. eritq; per quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. c. d. b. propter id quod linea. e. b. est equalis linee. e. d. z. quia vterq; duorum angulorum. b. z. d. est rectus. erit per comunem sciētiam angulus. a. b. d. residuus equalis angulo. a. d. b. residuo. per sextam. ergo primi est linea. a. b. equalis linee. a. d.



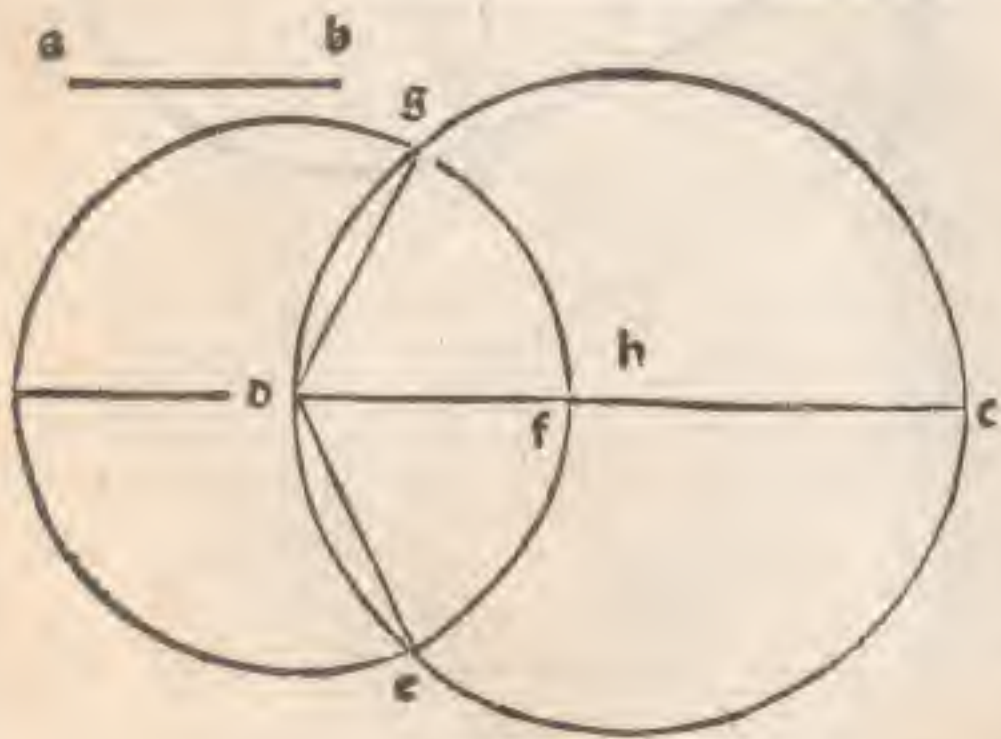


## Propositio .36.



**S**i fuerit punctus extra circulum signatus a quo due linee ad circulum ducantur. altera secans. altera circumferentie applicata fueritque quod ex ductu totius secantis in parte sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

**¶** Sit a punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum linea. a. b. d. secans ipsum et linea. a. c. applicata circumferentie. et esto ut quod fit ex. d. a. in. a. b. sit equale quadrato. a. c. dico lineam. a. c. esse contingente et est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a. f. eritque per premissam quod fit ex. d. a. in. a. b. equale quadrato linee. a. f. quare quadratum linee. a. f. est equale quadrato linee. a. c. ergo. a. c. est equalis. a. f. quod est impossibile. per. 8. huius. erit ergo. a. c. contingens quod est propositum. **¶** Idem ostendit per probabit maneat prior dispositio et hypothesis. et si linea. a. b. d. transit per centrum ducatur linea. c. e. que erit per. 6. secundi quod fit ex. d. a. in. a. b. cum quadrato. c. e. b. et ideo cum quadrato. c. c. equale quadrato. a. e. sed quod fit ex. d. a. in. a. b. positum est equale quadrato. a. c. ergo quadratum. a. c. cum quadrato. c. e. est equale quadrato. a. e. ergo per ultimam primi angulus. c. est rectus. ergo per conel. 15. huius linea. a. c. est contingens circulum quod est propositum. **¶** Si autem. a. b. d. non transit per centrum ducatur a puncto. d. linea transiens per centrum. et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex. d. a. in. a. b. per premissam ipsum erit equale quadrato linee. a. c. quare ut prius. a. c. erit contingens circulum. *Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.*



**F**igura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur. latera uno quoque suorum angulorum ab interiore parte contingit. **¶** Circumscribi vero figura figure perhibetur quoties ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

## Propositio. .1.

**I**ntra datum circulum date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

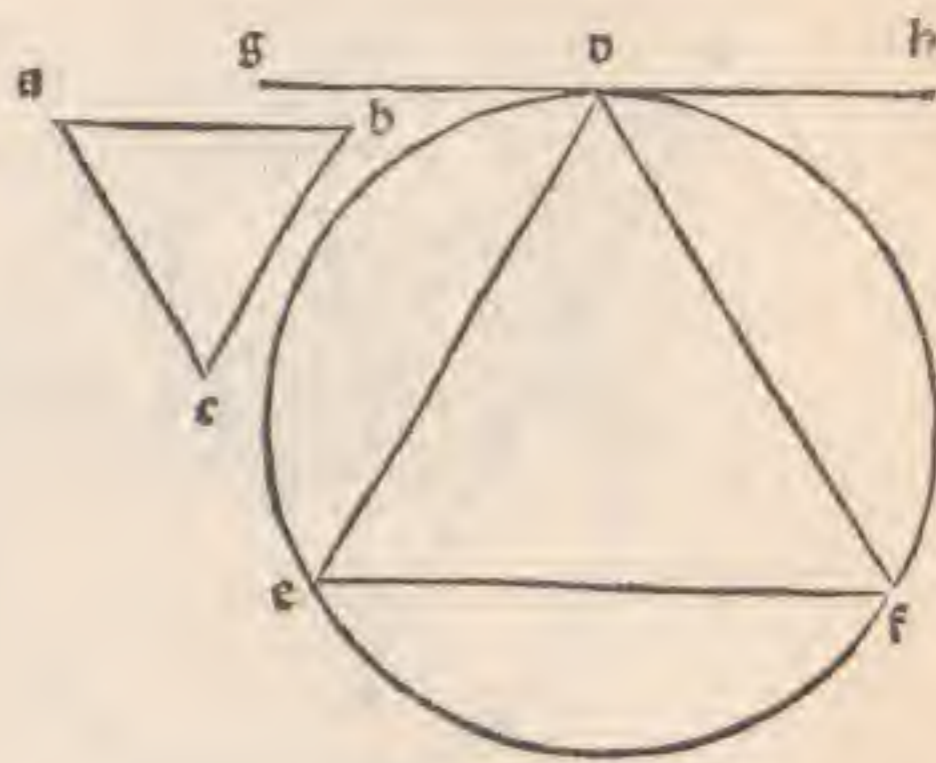
**¶** Sit linea data. a. b. circulusque datus. c. d. e. cuius diameter. c. d. quae non est maior linea. a. b. volo intra datum circulum coaptare lineam aequalem. a. b. que si fuerit equalis diametro constat propositum. si autem minor ex diametro sumatur. d. f. sibi equalis et super punctum. d. sim quantitate linee. d. f. describatur circulus f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. et c. ad alterum quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. vel. d. g. eritque utralibet earum equalis linee. a. b. eo quod utraque earum est equalis linee. d. f. per definitionem circuli: quare habemus propositum.



Propositio .22

**I**ntra assignatū circulum triangulum triangulo assigna-  
to equiangulum collocare.

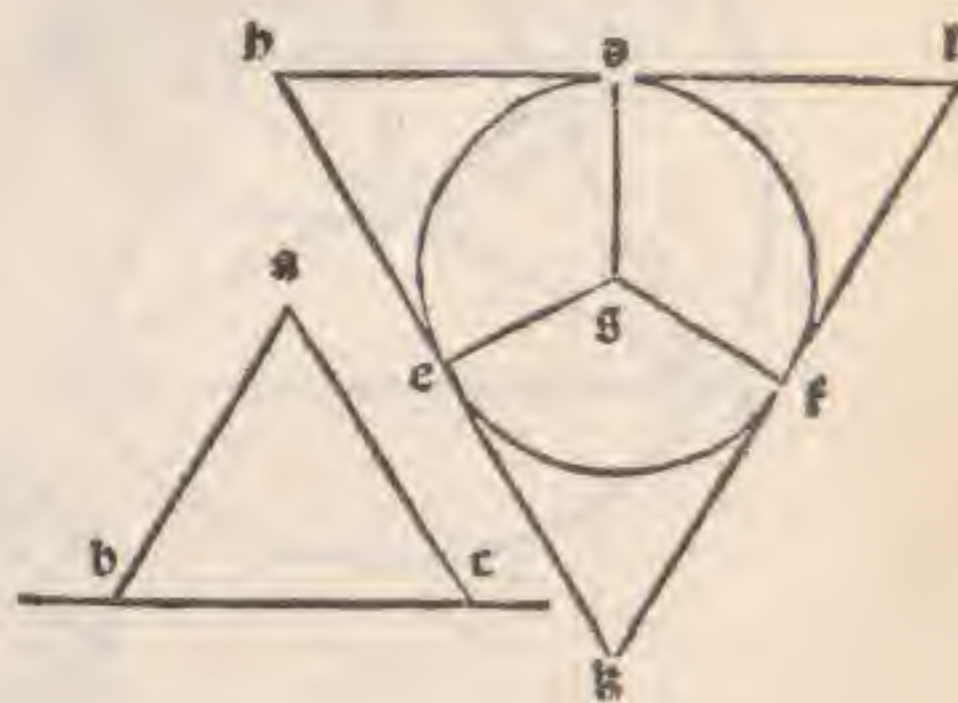
**S**it assignatus triagulus .a .b .c . assignatusq3 circulus .d .e .f . volo  
intra hunc circulum collocare vnū triangulum equiangulum trian-  
gulo .a .b .c . equilaterus enim non ē necessariū ē sed ē possibile . pro  
duco .g .d .b . contingentem circulum in puncto .d . super que facio angulum .b .d .f .  
ducta linea .d .f . equalē angulo .c . z angulum .g .d .e . ducta linea .d .e . equalē angu-  
lo .b . z protrabo lineam .e .f . eritq3 per .31 . tertii angul<sup>9</sup> .e . equalis angulo .c . q3 vter-  
q3 est equalis angulo .b .d .f . c . quidē per positionē . e . vero per .31 . tertii eadē rōne  
erit angulus .f . equalis angulo .b . quare per .32 . primi . d . tertius erit equalis . a . ter-  
tio . quare habemus propositum .



Propositio .3.

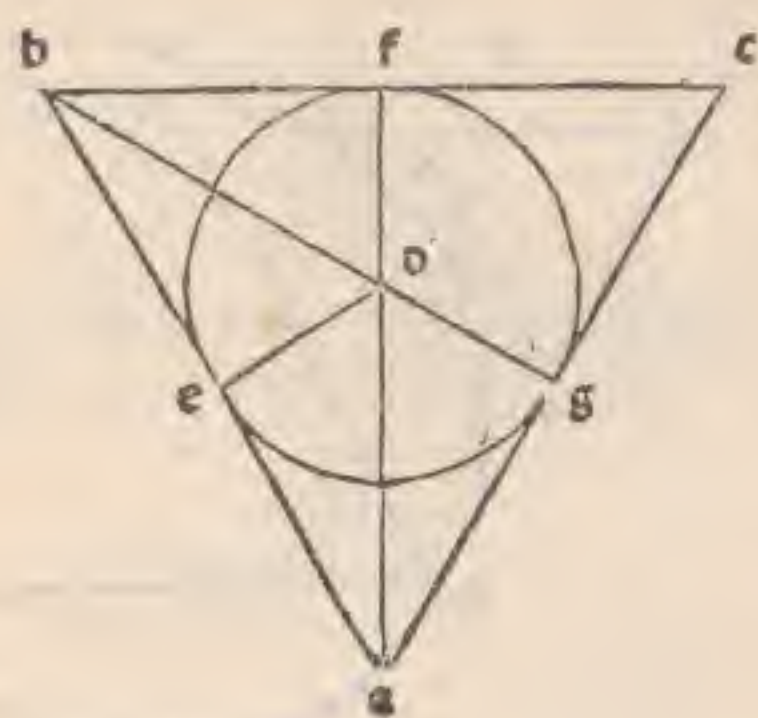
**I**ntra assignatum circulum assignato triangulo triangulū  
equiangulum describere.

**S**int vt prius assignatus triangulus .a .b .c . assignatusq3 circulus  
d . e . f . cuius centrum .g . circa hunc circulum volo describere vnū tri-  
angulum equiangulum triangulo .a .b .c . equilaterum enim nō ē ne-  
cessarium sed ē possibile . producam basim .b .c . i vtrāq3 partem . vt fiant duo angu-  
li extrinseci . z a centro .g . producam lineam .g .d . ad circūferentiam . z constituā an-  
gulum .d .g .e . ducta linea .g .e . equalē angulo .b . extrinsecō . z .d . g .f . ducta linea  
g .f . equalē .c . extrinsecō . z a punctis .d . e . f . producam in vtranq3 partem lineas  
orthogonaliter que per concl. 15 . tertii erunt contingentes circulū q3 cōtingentes  
ptrabā quousq3 concurrant in punctis .h .k .l . necesse est enim ipsas concurrere .  
cum enim vterq3 angulorum qui sunt ad .d . z vterq3 eorum qui sunt ad .e . sit rect<sup>9</sup>  
si intelligatur protrahi linea .d .e . erunt duo anguli qui sunt ad partes .b . minores  
duobus rectis . quare p penultimā petitionē i ptem illam ptracte concurrent linee  
l .d . b . k . e . b . eadem rōne concurrent due linee .b .d . l . k . f . l . cum vterq3 angulorum  
qui sunt . ad .f . sit etiam rectus . Quia ergo in quadrilatero .h .d . e .g . duo angu-  
li .d . z .e . sunt recti . erunt duo anguli .g . z .b . equales duobus rectis . cuiuslibet enim  
quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis . vt mōstratū ē supra .32  
primi : z quia duo anguli .b . intrinsecus z extrinsecus sunt similiter equales duob<sup>9</sup>  
rectis . p .13 . pmi : at vero .b . extrinsec<sup>9</sup> posit<sup>9</sup> ē equalis .d . g .e . erit intrinsec<sup>9</sup> .b . equa-  
lis .b . simili quoq3 rōne erit .c . intrinsecus equalis .l . z quia duo anguli .b . z .c . intrin-  
seci sunt minores duobus rectis . per .32 . primi : erunt similiter duo anguli .b . z .l .  
minores duobus rectis . quare per penultimāz petitionem due linee .b .e . z .l .f . p/  
tracte concurrent in puncto .k . fietq3 triangulus .b .k .l . z quia angulus .b . ē equa-  
lis angulo .b . intrinsecō . z angulus .l . angulo .c . intrinsecō . erit per .32 . primi : angu-  
lus .k . equalis angulo .a . quare habemus propositum .



Propositio .4.



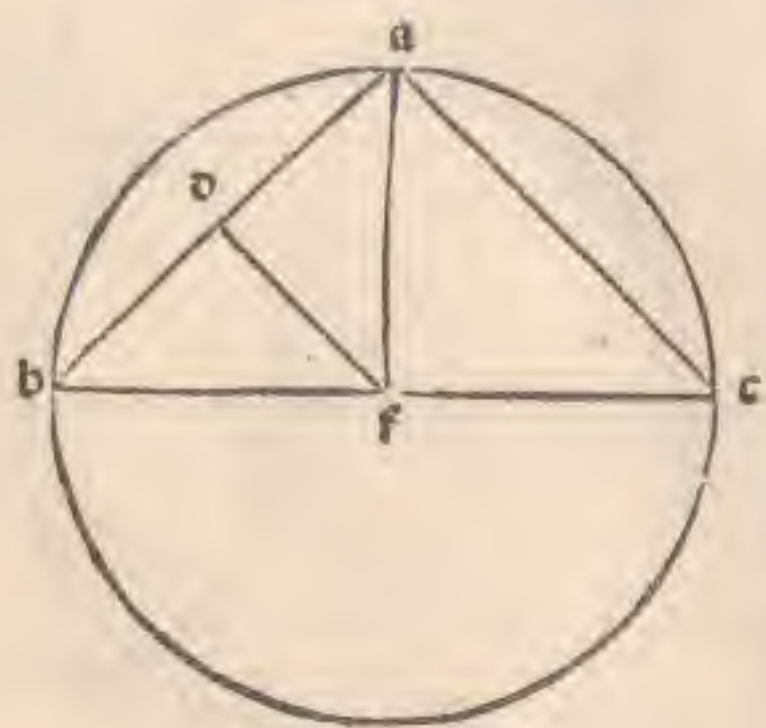


**I**ntra datum triangulum circulus describere.  
 ¶ Sit assignat<sup>9</sup> triangulus .a. b. c. volo intra ipsius circulum describere  
 hec e<sup>9</sup> q<sup>9</sup>si conuersa sc<sup>9</sup>oe .diuido eni duos ei<sup>9</sup> angulos .a. z. b. p<sup>9</sup> e<sup>9</sup>q<sup>9</sup>lia .a  
 q<sup>9</sup>da ducta linea .a. d. b. vero .ducta linea .b. d. q<sup>9</sup> concurrat i puncto .d.  
 a quo duc<sup>9</sup> pp<sup>9</sup>ediculares ad tria latera ipsi<sup>9</sup> .d. e. q<sup>9</sup>de: ad .a. b. d. f. ad  
 .b. c. z. d. g. ad .a. c. z. quia duoz<sup>9</sup> trianguloz .e. a. d. z. g. a. d. angulus .a. vni<sup>9</sup> e<sup>9</sup> e<sup>9</sup>q<sup>9</sup>/  
 lis angulo .a. alterius .z. vterq<sup>9</sup> anguloz .e. z. g. rectus z. latus .a. d. com<sup>9</sup>une .erit p<sup>9</sup>  
 26. primi: linea .d. e. equalis linee .d. g. eadem rone cum duoz<sup>9</sup> trianguloz .e. b.  
 d. z. f. b. d. angulus .b. vnius sit equalis angulo .b. alterius z. vterq<sup>9</sup> anguloz .e. et  
 f. rectus: latus quoq<sup>9</sup> .d. b. commune: erit per eandem .linea .e. d. equalis linee .d. f.  
 quare tres linee .d. e. d. f. d. g. sunt equales .posito ergo centro in .d. z. descripto cir  
 culo secund<sup>9</sup> quantitate vnius earum transibit per .g. tertii per reliquarum duaru<sup>9</sup>  
 extremitates: z. quia per conel. 15. tertii vnaqueq<sup>9</sup> linearum .a. b. b. c. z. c. a. erit co  
 tingens circulum .patet perfectum esse propositum.

## Propositio .5.



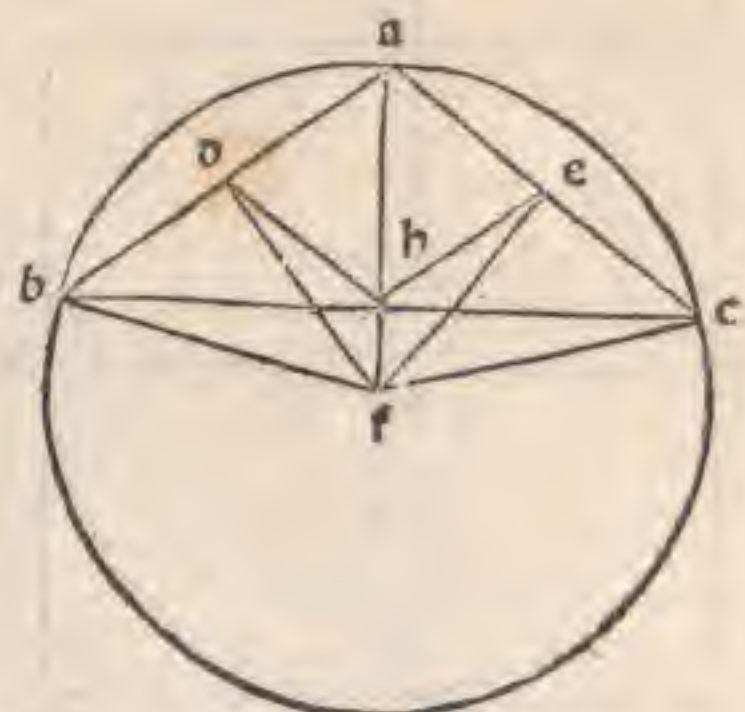
**C**irca trigonum assignatum siue illud sit orthogoniū siue  
 amblygonium .siue oxigonium circulum describere.  
 ¶ Sit trigonus assignatus .a. b. c. volo circa ipsum describere circulu<sup>9</sup>  
 hec est quasi conuersa tertie .diuido duo eius latera .a. b. et .a. c. per  
 equalia .a. b. quide<sup>9</sup> in puncto .d. z. a. c. in puncto .e. a quibus punctis  
 produco perpendiculares ad lineas .a. b. z. a. c. quas protraho quousq<sup>9</sup> concurrant  
 in puncto .f. sintq<sup>9</sup> .d. f. z. e. f. concurrent eni q<sup>9</sup>m cu<sup>9</sup> vterq<sup>9</sup> anguloz .d. z. e. sit rect<sup>9</sup>  
 si intelligatur p<sup>9</sup>trahi linea .d. e. fient duo anguli ad parte<sup>9</sup> in qua protrahunt<sup>9</sup> mino  
 res duobus rectis: quare concurrunt per penultimam petitionem igitur a puncto .f. qui  
 est punctus concursus que dico esse centrum circuli quesiti .protraho lineas ad sin  
 gulas angulos que sunt .f. a. f. b. f. c. z. quia in triangulo .a. d. f. duo latera .a. d. z. d  
 f. sunt equalia duobus lateribus .b. d. z. d. f. trianguli .b. d. f. z. angulus .d. vni<sup>9</sup> an  
 gulo .d. alterius: quia vterq<sup>9</sup> rectus: erit per quartam primi .f. a. equalis .f. b. ead<sup>9</sup> ra  
 tione erit .f. a. equalis .f. c. copatis lateribus z. angulis duoz<sup>9</sup> trianguloz .a. c.  
 f. z. c. e. f. ergo per .9. tertii punctum .f. erit centrum circuli quesiti .hec est vniuersa/  
 lis demonstratio ad omnes spes trigoni. ¶ Quia tamen auctor videt<sup>9</sup> velle mediuz  
 variare disiungendo inter orthogonium amblygonium z. oxigonium . de quolibet  
 eorum sigillatim est demonstrandū . ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius  
 sitq<sup>9</sup> angulus .a. rectus: latus .b. c. respiciens hunc angulu<sup>9</sup> rectu<sup>9</sup> diuido per equalia  
 in .f. a quo puncto que dico esse centru<sup>9</sup> circuli ad medium punctum vtriusq<sup>9</sup> duoz<sup>9</sup>  
 reliquoz lateru<sup>9</sup> qui sit .d. duco lineam .f. d. z. quia linea .f. d. diuidit duo latera .a. b.  
 z. b. c. trianguli .a. b. c. per equalia: ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee .a. c.  
 hoc eni demonstratu<sup>9</sup> est supra .39. primi: et quia angulus .a. positus est rectus .erit  
 per secundam partem z. per tertiam .29. primi: vterq<sup>9</sup> anguloz qui sunt ad .d. re/  
 ctus: ducatur igit<sup>9</sup> linea .f. a. eritq<sup>9</sup> per quartam primi: linea .a. f. equalis linee .b. f. co  
 paratis adinuicem laterib<sup>9</sup> z. angulis trianguloz .a. d. f. b. d. f. z. q<sup>9</sup> linea .b. f. e<sup>9</sup>q<sup>9</sup>lis  
 linee .c. f. erit .3. linee .b. f. a. f. c. f. adinuicem e<sup>9</sup>q<sup>9</sup>les .quare p<sup>9</sup> .9. tertii erit .f. centrum  
 circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus .a. b. c. amblygonius .sitq<sup>9</sup> angulus .a.





*Lemma primum duo latera trianguli  
3<sup>o</sup> est equidistantia*

obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido per equalia in puncto. b. a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt .d. z .e. duco lineas. b. d. z. b. e. eritq3. d. b. equidistans. a. c. z. e. b. equidistans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi: videlicet q3 linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidistans: quare per secundam partem. 29. primi erit vterq3 duorum angulorum. b. d. b. z. e. b. equalis angulo. a. z ideo vterq3 obtusus. ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. et. e. f. ad lineam. a. c. quousq3 concurrant in puncto. f. que dico esse centrum circuli. Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam. secabit vtraq3 earum lineam. b. c. que respicit obtusum z concurrent extra triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum: produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. Est iterum vt trigonus. a. b. c. sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia: videlicet latus. a. b. in puncto. d. z latus. a. c. in puncto. e. z. b. c. in puncto. b. protraho lineas. d. e. d. b. z. e. b. eritq3. d. b. equidistans a. c. z. e. b. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi: quare per secundam partem. 39. primi: vterq3 angulorum. b. d. b. c. e. b. erit equalis angulo. a. z ideo acutus: ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. z. e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra triangulum. a. b. c. sitq3 punctus concursus f. quem dico esse centrum circuli: produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi: bis assumptam vt prius erunt equales: quare per. 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. Per predicta patet q3 si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.



Propositio .6.



Intra datum circulum quadratum describere.

Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo intra ipsum describere quadratum. protrabo in ipso duas diametros. a. c. z. b. d. secantes se orthogonaliter supra centrum. e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. z. d. a. quas dico continere quadratum quesitum: ipse enim erunt equales adinuicem. per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor linee. e. a. e. b. e. c. z. e. d. sunt equales. et quatuor anguli qui sunt. a. d. e. recti. si vnusquisq3. quatuor angulorum. a. b. c. z. d. est rectus per primam partem. 30. tertii: propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur. a. b. c. d. quadratum per definitionem quod est propositum.



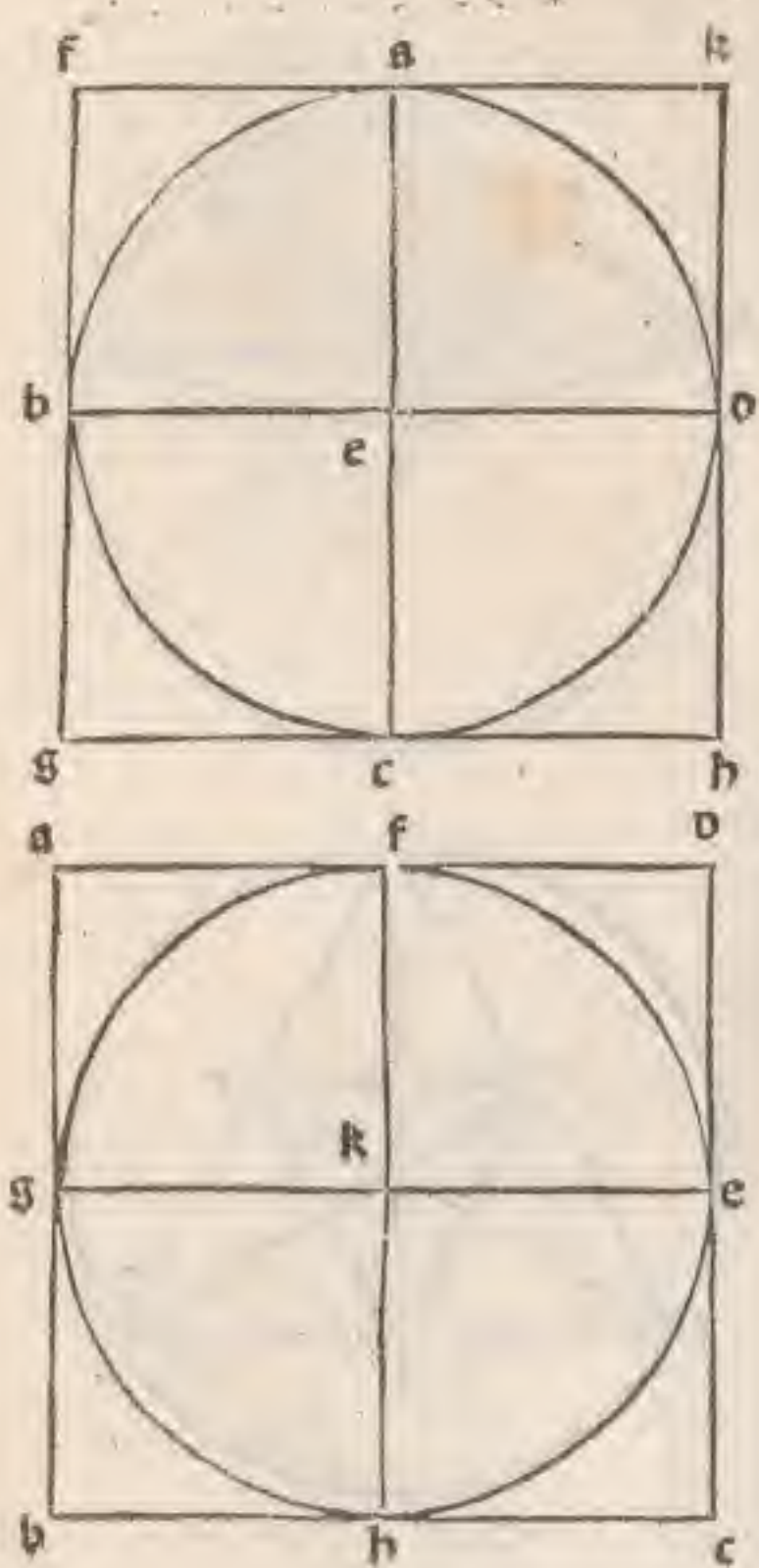
Propositio .7.



Extra propositum circulum quadratum describere.

Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. volo circa ipsum describere quadratum: protrabo in ipso duas diametros. a. c. et. b. d. secantes se ortho-





gonaliter sup cētrū .e. a q̄z extremitatibus duco i vtrāqz ptē lineas orthogonaliter quousqz qlibet eaz pcurrāt cū duab⁹ lateralib⁹ sintqz pūcta p̄cursus eaz .f.g.b.k. eritqz p̄ conel. 15. tertij vterqz anguloz qui sūt ad vnūquēqz quatuor pūctoꝝ .a.b. c.d. rectus: quia ergo in quadrilatero .a.f.b.e. tres anguli .a. b. z. c. sunt recti: erit quartus angulus qui est .f. rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̄tuor rectis: vt demonstratum est supra. 32. primi: eadem rōne quilibet angulorum .g.b. z. k. erit rectus: ergo per secundam partem. 28. primi. due linee .f.g. z. k.b. Itemqz due .f.k. z. g.b. sunt equidistantes. ergo per. 34. primi. f.k. est equalis .g.b. z. f.g.k.b. z quia p̄ eandē .f.k. est equalis .b.d. z. f.g.a.c. At vero b.d. est equalis .a.c. erūt quatuor linee .f.k.g.b.f.g.z.k.b. equales: sed z quatuor anguli .f.g.k.b. sunt recti: vt probatum est prius. ergo .f.g.k.b. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.

Propositio .8.



Intra quadratum assignatum circulum describere.

**I**ntra quadratum assignatum .a.b.c.d. volo intra ipsum describere circulus hec est quasi conuersa .6. diuido vnūquodqz latus eius p̄ equalia .a.d. quidē in puncto .f. b.a. in puncto .g. c.b. in puncto .b. z. d.c. in puncto .e. z. produco lineas .e.g. z. f.b. secantes se in pūcto .k. quē dico esse centrum circuli. erit enī .f.b. equidistans z equalis .a.b. per. 33. primi: p̄pter id quod .a.f. z. d.b. sunt equales z equidistantes. Similiter per eandem z. d.c. a.b. z quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinuicē equalis erunt per. 34. primi: quatuor linee .k.e.k.f.k.g. z. k.b. equales. ergo per. 9. tertij .k. est centrum circuli quesiti.

Propositio .9.



Circa assignatum quadratum circulum describere.

**C**irca assignatum .a.b.c.d. volo circa ipsum circulum describere .hec est quasi conuersa. 7. Protrabo in ipso duas diametros .a.c. z. b.d. secantes se in puncto .e. quē dico esse centrum circuli. Eum enī linee .a.d. z. a.b. sint equales erūt per. 5. primi: anguli .a.d.b. z. a.b.d. e/ quales. z quia angulus .a. totalis est rectus. erit per. 32. primi: vterqz eorum medietas recti. Simili quoqz modo pbabitur quēlibet partialiū angulorum a predictis diametris z laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus .e.a.d. est equalis angulo .e.d.a. erit per. 9. primi: linea .e.a. equalis linee .e.d. eadem rōne erit .e.a. equalis .e.b. z. e.c. equalis .e.d. quare quia quatuor linee .e.a.e.b.e.c.c.d. sunt equales. erit per. 9. tertij .e. centrum circuli que/ siti. quod est propositum.

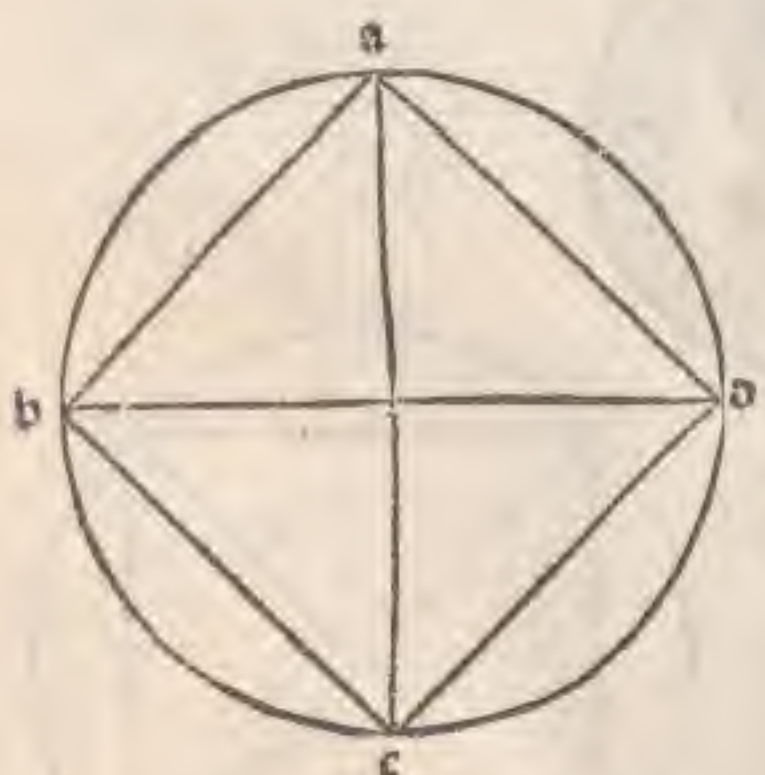
Propositio .10.



Quum equalium laterum triangulum designare. cuius vterqz duorum angulorum quos basis optinet. reliquo duplus existat.

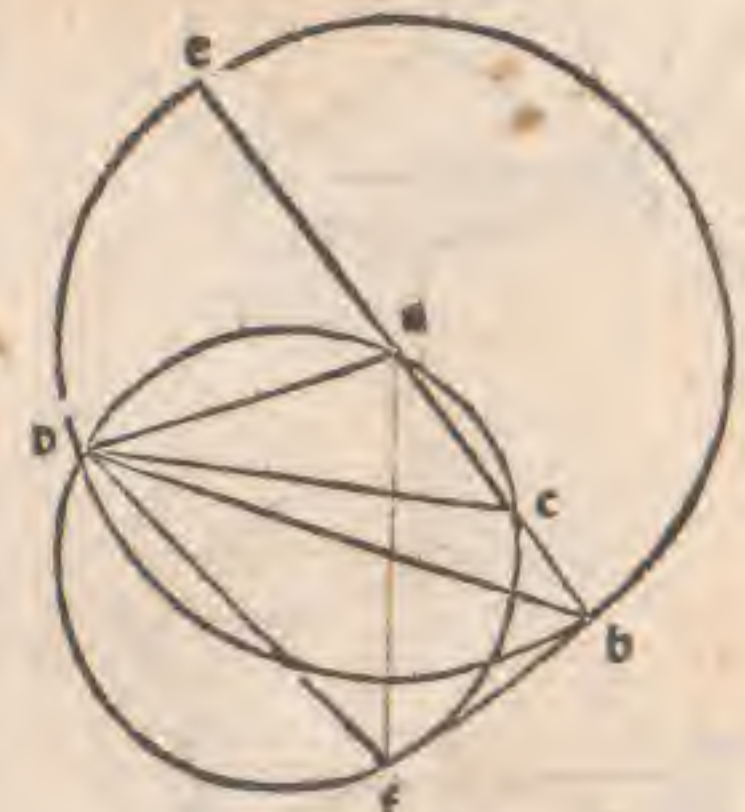
**I**ntentio ē describere vnū triangulū duū eq̄liū laterū z tertij ineq̄lis cui⁹ vterqz anguloꝝ q̄ sup lat⁹ qd ē reliq̄s i eq̄le existūt ad tertij duplus existat. Ad hoc aut faciēdū sumar. linea qlibet q̄ sit .a.b. que diuidat̄ fm̄ qd docet. ii. scđi in puncto .c. ita qd illō quod sit ex .a.b. i .b.c. sit equale quadrato .a.c.

*hanc propositio extendit*





factoq; puncto .a. centro fm ipsius quantitatem describatur circulus .b. d. e. intra que per primam huius coaptetur linea .b. d. equalis linee .a. c. et producantur due linee .d. a. d. c. dico triangulu .a. b. d. esse q̄lis pponit: circūscribat̄ circul⁹ q̄ sit d. c. a. per .5. huius triangulo .d. c. a. quia ergo linea .d. b. est equalis .linee .a. c. erit quod fit ex .a. b. in .b. c. equale quadrato linee .b. d. quare per ultimam tertii .b. d. linea est contingens circulum .d. c. a. et per .31. eiusdem angulus .c. d. b. est equalis angulo .c. a. d. posito ergo cōmuni angulo .c. d. a. erit totus angulus .b. d. a. equalis duobus angulis .c. a. d. c. d. a. sed per .32. primi angulus .b. c. d. est cōlis eisdē quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus .b. d. a. est equalis angulo .b. c. d. et q̄ angulus .a. d. b. est equalis angulo .a. b. d. per .5. primi: eo q̄ latera .a. d. et .a. b. sūt e/qualia. erit angulus .b. c. d. cōlis angulo .c. b. d. ergo per .6. primi: linea .c. d. est e/qualis linee .b. d. quare et linee .c. a. ergo per .5. primi: angulus .c. a. d. est equalis angulo .c. d. a. quia ergo vterq; anguloꝝ .c. d. b. et .c. d. a. ē cōlis āgulo .c. a. d. erit tot⁹ angul⁹ .b. d. a. dupl⁹ ad āgulu .d. a. b. et iō angul⁹ .a. b. d. sibi cōlis. dupl⁹ est etiā ad angulū .b. a. d. qd̄ est propositū. ¶ Forsan dicit aduersarius circulū .d. c. a. circūscri ptum trigono partiali secare circulum .b. d. e. in aliquo puncto arcus .b. d. ita q̄ si mul secabit lineam .b. d. vnde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstra tione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius et a puncto .b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens .b. f. et ducantur li nee .f. a. f. d. eritq; per penultimā tertii qd̄ fit ex .a. b. in .b. c. equale quadrato .b. f. ergo .b. f. est equalis .b. d. quare per .5. primi angulus .b. f. d. est equalis angulo .b. d. f. et quia per .31. tertii angulus .b. f. a. est equalis angulo .a. d. f. erit angulus .b. d. f. maior angulo .a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. ¶ Aliter possu mus istud refellere et ostendere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineā .b. d. forsā enim diceret q̄ secaret eam non secando arcum .d. b. maioris circuli. Si enī possibile est q̄ secet eam. sit hoc in puncto .b. eritq; qd̄ fit ex .a. b. in .b. c. equale ei quod fit ex .d. b. in .b. b. Demonstratum est enim supra penultimā tertii q̄ si ab ali quo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis et earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinvice: et quia quod fit ex .a. b. in .b. c. est equale quadrato .b. d. erit qd̄ fit ex .d. b. in .b. b. equale quadrato .d. b. quod est impossibile per scōdam scōi: quare cōstat ppositum ¶ Et nota q̄ minor circulus necessario secabit maiore et abscindet ab eo arcū vnū equalem arcui .b. d. et maior abscindet similiter ab eodem vnū arcum equalē ar cui .d. c. Quod sic probat̄. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum in puncto .d. et quia per .11. tertii circuloꝝ se contingentium centra. et punct⁹ con tactus sunt in linea vna. erit centrū minoris circuli in linea .a. d. propter hoc q̄ in ea est centrum maioris et punctus contactus. ergo per .17. tertii angulus .a. d. b. est rectus quare similiter et angulus .a. b. d. sibi cōlis ē rectus qd̄ ē impossibile. per .32. primi: Secet ergo ipsuz in punctis .e. d. dico arcum .e. d. maioris esse equalē arcui .d. b. et arcum .e. d. minoris esse equalē arcui .d. c. produco lineas .d. e. c. e. z. e. a. eritq; per .26. tertii vnusquisq; quatuor anguloꝝ qui sunt .d. e. c. e. a. d. a. c. et a. d. c. equalis alii propter id q̄ duo arc⁹ .d. e. z. e. a. sūt cōles. p. 27. eiusdē q̄re to talis angul⁹ .a. e. d. dupl⁹ ē ad angulū .b. a. d. et iō cōlis vtriq; anguloꝝ .a. b. d. et .a. d. b. et q̄ angul⁹ .a. e. d. ē cōlis angulo .a. d. c. p. 5. primi: ppter id qd̄ .a. e. z. a. d. sunt equales a cetro ad circūferentiam. erūt duo anguli .c. z. d. trianguli .a. e. d.



1. d. c. et c. a.





equales duobus angulis. d. z. b. trianguli. a. d. b. ergo per. 32. primi: reliquus angulus. a. vnus est equalis reliquo angulo. a. alterius: ergo per. 25. tertii arcus. c. d. maioris est equalis arcui. d. b. z. per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d. c. z. hoc est quod proposuimus.

## Propositio .11.

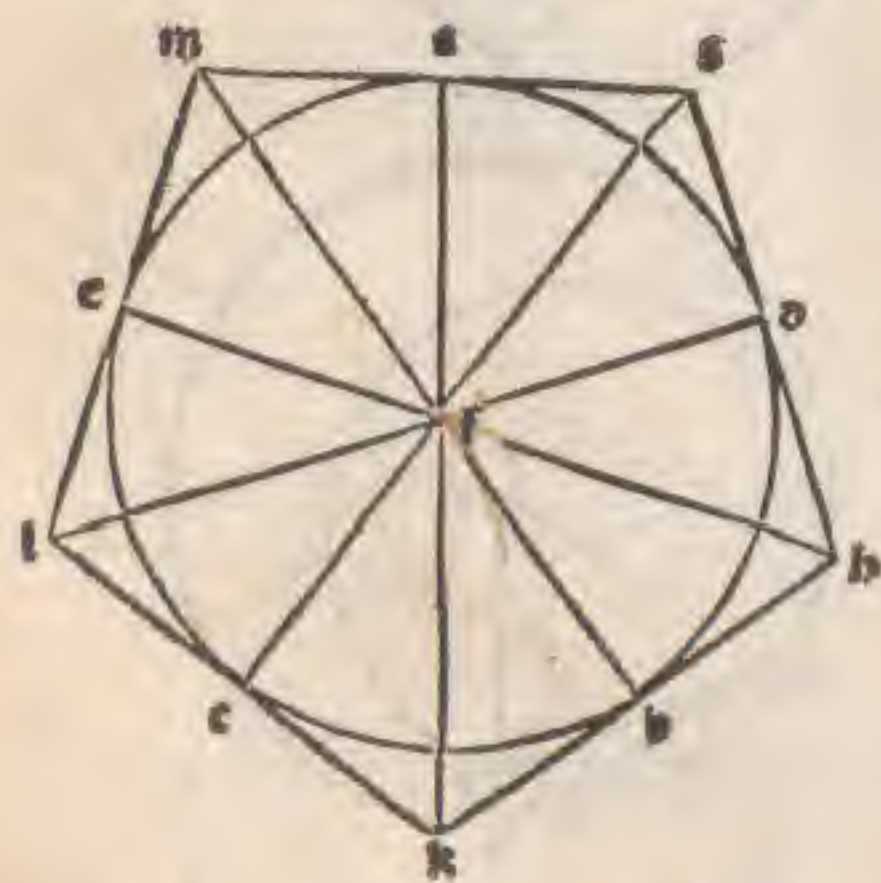
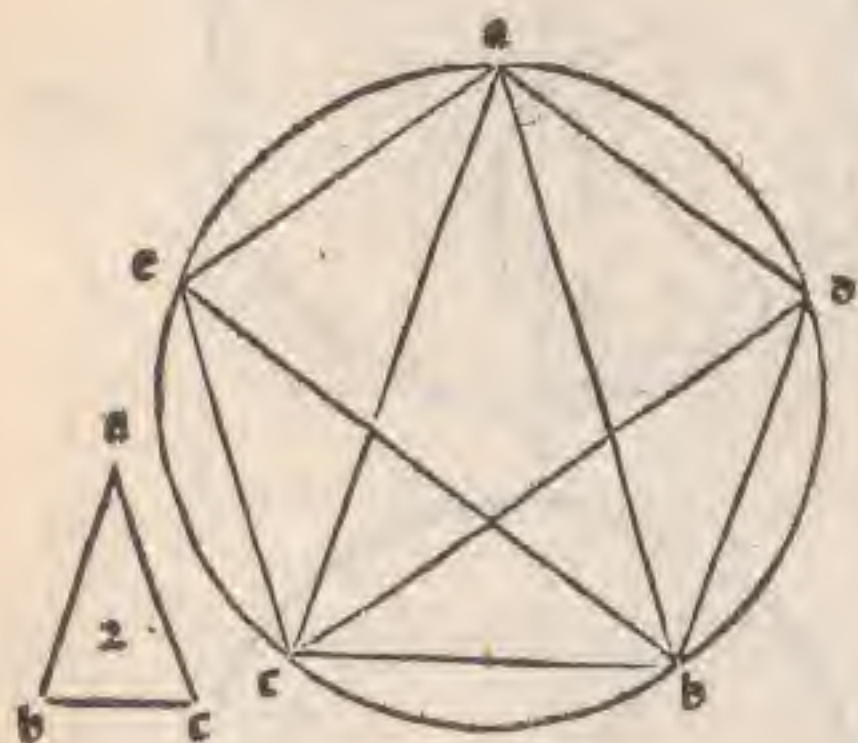
**I**ntra datum circulum equilaterum atq; equiangulum pentagonum describere.

**S**it datus circulus. a. b. c. volo intra ipsum describere pentagonum vnū equilaterum atq; equiangulum. designo triangulum vnū quales premissa proponit. qui sit. 2. cui alius equiangulum intra datum circulum describo. sicut docet secūda huius: qui sit. a. b. c. sitq; vterq; angulorum. a. b. c. z. a. c. b. duplus ad angulum. c. a. b. vtrūq; eorum diuido per equalia ductis lineis b. c. z. c. d. eruntq; per. 25. tertii. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. diuidūt circulum adinuicē equalēs. propter id qd quinq; anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eqles. continuatis igitur illis quinq; pūctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. z. e. a. erit pentagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur: est enim equilaterus per. 28. tertii cū. 5. arc⁹: quoz eius quinq; latera sunt corde: sint ad inuicem equalēs: z. etiam equiangulus per. 26. eiusdem eo qd quinq; arcus. d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. z. b. d. a. in quos anguli ipsius pentagoni cadunt sunt adinuicem equalēs: sicq; constat propositum.

## Propositio .12.

**I**ntra propositum circulum pentagonum equilaterum atq; equiangulum designare.

**S**it propositus circulus. a. b. c. cuius centrū. f. volo circa ipsum designare pentagonum equilaterum atq; equiangulum. supra circumferentiam ipsius circuli quasi fm doctrinam premissa sibi inscripssem pentagonum quinq; puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que cetera duam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. z. ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranq; partem quousq; concurrant in punctis. g. b. k. l. m. eruntq; hec linee contingentes circulum per conelarium. 15. tertii: z. ad ista pūcta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimā tertii qd si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducant qd ipse erunt equalēs. erit linea. g. a. equalis linee. g. d. z. b. d. b. b. z. sic de ceteris. At qm quinq; arcus i quos quinq; puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equalēs. erunt. per. 26. tertii quinq; anguli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in centro. f. sibi inuicem equalēs. Sunt autem duo latera. a. g. z. f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus d. g. z. f. d. trianguli. f. g. d. z. latus g. f. cōmune. ergo p. 8. primi: duo anguli eoz qd sunt. a. d. f. Itēq; duo anguli qui sunt. a. d. g. sunt adinuicem equalēs. eadē rōne duo anguli qui sunt. a. d. f. in triangulis. d. f. b. z. b. f. b. Itēq; duo qui sunt. a. d. b. sunt adinuicem equalēs. Similiter quoq; singuli trium reliquoz angulorū qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. z. singuli trium. qui sunt. k. l. m. diuidant p equalia. primi quidem per lineam. f. k. secūdi per lineā. f. l. tertii vero per lineā. f. m. z. quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equalēs z. aliis duob⁹ qd sūt. a. f. d. z. d. f. b. equalēs erunt eoz dimidia que sunt decē anguli facti in centro. f. ad/



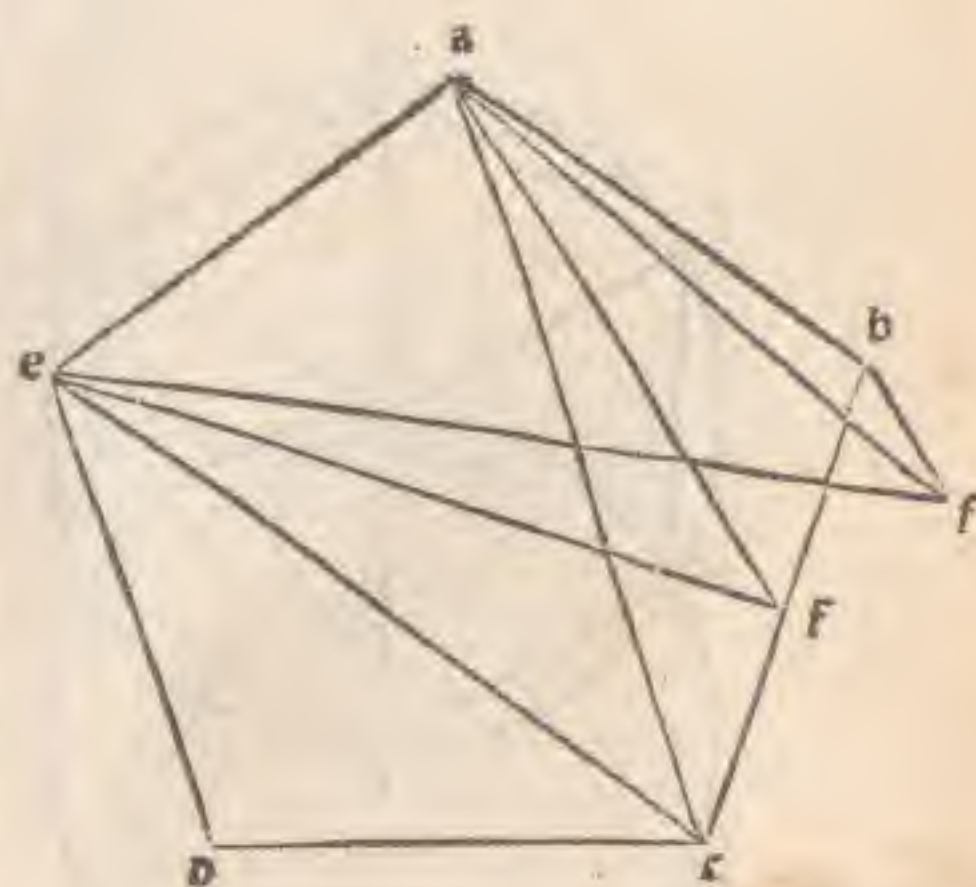
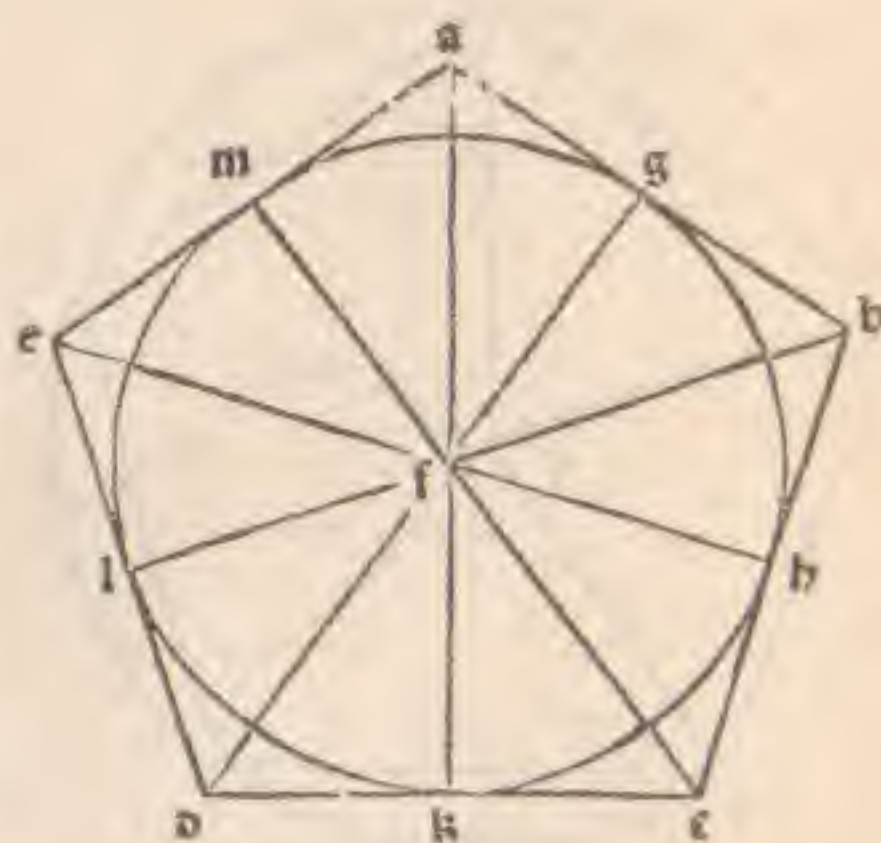


invicez equales. Quia igitur duo anguli. a. z. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duo / bus angulis. a. z. f. trianguli. m. a. f. z. latus. a. f. cōmune erit per. 26. primi angul<sup>9</sup> g. vnius equalis angulo. m. alterius z. latus. g. a. equale lateri. a. m. eadem ratioe erit angulus. g. m. triangulo. g. f. d. equalis angulo. b. in triangulo. d. f. b. z. latus. g. d. equale lateri. d. b. quare quia. g. a. est dimidiū. g. m. z. g. d. dimidiū. g. b. z. g. a. z. g. d. sunt equalia: erunt per cōm scientiā. g. m. z. g. b. corū dupla equalia. Simili / ter quoq; p̄babit<sup>9</sup> g. m. esse equale. m. l. z. m. l. l. k. z. l. k. k. b. quare p̄t̄bagon<sup>9</sup> g. b. k. l. m. est equilaterus. sed z. equiangulus: cuz enī duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. z. duo qui sunt ad. m. sicut adinuicem equales. z. g. partia / lis. sit equalis. m. ptiali. vtrūq; enī probatū est prius. erit per eandē cōm scientiā g. totalis equalis. m. totali. z. eadem rōne p̄babis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus. sicq; constat propositum.

Propositio .13.

**I**ntra equilaterū atq; equiangulum pentagonum assi / gnatum. circulus describere.

¶ Sit assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangulus: quia de aliis nō est necessariū hoc esse possibile. a. b. c. d. volo sibi iscribere circulū. hec est quasi cōuersa. .11. duos eius p̄p̄quos angulos qui sunt. a. z. c. diuido per equalia ductis lineis. a. f. z. c. f. donec cōcurrāt in p̄cto. f. i tra ipsum pentagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrēt enim propter id quod dimidiū totalis anguli. a. z. similiter totalis anguli. c. minus ē angulo recto. ¶ Si enim intra pentagonum non cōcurrēt. aut extra ipsum pentagonum aut in latere p̄t̄bagoni. aut in eius angulo: qui vtriq; angulorū diuersoz opponitur. Concurrāt s̄ primo extra in p̄cto. f. z. ducatur linea. b. f. z. quia duo latera. c. a. et a. f. trianguli. e. a. f. sūt equalia duobus lateribus. b. a. z. a. f. trianguli. b. a. f. z. angulus. a. vnius angulo. a. alterius erit per 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. z. qz angulus. a. partialis ē equalis angulo. c. partiali. propter id qd. a. totalis. e. totali erit per. 6. primi. f. a. equalis. f. c. quare. f. a. est equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. z. a. ptialis sunt cōles. quare. a. ptialis ē cōlis v̄l maior. a. totali qd est impossibile. Concurrāt ergo in p̄cto. f. super latus. b. c. eritq; arguendo p̄ p̄missas z. p̄missō modo angulus. a. ptialis equalis angulo. a. totali quod est impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo. c. erit per casdez z. eodē modo c. b. equalis. c. a. z. ideo ad huc ut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali. Qd qz hoc ēē nō potest sit ergo punctus concursus qui ē. f. infra pentagonū a quo duco. 5. perpendiculares ad eius. 5. latera. que sint. f. g. f. b. f. k. f. l. f. m. z. ad duos eius angulos p̄p̄quos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt. b. z. d. duco lineas. f. b. f. d. z. quia duo anguli. a. z. m. trianguli. a. f. m. sunt equales duobus angulis. a. z. g. trianguli. a. f. g. z. latus. a. f. cōmune erit per. 26. primi. f. m. equalis. f. g. per eandem quoq; probabis. f. l. equalem. f. m. sumptis duob<sup>9</sup> tri / angulis. z. f. m. z. e. f. l. quia iterum duo latera. a. f. z. a. b. trianguli. a. f. b. sūt equalia duobus lateribus. a. f. z. a. e. trianguli. a. f. c. z. angulus. a. vnius. angulo. a: al / terius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis angulo. c. partiali. z. quia. b. totalis equalis est. e. totali: z. e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. ¶ Eodem modo probabis. d. totalē diuisum per cōlia p̄pter equalitatem. d. partialis z. a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. z. e. d. f. qz ergo



d



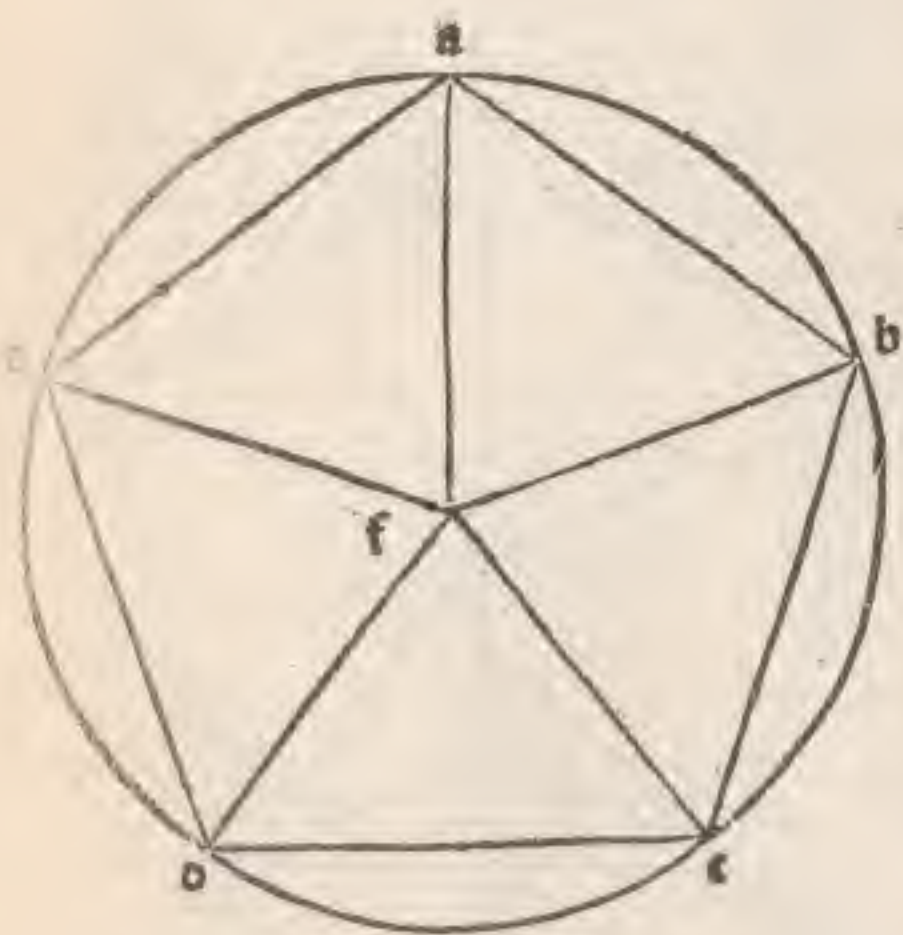
duo anguli .g. z .b. trianguli .g. f. b. sunt equales duobus angulis .b. z .b. trianguli .b. f. b. z latus .f. b. cōe erit per .26. primi .f. b. equalis .f. g. ¶ Eodem modo probabis .f. k. equalen .f. l. sumptis triangulis .l. f. d. k. f. d. qm̄ igitur .5. linee .f. g. f. b. f. k. f. l. z .f. m. sunt equales .erit .f. centrum circuli .per .9. tertij .quē describemus fm̄ quātira tem vnus earum .z tanget omnia latera pentagoni .pp̄ter equalitatem linearū .z nullum eorum secabit per primam p̄tem .15. tertij .sicq̄z cōstat p̄positum .

## Propositio .14.



**C**irca datum pentagonum qd̄ sit equilaterum . atq̄z equi angulum circulum describere .

¶ Sit vt prius datus pentagonus equilaterus atq̄z equiangulus . quia de alijs non est necessariū hoc esse possibile .a. b. c. d. e. volo cir ca ipsum describere circulum . hoc est quasi conuersa .12. Duos eius p̄ p̄nquos angulos qui sunt .a. z .e. diuido p̄ equalia ductis lineis .a. f. z .f. e. quous / q̄z concurrant intra ipsum pentagonū in puncto .f. cōcurrent enī z intra p̄tba / gonum vt p̄batum est in p̄missa . z a puncto cōcursus duco ad reliquos angulos lineas que sint .f. b. f. c. f. d. z q̄z duo latera .a. f. z .a. b. trianguli .a. f. b. sunt equalia duobus lateribus .a. f. z .a. e. trianguli .a. f. e. z angulus .a. vnus angulo . a. alteri⁹ erit p̄ .4. primi .f. a. equalis .f. e. z angulus .b. p̄tialis angulo .e. p̄tiali . z quia .b. tota lis est equalis .a. totali . z .e. totalis diuisus est p̄ equalia .erit similiter .b. totalis di / uisus p̄ equalia . hoc quoq̄z modo . p̄babis vtrūq̄z anguloz .c. z .d. diuisum esse per equalia . z .5. lineas .f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esse equales . quare p̄ .9. tertij .f. erit centrum circuli . sicq̄z patet p̄positum .

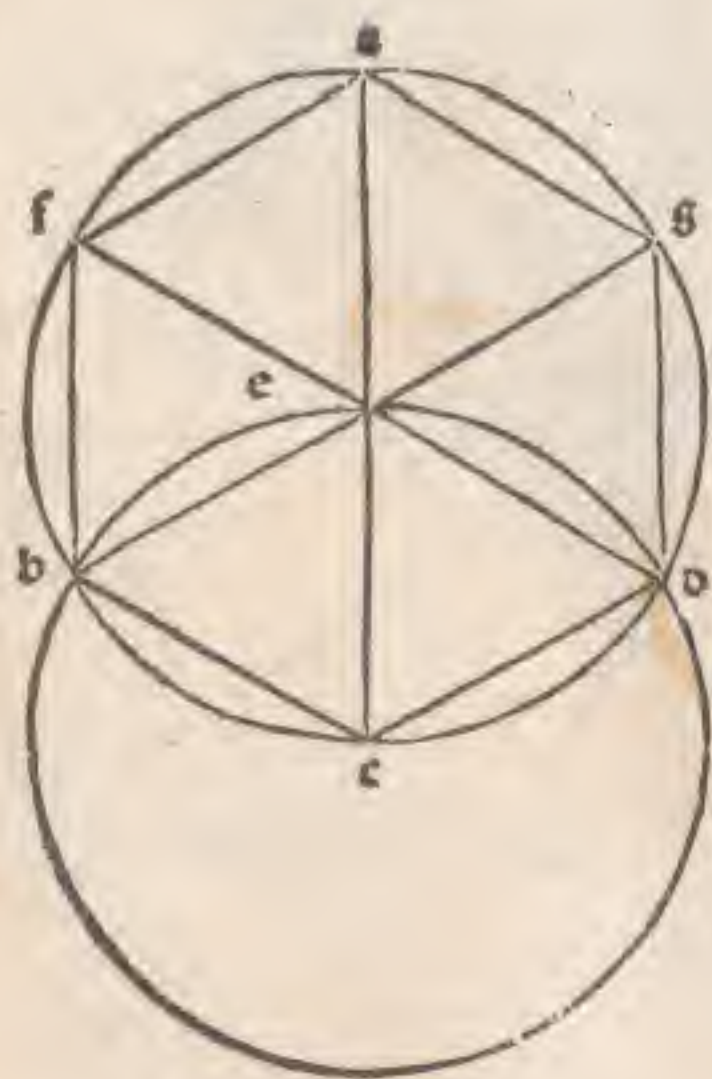


## Propositio .15.



**I**ntra p̄positum circulum . exagonum equilaterum atq̄z equiangulum describere . ¶ Ex hoc itaq̄z manifestum est qd̄ latus exagoni equū est dimidio diametri circuli cui in / scribitur .

¶ Sit p̄positus circulus .a. b. c. d. cuius centrum . e. volo sibi inseri / bere exagonum equilaterū atq̄z equiangulū . p̄duco diametrum .a. e. c. z fm̄ quanti tatem semidiametri .e. e. facto centro puncto . e. describo circulum .e. b. d. secantem priorē in duobus punctis .b. d. a quibus p̄duco duas diametros in circulo primo que sint .b. e. g. d. e. f. trium ergo diametroz extremitates coniungo .6. lineas que sunt .a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. z .g. a. quas dico continere exagonum quesitum . erit enī vt demonstrat prima primi vterq̄z trianguloz .b. e. c. c. e. d. equilaterus . quare et equiangulus p̄ .5. eiusdē ergo p̄ .32. primi duo anguli .b. e. c. z .c. e. d. cū vno equali vni eorum sunt equales duobus rectis p̄pter id qd̄ quisq̄ eoz ē tertia duorum re ctorum . sed ipsi p̄ .13. eiusdē cū angulo .d. e. g. sunt equales duobus rectis . ergo an / gulus .d. e. g. e equalis vtrūq̄z eoz . quare p̄ .15. eiusdē .6. anguli . qui sunt ad .e. sunt adinuicē equales . ergo p̄ .25. tertij arcus in quos cadūt sunt equales . quare z eoz corde p̄ .28. eiusdē qui sūt latera ipsi⁹ exagoni . Equilater⁹ igitur ē sed z equiangul⁹ p̄ .26. tertij p̄pter id qd̄ sex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidūt circu lū bini z bini sūpti sūt adinuicē equales . vt arc⁹ .a. f. b. arcui .f. b. c. z iō angulus .f. qui cōsistit in p̄mo ē cōlis angulo .b. qui cōsistit i scdo . idē in ceteris . quare cōstat p̄positum . ¶ Corollarium ex hoc patet qd̄ dimidiū diametri z latus exagoni sunt





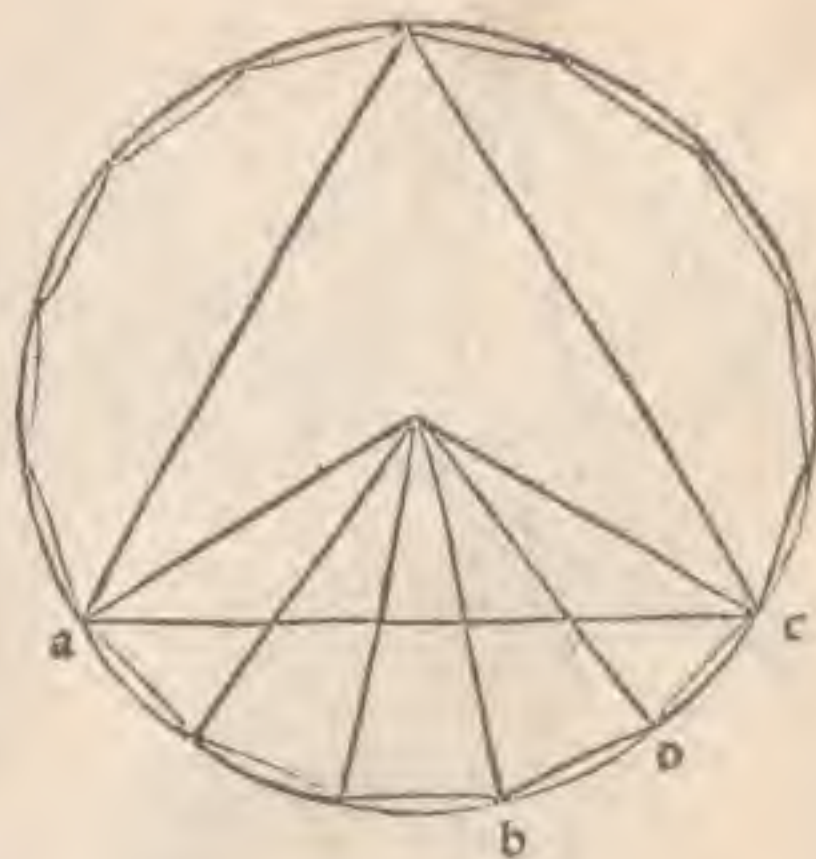
latera eiusdem trianguli equilateri. vt. e. c. z. c. b. z. c. d. ¶ Et nota q̄ non propo-  
nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq; equiangulum desi-  
gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quēadmo-  
dum fecit de triangulo quadrato z pentagono. non q̄ non sit necessariū hoc cē  
possibile. sed quia hec tria per eadem p̄cepta sunt in pentagono equilatero et  
equiangulo. z in omni figura equilatera. atq; equiangulara quecumq; fuerit. Unde  
quancūq; figurā equilaterā z equiangularā scimus circulo inscribere: eandē circulo  
extra. z circulū sibi intra z extra: hisdem medijs per que hec in pentagono fecim⁹  
describemus. ¶ Nota etiam q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir-  
cūscripta est etiā necessario equiangulara. de inscripta patet per. 27. z. 26. tertij sum-  
ptis arcibus circuli. quibus latera inscripte figure corde sūt binis z binis. In hos  
enī arcus ipsius figure anguli cadunt. De circūscripta autē ductis a circuli centro  
lineis ad omnes eius angulos. z ad loca cōtactus facile probabis. si plene intelle-  
cte demonstrationi. 13. huius diligēs intellectus accesserit. erit enī vt omnes ipsi⁹  
figure angulos linee a centro venientes p̄ equalia diuidāt. sumptis itaq; quibusli-  
bet duobus eius p̄ximis lateribus cū linea ad angulū ab eis contentum. z cū duo-  
bus ad eorū extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cōtentos  
equiangulos adinuiçē. p. 4. primi esse p̄babis. Sicq; faciendo de omnibus patebit  
eos esse equiangulos p̄ hanc cōmunē sciam quoz dimidia sūt equalia. tota quoq;  
esse equalia.

Propositio. 16.



**I**ntra datum circulum. quindecagonum equilaterum atq;  
equiangulū designare. ¶ Deinde circa quēlibet circulū  
assignatum quindecagonum equilaterum atq; equiangu-  
lum atq; intra datum quindecagonū circulū describere

¶ Sit datus circulus. a. b. c. volo sibi inscribere quindecagonū equi-  
laterum z equiangulum. deinde etiam circūscribere atq; intra talem quindecago-  
num p̄positum circulum describere. Non p̄ponit autem circa talem quindecago-  
num circulū describere. quia hoc satis dat intelligere p̄ alia que p̄ponit. In dato  
circulo iuxta doctrinā secunde huius. p̄rabo latus trianguli equilateri. q̄ sit. a. c.  
z iuxta doctrinā sc̄di latus pentagoni equilateri atq; equianguli q̄ sit. a. b. Et  
quia arcus. a. c. est totius circūferentię tertia: cuius arcus. a. b. est quinta. erit sup-  
fluum inter eos q̄ est arcus. b. c. due tertie: arcus. a. b. vel due quinte arcus. a. c. si-  
ue due quintedecime totius circūferentię. Nam in omni toto excedit tertia quintā.  
in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duab⁹  
quintis decimis totius. hoc enī patet in quinta z tertia p̄mi numeri habētis quin-  
tam z tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ē tria  
in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ē quinta. v̄l due quin-  
te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totū. diui-  
so igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet v̄trumq; duorum arcuum. c. d. z. d. b.  
esse tertiam arcus. a. b. v̄l quintam arcus. a. c. siue quindēcimā totius circumse-  
rentię. subtensis igitur eis cordis. c. d. z. d. b. coaptatisq; continue intra datum cir-  
culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera  
vero duo que proponit cū tertio q̄ dat intelligere videlicet quindecagonū circulo



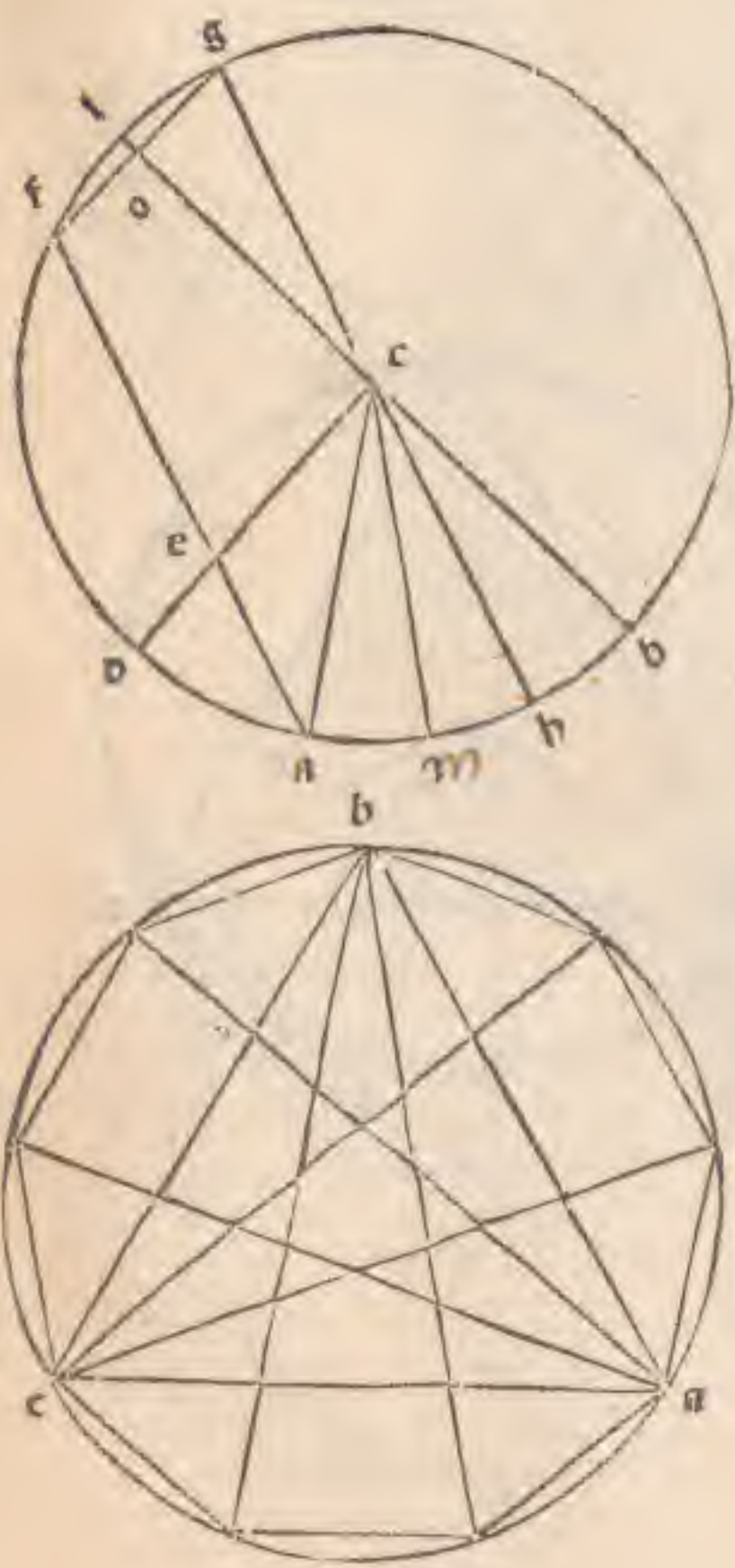
d 2



circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex. 12. 13. 7. 14. huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota qd quancunq3 figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere 7 circū scribere. 7 ipsi circulum. diuisis eni arcibus quibus latera eius q̄ scitur inscribi subtenditur. per equalia 7 a punctis medijs ad extremitates laterū ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per. 28. tertij. ergo 7 equiangulara. hoc enim demonstratū est supra. 15. huius qd omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangulara. Et quia hāc circulo scimus inscribere scimus cetera tria per. 12. 13. 7. 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: scimus per hoc 7 exagonum 7 per exagonū duodecagonū ac per duodecagonū figuram. 24. laterum. 7 sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius propriā demonstrationē ex qua sequitur potissima perutile. Et similiter quia scimus 7 inscribere quadratum scimus per hoc inscribere omnem figurā cuius laterum numerus est pariter par. per pentagonum quoq3 scimus hecagonum. 7 figurā. 20. laterum. sicq3 continue duplando. idem quoq3 intellige de quindecagono. per ipsum enim sciuntur figure. 30. 7. 60. 7 omnium continue duplatoz laterum. ¶ Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que p̄ has nō habent difficilis est scientia. 7 parū utilis. vt sunt eptagona nonagena vndecagona. Qd si scirem<sup>9</sup> triangulū duū equaliū laterū designare. cuius vterq3 angulorum ad basim triplus esset ad reliquū scirem<sup>9</sup> eptagonū vt supra pentagonum circulo inscribere. qd si vterq3 quadruplus esset ad reliquū scirem<sup>9</sup> nonagonū. et si quintuplus. vndecagonū. Idemq3 in ceteris figuris imparium laterum. posito vtroq3 anguloz ad basim multiplici ad reliquū. per eum numerum qui est medietas. maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

**O** Autē angulū in tria equa diuidere. Sit angulus dat<sup>9</sup>. c. volo ipsū diuidere in tres cōles angulos qd sic facio. pono p̄mo. c. centrū circuli describendo circulū q̄litercūq3 cōtingat. 7 p̄trabo latera cōtinentia datū angulū vsq3 quo secet circūferentiā in punctis. a. 7. b. tunc a puncto. c. qd est centrū circuli duco lineā. c. d. perpendicularit̄ ad lineā. c. b. 7 in lineā. c. d. assigno punctū. e. a quo duco lineam ad equalitatē. c. b. vsq3 quo secet circūferentiā circuli in puncto. f. 7 p̄duco. e. vsq3 a. deinde p̄trabo lineā. g. b. equidistantē. f. a. que scz. g. b. transeat per centrū. 7 duco lineam. f. g. equidistantē linee c. c. 7 p̄trabo lineam. c. b. incontinū 7 directum vsq3 ad. l. que secat lineā. f. g. orthogonalit̄ in puncto. o. 7 per equalia. dico ergo qd arcus. l. g. est equalis arcui. b. b. propter hoc. qd angulus. l. g. c. est equalis angulo. b. c. b. cū sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit duplus arcui. l. g. erit etiā duplus arcui. b. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui. a. b. cū sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. 7. g. b. ergo arcus. b. a. est duplus arcui. b. b. et ergo 7 angulus. a. c. b. est duplus angulo. b. c. b. diuidam ergo angulum. a. c. b. per equalia per lineam. c. m. 7 patet propositum.

**I**ntra datū circulū nonāgulū equilaterū atq3 eq̄angulū designare. qd sic fieri potest iuxta doctrinā sc̄de hui<sup>9</sup>. inscribā circulo assignato triangulū eq̄laterū atq3 eq̄angulū q̄ sit a. b. c. 7 vnūquēq3 anguloz ei<sup>9</sup> diuidā p̄ tria eq̄lia 7 p̄trabā lineas diuidētes angulos vsq3 ad circūferentiā 7 tunc qz nouē anguli locati in circulo sūt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. p̄trabā enim





cordas subtractas singulis arcibus z habebit intentum. ¶ Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.

Ars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.



¶ Pars quādoq; sumitur proprie: z hec est q̄ aliquo tiens sumpta suum totum precise constituit: sine di/ minutione vel augmento: z dicitur summi totum nu/ merare per illum numerum s̄m quē sumitur ad ipsi<sup>o</sup> totius constitutionē: ralem autem partem quā multi plicatiuā dicimus hic diffinit. ¶ Quādoq; sumitur cōmmaniter z hec est quelibet quantitas minor q̄ quo tienscūq; sūpra suo toto min<sup>o</sup> aut maius constituit. quā aggregatiuā dicimus: eo q̄ cum alia quantitate diuersa totum suū cōstituat: p se aut̄ quotienscūq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.

Multiplex est maior minoris quando eaz minor metitur.



¶ Pars relative dicitur ad totū: z in istis duobus extr emis consi stit eoz; adinuicē relatio: e ideo diffinito minor extremo dicitur hic maior: vocat autē ipsum mul. iplex propter hoc q̄ minus ipsū aliquotiens sumptūz constituat: erunt igitur relative dicta adinuicē: pars z multiplex. Nā omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.

Proportio est duarum quantecunq; sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.



¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q̄ earū altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim solūz in quantitatibus reperitur proportio. sed i pō/ deribus: potentijs et sonis. In ponderibus quidē z potētijs vult plato i thimeo esse proportionē: vbi elementorum numerū ostendit: in sonis autem esse propor/ tionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet nervus in du as inequales partes diuidatur .crit ipsarū partiū suozumq; sonoz: eadem cōuer so modo proportio. Sz in quibuscunq; proportio reperitur: ea participant natu/ rā pprietatēq; quātītatis: nō enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q̄ earum vna est reliqua maior aut minor: aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem pprium est s̄m ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamentis. vñ/ deliquet pportionē primo in quantitate reperiri. z per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib<sup>o</sup> rebus proportionē cui similis nō sit in aliquibus quantitatib<sup>o</sup> pp. et qd̄ bene dixit euclides pportionē simpliciter esse in quantitate cum eā diffi nit per habitudinem duarū quantitatū eiusdem generis adinuicem ¶ Cui<sup>o</sup> dif finitionis intellectus ē: q̄ proportio ē habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo q̄ vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: p qd̄ patet q̄ oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas líneas: aut duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tempora. Non enīz potest

d 3

*pars multiplicata  
pars aggregata*

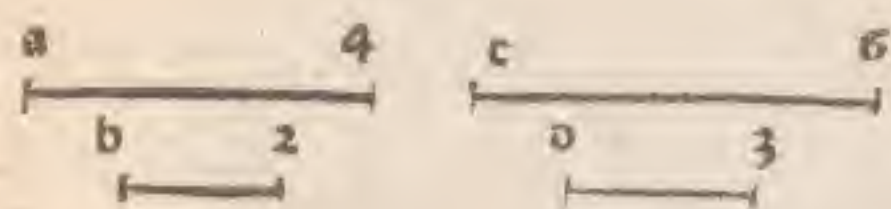
*proportiones musicales  
dupla de dyapason  
sexta de dyapente  
sexta de dyapente  
dyapente de dyapente  
tripla de dyapente*

*proportio denominata  
si fuerit a maiore  
qui maior terminus  
ghat minorē parte ut mi  
norē in parte parit minorē*

*proportio denominata  
si fuerit a maiore*



dicuntur linea maior aut minor superficie. aut corpore nec tempore loco. sed linea. linea & superficie superficie. Sola enim uniuersa compabilia sunt. Quod autem dicitur certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inquam determinata quod hec & non alia. Non enim est necessarium ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita a nobis: nec etiam a natura. Nam proportio quedam est discretorum ut numerorum. quedam autem continuorum. In numeris autem minor est pars aut partes maiores ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At vero in continuis est proportio magis larga: est enim in eis ubi minor quantitas est pars: aut partes maioris: & talium omnium mediantibus numeris est proportio nota: que & rationalis dicitur. Dicuntur quoque omnes tales quantitates communicantes: quia eas una & eadem necessario metitur. unde & omnes numeri sunt communicantes. omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam ubi minor non est pars. aut partes maioris & in talibus non est nota proportio. nec nobis nec nature. Dicitur quoque hec proportio irrationalis: & hec quantitates incommunicantes: unde fit: ut quecumque proportio reperitur in numeris reperitur in omni genere continuorum: ut in lineis superficiebus corporibus & temporibus: non autem e converso: infinite enim sunt proportionales in continuis reperte: quas numerorum natura non sustinet. Sed quecumque proportio reperitur in uno genere continuorum eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercumque se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquam aliam. & quodlibet corpus ad aliquid aliud: similiter & tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde magis est larga proportio in continuis. quam in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: quam proportionem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica versatur rationalis est: geometria vero rationales & irracionales eque considerat.



**P**

**Diffinitio 4.**

Proportionalitas est similitudo proportionum.

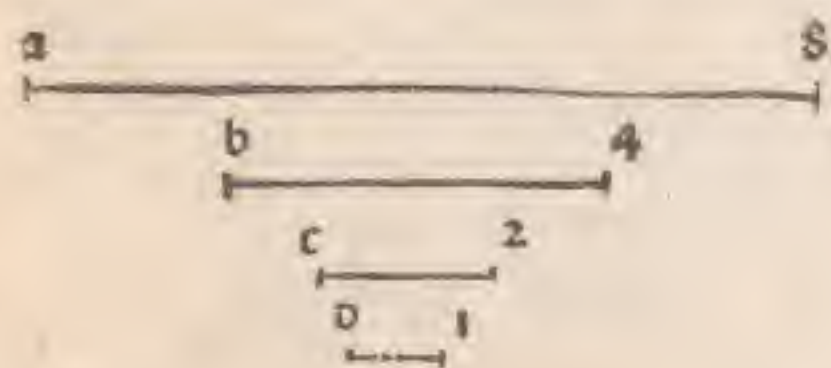
Ut si dicamus quod que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. & b. similis est illi que est inter. c. & d. hec autem similitudo que ex istis proportionibus resultat dicitur proportionalitas

**Diffinitio 5.**

**Q**

Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eque sunt: aut eque sibi sine interruptioe addunt aut minuunt.

Supposita diuisione proportionalitatis per continuam & discontinuam diffinit membra diuidentia. & primo continua imo ut verius dicam: supposita diuisione proportionalium per continue proportionalia & incontinue: diffinit non continua proportionalitatem: nec incontinuum: sed continue proportionalia & incontinue. diffinitio autem continue proportionalitatis & incontinue satis patet per diffinitioem continue proportionalium & incontinue. Continua autem proportionalitas est cum quotlibet quantitatibus eiusdem generis in qua proportio prima antecedit secundam in eadem quelibet aliarum antecedit primo consequente. ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b. ad. c. & c. ad. d. eritque quelibet earum antecedens & consequens: excepta prima que est solum antecedens: & ultima que est tantum consequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem propo-

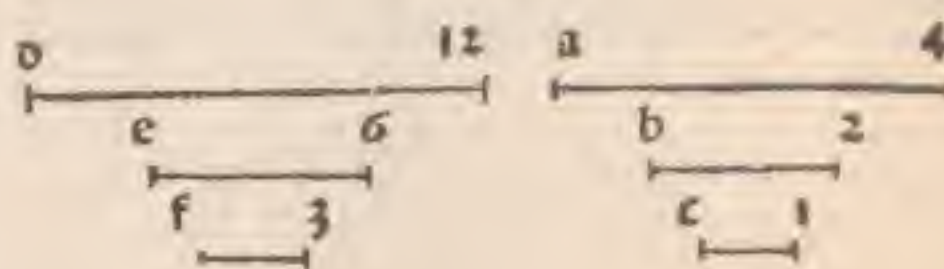
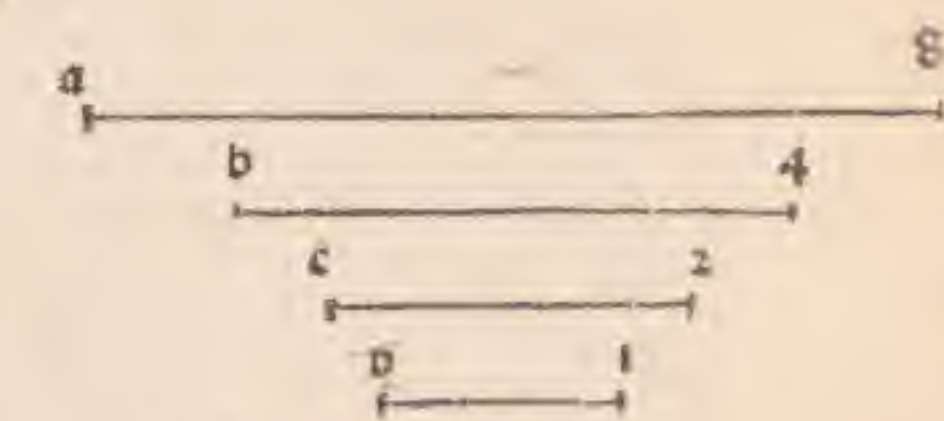




tionū eo q̄ nō sūt p̄portio inter quantitates generum diversoz: & hec erit ad min⁹  
 in tribus terminis constituta. ¶ Incontinua autem est cū quatuor quantitatū siue  
 omnes fuerint eiusdē generis siue due prime vnus & due postreme alterius: i qua  
 proportione prima antecedit scđam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus  
 sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritq; earum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄  
 consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in pro/  
 portionalitate cōtinua: eo q̄ cōsequēs prime proportionis nō cōtinuat anteceden/  
 ti scđe: sed possibile est vt sint eiusdē generis: & possibile est vt sint diversoz. Sicut  
 enī contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad super/  
 ficie: & corpus ad corpus: & tēpus ad tēpus: & numerus ad numer. ¶ Viso quid  
 sit continua p̄portionalitas. & quid incōtinua explanemus diffinitionē continue  
 p̄portionalitū premissam. Quantitates inquit proportionales cōtinue sunt quaz  
 eā multiplicia aut sibi sunt eālia: aut eā sibi sine interruptione addūt: aut minuūt  
 verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis. a. b. c. ad quas sumant. d. e. f. eā  
 multiplicia: vt sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. erūtq;  
 omnes in eodē genere. ¶ Multiplicia enī & submultiplicia in eodē sunt genere: sitq;  
 vt. d. e. f. aut sint equalia adinuicē: aut sibi se habeant in addendo aut minuendo  
 ita q̄ sicut. d. addit super. e. aut minuūt ab ipso: ita. e. addat sup. f. aut minuūt ab  
 ipso. Cū hec inquā multiplicia sic se habuerint erūt tres quātitates. a. b. c. cōtinue  
 p̄portionales. ¶ Multiplicia autē nō intelligas sibi se habere in addēdo aut mi/  
 nuendo quantū ad quantitatem excessus: sed quantū ad proportionē: aliter enī dif/  
 finitio esset falsa. Nam quarūlibet quantitatū eiusdē generis equis se differentijs  
 excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde sibi se  
 habent in addendo & minuendo quantū ad quantitatem excessus. Nec tamē prio/  
 res quātitates sūt cōtinue proportionales: imo minoz est semp maior proportio.  
 hoc autē ideo euenit qm̄ eaz multiplicia nō sibi se excedunt quantū ad proportio/  
 nē. sed solū quantū ad quantitatem excessus: est enī & ibi in minoribus multiplicib⁹  
 maior proportio. Verbi gratia: sumant tres numeri equis differentijs se exceden/  
 tes: immediate videlicet arismetice: vt. 2. 3. 4. horū trium omnes eque multiplices  
 equaliter se excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. & sic de ceteris: nō tamen  
 sunt. 2. 3. 4. cōtinue proportionalia: imo minoz est maior proportio: est enī ipsorū  
 p̄portio sesquialtera: & maior sesquitercia: q; ergo inter eos nō est similitudo pro/  
 portionū. Nō erit inter eos p̄portionalitas: & id neq; continua neq; incontinua.  
 patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad  
 quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitio/  
 nis premisse. ¶ Continua proportionalia sunt quarū omnia multiplicia equalia sūt  
 continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitionē proponere sub hac forma  
 quia tunc diffiniret idem p̄ idem: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cō/  
 uertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut ea/  
 rum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut  
 minuendo. Si enim. a. & b. essent diversorum generum. essent etiā. d. & e. ipsarum  
 a. & b. multiplicia eorūde diversorum generum: propter hoc q̄ multiplicia & sub/  
 multiplicia eiusdē sūt generis: quare. d. nō esset equalis. e. nec ea maior: aut minor.  
 Nam quantitates diversorum generum non sunt adinuicem comparabiles.

Diffinitio .6.

d 4





**Q**uantitates que dicuntur esse in proportionem unam primam ad secundam et tertiam ad quartam sunt quarum prime et tertie multiplicatae equales multiplicibus secundae et quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumptae.

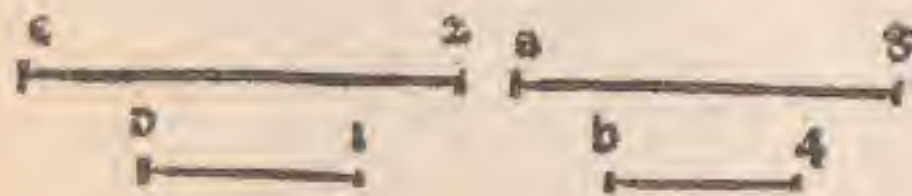
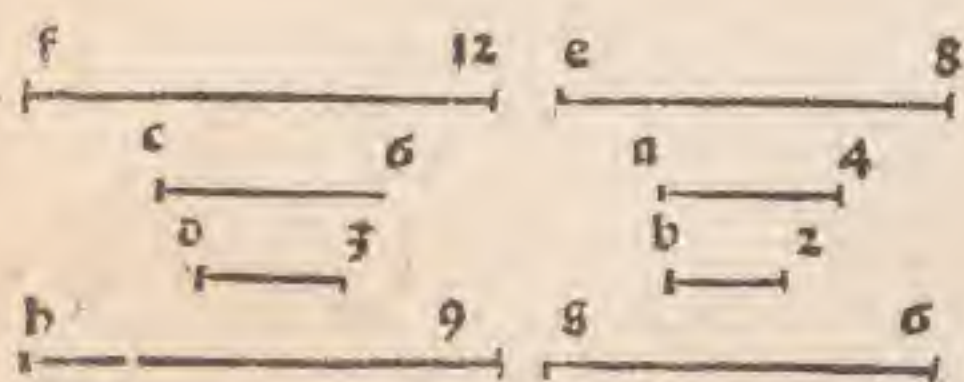
Posita superius diffinitione quantitatuum continue proportionalium. hic ponit diffinitionem incontinuum proportionalium: et est quod quatuorlibet. 4. quantitatuum quarum prime et tertie eque multiplicatae sumpta fuerint: itaque secunde et quarte eque multiplicatae: fuerintque multiplex prime sic se habens ad multiplex secunde quantum ad additionem aut diminutionem aut equalitatem: sicut multiplex tertie ad multiplex quarte: erit proportio prime earum ad secundam: sicut tertie ad quartam. verbi gratia. Sint quatuor quantitates. a. b. c. d. sumanturque ad primam et ad tertiam que sunt. a. et c. eque multiplicatae utpote dupla: que sint. e. et f. Itaque ad secundam et quartam que sunt. b. et d. sumantur alia eque multiplicatae: utpote tripla. que sint g. et h. sitque ut hec. 4. multiplicatae sic sumpta comparata adinvicem in ordine primarum quatuor quantitarum: ita videlicet quod e. comparatur ad g. et f. ad h. non autem. e. ad f. aut g. ad h. sint similia in additione diminutione et equalitate: videlicet quod si. e. addit super a. g. et si. f. addat super a. b. aut si. e. minuit a. g. et f. similiter minuat. ab. b. aut si. e. est equalis. g. et similiter. f. sit equalis. h. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionalium: videlicet non quantum ad quantitatem excessus. sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptae intelligatur sicut expositum est: videlicet ut multiplicatae non referantur adinvicem in ordine earum quantitarum: quibus eque multiplicatae assumuntur. ut multiplex prime non referatur ad multiplex tertie: aut multiplex secunde ad multiplex quarte. sed referatur in primam ordinem ipsarum. 4. quantitarum: videlicet multiplex prime ad multiplex secunde. et multiplex tertie ad multiplex quarte. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinuum proportionales sunt quatuor quantitates et proportio prime ad secundam est sicut tertie ad quartam cum sumptis eque multiplicibus ad primam et tertiam. Itaque eque multiplicibus ad secundam et quartam erit proportio multiplicis prime ad multiplex secunde: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed non diffiniuntur sub hac forma. propter causam predictam. licet a parte rei idem sit. Non est autem necessarium ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo quod b. non continuatur in proportionem: cum. c. sed possunt esse due prime unius generis: et due sequentes alterius. per quod patet quod necesse est referri multiplex prime ad multiplex secundae: et multiplex tertie ad multiplex quarte. non autem multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex secunde ad multiplex quarte quia non semper sunt eiusdem generis. multiplex prime et tertie: nec multiplex secunde et quarte: fuit autem necesse sumere eque multiplicatae ad primam et tertiam: itaque eque multiplicatae ad secundam et quartam: et non eque multiplicatae ad primam et secundam: et ita non eque ad tertiam et quartam quia nisi per multiplicatae sumptionem continuatur terminus prime proportionis cum terminis secunde. non erit per quid sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

## Diffinitio .7.

Quantitates quarum proportio est una proportionales nominantur.

Postquam diffiniuntur quantitates continue proportionales et incontinuum diffiniuntur quantitates proportionales simpliciter: et per diffinitio.

## Diffinitio .8.



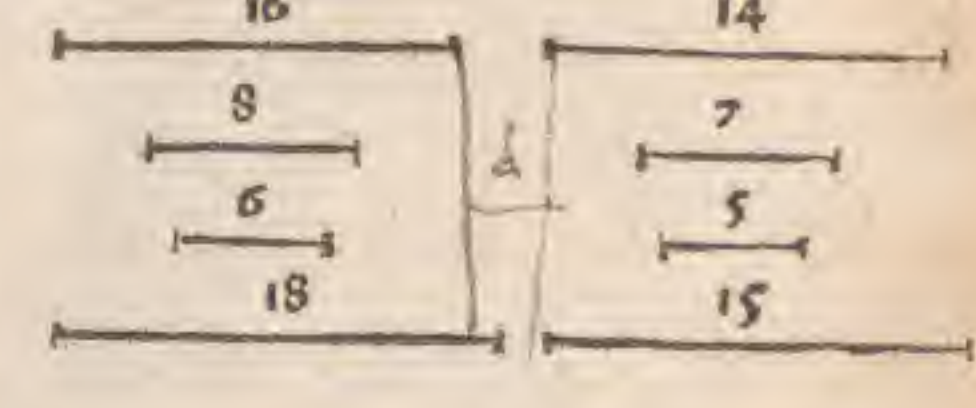
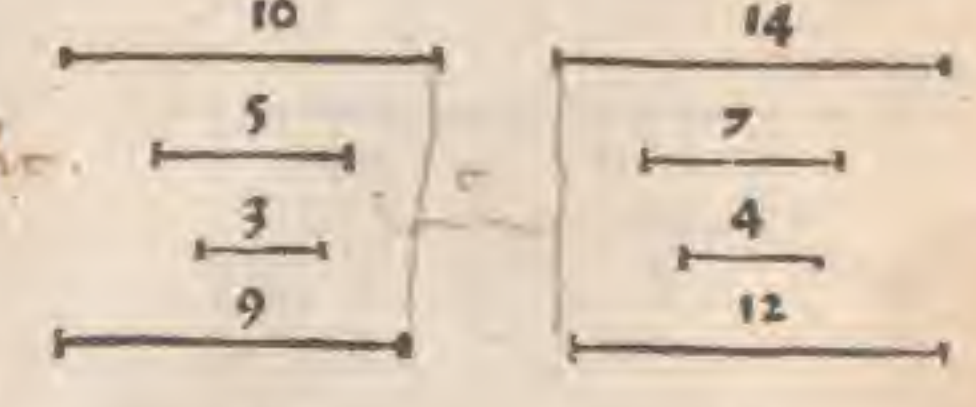
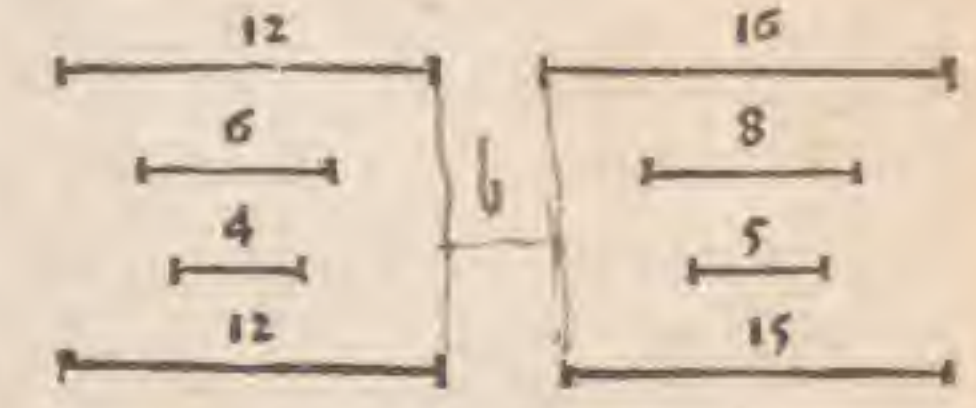
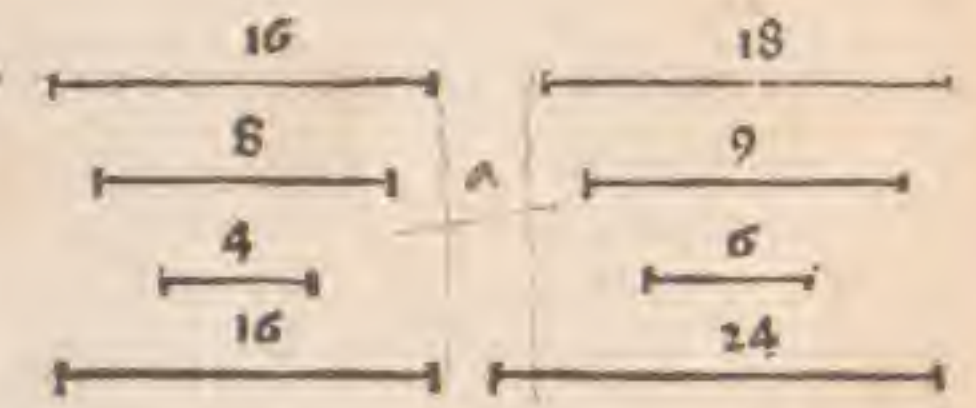
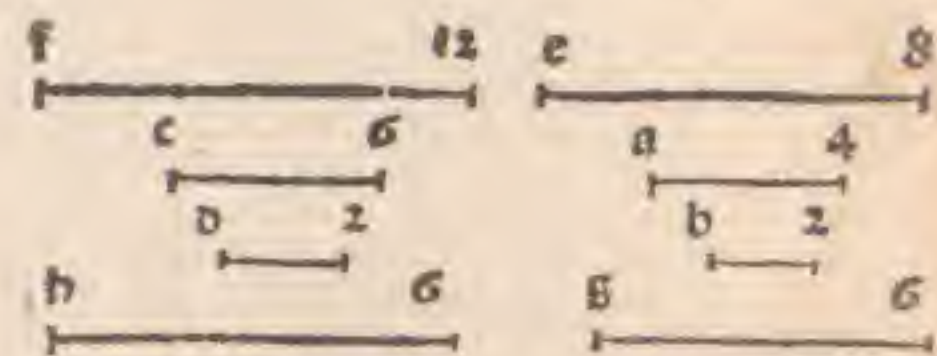




Am fuerint prime & tertie eque multiplices. Itemq3 secunde & quarte eque multiplices. addetq3 multiplex prime super multiplicem secunde. No addet autez multiplex tertie super multiplicem quarte. dicetur prima maioris proportionis ad scdam q3 tertie ad quartam.

Diffinitis quatitatibus proportionalibus diffinit quantitates impportionales. Snt aut impportionales inter quas e similitudo proportionu qd contigit dupliciter aut quia maior est pportio pme ad secundam q3 tertie ad quartam: aut quia minor & ideo eius sunt due species. Prima quando maior est pportio primi ad scdm q3 tertij ad quartum: & dicitur hoc maior impproportionalitas. Secunda vero qn minor est pportio primi ad scdm q3 tertij ad quartum: & dicitur minor impproportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior pportio primi ad scdam q3 tertie ad quartam que est maior impproportionalitas: diffinitione aute earum inter quas est minor pportio prime ad scdam q3 tertie ad quartam non ponit quia ipsa patet ex alia. Cu igit fuerint .4. quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sunt eque multiplicia. & ad scdam & quartam eque multiplicia & multiplicia pme & scde relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertie & quarte relatis adinuicem in additione diminutione & eqlitate: ille .4. quantitates erunt impportionales. Qd si ita fuerit q multiplex prime sit equale multiplici scde. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut q multiplex pme sit maius multiplici scde. multiplex aute tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut q multiplex pme sit maius multiplici secunde: & similiter multiplex tertie multiplici quarte: veruta/ men plus excedit quam ad proportionem non quantum ad quatitate excessus. multiplex prime multiplex scde q3 multiplex tertie multiplex quarte. Aut q multiplex prime sit min9 multiplici scde. & snt multiplex tertie multiplici quarte. veruta/ nus minuit quam ad proportionem non quam ad quatitate excessus: multiplex prime multiplici secunde: q3 multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoz .4. modoz maior pportio prime ad secundam q3 tertie ad quartam. Quatuor aute modis istis oppositis erit minor pportio pme ad secundam q3 tertie ad quartam. Exempla aut istoz oium euidenter sumet ex numeris. Additio g illa multiplicis pme super multiplex secunde. Non aute multiplicis tertie super multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudine habet ad istos .4. modos predictos & ipsos comprehendit. vn sensus isti9 diffinitionis e cu sumptis sit multiplicib9 vt proponit fuerit maior pportio multiplicis pme ad multiplex secunde q3 multiplicis tertie ad multiplex quarte: erit maior pportio pme ad scdam q3 tertie ad quartam: no diffinit aute sub hac forma ppter coez cam pus dicta. Vel possum9 dicere q additio multiplicis pme super multiplex secunde: & nomultiplicis tertie super multiplex quarte: de q loquit in pmissa diffinitione maioris impproportionalitatis pprie accipit prout verba diffinitionis sonat: & no se extendit nisi ad scdm quatuor predictoz modoz: lz reuera quolibet illoz quatuor modoz sit maior pportio prime ad secundam q3 tertie ad quartam vn sensus illius diffinitionis e cu sumptis sit multiplicib9 vt pponit si multiplici prime exite maiori multiplici secunde: non sit necessarium q multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tuc erit maior pportio prime ad secundam q3 tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: qz iste est illis omnib9 magis plan9: & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusq3

no



Handwritten notes in a cursive script at the bottom of the page, providing further explanation or examples related to the text above.



## LIBER

eni est maior proportio prime .4. quantitatū ad scōam q̄z tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primā z tertā repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scōe z quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scōe: nō aut multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̄z contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scōam q̄z tertie ad quartam vt de/ monstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hec quātitates improporcionales diuersoz generum sicut z quātitates incōtinue proportionales si inter eas fuerit incōtinua improporționalitas: vt si dicatur maior est proportio a. ad. b. q̄z. c. ad. d. Si autem fuerit cōtinua improporționalitas erūt oēs eiusdē generis necessario sicut sunt in cōtinua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio. a. ad. b. q̄z. b. ad. c. **Diffinitio .9.**

**S**t autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Postq̄z auctor diffiniuit p̄portione p̄portionalitatē z q̄ntitates p̄portionales z i. p̄portionales. ostēdit q̄s sit minim⁹ numer⁹ terminorū inter quos proportionalitas potest cōsistere maximū autē nō ponit: quia illum nō cōtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rōnalis proportio siue irōnalis. ¶ Ad proportionalitātē aut exiguē ad minus due proportiōes siles: eo q̄ proportionalitas sit similitudo proportionū. Quelibet autē proportio habet antecedens z consequēs: ergo q̄libet proportionalitas habet ad minus duo antecedētia z duo consequētia: hoc ē impossibile fieri in paucioribus q̄z tribus terminis: in quibus medius eoz fiet antecedēs z p̄sequēs: z iō proportionalitas erit p̄tinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cōtinua proportionalitas cōstituta. Incōtinua autē non erit i pauciorib⁹ q̄z in .4. eo q̄ in ipsa quilibet termin⁹ ē t̄m̄ antecedēs: aut t̄m̄ p̄ns: idem intellige de minori numero terminoz improporționalitatis. Si enim fuerit p̄tinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incōtinua ad minus inter quatuor.

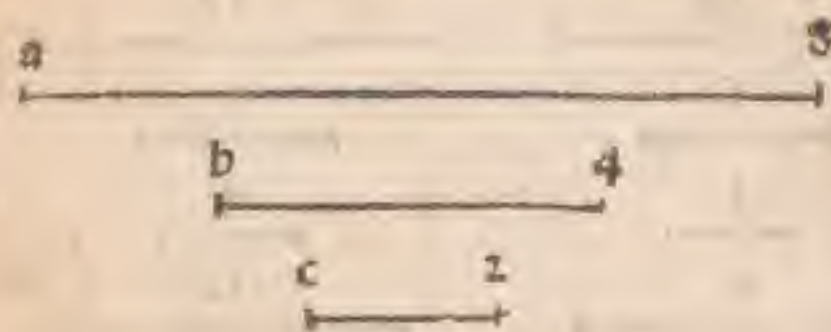
### Diffinitio 10.

**S**i fuerit tres q̄ntitates p̄tinue p̄portioales dicet̄ p̄portio prime ad tertā. p̄portio prime ad scōam duplicata.

¶ Diffinit̄ proportionē q̄ ē iter extremos terminos continue propoztionalitatis in trib⁹ terminis cōstituta. z dicit q̄ si fuerit proportio primi ad scōm sicut scōi ad tertū: erit proportio p̄mi ad tertū sicut p̄mi ad scōm duplicata: hoc ē ex duabus talib⁹ cōposita. siue qd̄ idē ē: erit proportio primi ad tertū. sicut p̄mi ad scōm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi gr̄a. i numeris Sint. 3. numeri cōtinue proportionales: sintq̄z continue dupli: vt. 2. 4. 8 proportio primi ad tertū erit sicut proportio p̄mi ad scōm in se multiplicata: p̄portio autē p̄mi ad scōm ē dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplā: vnde proportio extremoz ē quadrupla: videlicet duplū dupli: vel scōm priorē expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundū duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

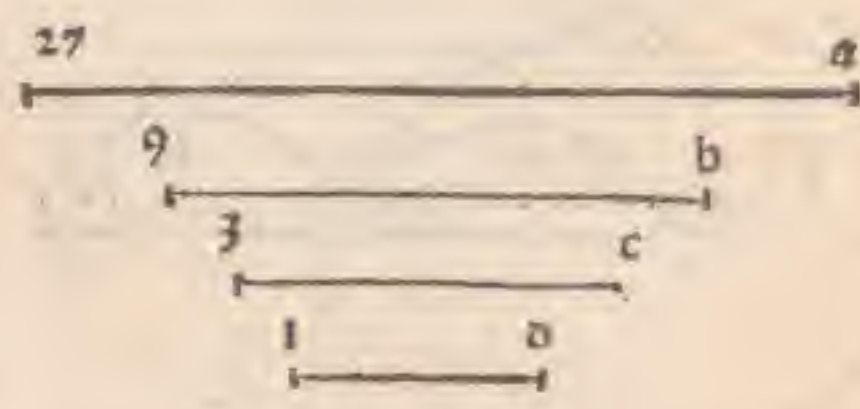
### Diffinitio .11.

**C**um fuerit q̄tuor q̄ntitates p̄tinue p̄portionales. p̄portio prime ad quartā dicet̄ p̄portio prime ad scōas triplicata





Diffinitur proportio q̄ ē iter extremos terminos p̄tinue p̄portionalitatis i. 4. termi-  
 nis p̄stituta: et dicit q̄ si fuerit. 4. q̄ntitates p̄tinue p̄portionales erit p̄portio p̄me  
 ad q̄rtā sicut p̄portio p̄me ad sc̄dam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōposita. q̄nti-  
 tales inveniuntur in ea: siue q̄d idem est: erit proportio p̄me ad quartam sicut p̄me  
 ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi  
 gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq̄z cōtinue  
 triplici. vt sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut p̄portio primi ad  
 secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secundū  
 est tripla: tripla vero in se multiplicata p̄ducit noncuplā et tripla in noncuplam p̄o-  
 ducit viginuplam septuplam. erit itaq̄z proportio extremorum viginupla septu-  
 pla. q̄d est triplum tripli. Vel sicut priorem expositionem proportio extremorum  
 ē sicut proportio primi ad sc̄dam triplicata: quia viginupla septupla constat ex tri-  
 bus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio-  
 nalitatis inter plures q̄z quatuor terminos cōstituta: propter id q̄ dimensiones in  
 rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. Denominatio autem p̄por-  
 tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturā  
 lineæ. Earūz vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua p̄portionalitate ha-  
 bet naturā superficiē eo q̄d fit ex multiplicatione denominationis duarū primariū  
 in se. Omne autem q̄d ex multiplicatione lineæ in lineam p̄ducitur: naturā habet  
 superficiē: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed p̄-  
 portionis earum quantitatum denominatio quibus in cōtinua p̄portione duo me-  
 dia interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno-  
 minationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producit su-  
 perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue cor-  
 pus: omne enim q̄d ex multiplicatione lineæ in superficiem producitur crescit iso-  
 lidum. Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter-  
 uallum: et habens naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas au-  
 tem trium est duplex interuallum: et habens naturam duplicis dimensionis vt su-  
 perficiē: proportionalitas autē quatuor est triplex interuallum: et habens naturā  
 trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vltimus non procedunt. ideo nō  
 diffinitur proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinqz  
 terminis: aut plaribus constituta: vel non diffinitur proportionem in his quia ea-  
 rum p̄portio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis p̄-  
 portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: et in quatuor termi-  
 nis cōstat ex eadem triplicata: i. 5. terminis constat ex eadem quadruplicata: et in  
 sex ex eadē quicuplicata: vñ quēadmodū i trib⁹ terminis p̄tinue p̄portionalib⁹ p̄por-  
 tio extremorū p̄tinet p̄portione p̄morum bis. et i. 4. terminis ter. sic i. 5. terminis p̄tinebit  
 quater. et in sex quinquies. et ita deinceps. ut semp p̄portio extremorū i terminis cō-  
 tinue p̄portionalibus toties cōtineat p̄portione p̄morum quot sunt omnes ter-  
 mini min⁹ vno. Siliter quoq̄z si p̄portio extremorū cōtinue p̄portionalitatis i tri-  
 bus terminis p̄stituta ē ea q̄ producit ex proportōe p̄morum in se semel multiplicata: et  
 in. 4. in se bis multiplicata: in quinqz terminis ea que producit ex proportione  
 p̄morum in se ter multiplicata. et i. 6. terminis quater: et sic semp ut termini fuerint  
 duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs



*Non est alia proportio q̄ non  
 est p̄tinua multiplicata in duobus  
 medijs vñ q̄ intercedit altera  
 et q̄ quadrupla ē ad q̄d vñ  
 aggregata postea duobus q̄d p̄  
 et q̄ aggregata fit q̄d vñ  
 ut p̄portio 3 ad 2. vñ p̄portio  
 q̄ ad 5. aggregata q̄d 12  
 ad 10. Similit̄ p̄portio  
 nē a p̄portione vñ est q̄d dicit̄  
 dicit̄ est i hoc multū p̄tinua  
 nē vñ p̄ q̄d dicit̄ et q̄  
 aggregata p̄tinet p̄tinua p̄por-  
 tio quatuor p̄tinua p̄tinua  
 aliter q̄ q̄d dicit̄ et q̄  
 aggregata fit q̄d quatuor  
 p̄portio vñ 3 ad 4. et  
 ad 1. vñ dicit̄ seu quatuor est  
 p̄portio 3 ad 4*

*proportio p̄tinua p̄tinua p̄tinua p̄tinua p̄tinua p̄tinua  
 quot s̄t termini p̄tinua p̄tinua p̄tinua p̄tinua p̄tinua*



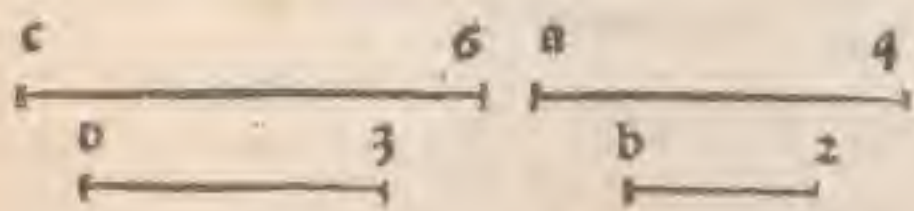
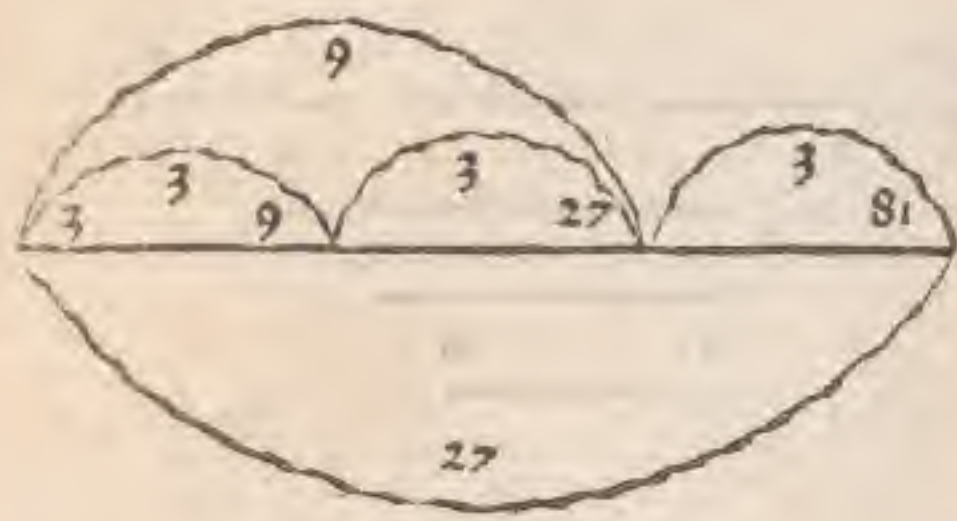
extremis interpositis. Et nota q̄ etiam in proportionalitate continua extremo-  
rum proportio producitur ex omnibus proportionib⁹ intermedijs. ¶ Ex predictis  
apparet q̄ proportio extremoz continue proportionalitatis in tribus terminis con-  
stituta denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constituta denomina-  
tur a cubo: quorum quidē quadrati ⁊ cubi latus est denominatio proportiōis pri-  
mi ad secundū: verbi gratia: i numeris Sint quatuor numeri continue proportiōa-  
les qui sint continue tripli. 3. 9. 27. 81. proportio primi ad secundū denominatur a  
ternario. est enī tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarij.  
nam ipsa est nocupla. At vero proportio p̄mi ad quartū denominat. a. 27. qui  
est cubus denominationis proportionis primi ad secundā videlicet ternarij. ipsa  
enim est viginapla septupla. ¶ Et proportio extremoz in p̄portionalitatis conti-  
nue in tribus terminis constituta denominatur a superficiali non quadrato: cuius  
latera sunt denominationes ipsarum. proportionū. in quatuor vero terminis cō-  
stituta denominatur a solido nō cubo. cuius tria latera sunt denominationes triū  
proportionū: qd̄ etiā patet in numeris. Sint quatuor numeri p̄tinue impropor-  
tionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in quibus proportio primi ad secundū est dupla: secundi  
ad tertium tripla: ⁊ ideo primi ad tertium sexcupla: tertij vero ad q̄rtū q̄drupla: ⁊ iō  
p̄mi ad q̄rtū viginapla q̄drupla. Senari⁹ ergo qui ē denominatio proportiōis pri-  
mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo ⁊ tria. qui sunt denomiatio-  
nes duarum primarum proportionū 24. vero qui est denominatio proportionis  
primi ad quartum est solidus cuius latera sunt. 2. 3. 4. qui sunt denominationes  
trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.

## Diffinitio .12.



Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad  
consequentem ⁊ antecedens ad consequentē. dicetur econ-  
trario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens  
ad antecedentē. ¶ Itemq; permutatum sicut antecedens  
ad antecedentem sic etiam cōsequens ad consequentem.

¶ Diffinit spes proportionalitatis que sunt. 6. videlicet cōuersa. permutata. dis-  
iuncta: coniuncta: euerfa ⁊ equa. ¶ Sunt autē hęc species quasi quidā modi argu-  
endi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem ⁊ permutatam: in quib⁹  
manent antecedentia ⁊ consequentia eadē fm substantiā: qd̄ nō ē i disiuncta: p̄iuncta  
aut euerfa: ⁊ in quibus nihil extra sumitur s̄t in equa: vocat autem antecedens pri-  
mum extremū proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaq; per  
hanc diffinitionem q̄ si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊ ex hoc ego cōclu-  
dam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus cōsequentia  
⁊ de consequentibus antecedentia: qd̄ iste modus arguendi vocetur proportiona-  
litas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a.  
ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime p̄portionis: fiant anteceden-  
tia: ⁊ ambo extrema secunde cōsequentia: vult q̄ iste mod⁹ arguendi vocetur pro-  
portionalitas permutata: ⁊ in isto modo arguendi fit antecedens secunde p̄o-  
portionis cōsequens: ⁊ cōsequens prime antecedens.

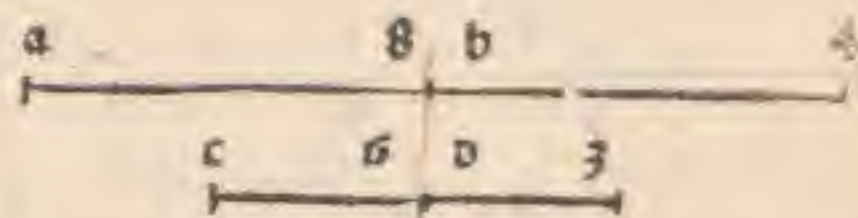




Diffinitio Propositio. 13.

**C**oniuncta vero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

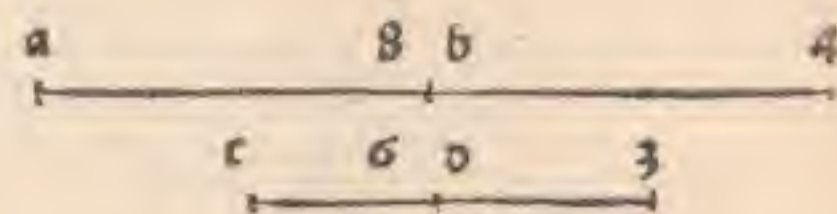
Diffinit coniuictam disiunctam et eversam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem fm substantia et vult qd si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. qd iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuicta.



Propositio. 14.

**D**isiuncta vero proportionalitas dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.

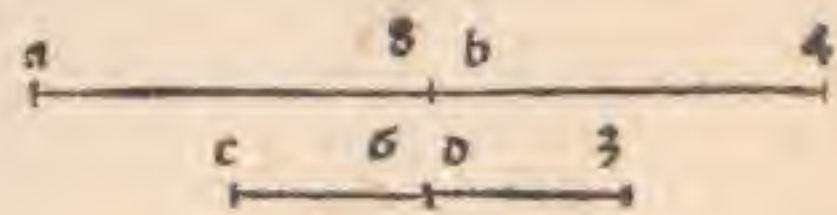
Diffinit qd si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. et ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. qd iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.



Propositio. 15.

**V**ersa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentiū ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

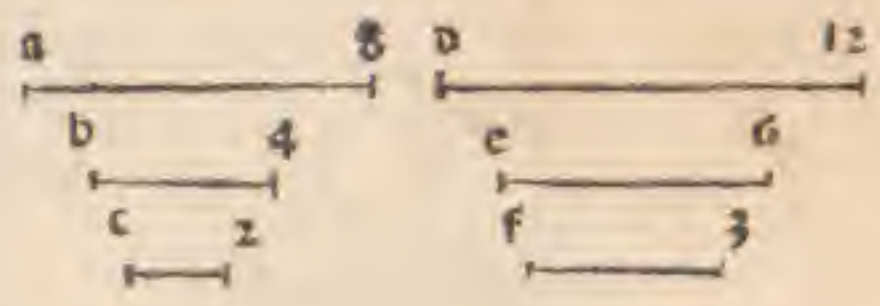
Diffinit qd si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. et ex hoc ego concludā ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. qd iste modus arguendi dicatur eversa proportionalitas.



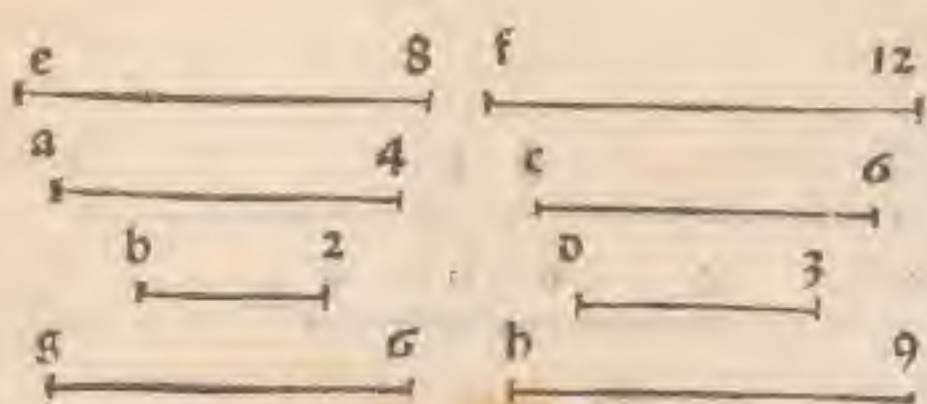
Propositio. 16.

**Q**ua proportionalitas dicitur quātitatibus plurimis propositis aliisq; scdm eundem numerū in vna proportione applicatis mediōrum equali numero remoto vtrozūmq; summorum similitudo proportionum.

Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit. et vult qd si sumantur quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq; totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. vt. d. e. f. fuerintq; secunde in proportiōe primay siue eodē ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e. et. b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine cōuerso vt si dicat. a. ad. b. sicut. e. ad. f. et. b. ad. c. sicut. d. ad. e. et ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. qd iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. Horum autē 6. modōrum arguendi qui dicuntur species pportionalitatis quatuor pbat auctor in lra infra in isto .5. Permutatam quidē proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctā vero in. 17. coniuictam in. 18. equam vero proportionalitatem demonstrat. in. 22. et. 23. Sed in. 22. cū quantitates duorū ordinū eodē ordine sunt proportionales. in. 23. cū vero sūt pportionales ordine conuerso. Lōuersam vero pportionalitatem aut eversā non demonstrat eo qd conuersa p3 ex diffinitōe quātitatū icōtinue pportionalium. Eversa autē p3 ex pmutata adiuicē. 19. vt sup eadē. 19. sum? dicturi. qualr autē puerfa pportionalitas ex dione quātitatū icōtinue pportionalium māifesta sit demonstrē? nūc. Sit ergo pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo dē demonstrare qd erit b. ad. a.







sicut .d. ad .c. sumatur .e. ad .a. z .f. ad .c. eque multiplicia .similiter quoq; .g. ad .b. z .b. ad .d. eque multiplicia .eritq; per conversionem diffinitionis quantitatū in continue proportionalium . vt .e. z .g. itemq; .f. z .b. similiter se habeant in additione diminutione z equalitate . intelligo tunc .b. primum . a. secundum . d. tertium . c. quartū . supraq; sūt ad primū z tertū . g. z .h. eque multiplicia . Itēq; ad secūdu z quartū . e. z .f. eque multiplicia z quia multiplicia primi z secundi que sunt .g. z .c. similiter se habent multiplicibus tertij z quarti que sunt .b. z .f. adinvicem diminutione z equalitate . erit p dictā diffinitionem proportio . b. primi . ad .a. secundum . sicut .c. tertij ad .d. quartum quod est propositum . Constat itaq; modus arguendi qui dicitur conversa proportionalitas . ¶ Huius autē quinti libri principia plurimis difficilima esse videntur . z quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat . magis ab intellectu distantia . Nihil enim videtur intellectui immediacius adherere . q̄z q̄ duarum quarūlibet quantitatū equalium sit ad tertiam quālibet vna proportio : q̄d tamen huius quinti septima demonstrat ex diffinitione incontinue proportionalitatis . que ab intellectu primo videtur q̄z plurimum esse remota . quis enim non facilius duarum quantitatū equalium ad aliquē tertiam eandem esse proportionem concedat . q̄z .4. quantitatū si multiplicia prime z tertie equaliter sumpta multiplicibus secunde . z quarte equaliter sumptis similiter se habuerint i additione diminutione z equalitate esse proportionem prime ad secundam . sicut tertie ad quartam . Verum si subtiliter intuemur liquido constabit nō posse vni in intellectu q̄ proportio duarum quantitatū equalium ad tertiam sit vna . nisi per quid est esse proportionem vnam . Si enim quis iguoret quid est esse proportionē vnam eandem proportionem alteri . quomodo cognoscat duarum quantitatū equalium esse eandem proportionem ad tertiam . Indiget igitur proculdubio intellectus anteq̄ illam que videbatur conceptibilis propositio apprehendat huius rei que per ipsius diffinitionē habebitur cognitione . postmodum vtrum ea diffinitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertractatione . q̄d si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire concludetur propositum . Sin autem oppositum . Non est igitur immediata propositio q̄z superficialis apprehensio immediatā iudicauit . ¶ Similiter quoq; immediacius indicat prima apphensio adherere intellectui q̄ duarum quantitatū unequalium maior est proportio maioris earam ad aliam q̄z minoris ad eandem quā demonstrat . s. huius . q̄z q̄d .4. quantitatū sit maior proportio prime ad secundam q̄z tertie ad quartam . cum multiplicibus ad primam z tertiam equaliter sumptis . Itēq; alijs ad secundā z quartam z equaliter multiplex prime addit super multiplex secunde . z multiplex tertie non addit super multiplex quarte . ex quo que predica est propositio demonstratur : sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionē maiorem . ¶ Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur proportionales : z que inproportionales diffinire . Proportionales autem sunt quarum proportio vna est : z Improportionales quarum proportionēs diuerse . Itaq; diffiniuit quantitates quarum proportio vna . z eas in quibus connectuntur extrema nō dissociatis medijs quas vocauit continue proportionales . et dixit hanc proportionalitatē i trib<sup>9</sup> terminis ad min<sup>9</sup> existere . ppter hoc q̄ vnū saltē bis sumēdū ē mediū . et eas i quib<sup>9</sup> accidit interruptio medioꝝ : z hec sūt icōtinue pportioales z hec pportioalitas ad minus exigit quatuor terminos ppter alteri<sup>9</sup> medijsūptionē



et diffiniuit etiam quantitates que sunt inproportionales. quarum est maior una  
 proportio quam sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile  
 esset intellectui cognoscere que proportionales essent una et que diuerse. ¶ Que enim  
 haberent unam denominationem essent una. que autem diuersas diuerse. hec au-  
 tem faciltas manifesta est ex arismetica. quoniam omnium numerorum propo-  
 rtio scita et rationalis est. Unde Jordanus in secundo arismetice sue diffiniens que pro-  
 portiones sunt eadem et que diuerse. dicit easdem esse que eandem denominationem  
 recipiunt. Maiorem vero que maiorem et minorem que minorem. Sed infinite sunt  
 proportionales irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum eucli-  
 des consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rona-  
 les vel irrationales quoniam considerat proportionem repertam in continuis que com-  
 munis est ad istas. Non potuit diffinire idempritate proportionum per idemprita-  
 tem denominationum. sicut arismeticus: eo quod multarum proportionum ut dictum est  
 sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionem autem oportet fieri ex notis  
 unde malicia proportionum irrationalem coegit euclidem tales diffinitiones ponere.  
 Quia ergo non potuit ut patet ex premissis diffinire proportionalitatem siue  
 idempritate proportionum. per idempritate habitudinum. siue denominationum  
 ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum et in convenientiam  
 terminorum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum habitudi-  
 nibus quantum ad excessum et equalitatem consideratis equis numerositatibus  
 sumptorum per quod ad naturam rationalitatis reducuntur propositam diffinitio-  
 nem venetur. nihil enim in quocumque inequalitatis genere terminis magis idem quam  
 eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. quam multiplicium habitudo.  
 ¶ Et quia proportio est duarum quantitatium eiusdem generis certa habitudo. consi-  
 derata in eo quod sunt equales aut quod altera maior. ideo idempritas proportionum  
 entium inter primam. et quartam ad secundam et tertiam ad quartam est simi-  
 lis equalitas prime ad secundam. et tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut si-  
 milis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut similis mino-  
 ritas. tunc est inter quatuor. quaslibet quantitates cum est inter omnes earum equa-  
 liter multiplices. ¶ Quod ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur con-  
 tinuam proportionalitatem habere. et cetera ac si diceret. omnes illas quantita-  
 tes voco continue proportionales quod est eas similiter esse equales continue et simi-  
 liter continue esse maiores. et similiter continue esse minores quarum omnes  
 eque multiplices. aut sibiinvicem sunt. similiter continue equales. vel similiter  
 continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multipli-  
 ces esse continue proportionales quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat eas dico non esse  
 continue proportionales. ¶ Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur  
 esse in proportionem unam primam ad secundam et tertiam ad quartam. et cetera ac si diceret  
 omnes. et quartas voco icontinue proportionales. et se habere primam ad secundam  
 sicut tertia se habet ad quartam: quod est primam ad secundam. et tertiam ad quartam similiter se  
 habere in equando aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices  
 prime et tertie ad omnes eque multiplices secunde et quarte. similiter se habent aut in equando  
 aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices prime in eadem proportionem  
 se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habent ad multiplices  
 quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem



prime ad secundā sicut tertie ad quartā. qđ autē dicit in .s. diffinitione ē ac si diceret maiorē proportionem voco. 4. quātitatū prime ad secundā quā tertie ad quartā quod est primā magis excedere secundā quā tertie excedat quartā. quāz aliqua ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde: aliqua ex multiplicibus tertie sumpta secundum numerationē multiplicis prime non addente sup aliquē ex multiplicibus quarte: sumpta h̄m numerationē multiplicis scđe. qđ ē esse maiorē proportionē multiplicis prime ad multiplicē scđe. q̄z multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ¶ Diffinitiones autē istas nō sunt aliqui demonstrare. quoz ametus filius Joseph tentavit eas demonstrare in epistola sua quā de p̄p̄tione et proportionalitate cōposuit. et accepit tria per modū positionis tanq̄z principia que dicit esse per se nota et p̄batione non indigere. ¶ Quoz primū est quod si fuerint .4. quātitates. quāz sit proportio prime ad scđam sicut tertie ad quartā. erit ecōverso p̄p̄tione scđe ad primā sicut quarte ad tertiam. et hic est modus arguendi quē vocauit superius euclides conuersam proportionalitatē. et errauit qm̄ dixit p̄p̄tione esse per se notā. cuius antecedens et cōsequēs sunt ignota: Ignorant enim quid sit esse proportionem prime quantitatis ad secundā sicut tertie ad quartā. quare hoc ignoto posito impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur similiter quoq̄z q̄z cōsequēs est ignotum. impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedit. ¶ Scđm principū eius fuit: qđ si fuerint .4. quātitates quāz sit proportio prime ad scđam sicut tertie ad quartā. si prima sit maior scđa: erit tertia maior quarta. et si minor minor. et si equalis equalis. ¶ Tertū fuit qđ si fuerint .4. quātitates quarum sit proportio prime ad secundā sicut tertie ad quartā: erit prima ad quōlibet multiplex secunde: sicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum qđ accidebat in primo. Accepit enim in oibus ignota similit̄q̄z nota. quare non demonstrauit. peccauit etiā in secunda demonstratione et in tertia et in quinta. in quarū qualibet arguit ex .s. v̄l ex 10. huius que probantur ex diffinitione in continue p̄p̄tionalitatis: Arguit enī sic si proportio a. b. ad c. est maior q̄ .g. ad d. sit ergo .v. b. p̄tis. a. b. ad c. sicut .g. ad d. per qđ apparet ipsum supponere qđ duaz quātitatū. a. b. et u. b. in equalibz relatarum ad c. maior maiorem et minor maiorem ad ipsā optinet proportionem vel qđ quātitas ad c. habebit maiorem p̄p̄tione q̄z habeat. a. b. erit minor. a. b. quorum primū demonstrat. s. huius. et scđm. 10. Nā cū vultis sumere quātitatē que se habeat ad c. in p̄p̄tione. g. ad d. dabo tibi maiorem aut maiorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut voluerō. quare autē non demonstrat aut accidit sibi circulus et principia esse ignota conclusionibus. Supponēda sunt igit̄ cū euclide principia tanq̄z nota. et non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.

## Propositio .i.



¶ Si fuerint quolibet quantitates aliarum totidem eque multiplices. aut singule singulis equales ne esse ē quemadmodum vna illarum ad sui cōparem. totum quoq̄z ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

¶ Sit quolibet quātitates. que sint. a. b. c. aliarum totidem que sint. d. e. f. eque multiplices vnaqueq̄z ad sui cōparē. aut singule sint singulis equales. ita videlicet





q̄ sicut .a. ē mltiplex .d. ita .b. ē mltiplex .e. ⁊ .c. mltiplex .f. v̄l si .a. ē eq̄lis .d. q̄ sicut  
 b. sit eq̄le .e. ⁊ .c. eq̄lis .f. dico q̄ sicut se hab. 3a. ad .d. ita se habet aggregatū ex om  
 nibus que sunt .a. b. c. ad aggregatū ex omnibus que sunt d. e. f. Q̄d si singule  
 singulis sint equalis patet propositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia  
 addant̄ tota quoq̄ erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multi  
 plices diuisis eis s̄m quantitātē suā ⁊ submultipliciū: erit aggregatū ex prima pte.  
 a. ⁊ prima .b. ⁊ prima .c. equalē aggregato ex .d. e. f. p̄ predictā cōmunē sciam ad  
 iuuante hac: que eidem sint equalia inter se sunt equalia. Similiter quoq̄ ag  
 gregatū ex secundis p̄tib⁹ quantitatum .a. b. c. erit equalē aggregato ex .d. e. f. sicq̄  
 de ceteris: ⁊ q̄ hoc poterit totiens fieri quotiens .d. continet̄ in .a. erit vt eq̄le ag  
 gregatū ex .d. e. f. toties p̄tineat̄ ī aggregato ex .a. b. c. quoties .d. continet̄ ī .a. q̄  
 quoties .d. numerat̄ .a. toties aggregatū ex .d. e. f. numerat̄ aggregatū ex .a. b. c. pa  
 tet q̄ sicut .a. est mltiplex ad .d. ita aggregatū ex .a. b. c. aggregatū ex .d. e. f. quod  
 ē propositum.

Propositio .2.



Si fuerint sex quantitates. quaz̄ prima ad sc̄dam atq̄ ter  
 tia ad quartā eque mltiplices. quinta vero ad secundam  
 atq̄ sexta ad quartā eque mltiplices: totum prime ⁊ quin  
 te ad sc̄dam. totumq̄ tertie ⁊ sexte ad quartam eque multi  
 plicia esse conueniet.

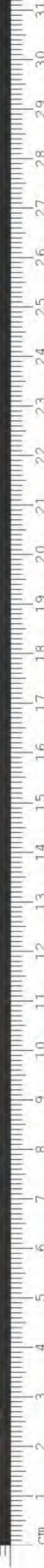
Sint sex quantitates .a. prima .b. secūda .c. tertia .d. quarta .e. quinta .f. sexta.  
 Sitq̄ .a. ⁊ .c. eque mltiplices ad .b. ⁊ .d. itēq̄ .e. ⁊ .f. sint eque mltiplices ad easdē  
 dico q̄ sicut totū aggregatū ex .a. ⁊ .e. ē mltiplex ad quantitātē .b. ita totū aggre  
 gatū ex .c. ⁊ .f. est mltiplex ad quantitātē .d. Nam q̄ numerus s̄m quē .b. continet̄  
 in .a. est equalis numero s̄m quē .d. continetur in .c. Similiter quoq̄ numerus s̄m  
 quē .b. continet̄ in .c. est equalis numero s̄m quē .d. continet̄ in .f. erit per cōmunē  
 sciaz̄ que est: si equalibus equalia addant̄ ⁊ cetera. numerus s̄m quē .b. continetur  
 in aggregato ex .a. ⁊ .e. equalis numero s̄m quē .d. continet̄ in aggregato ex .c. ⁊ .f.  
 quare sicut aggregatū ex .a. ⁊ .e. est mltiplex ad .b. ita aggregatū ex .c. ⁊ .f. ē multi  
 plex ad .d. quod est propositum.

Propositio .3.



Si fuerint primum secundū ⁊ tertium quartū eque multipli  
 cia: ad primum vero ⁊ tertium mltiplices sumantur equa  
 les erunt: mltiplex primi ad secundū atq̄ mltiplex tertij  
 ad quartum eque mltiplicia.

Sit sex q̄ntitates .a. prima .b. secūda .c. tertia .d. quarta .e. quinta  
 f. sexta. Sitq̄ .a. ad .b. ⁊ .c. ad .d. itēq̄ .e. ad .a. ⁊ .f. ad .c. eq̄ mltiplices. dico q̄ sicut  
 e. est mltiplex ad .b. ita .f. ad .d. diuidat̄ enim .e. s̄m quantitātē .a. sui mltiplicis.  
 ⁊ .f. s̄m quantitātē .c. eritq̄ p̄pter equalitātē partiū .e. ad .a. ⁊ partiū .f. ad .c. vt q̄li  
 bet partiū .e. sit ita mltiplex ad .b. sicut quelibet partiū .f. ad .d. Quia ergo sicut prima  
 ps. e. ē mltiplex ad .b. ita prima ps. f. ē mltiplex ad .d. Itēq̄ sicut sc̄da pars .e. ē  
 mltiplex ad .b. ita secūda .f. ad .d. ergo erit per premissā aggregatū ex duabus pri  
 mis p̄tib⁹ .e. ita mltiplex ad .b. sicut aggregatū ex duab⁹ p̄mis p̄tib⁹ .f. ad .d. ⁊ q̄  
 rursus tertia ps. e. si sit aliq̄ tertia ps. ē ita mltiplex ad .b. sicut tertia .f. ad .d. erit p̄  
 eādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus .c. sit ita mltiplex ad .b. sicut to  
 tum aggregatū ex tribus primis partibus .f. ad .d. Sitq̄ si plures fuerint par  
 tes .e. ⁊ .f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs





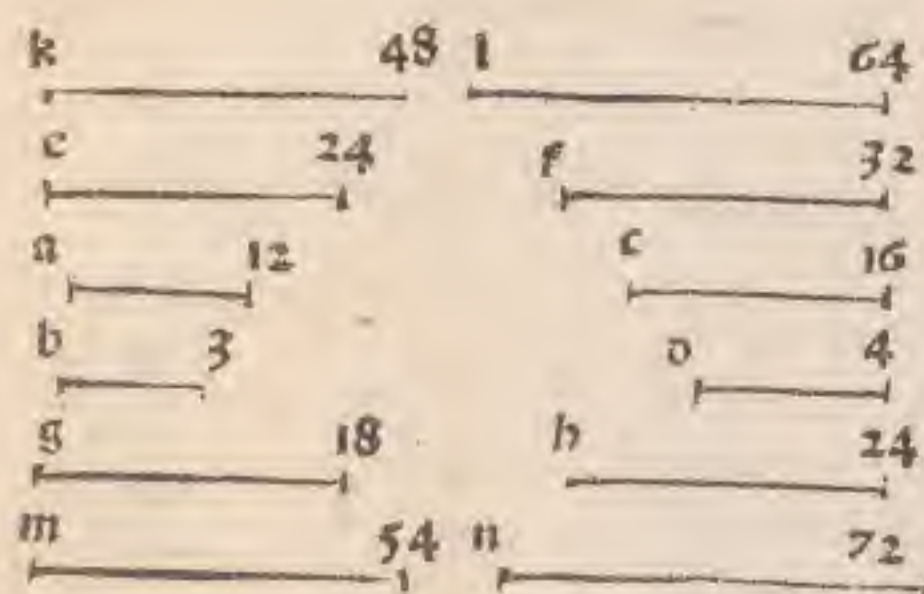
LIBER

q̄ sicut .e. est multiplex ad .b. ita .f. ad .d. per premissam totiens sumptā: quot fuerint partes in .e. aut in .f. minus vna: sicq̄ patet propositum.

Propositio .4.



**S**i fuerit proportio primi ad secundum sicut tertii ad quartum: ad primum autem et tertium eque multiplicia assignentur. Itemq̄ ad secundum et quartum multiples euales erunt assignate multiples eodem ordine proportionales.



**S**it proportio .a. primi ad .b. secundū. sicut .c. tertij ad .d. quartum. Sumantq̄ .e. ad .a. et .f. ad .c. eque multiplicia. Itēq̄ .g. ad .b. et .h. ad .d. eque multiplicia: dico q̄ proportio .e. ad .g. est sicut .f. ad .h. Sumam .k. ad .e. et .l. ad .f. eque multiplicia. itēq̄ .m. ad .g. et .n. ad .h. eque multiplicia: et quia .e. et .f. sunt eque multiplicia ad .a. et .c. itēq̄ .k. et .l. eque multiplicia ad .e. et .f. erunt per premissam .k. et .l. eque multiplicia ad .a. et .c. per eandem quoq̄ erunt .m. et .n. eque multiplicia ad .b. et .d. quare per conversionē diffinitionis incontinue proportionalitatis .k. ad .m. et .l. ad .n. similiter se habebunt in addendo diminuendo et equando: q̄ ergo .k. et .l. sūt eque multiplicia ad .e. et .f. itēq̄ .m. et .n. eque multiplicia ad .g. et .h. erit per diffinitionē incontinue proportionalitatis proportio .e. ad .g. sicut .f. ad .h. q̄ est propositum:

Propositio .5.



**S**i fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius minuatq̄ ab vtraq̄ ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq̄ totum toti eque multiplex. simili

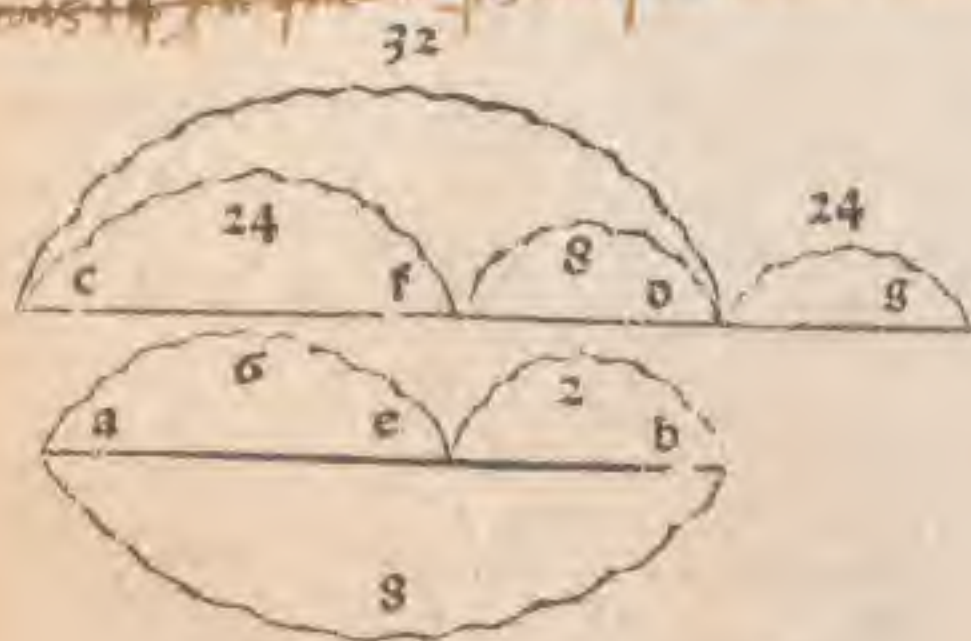
**N**el sic si aliquota erit reliquū reliqui tota pars quota totū toti. Sit quantitas .a. b. tota pars quantitatis .c. d. quora .e. b. apsius .a. b. minuatq̄ .a. b. ex quantitate .c. d. et sit residuum .f. e. eritq̄ .f. d. equalis .a. b. Similiter quoq̄ minuat .e. b. ex quantitate .a. b. sitq̄ residuum .e. a. dico q̄ quora pars est quantitas .a. b. quantitatis .c. d. tota est quantitas .a. e. quantitatis .c. f. cū enī .f. d. sit equalis .a. b. erit .f. d. ita multiplex .e. b. sicut .c. d. est multiplex .a. b. ponam itaq̄ .d. g. ita multiplicem .a. e. sicut .f. d. est multiplex .e. b. eritq̄ ex prima huius quantitas .f. g. ita multiplex .a. b. sicut .f. d. est multiplex .e. b. et quia sic fuit .c. d. multiplex .a. b. sicut .f. d. fuit multiplex .e. b. erit vtraq̄ duarum quantitatū .c. d. f. g. eque multiplex quantitatis .a. b. quare per cōmunem scientiam .c. d. et .f. g. sunt equales adinvicem: dempta igitur ab vtraq̄ earum quantitate .f. d. erit .c. f. equalis .d. g. et quia .d. g. fuit ita multiplex .a. e. sicut .f. d. e. b. et ideo sicut .a. b. e. b. quare et sicut .c. d. a. b. erit .c. f. ita multiplex .a. e. sicut tota .c. d. totius .a. b. q̄ est propositum.

Propositio .6.



**S**i fuerint due quantitates ad alias duas eque multiples. duēq̄ minores duabus maioribus vtraq̄ a sua multiple subtrahantur. erunt duo reliqua earundē partium eque multiplicia. aut eis equalia.

*in vna q̄ sit pars alterius*



*vel sic si aliquota .i. si fuerint due quantitates quarum vna sit pars alterius erit reliquū reliqui tota pars quota totū toti quare sicut .c. d. a. b. erit .c. f. ita multiplex .a. e. sicut tota .c. d. totius .a. b. q̄ est propositum.*



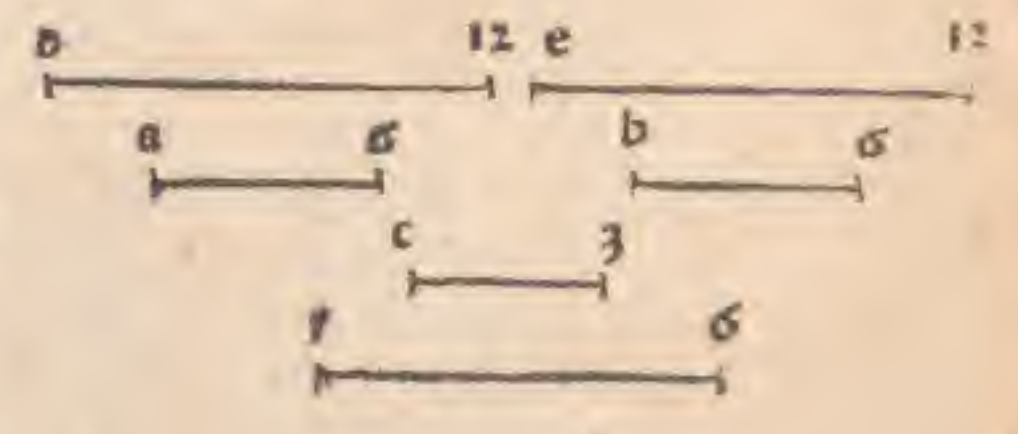
Sint quantitates .a. b .ad. c. z. d. e. ad. f. eque multiples: subtrahanturq; .c. ex .a. b. z. f. ex. d. e. z. sint residua: ex .a. b. quide. a. g. ex. d. e. d. b. eritq; .g. b. equalis. c. z. b. e. equalis. f. dico q; duo residua. a. g. z. d. b. erunt equalia duabus quantitati bus. c. z. f. aut eis eque multiplicia. Sit ergo primo. a. g. equalis. c. dico q; .d. b. est equalis. f. Sumam enim quantitatem. e. k. equalem. f. eritq; per premissas ypothe ses vt tociens. f. sit in. b. k. quotiens. c. in. a. b. quare sicut. a. b. est multiplex. c. ita b. k. est multiplex. f. sed sic erat etiam. d. e. erat multiplex eiusdem. f. erit igitur per eodem scientiam. b. k. equalis .d. e. dempta igitur comuni earum quantitate. b. e. erit. d. b. equalis. e. k. quare equalis. f. quod est propositum. Si autem. a. g. sit mul tiplex. c. ponam vt. e. k. sit eque multiplex. f. eritq; vt prius vt tociens. f. sit in. b. k. quotiens. c. in. a. b. Sed tociens erat etiam in. d. e. erit igitur vt prius. d. e. equalis b. k. z. d. b. e. k. quare sicut. a. g. est multiplex. c. ita. d. b. est multiplex. f. q; est pro positum. Aliter idem cum fm eundem numerum contineat quantitas. a. b. quanti tatem. c. fm q; quantitas. d. e. quantitate. f. demptaq; ab eo vnitate remaneat vni tas vel numerus secundum q; .a. g. continet. c. z. fm q; .d. b. continet. f. patet quan titates. a. g. z. d. b. esse equales aut eque multiples quantitatibus. c. z. f.

Propositio .7.



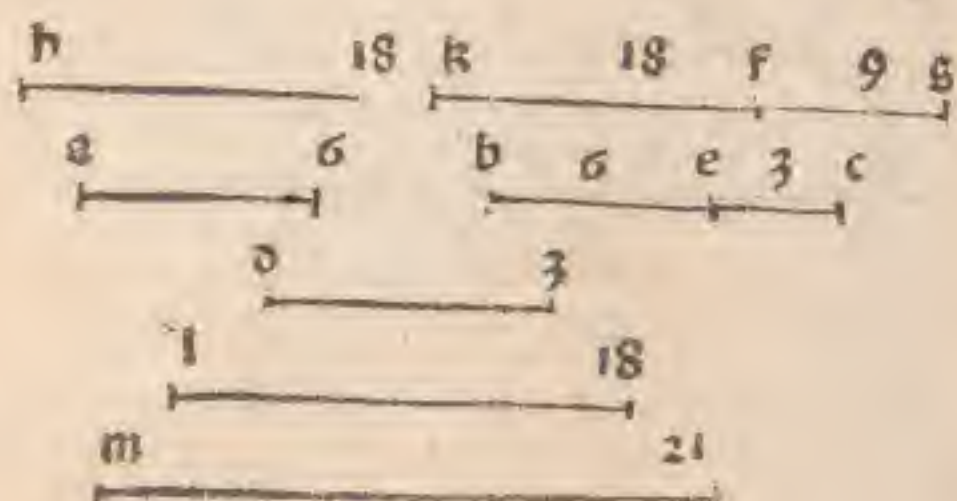
**S**i due quantitates equales ad quamlibet comparentur eaz ad illam erit vna proportio .itemq; ad illas pportio illi<sup>9</sup> vna est.

Sint due quantitates. a. b. equales. que comparentur ad quamli/ bet tertiaz vt ad. c. dico q; eadem est proportio. a. ad. c. z. b. ad. c. ite q; eadem. c. ad. a. z. c. ad. b. Primum sic probatur: cum enim. c. sit cosequens ad. a primam z ad. b. tertiam ipsa erit in ratione secunde z quarte. Suma igitur. d. ad. a primam: z. e. ad. b. tertiam eque multiples: z sumam. f. quamlibet ex multiplici/ bus. c. que est secunda z quarta: z quia. a. z. b. quaru sunt eque multiples .d. z. e. posite sunt equales erit: vt si. d. diuidatur fm quantitatem. a. z. e. secundu quanti/ tatem. b. q; partes vtrobiq; sint numero z qntitate equales: numero quidam per ypothesim ppter equalitatem multiplicationis vtrobiq; :quantitate autem per hac eodem scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sut equalia sibiinuicem sunt equalia: quia igitur prima ex partibus. d. est equalis prime ex partibus. e. z se cunda: secunde: z cetera ceteris. Suntq; tot partes in. d. quot sunt in. e. erit per pri mam huius. d. equalis. e. quare per eodem scientiam: si due qantitates equales co/ parentur ad aliam tertiam: aut ambe quantitates. d. z. c. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores: aut sibi equales: igitur ex diffinitione incontinue proportio nalitatis: que est proportio. a. prime ad. c. secundam: eadem est. b. tertie ad. c. quartam qd est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine couerso: vt. c. pona tur prima z tertia. a. vero secunda .b. quarta .Cum vero quantitas. f. que est eque mltiplex prime z tertie sit aut similiter maior qantitatibus .d. z. e. que sut eque ml tiplices secunde z quarte: aut similiter minor aut eis equalis: erit per eandem diffi nitionem proportio. c. prime ad. a. secundam: sicut. c. tertie ad. b. quartam quod est propositum secundum.



c 2





**S**ine quantitates inaequales ad unam quantitatem proportionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionem. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.

**S**int due quantitates inaequales. a. et b. c. sitque maior. b. c. et proportionentur ad eandem quantitatem que sit. d. dico quod maior est proportio. b. c. ad. d. quam a. ad. d. et quod contrario maior est. d. ad. a. quam d. ad. b. c. Primum sic probatur: ponam. e. b. equalem. a. et multiplicabo totiens. e. c. quod proveniat quantitas maior. d. sitque. f. g. et sumam. k. f. ita multiplicem. b. e. et similiter. b. ita multiplicem. a. sicut. f. g. est multiplex. e. c. eritque per primam huius. b. ita multiplex. a. sicut. k. g. est multiplex. b. c. erit etiam. b. equalis. k. f. propter hoc quod earum submultiplices que sunt. a. et b. e. posite sunt equales: ponam quoque quod b. non sit minor. d. sed equalis: aut maior: totiens enim multiplicabo unamqueque trium quantitatum. e. c. b. e. et a. equaliter: quod f. g. multiplex. e. c. proveniat maior. d. et quod b. multiplex. a. non proveniat minor eadem: deinde totiens multiplicabo. d. quod proveniat quantitas maior. b. sitque. m. prima quantitas multiplicum. d. que sit maior. b. Sub qua sumam maximam multiplicem. d. aut sibi equalem: si. m. est prima in ordine multiplicium. d. que sit. l. eritque ut. l. non sit maior. b. et constabit. m. ex. d. et l. propter id quod omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo: ut triplum ex duplo: et simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. Quia ergo. b. e. equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaque. k. f. et d. non efficient minus quam. l. et d. quare non efficient minus quam. m. et quia. f. g. est maior. d. erit. k. g. maior quam. m. **I**ntelligo igitur quantitatem. b. c. primam. d. secundam. a. tertiam. d. quartam: et quod ad primam et tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet. k. g. et b. Similiter quoque ad secundam et quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorum quod est. m. et addit. k. g. multiplex prime super. m. multiplex secunde: non addit autem b. multiplex tertie super. m. multiplex quarte: erit per definitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam quam. a. tertie ad. d. quartam quod est primum. **S**ecundum probabis per eandem definitionem converso ordine: ut. d. sit prima et tertia. a. secunda. b. c. quarta: addit enim. m. multiplex prime super. b. multiplicem secunde. Non addit autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte: quare maior est proportio. d. ad. a. quam. d. ad. b. c. quod est secundum. **E**x huius autem demonstrationis modo patet sufficientia definitionis maioris impropotionalitatis: quam posuit auctor in principio huius quinti. Nusquam enim est maior proportio prime quatuor quantitatibus ad secundam quam tertie ad quartam. quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam referri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte: inveniuntur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte: hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabimus infra supra. 12. huius.



**S** fuerit aliquarum quantitatum ad unam quantitatem proportio: una ipsas esse eales. Si vero unius ad eas proportio una ipsas eales esse necesse est.

**S**it duarum quantitatum .a. et .b. proportio una ad .c. dico eas esse eales. et si conuerso fuerit eadem proportio .c. ad utraqz earu: adhuc dico eas esse eales. hec est conuersa .7. Primum sic patet. si enim non sunt eales: sed altera earum maior: et pote. a. erit per primam parte. premissa maior proportio .a. ad .c. qz .b. ad .c. quod est contra ypothe. Secundum quoqz patet: qz si .a. est maior .b. erit per secundam partem premissa maior proportio .c. ad .b. qz ad .a. quod est etiam contra ypothesim.

Propositio .10.

**S** fuerit unius ad quantitatem unam aliquam proportio maior quam tatem maiorem esse. Si vero unius ad eandem proportio maior minorem esse necesse est.

**Q**uod si fuerit maior proportio .a. ad .c. qz .b. ad .c. dico .a. esse maiorem .b. et si fuerit maior .c. ad .b. qz .c. ad .a. adhuc dico .a. esse maiorem .b. hec est conuersa .8. Primum patet per primam partem .7. et per primam .8. nam per primam partem septime: non erit .a. equalis .b. nec etiam minor per primam octane. Secundum vero patet ex secundis partibus earundem.

Propositio .11.

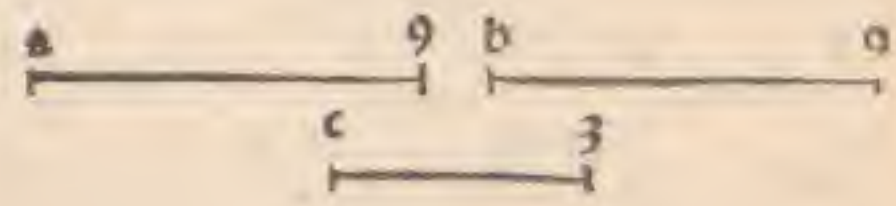
**S** fuerint quantitatum proportiones alicui unius eales ipsas quoqz proportiones sibi inuicem eales esse necesse est.

**P**roportionem hac quam euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones: que eidem sunt equalia sibi quoqz sunt equalia: put de quantitibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraqz duarum proportionum que sunt .a. ad .b. et .c. ad .d. equalis proportioni que est .e. ad .f. oico proportiones que sunt .a. ad .b. et .c. ad .d. sibi inuicem esse eales. Sumam enim .g. ad .a. et .b. ad .c. et .k. ad .e. eque multiples. Itemqz .l. ad .b. et .m. ad .d. et .n. ad .f. eque multiples: et quia per ypothesim proportio .c. ad .d. est sicut .a. ad .b. et similiter sicut .c. ad .d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumpta si .k. addit super .n. qz .g. addit super .l. et .b. super .m. et si .k. minuit ab .n. qz .g. minuat ab .l. et .b. ab .m. et si .k. est equalis .n. qz .g. sit equalis .l. et .b. equalis .m. quia igitur .g. ad .l. et .b. ad .m. similiter se habent in addendo diminuendo et equando: mediantibus .k. et .n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis .a. ad .b. sicut .c. ad .d. quod est propositum.

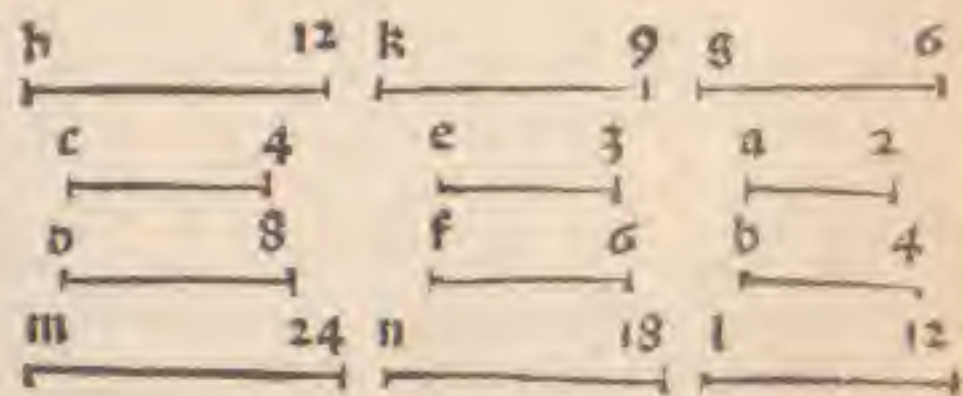
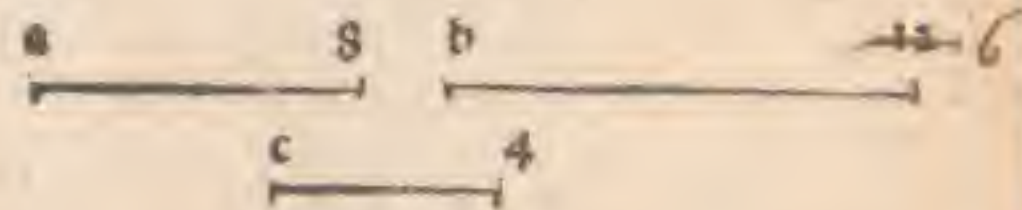
Propositio .12.

**S** fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum. tertij vero ad quartum maior quam quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum maior quam quinti ad sextum.

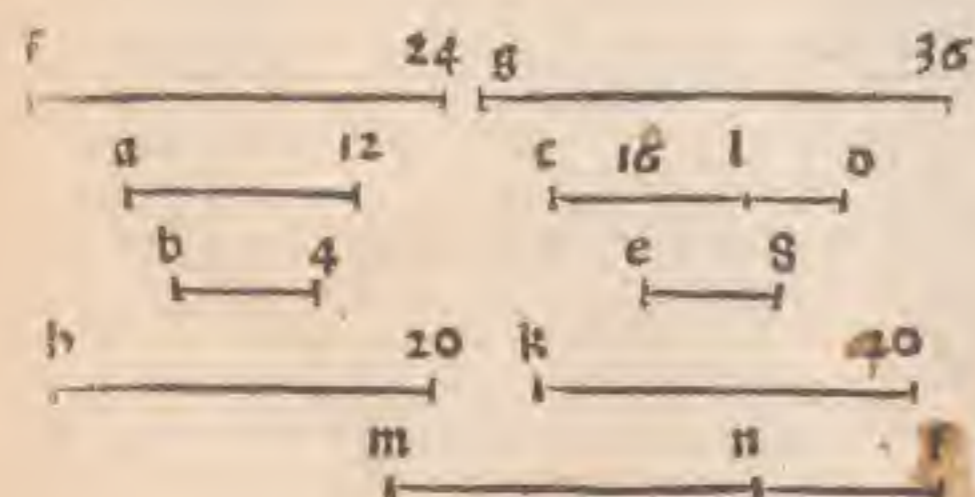
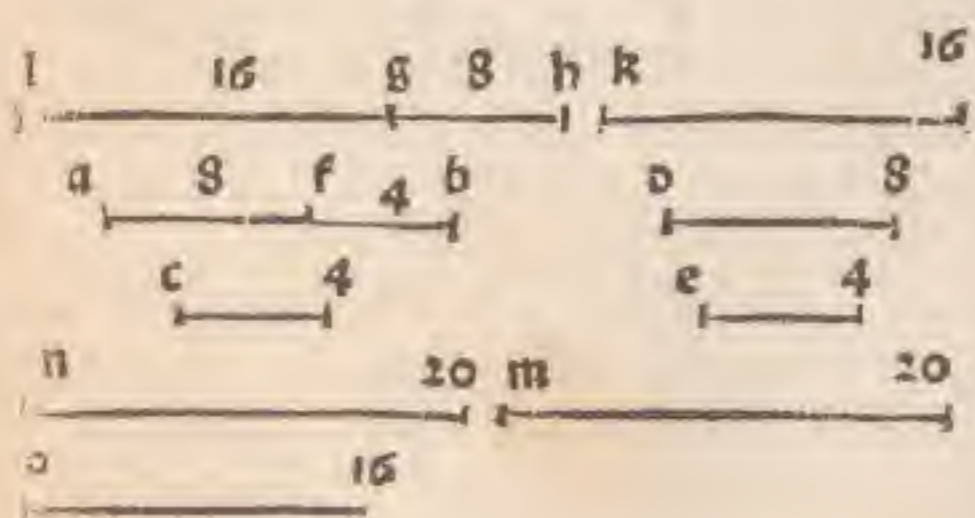
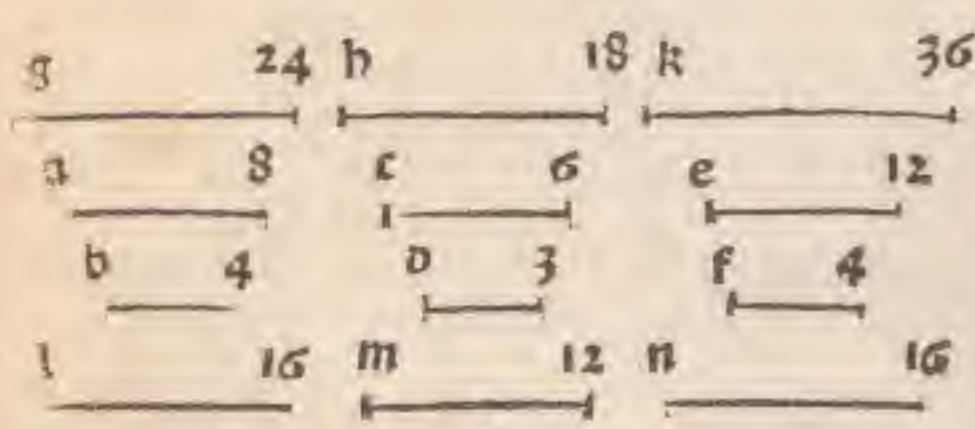
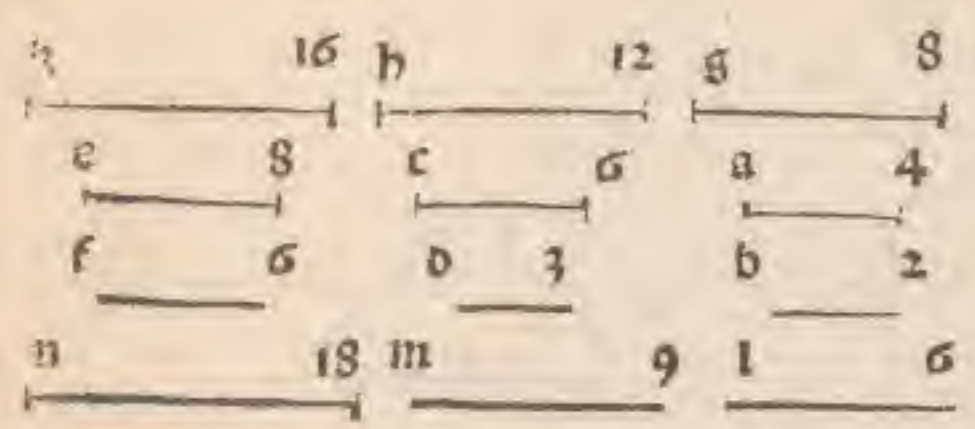
**S**icut in precedenti qz hic demonstrat in proportionalibus concepitibile est in quantitibus: videlz qz si due quantitates fuerit sibi inuicem



aut aliter







cōles quacunq; fuerit vna eaz maior eadē maior erit ⁊ reliqua. ¶ In proportio-  
 bus tamen hoc demonstratur: vt si sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. vero ad. d.  
 sit maior q̄z. e. ad. f. erit quoq; a. ad. b. maior q̄z. e. ad. f. Sumā enim. g. ad. a. ⁊. b.  
 ad. c. ⁊. k. ad. e. eque multiplices. Itemq; l. ad. b. ⁊. m. ad. d. ⁊. n. ad. f. eque multi-  
 plices: ⁊ quia per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. ⁊ maior q̄z. e. ad. f.  
 erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. b. addit sup  
 m. ⁊. g. addat super. l. ⁊ per conuersionem diffinitionis maioris improporciona-  
 litatis q̄ non sit necesse. k. addere super. n. quia igitur mediantibus. b. ⁊. m. si. g.  
 addit super. l. nō est necesse. k. addere super. n. erit per diffinitionem maioris im-  
 proportionalitatis maior proportio. a. ad. b. q̄z. e. ad. f. quod est propositū. ¶ Si/  
 mili quoq; modo pbabis q̄ si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ⁊. c. ad. d. minor q̄z. e. ad. f.  
 erit. a. ad. b. minor q̄z. e. ad. f. cum enim sit. c. ad. d. minor q̄z. e. ad. f. erit. e. ad. f.  
 maior q̄z. c. ad. d. per conuersionem igitur diffinitionis maioris improporciona-  
 litatis. si. k. addit super. n. non est necesse q̄. b. addat super. m. sed si. b. non addit  
 super. m. g. non addit super. l. ergo si. k. addit super. n. non est necesse vt. g. addat  
 super. n. per diffinitionē igitur maioris improporționalitatis maior erit proportio  
 e. ad. f. q̄z. a. ad. b. ergo econuerso: minor erit. a. ad. b. q̄z. e. ad. f. quod ē ppositum  
 ¶ Ex modo autem demōstratiōis octauē hui⁹ ⁊ hac: fiet manifestū q̄ si fuerit pri-  
 me quatuor quantitatum ad secundā maior proportio q̄z. tertie ad quartam cōtin-  
 get reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie. que cū cōparabuntur ad aliq̄ eq̄  
 multiplicia secūde ⁊ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scōde.  
 non autem multiplex tertie super multiplex quarte: q̄ sic patet. Sit enī maior pro-  
 portio. a. b. ad. c. q̄z. d. ad. e. ponam ergo vt sit proportio. a. f. ad. c. sicut. d. ad. e.  
 eritq; per hanc. 12. ⁊ per. 10. a. f. minor. a. b. ⁊ sit minor in quantitate. f. b. quā mul-  
 tiplicabo totiens q̄ proueniat quātitas maior. c. que sit. g. b. hac conditione. vt. d  
 totiens multiplicata producat quantitatē non minorem. e. que sit. k. tunc ponam  
 vt. l. g. sit ita multiplex. a. f. sicut. g. b. est multiplex. f. b. aut. k. d. eritq; per primam  
 huius. l. b. ita multiplex. a. b. sicut. k. d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas  
 multiplex. e. que sit maior. k. ⁊ ponam. n. ita multiplicem. c. sicut. m. est multiplex  
 e. eritq; per premissas ypotheses ⁊ conuersionem diffinitionis incontinue propor-  
 tionalitatis quantitas. n. prima multiplicium. c. que erit maior. l. g. nec erit. l. g.  
 minor. c. Sumam ergo sub. n. maximā multipliciū. c. aut sibi equalem si forsan. n.  
 sit prima multiplicium eius que sit. o. constabitq; n. ex. o. ⁊. c. quia ergo. l. g. non  
 est minor. o. ⁊. g. b. est maior. c. erit. l. b. maior. n. quare cum. k. sit minor. m. patet  
 propositum. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. videlicet q̄ si cō-  
 tingit reperire aliqua eque multiplicia prime ⁊ tertie: quarum multiplex prime ad-  
 dat super aliquod multiplex secūde: ⁊ multiplex tertie non addat super multiplex  
 quarte: maior erit proportio prime ad secundam q̄z. tertie ad quartam: q̄ sic pro-  
 batur. Sint quatuor quātitates. a. prima. b. secunda. c. d. tertia. e. quarta. sintq; f.  
 ad. a. ⁊. g. ad. c. d. eque multiplicia. Similiter. b. ad. b. ⁊. k. ad. c. eque multiplicia:  
 ⁊ addat. f. super. b. non addat autem. g. super. k. dico q̄ maior est proportio. a. ad  
 b. q̄z. c. d. ad. e. Si enī equalis per conuersionem diffinitionis incontinue propor-  
 tionalitatis addet. g. super. k. q̄ est contra ypothe. Si autē minor sit. c. l. ad. e.  
 sicut. a. ad. b. eritq; per huius. 10. c. l. minor. c. d. ⁊ sit minor i quātitate. l. d. Ponā  
 igitur vt. m. n. sit ita multiplex. c. l. ⁊. n. p. multiplex. l. d. sicut f. est multiplex. a.

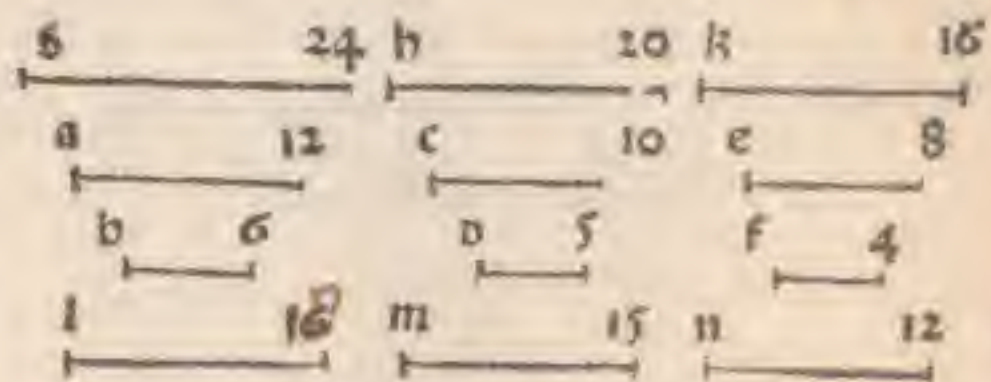


eritq; per primā huius. m. p. ita multiplex. c. d. sicut. f. est multiplex. a. vtraq; igitur  
 duarū quantitatum. m. p. z. g. est eque multiplex quantitatis. c. d. ergo ipse sūt cō/  
 les. Nam hec illatio demonstrata est in. 7. huius: z quia. g. non est maior. k. nō erit  
 m. p. maior eadem. sed per conuersionē diffinitionis incōtinue pportionalitatis  
 m. n. est maior. k. eo qd. f. est maior. b. ergo. m. n. est maior. m. p. qd est impossibile  
 quare relinquatur ppositum.

Propositio .13.

**S**i fuerint quotlibet quantitū ad totidem alias propoz/  
 tio vna erit quoq; que proportio vnus ad vnā. eadem  
 proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes  
 illas pariter acceptas.

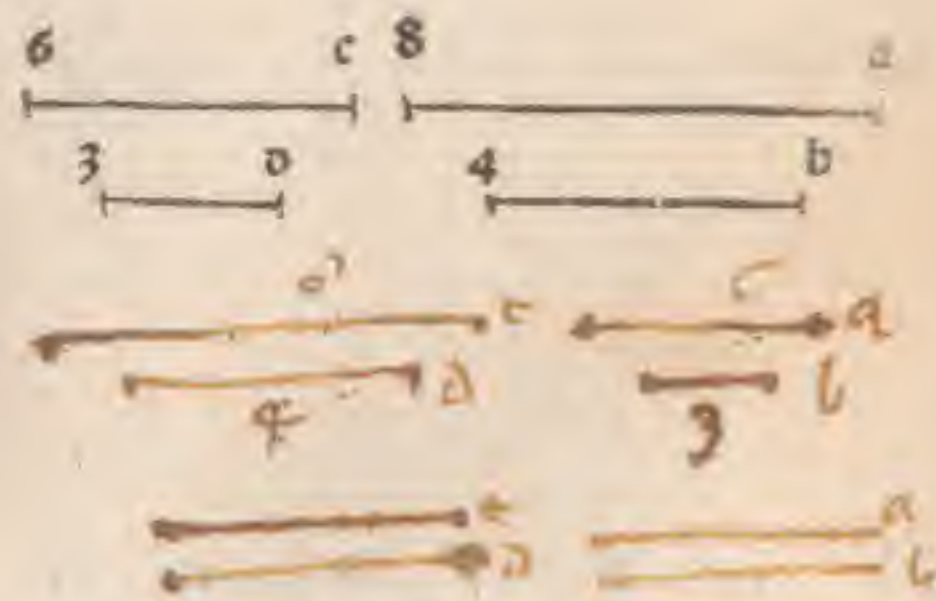
**Q**uō primo proposuit de multiplicib; hic proponit de omnib; pro/  
 portionibus: vñ hec est cōmuniō illa: eo qd omnis multiplicitas est proportio: nō  
 autē e conuerso. Sit igitur. a. ad. b. z. c. ad. d. z. e. ad. f. vna proportio: dico qd que  
 est proportio. a. ad. b. eadem est cōpositi ex. a. c. e. ad cōpositū ex. b. d. f. Sumā. g.  
 ad. a. z. b. ad. c. z. k. ad. e. eque multiplicia. Itemq; l. ad. b. z. m. ad. d. z. n. ad. f. eque  
 multiplicia: eritq; per primā huius cōpositum ex. g. b. k. ita multiplex cōpositi ex  
 a. c. e. sicut. g. est multiplex. a. Similiter per eandē cōpositum ex. l. m. n. erit ita mul  
 tiplex cōpositi ex. b. d. f. sicut. l. ē multiplex. b. z p cōuersionē diffinitionis incōtinue  
 pportionalitatis. bis sūptā si. g. addit sup. l. b. addit sup. m. z. k. super. n. z si mi/  
 nuit minuit: z si equat equat: ergo per cōmunez scientiam si. g. addit sup. l. com/  
 positū ex. g. b. k. addit super cōpositum ex. l. m. n. z si minuit minuit: z si equat  
 equat: ergo per diffinitionem incōtinue proportionalitatis proportio. a. ad. b. ē  
 sicut cōpositi ex. a. c. e. ad cōpositū ex. b. d. f. quod est ppositū.



Propositio .14.

**S**i fuerint quatuor quantitates proportionales. fueritq;  
 maior prima tertia. necesse est secundā. quarta esse maio/  
 rem. Qd si minor z minorē. Si vero equalis z equalē ēē.

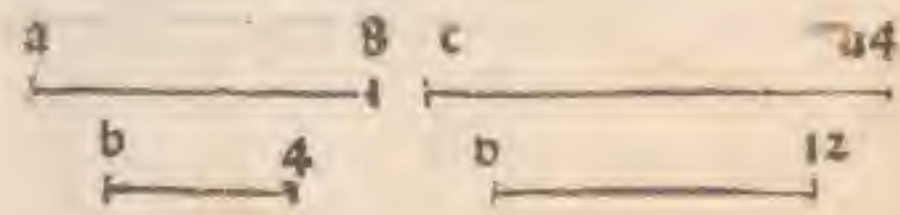
**S**it proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd si. a. est maior. c. b. erit  
 maior. d. z si minor minor. z si equalis equalis. Si enim. a. sit maior  
 c. erit per primā partē. 8. huius maior proportio. a. ad. d. q̄z. c. ad. d. quare maior  
 erit. a. ad. d. q̄z ad. b. ergo per secūdā partē. 10. huius. b. erit maior. d. qd ē propo/  
 situm. Qd si. a. sit minor. c. erit per primā ptē. 8. minor proportio. a. ad. d. q̄z. c. ad  
 d. quare maior erit. a. ad. b. q̄z ad. d. per. secūdā ergo ptē. 10. b. erit minor. d. Si  
 autem. a. sit equalis. c. erit per primā partē. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d. quare. a. ad. d  
 sicut ad. b. itaq; per secūdā ptē: 9. b. erit equalis. d. sicq; patet ppositum.



Propositio .15.

**S**i fuerint aliquibus quantitibus eque multiplices assi/  
 gnate. erit ipsarum multipliciū atq; iub multipliciū vna  
 proportio.

**S**int. c. ad. a. z. d. ad. b. eque multiplices. dico qd que ē proportio  
 a. ad. b. eadē est. c. ad. d. diuidat. c. fm quātitatē. a. z. d. fm quātitatē  
 b. c. sūtq; tot partes. c. quot. d. z quia quelibet pars. c. ad q̄zlibet partē. d. se ba/  
 bet sicut. a. ad. b. erit per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. qd est ppositum.





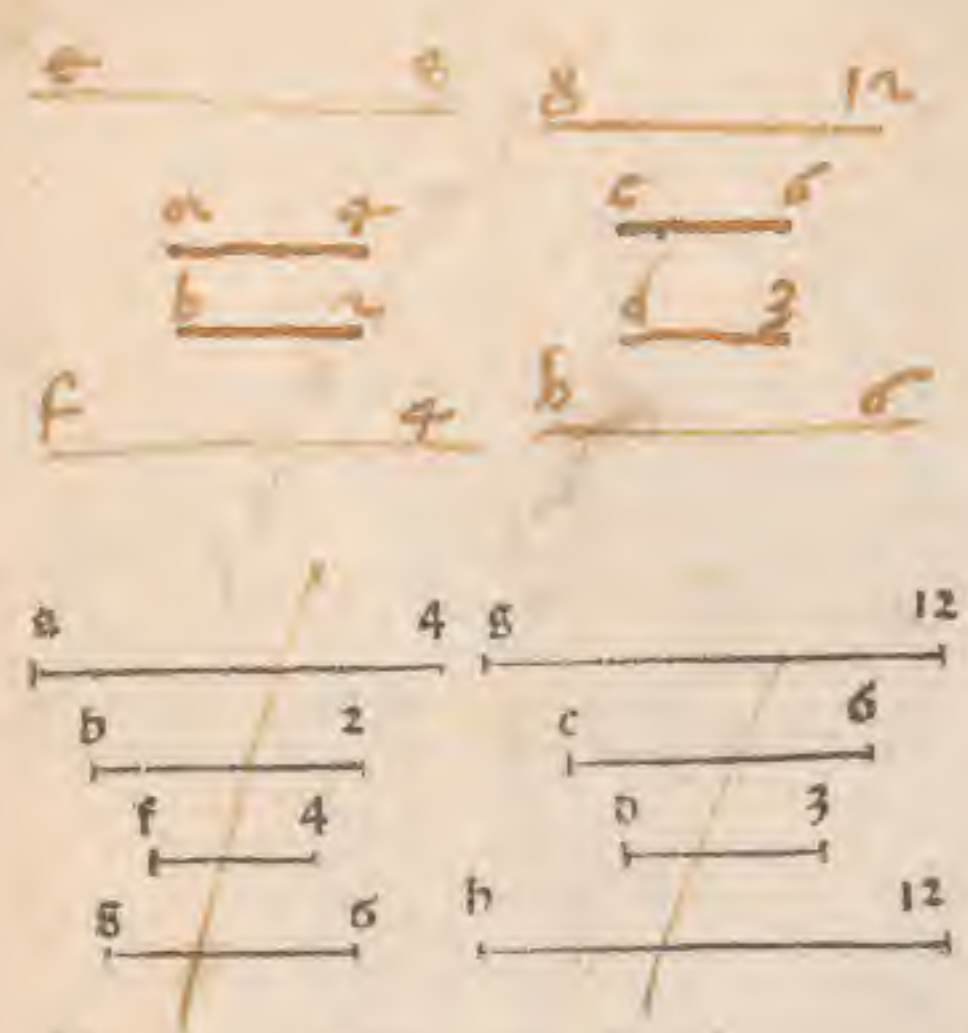
LIBER

Propositio .16.



Si fuerit quatuor quantitates proportionales. pmutatum quoq3 proportionales erunt.

¶ Sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico qd erit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. et iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Suma .e. ad .a. et .f. ad .b. eque multiples itemq3 .g. ad .c. et .h. ad .d. eque multiples: eritq3 per premissam .e. ad .f. sicut .g. ad .h. quare p. 14. si .e. addit supra .g. et .f. addit super .h. et si minuit minuit: et si equat equat: per definitionem igitur incontinue proportionalitatis erit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. quod est propositum. Necessesse est autem ut in pmutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

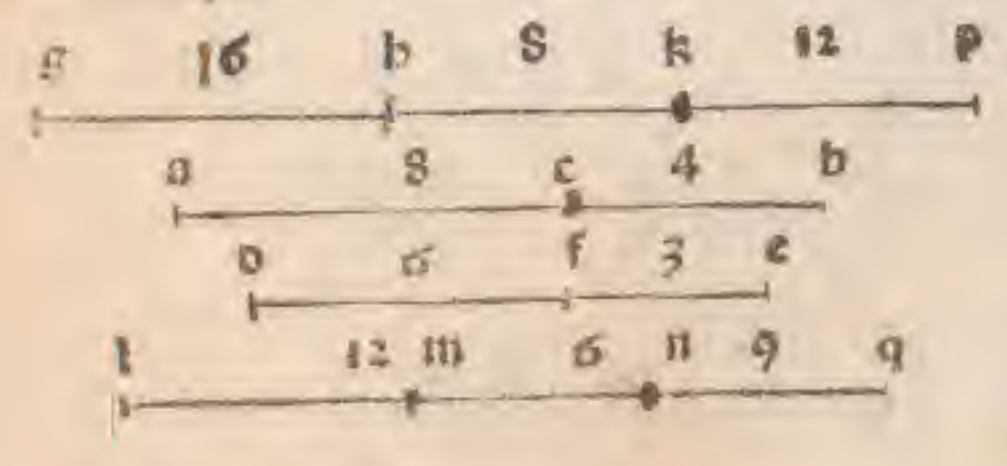


Propositio .17.



Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdem disiunctim quoq3 proportionales esse.

¶ Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas pmutata: demonstrat illud qui dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaq3 proportio .a. b. ad .b. c. sicut .d. e. ad .e. f. dico qd erit .a. c. ad .c. b. sicut .d. f. ad .f. e. Suma enim .g. b. ad .a. c. et .h. k. ad .c. b. itemq3 .l. m. ad .d. f. et .n. o. ad .f. e. eque multiples: eritq3 per primam huius .g. k. ita multiplex .a. b. sicut .g. h. est multiplex .a. c. et .l. n. ita multiplex .d. e. sicut .l. m. est multiplex .d. f. et ideo per premissas ypotheses .g. k. et .l. n. ita multiplex .a. b. sicut est .l. n. d. e. ponam iterum .k. p. ad .c. b. et .n. q. ad .f. e. eque multiples: eruntq3 per secundam .h. p. ad .c. b. et .m. q. ad .f. e. eque multiples per conversionem igitur definitionis incontinue proportionalitatis. si .g. k. addit super .b. p. l. n. addit super .m. q. et si minuit minuit: et si equat equat. demptis itaq3 communibus .b. k. et .m. n. erit per communem scientiam: ut si .g. b. addit super .k. p. q. l. m. addit super .n. q. et si minuit minuit: et si equat equat. ergo per definitionem incontinue proportionalitatis proportio .a. c. ad .c. b. est sicut .d. f. ad .f. e. quod est propositum.



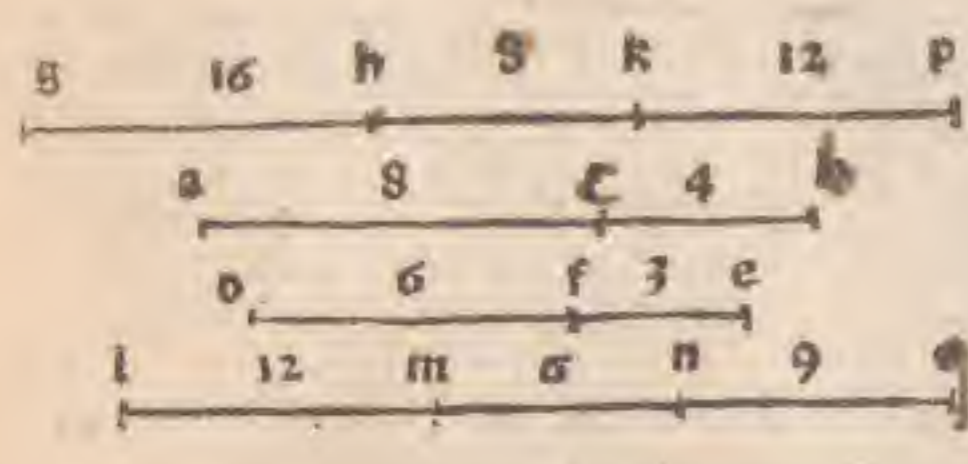
sk | kp nq | th  
 e | hn mn | ge  
 c.b. f.e.

Propositio .18.



Si fuerint quantitates disiunctim proportionales. coniunctim quoq3 proportionales erunt.

¶ Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta et est modus conversus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premissae. et maneat omnes eius ypotheses: excepto qd ponatur esse proportio .a. c. ad .c. b. sicut .d. f. ad .f. e. dico qd erit proportio .a. b. ad .b. c. sicut .d. e. ad .e. f. sequitur enim ex hac ypothesi et alijs ypothesibus premissae de multiplicibus equaliter sumptis per conversionem definitionis incontinue proportionalitatis si .g. b. addit super .k. p. q. l. m. addat super .n. q. et si minuit minuat: et si equat equat ergo positis communibus .b. k. et .m. n. sequitur per eam scientiam si .g. k. addit super .b. p. q. l. n. addat super .m. q. et si minuit minuat: et si equat equat: quare per definitionem incontinue proportionalitatis erit proportio .a. b. ad .b. c. sicut .d. e. ad .e. f. quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Lu sit proportio .a. c. ad .c. b. sicut .d. f. ad .f. e. non est .a. b. ad .b. c. sicut .d. e. ad .e. f. sit ergo proportio .d. e. ad aliquam aliam quantitatem sicut .a. b. ad .b. c. que aut erit maior .e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret propositum.





Sit itaq; primo maior et sit. e. g. eritq; p. premissam. a. c. ad .c. b. sicut. d. g. ad. g. e. quare. d. g. ad. g. e. sicut. d. f. ad. f. Sequit igit p. 14. q. cu. d. g. prima sit mior. d. f. tertia erit. g. e. scda minor. e. f. qu. ista: sed erat positu q. esset maior. Sit ergo pro/ portio. d. e. ad. minor. e. f. que sit. e. b. sicut. a. b. ad. b. c. eritq; p. pmissa. a. c. ad. c. b. sicut. d. b. ad. b. e. qre p. 11. d. b. ad .b. e. sicut. d. f. ad. f. e. et qz. d. b. pma e maior d. f. tertia erit p. 14. e. b. scda maior. e. f. tertia: q. quia est impossibile. sequit ppositu.

Propositio .19.



**S**i a duobus totis due portiones abscindantur. fueritq; to tum ad totu quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

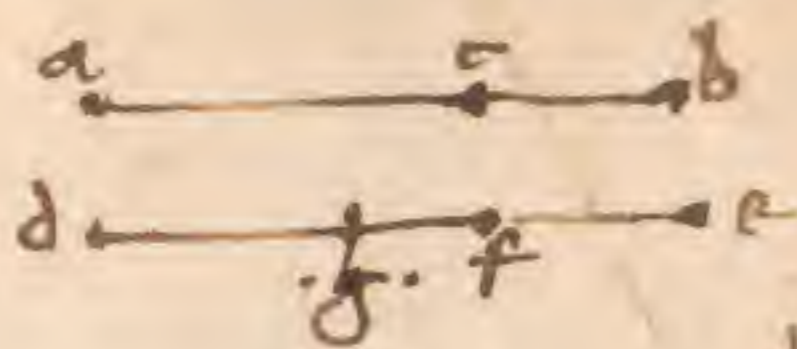
Quo quinta pponit de multiplicibus. hec pponit vniuersaliter de omnibus proportionibus. vnde est illa tanto comunior quato multi plicitate pportio. Sint igitur due quatitates. a. b. et c. d. a quibus abscindant due que sint. b. e. et d. f. sitq; pportio totius. a. b. ad tota. c. d. sicut. b. e. abscise ad. d. f. abscisam. dico q. eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est toti. a. b. ad to/ tam. c. d. cu. eni sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut c. d. ad. d. f. et disiunctim. a. e. ad. e. b. sicut. c. f. ad. f. d. et iteru permutati. a. e. ad c. f. sicut. e. b. ad. f. d. et quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet propositu. Ex hac aut. 19. et permutata pportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit pportio nalitas eucisa. vt si sit. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. dico q. erit. b. a. ad. a. e. sicut c. d. ad. c. f. quia eni sit. a. b. ad. b. c. sicut. c. d. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. e. f. igitur pmutati. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. e. f. qd. est propositum. Conuersa quoq; pportionali/ tas qz. ex diffinitione incotinue pportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti. pot. hic quoq; demonstrari indirecte ex pmutata pportio/ naltate et .9. huius vt si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit. b. ad. a. si/ cut. d. ad. c. sin. ante sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. et qz. a. ad. b. e. sicut. c. ad. d. erit pmutati. a. ad. c. sicut. b. ad. d. et quia iterum. b. ad. a. sicut. d. ad. e. erit quoq; pmuta tim. b. ad. d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. d. ad. c. si igitur. e. non sit equale c. accidet impossibile et contrariuz secunde partis. 9. si autem equalis erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .20.



**S**i fuerint quotlibet quantitates alieq; secundu earum nu merum quarum queq; due priorum secundu proportio/ nem duarum postremarum necesse est impropportionali/ tate quida equalitatis vt si fuerit prima prioru vltima ma ior. et posteriorum prima vltima esse maiores. Qd si mi/ nor et minorem. Si vero equalis et equalem.

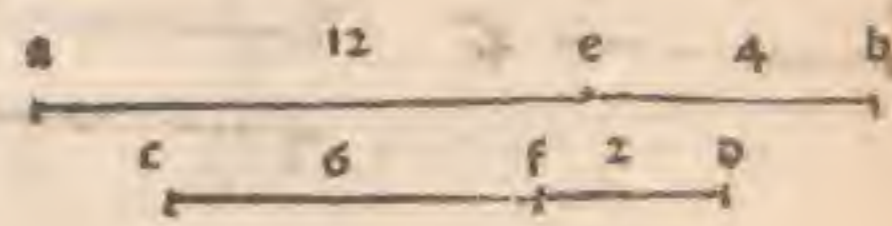
Demostraturus euclides modu arguendi qui dicit eq. pportionalitas siue qnti tates duoz ordinu directe siue pversim pportione: pmittit duo antecedia ad de/ monstradu ppositu necessaria: p quoz pmu demonstra eq. pportionalitas cu qntita/ tes duoz ordinu directe pportione: p hm aut cu pportione pversim pponit aut hec duo antecedia de qntitatib. duoz ordinu numero eqlib. quecuq; fuerit. Vt eni sumpris vtrobiz quatitatib. scdm quecuq; numerum veritatem habet. no e



dg  
ge



dh  
be



ab. cd. be. df  
 ae. eb. cf. fd  
 ab. ae. cd. cf. eua  
 ab. be. cd. df  
 a. b. c. d. | b. a. d. e. p  
 b. a. a. c. b. d. pmuta









Propositio .22.

**S**i fuerint quolibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

**D**e demonstratis antecedentibus ad equam proportionalitatem. hic demonstrat eam: et primo cum quantitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraret nisi cum in utroque duorum ordinum sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim evidenter sequitur cum in utroque ordine fuerint quatuor quantitates et deinceps: et ideo etiam non oportuit eius ante demonstrari nisi solam cum in utroque ordine sunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturque tres alie que sunt. c. d. f. et sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico quod erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. summa enim. g. ad. a. et b. ad. c. eadem multiplicia. Itemque. k. ad. b. et l. ad. d. eque et rursus. m. ad. e. et n. ad. f. eque. eritque per 4. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per 20. si. g. est maior. m. erit b. maior. n. et si minor minor: et si equalis equalis. igitur per definitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. e sicut. c. ad. f. quod est propositum. Potest quoque hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. et b. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. b. ad. l. et k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine: utpote quatuor additis. p. et q. ita quod sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b. et d. erunt tres quantitates. a. e. p. et alie tres. c. f. q. ut proponitur: quare. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicque demonstratur de 4. per tres sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de. 5. per 4. sublatis duobus medijs: et de. 6. per 5. sublatis tribus: et sic de ceteris.

Propositio .23.

**S**i fuerint quolibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.

**D**e demonstrat equam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirecte siue perversim proportionalitatis. Nec est necesse quod demonstraret nisi cum in utroque duorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim evidenter sequitur quecumque ponantur in utroque ordine sicut in premissa de directe proportionalitatis demonstratum est. Sint igitur. 3. quantitates. a. b. c. sumanturque alie. 3. que sint. f. c. d. et sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico quod erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. summa enim. g. ad. a. et b. ad. c. et k. ad. f. eque multiplicia. Itemque. l. ad. b. et m. ad. e. et n. ad. d. eque: eritque per quartam. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et per 15. l. ad. m. sicut. k. ad. b. quare per 21. si. g. addit super. m. et k. addit super. n. et si minuit minuit: et si equat equat: ergo per definitionem incontinue proportionalitatis proportio. a. ad. e. e sicut. f. ad. d. quod est propositum. Potest quoque et hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. et k. b. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. b. ad. n. et l. ad. m. sicut. k. ad. b. cetera pertracta ut prius. Convenientius tamen demonstrantur hec et premissa secundum primum modum. Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine: utpote quatuor additis. p. et q. ita quod sit. a. ad. b. sicut





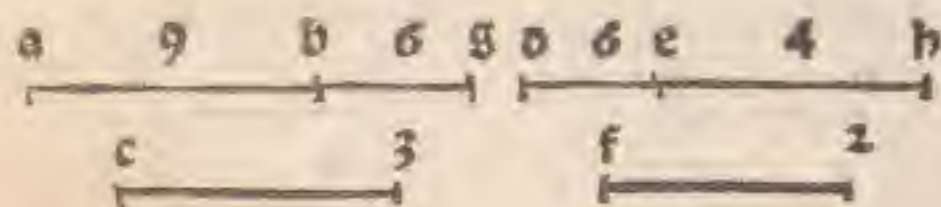
LIBER

d. ad. q. z. b. ad. e. sicut. c. ad. d. z. e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit iterum. a. ad. p. sicut. f. ad. q. erit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. z. d. erunt tres quātitates. a. e. p. z. alie tres. f. c. q. vt proponitur: quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodē modo de/ monstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus medijs. z. de. 6. per. 5. sublatis tri/ bus: z. sic in ceteris.

Propositio .24.



**S**i fuerit proportio primi ad secundum tanq̄s tertii ad quar/ tum. proportio vero quinti ad secundum. tanq̄s sexti ad qu/ tum: erit proportio primi z. quinti pariter acceptorum ad secundum tanq̄s sexti z. tertii pariter acceptorum ad quar/ tum.

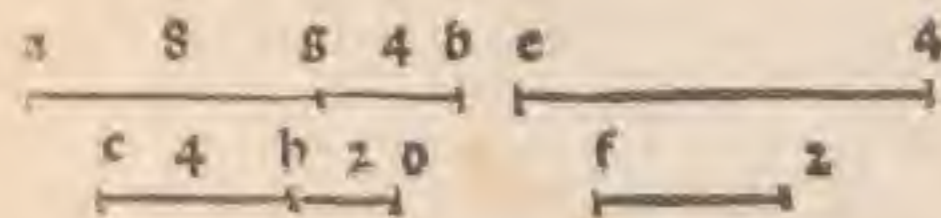


Quod sc̄da proposuit de multiplicibus hec proponit vniuersaliter de omnib⁹ pro/ portionibus. vnde est illa tanto cōmuni⁹ quāto multiplicitate proportio z. se ha/ bet ad illam: quemadmodum. 13. ad primam. Sit igitur proportio. a. b. ad. c. sicut. d. e. ad. f. z. itē. b. g. ad. c. sicut. e. h. ad. f. dico q̄ proportio. a. g. ad. c. est sicut. d. b. ad. f. erit enim per conuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. h. ergo coniu/ ctim per. 18. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. h. e. itaq̄s per. 22. erit in equa proportionali/ tate. a. g. ad. c. sicut. d. b. ad. f. quod est propositum.

Propositio .25.



**S**i fuerint quantitates proportionales: fueritq̄s prima ea/ rum maxima. z. vltima minima. primam z. vltimam pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario cōproba/ tur.



Quod hic proponitur nō habet locum nisi cum omnes quatuor quā/ titates sint eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatuz eiusdē generis pro/ portio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq̄s. a. b. maxima: neq̄ oportet ponere q̄. f. sit mi/ nima: quia ipsum ex hoc sequitur q̄. a. b. posita est maxima. vnde non posuit hoc auctor in conclusionē tanq̄s positionem: sed potius tanq̄s precedentis positiois cō/ clusionem. dico q̄ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex. a. b. z. f. q̄s ex. c. d. z. e. Cum enim. a. b. sit maior. e. abscondam ex. b. a. g. b. equalem. e. Similiter quoq̄ quia. c. d. est maior. f. abscondam ex. c. d. h. d. equalem. f. eritq̄s propter ypotbesim a. b. ad. c. d. sicut. g. b. ad. h. d. quare per. 19. a. g. residuum ad. c. h. residuum sicut tota. a. b. ad. totuz. c. d. f. a. b. ad. c. d. Lū ergo. a. g. se habet ad. c. h. sicut. a. b. ad. e. sed. a. b. ē maior. c. d. quare. a. g. maior est. c. h. additis igitur vtriq̄s duab⁹ quan/ titatibus. g. b. z. h. d. erit per cōmunem scientiam aggregatum ex. a. b. z. h. d. ma/ ius aggregato ex. c. d. e. g. b. z. quia. d. h. posita est equalis. f. z. g. b. e. maius erit aggregatum ex. a. b. z. f. quā aggregatum ex. c. d. z. e. quod est propositum.

*Si sequenti bus equaliter addatur f. 2g*

Propositio .26.



**S**i fuerit quatuor quantitatū proportio prime ad secun/ dam maior quam tertie ad quartam. erit conuersa econ/ trario pportio sc̄de ad primā minor q̄s quarte ad tertiam. Sit pportio. a. ad. b. maior q̄s. c. ad. d. dico q̄ erit econuerso mō p̄rio/ mior pportio. b. ad. a. q̄s. d. ad. c. si ei ē eadē. b. ad. a. q̄ ē. d. ad. c. erit



ecōuerso .a. ad .b. vt .c. ad .d. s; nō ē imo maior: At vero si ē .b. ad .a. maior q̄z .d. ad .c. sit .e. ad .a. vt .d. ad .c. eritq; ex .12. e. ad .a. minor q̄z .b. ad .a. q̄re ex p̄ma parte .10. e. ē minor .b. Ideoq; ex sc̄da parte .8. maior erit p̄portio .a. ad .e. q̄z .e. ad .b. et q; p̄ conuersam proportionalitatem .a. ad .e. sicut .c. ad .d. erit ex .12. p̄portio .c. ad .d. maior q̄z .a. ad .b. sed erit minor: relinquitur ergo propositū. ¶ Possimus quoq; si libet astruere propositum ostensiuē: manifestum enim est ex p̄ma parte .10. q̄ illa quantitas cuius ad .b. est eadem p̄portio que est .c. ad .d. est minor .a. eo q̄ p̄ponitur maior p̄portio .a. ad .b. q̄z .c. ad .d. illa ergo quantitas sit .e. cum sit igitur p̄portio .e. ad .b. vt .c. ad .d. erit econuerso .b. ad .e. vt .d. ad .c. Constat autem ex secunda parte .8. q̄ p̄portio .b. ad .a. minor est q̄z p̄portio .b. ad .e. itaq; per .12. p̄portio .b. ad .a. est minor q̄z .d. ad .c. q̄d volumus.

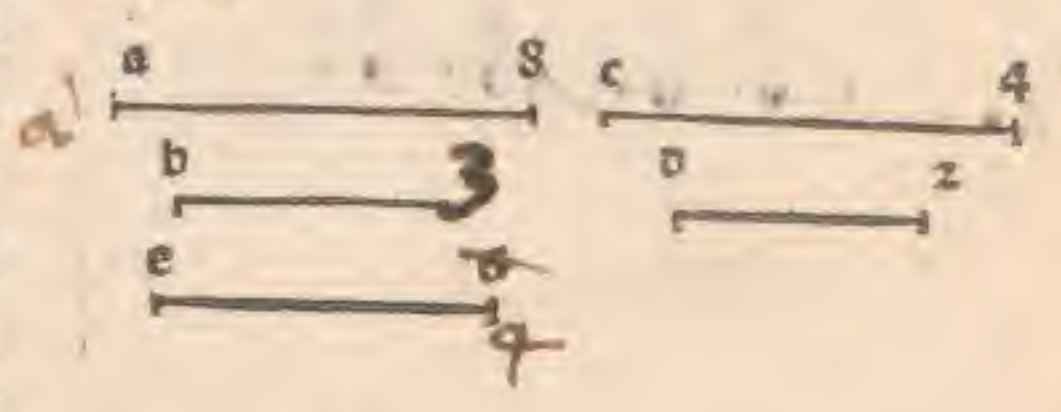
Propositio .27.

**S** fuerit quatuor quantitatum maior p̄portio p̄ime ad secundam q̄z tertie ad quartam. erit permutatim maior p̄portio p̄ime ad tertiam. quam secunde ad quartam. ¶ Sit hic quoq; p̄portio .a. ad .b. maior q̄z .c. ad .d. dico q̄ erit permutatim maior p̄portio .a. ad .c. q̄z .b. ad .d. eadem enim non erit quia tunc quoq; esset permutatim .a. ad .b. sicut .c. ad .d. neq; minor. Nam si hoc ponatur: sit itaq; .e. ad .c. vt .b. ad .d. eritq; ex .12. maior p̄portio .e. ad .c. q̄z .a. ad .c. quare ex p̄ma parte .10. e. est maior .a. Itaq; per primam partem .8. p̄portio .e. ad .b. est maior q̄z .a. ad .b. et quia positum est vt sit .e. ad .c. sicut .b. ad .d. erit p̄mutatim .e. ad .b. sicut .c. ad .d. ex .12. igitur maior erit p̄portio .c. ad .d. q̄z .a. ad .b. sed positum erat oppositum: verum est ergo propositū. ¶ Ostēsiue quoq; idem quēadmodum in p̄missa: sumpta enim est .c. ad .b. vt .c. ad .d. erit ex p̄ma parte .10. e. minor .a. quare ex p̄ma parte .8. maior erit .a. ad .c. q̄z .e. ad .c. sed ex permutata proportionalitate est .c. ad .c. vt .b. ad .d. igitur ex .12. a. ad .c. est maior q̄z .b. ad .d. quod est propositum.

Propositio .28.

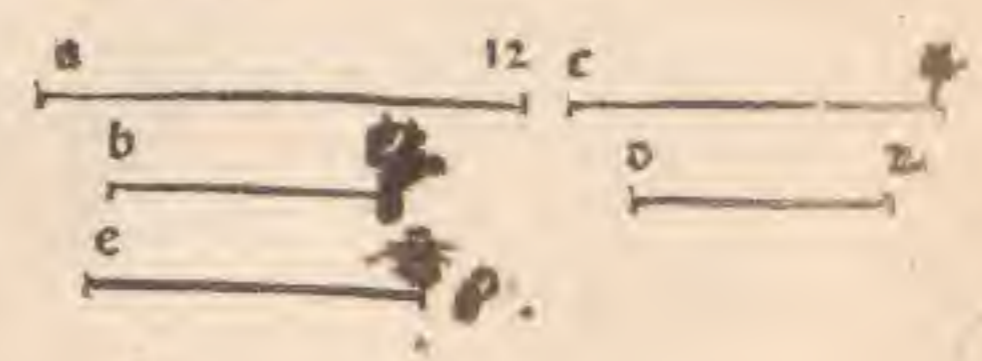
**S** fuerint quatuor quantitates quarum p̄ime ad secundā sit maior p̄portio q̄z tertie ad quartam. erit quoq; coniunctim maior p̄portio p̄ime et secunde ad secundam q̄z tertie et quarte ad quartam. ¶ Sit maior p̄portio .a. ad .b. q̄z .c. ad .d. dico q̄ maior erit totius a. b. ad .b. q̄z totius .c. d. ad .d. quia ipsa neq; erit equalis neq; minor. Si enī equalis: tunc erit disiunctim .a. ad .b. vt .c. ad .d. Si autem est minor: sit .c. b. ad .b. vt .c. d. ad .d. eritq; ex .12. maior p̄portio .e. b. ad .b. q̄z .a. b. ad .b. itaq; ex p̄ma parte .10. e. b. est maior q̄z .a. b. et per cōceptionem .e. maior q̄z .a. quare ex p̄ma parte .8. maior est p̄portio .e. ad .b. q̄z .a. ad .b. sed .e. ad .b. est vt .c. ad .d. per disiunctam proportionalitatem: eo q̄ erat .e. b. ad .b. vt .c. d. ad .d. ergo per .12. c. ad .d. est maior q̄z .a. ad .b. hoc autem est contra p̄pothe. ¶ Idem etiam ostēsiue: cum enim propositum sit q̄ maior sit p̄portio .a. ad .b. q̄z .c. ad .d. sit p̄portio .c. ad .b. vt .c. ad .d. eritq; ex p̄ma parte decime .e. minor .a.

ex ampano:  
syn: e . a . d . c . b . a .



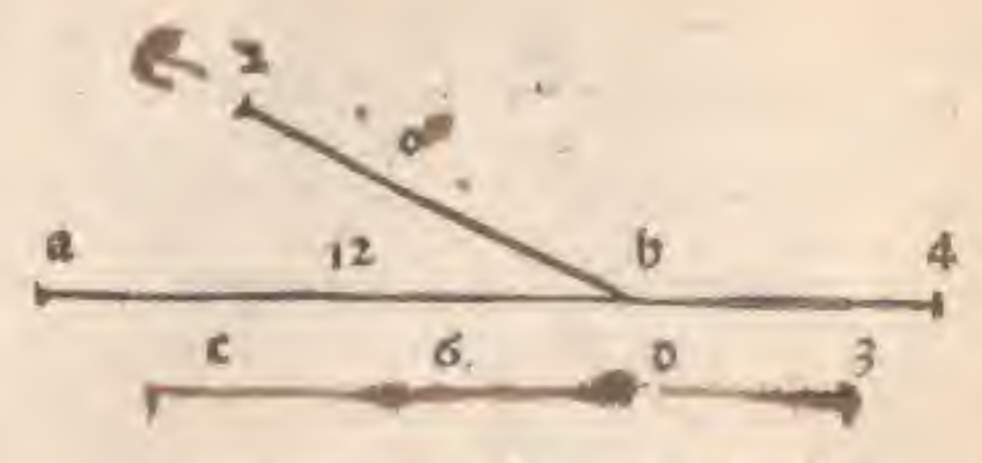
e . d . a . e . a . b .

Ex an. e . c . b . d . a . c



e . b . a . d  
e . d . e . b . a . b .

e . b . b . e . d . d . a . b . b .



e . d . e . b . a . b .



c. d. d. e. b. b. ab. b.

Ideoq3 ex cōmuni scientia .e. b. erit minor q̄3 .a. b. quare ex prima parte .s. maior erit proportio .a. b. ad .b. q̄3 .e. b. ad .b. At vero proportio .e. b. ad .b. est per coniuñctam proportionalitatem sicut .c. d. ad .d. positum enim est vt sit .e. ad .b. tanquā c. ad .d. igitur ex .12. maior est .a. b. ad .b. q̄3 .c. d. ad .d. quod est propositum.

Propositio .29.

**S**i fuerint quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundam sit maior proportio q̄3 tertie & quarte ad quartam . erit quoq3 disiunctis proportio prime ad secundam maior q̄3 tertie ad quartam.



**S**it proportio .a. b. ad .b. maior q̄3 .c. d. ad .d. dico q̄3 erit disiunctim proportio .a. ad .b. maior q̄3 .c. ad .d. alioquin erit equalis vel minor. q̄3 si equalis erit per coniuñctam proportionalitatem .a. b. ad .b. ut .c. d. ad .d. si autem minor erit maior .c. ad .d. q̄3 .a. ad .b. ergo per premissam maior erit .c. d. ad .d. q̄3 .a. b. ad .b. quod est inconueniens: quia positum est q̄3 minor. verum est ergo q̄3 dicitur. Q̄3 etiam ostensue astruimus hoc modo ponemus enim ut proportio .e. b. ad .b. sit tanq̄3 proportio .c. d. ad .d. eritq3 ex prima parte .10. e. b. minor q̄3 .a. b. quare ex communi scientia .e. est minor q̄3 .a. minor igitur est ex prima parte .s. pportio .e. ad .b. q̄3 sit .a. ad .b. sed proportio .e. ad .b. est sicut .c. ad .d. ex disiuncta proportionalitate: itaq3 ex .12. proportio .a. ad .b. est maior q̄3 sit .c. ad .d. quod est propositum.

p. d. e. b. a. b.



Propositio .30.

**S**i fuerint quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundam sit maior proportio q̄3 tertie & quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime & secunde ad primam q̄3 tertie & quarte ad tertiam.

**S**it maior proportio .a. b. ad .b. q̄3 .c. d. ad .d. dico q̄3 euersim minor erit proportio .a. b. ad .a. q̄3 .c. d. ad .d. erit enim disiunctim ex premissa maior proportio .a. ad .b. q̄3 .c. ad .d. Itaq3 per .26. erit e conuerso minor .b. ad .a. q̄3 .d. ad .c. quare per ante premissam coniuñctim minor erit .b. a. ad .a. q̄3 .c. d. ad .c. q̄3 est propositum.

Propositio .31.

**S**i fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam. itemq3 secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit quoq3 prime priorum ad tertiam maior proportio q̄3 prime posteriorum ad tertiam.



**S**int tres quantitates .a. b. c. iteq3 alie tres .d. e. f. sitq3 maior pportio .a. ad .b. q̄3 .d. ad .e. iteq3 maior .b. ad .c. q̄3 .e. ad .f. dico q̄3 maior erit pportio .a. ad .c. q̄3 .d. ad .f. sit eni .g. ad .c. ut .e. ad .f. eritq3 ex pma pte. .10. .g. minor .b. q̄3 ex scda pte. .8. pportio .a. ad .g. e maior q̄3 .a. ad .b. mlto maior ergo e pportio .a. ad .g. q̄3 .d. ad .e. sit itaq3 .b. ad .g. vt .d. ad .e. eritq3 ex pma pte. .10. .g. maior .b. q̄3 ex pma pte. .8. p



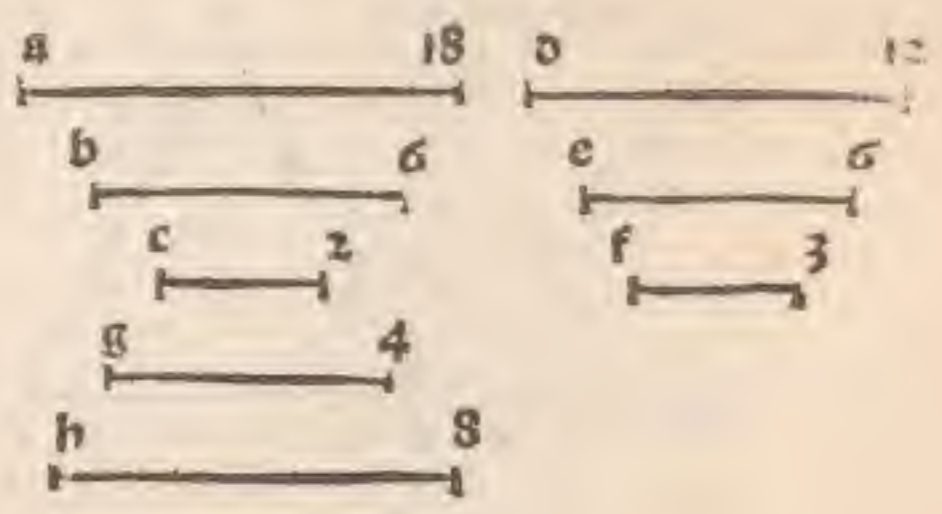
portio. a. ad. c. maior est q̄3 portio. b. ad. c. At vero portio. b. ad. c. est per equam proportionalitatem: sicut. d. ad. f. est enim. b. ad. g. vt. d. ad. e. z. g. ad. c. vt. e. ad. f. igitur ex. 12. portio. a. ad. c. est maior q̄3. d. ad. f. quare constat propositum

d. f. b. c. a. c.

Propositio .32.

**S**i fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq3 tres in alio fueritq3 portio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemq3 prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam. erit maior portio prime priorum ad tertiam quam prime posteriorum ad tertiam.

Sint enim tres quantitates in vno ordine. a. b. c. Itemq3 tres in alio. d. e. f. que admodum in premissa: sitq3 maior portio. b. ad. c. q̄3. d. ad. e. z. maior. a. ad. b. q̄3. e. ad. f. dico qd maior erit. a. ad. c. q̄3. d. ad. f. sit enim. g. ad. c. vt. d. ad. e. eritq3 g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit portio. a. ad. g. q̄3 ad. b. per secundam partem. s. igitur multo maior est. a. ad. g. q̄3. c. ad. f. sit itaq3. b. ad. g. vt. e. ad. f. eritq3. a. maior. b. ex prima parte. 10. quare portio. a. ad. c. maior est q̄3. b. ad. c. ex prima parte. s. At vero ex. 23. portio. b. ad. c. est tanquam. d. ad. f. eo qd est. g. ad. c. vt. d. ad. e. z. b. ad. g. vt. e. ad. f. igitur ex. 12. maior est portio. a. ad. c. q̄3. d. ad. f. quod est propositum.

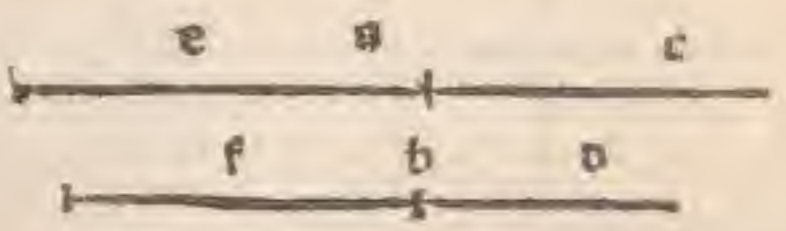


d. f. h. c. a. c.

Propositio .33.

**S**i fuerit portio totius ad totum maior: q̄3 absisi ad absisum erit residui ad residuum maior portio q̄3 totius ad totum.

Sint due quantitates. a. z. b. a quibus abscindantur. c. z. d. z. residua sūt. e. z. f. sitq3 maior portio. a. ad. b. q̄3. c. ad. d. dico qd maior erit portio. e. ad. f. q̄3. a. ad. b. erit enim ex. 27. permutati maior portio a. ad. c. q̄3. b. ad. d. quare ex. 30. erit euerim minor portio. a. ad. e. q̄3. b. ad. f. igitur rursus ex. 27. permutatum minor erit. a. ad. b. q̄3. e. ad. f. quod est propositum.

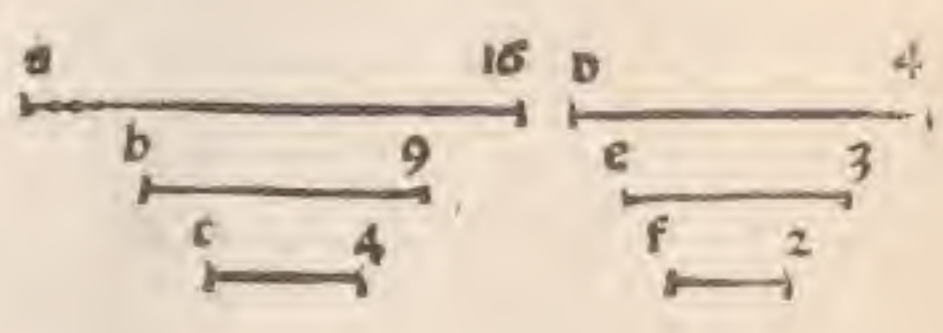


a. b. c. d. e. f. a. b  
a. c. b. f

Propositio .34.

**S**i quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq3 cuiuslibet precedentis ad suam relativam maior portio q̄3 alicuius subsequenter ad suas. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior portio q̄3 alicuius subsequentium ad suam comparem aut etiam q̄3 omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̄3 prime ad primam

Sit. 3. q̄ntitates. a. b. c. relate ad totidem alias q̄ sit. d. e. f. sitq3 maior portio. a. ad. d. q̄3. b. ad. e. z. b. ad. e. sit maior q̄3. c. ad. f. dico qd portio. a. b. c. piter acceptaz. ad. d. e. f. piter acceptas. e maior q̄3. b. ad. e. vt maior q̄3. c. ad. f. z. etiã maior. q̄3. b

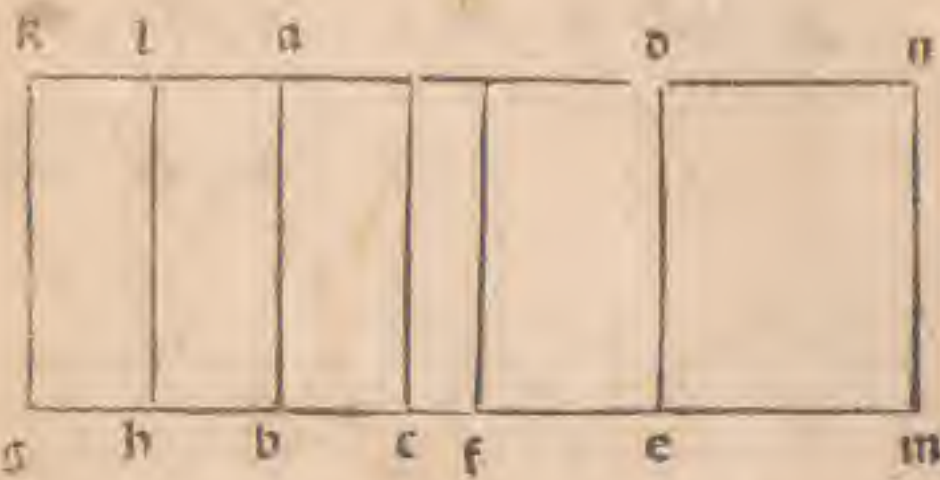
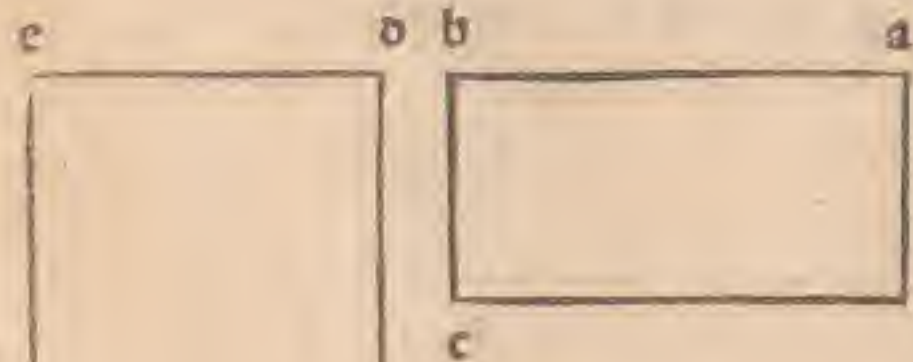
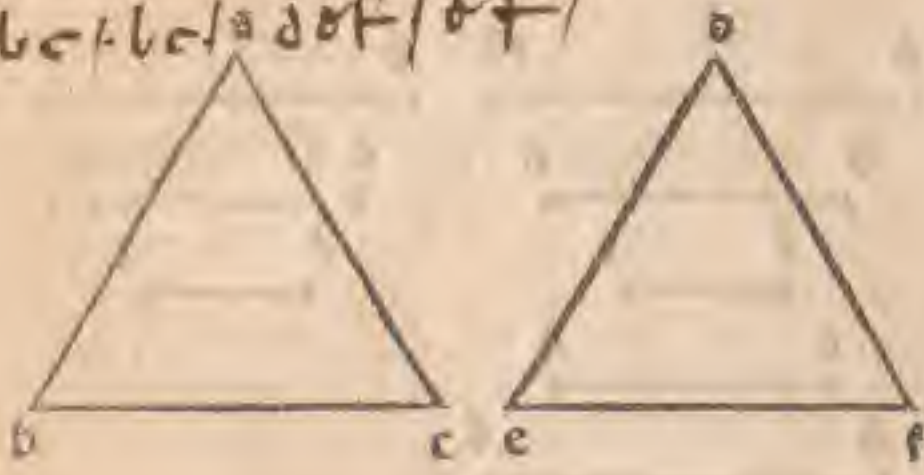




*a.d.b.e*  
*a.b.d.e*  
*ab.b.de*  


---

*.b.e. b.e. d.f.*  
*a.d. b.e. d.f.*  
*a.b.c. d.e.f.*  
*a.b.c.b.c.d.e.f. / d.f.*



z. c. pariter acceptaz ad. e. z. f. pariter acceptas: z q̄ ipsa est minor q̄z. a. ad. d. cū sit enī. a. ad. d. maior q̄z. b. ad. e. erit permutatim. a. ad. b. maior q̄z. d. ad. e. z con iunctim. a. b. ad. b. maior q̄z. d. c. ad. e. z iterum permutatim. a. b. ad. d. e. maior q̄z. b. ad. e. quare per premissam. a. ad. d. est maior q̄z. a. b. ad. d. e. eodēqz modo pbat̄ maiorē ēē. b. ad. e. q̄z. b. c. ad. e. f. itaqz maior p̄portio ē. a. ad. d. q̄z. b. c. ad. e. f. q̄re permutatim maior est. a. ad. b. c. q̄z. d. ad. e. f. z con iunctim maior. a. b. c. ad. b. c. q̄z. d. e. f. ad. e. f. z iterum permutatim maior. a. b. c. ad. d. e. f. q̄z. c. b. ad. e. f. quare per premissam maior est. a. ad. d. q̄z. a. b. c. ad. d. e. f. quod est p̄positum.  
 Explicet liber quintus Incipit liber Sextus.



**S**uperficies similes dicūt q̄rū anguli vnus angulis alterius equales. lateraqz equos an gulos continentia proportionalia.  
 Ut si trigonus. a. b. c. fuerit equiangularis trigono d. e. f. fueritqz angulus. a. equalis angulo. d. z angu lus. b. equalis angulo. e. z p̄portio. a. b. ad. d. e. sicut a. c. ad. d. f. z. b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



**S**uperficies mutuoꝝ laterum sūt inter quarum latera incontinua proportionalitas retrāsiue ha betur.

Ut si duoꝝ quadrilaterum. a. b. c. d. e. f. proportio .a. b. lateris primi. ad. d. e. latus secundi fuerit sicut proportio. e. f. lateris secundi. ad. b. c. latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuoꝝ la terum siue mutekesia. Linea dicitur diuidi secundū proportionē habentē mediū z duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionē que ē maioris ad minorem.

**Propositio .1.**



**S**i duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna: tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim al terius.

Ut sint duo parallelograma. a. b. c. d. e. f. equalis altitudinis. dico eē p̄portione corū: sicut. b. c. ad. e. f. ponam illa duo parallelograma sup lineā vnā que sit. g. m. erūtqz propter hoc q̄ sunt equalis altitudinis inter lineas equidistan tes quarū sit altera .k. n. deinde ex lineā. g. m. sumā. g. c. multiplicē h̄m quēcumqz numerū voluero. a. d. b. c. z diuidā eā in pres equales. b. c. in punctis. b. z. b. a qui bus z punto. g. duā equidistantes linee. a. b. que sūt. g. k. z. b. l. z cōplebo supfici es equidistantiū laterū. k. b. z. l. b. eritqz vnaqz earū p. 36. primi equalis. a. c. q̄re sicut lineā. g. c. ē multiplex linee. b. c. ita superficies. c. k. superficiē. a. c. Siliter quoqz ad lineā. e. f. sumā ex lineā. g. m. lineā. f. m. multiplicē h̄m quēcūqz numerū voluero e. f. z cōplebo superficiē equidistantium laterum ducta lineā. m. n. equidistāter linee d. e. eritqz superficies. n. f. ita multiplex superficiē. d. f. sicut lineā. m. f. linee. e. f. quia per. 36. primi si lineā. g. c. est maior lineā. f. m. superficies. k. c. est maior su perficiē. n. f. et si minor minor: et si equalis equalis erit per diffinitionēz icōtinue

*Altera est eorum altitudo vna: tanta erit alterutra earum ad alteram quanta sua basis ad basim alterius*  
*Altera est eorum altitudo vna: tanta erit alterutra earum ad alteram quanta sua basis ad basim alterius*



proportionalitatis eadem proportio basis. b. c. ad basim. e. f. que est superfici. a. c. ad superfici. d. f. quod est propositum. De triangulis equalis altitudinis idem probabis: et eodem modo per. 38. primi ductis lineis ab extremitatibus eaz quas ad bases sumes multiples ad vertices triangulorum.

Propositio .2.



**S**i linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero proportionaliter secet eam reliquo latere equidistare necesse est.

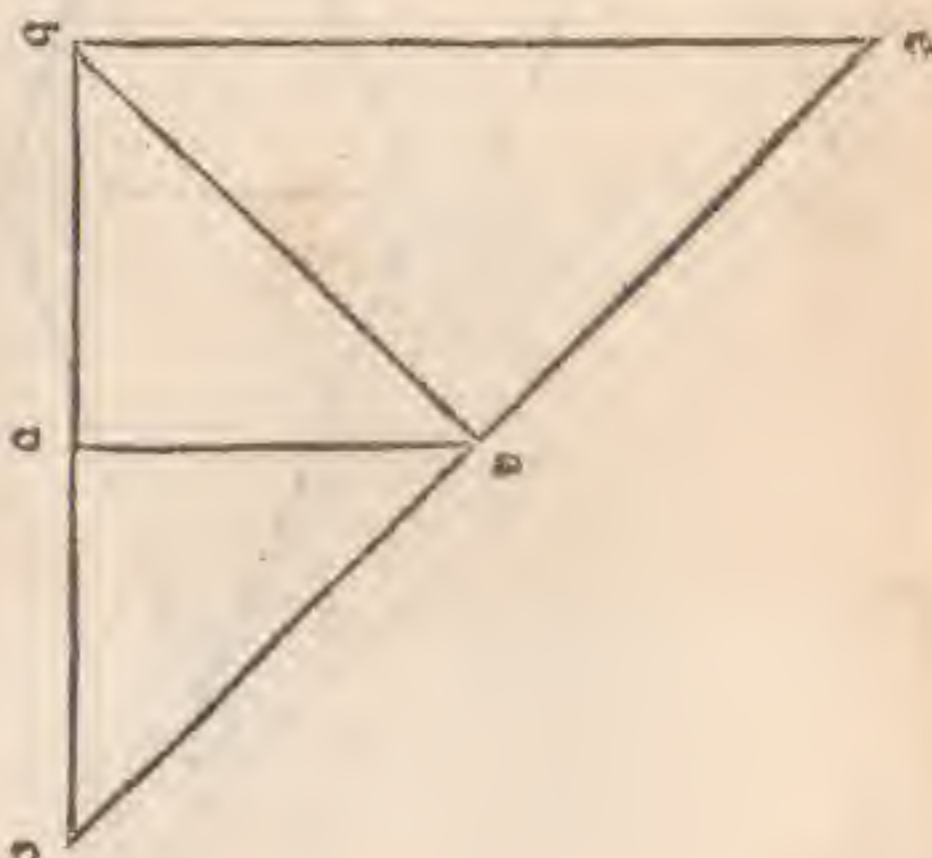
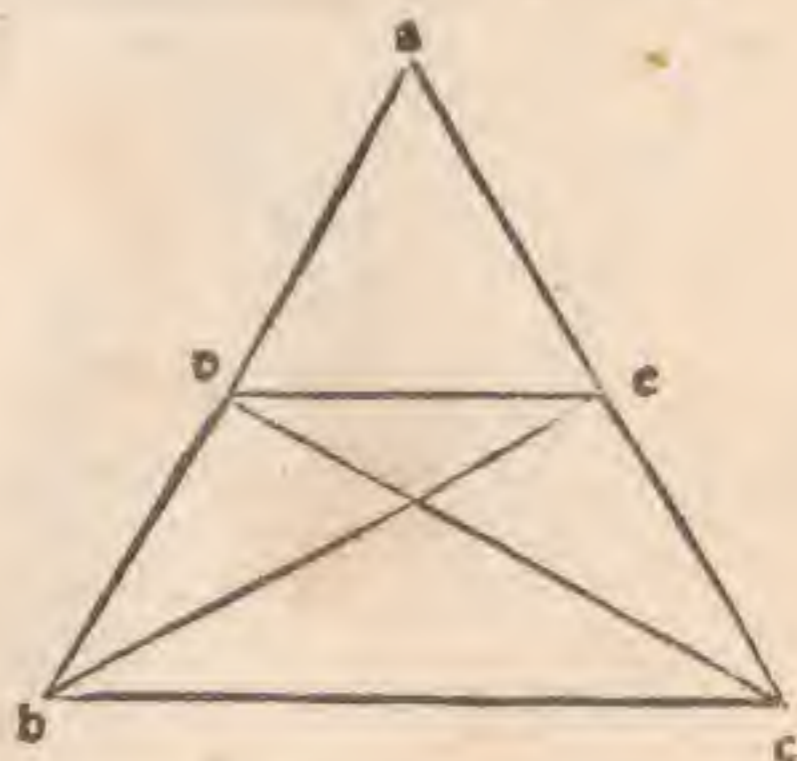
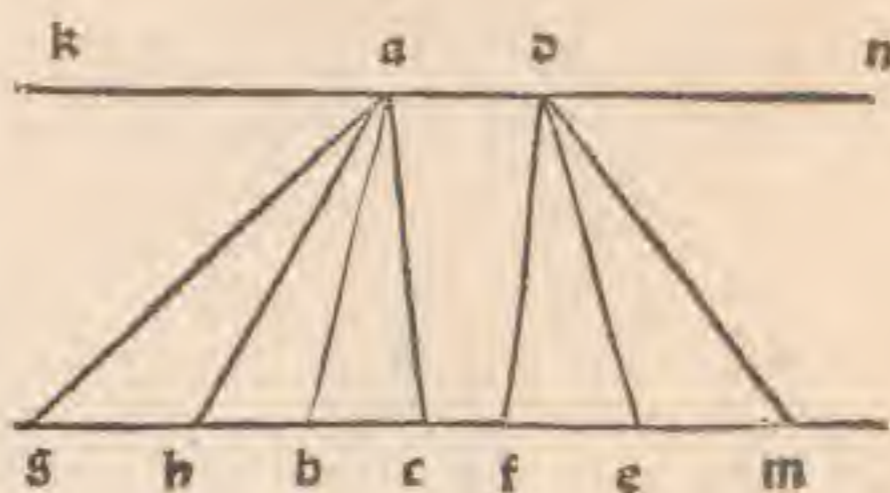
¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius duo latera. a. b. et a. c. secet linea. d. e. equidistans tertio lateri. quod est. b. c. dico quod erit proportio .a. d. ad. d. b. sicut .a. e. ad. e. c. et e converso si fuerit proportio .a. d. ad. d. b. sicut .a. e. ad. e. c. linea. d. e. erit equidistans linee. b. c. protraheam enim duas lineas. e. b. et d. c. eritque per. 37. primi triangulus. e. d. b. equalis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. inter lineas equidistantes. itaque per secundam partem. 7. quinti: proportio trianguli. a. d. e. ad utrumque illorum erit una: sed proportio eiusdem ad triangulum. e. d. b. est sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. et ad triangulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroque illorum est equalis altitudinis: quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. quod est primum. Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a. d. e. utrumque illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. quinti ipsi sunt ad invicem equales: et quia ipsi sunt super eandem basim. videlicet lineam. d. e. et ex eadem parte erit per. 39. primi: linea. d. e. equidistans linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



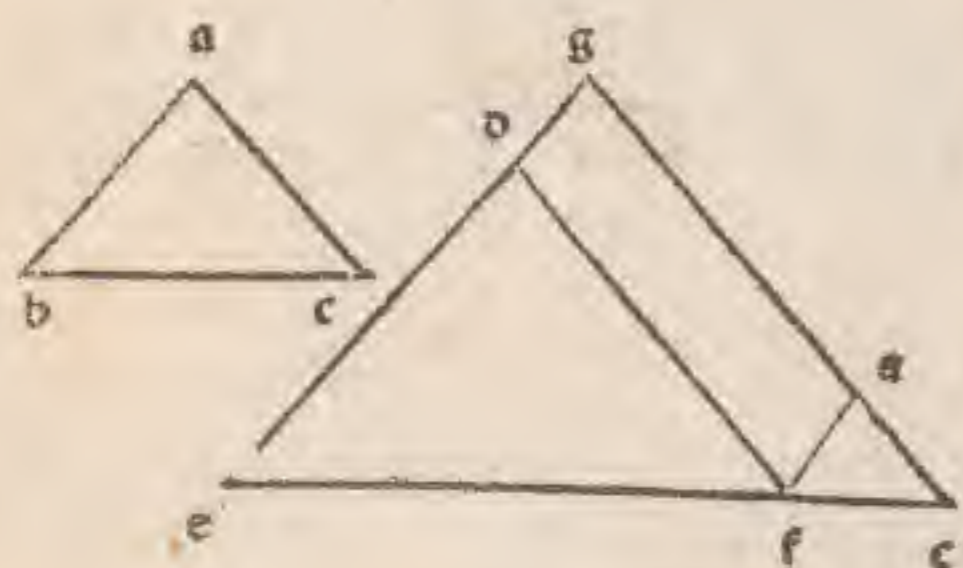
**S**i ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint lineam illam angulum per equalia dividere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonum. a. b. c. cuius angulum. a. dividat linea. a. d. per equalia: dico quod proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. et e converso: protraheam enim. b. e. equidistantem. a. d. et producam. c. a. quousque concurrat cum. b. e. in puncto. e. eritque per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a. equalis angulo. b. a. d. et per secundam partem eiusdem angulus. e. angulo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. c. a. est equalis. a. b. et ideo per primam partem. 7. quinti proportio. c. a. ad. a. c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premissam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. ergo b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secunda pars que est conversus prime partis probabitur converso modo. Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare per premissam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a. ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. et a. b. sunt equales. quare per. 5. primi duo anguli. e. et e. b. a. sunt equales. igitur per primam et secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis angulo. d. a. c. quod est secundum.



*Handwritten notes in a cursive script, possibly a signature or date.*





**O**mnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.

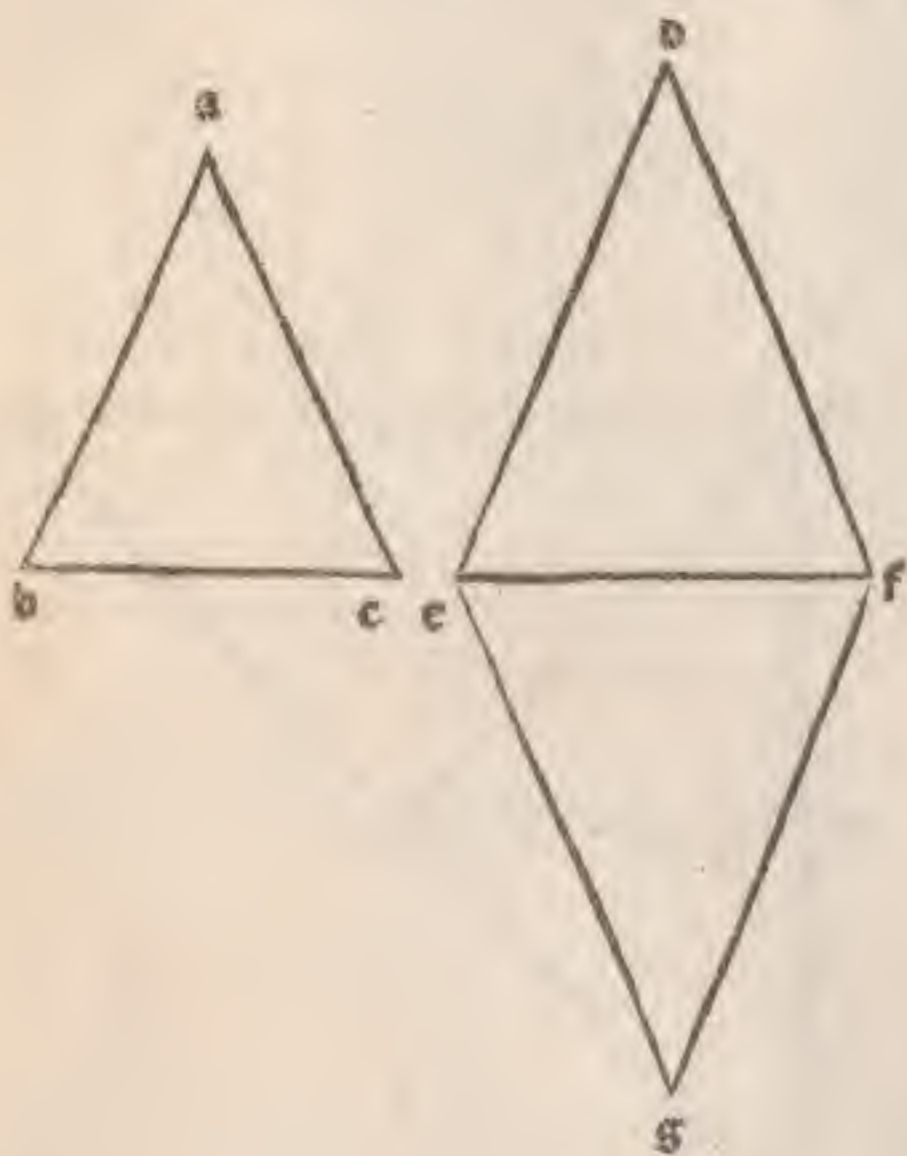
**S**unt duo trianguli.  $a.b.c.d.e.f.$  equianguli. sitque angulus.  $a.$  equalis angulo.  $d.$  et angulus.  $b.$  angulo.  $e.$  et angulus.  $c.$  angulo.  $f.$  dico quod proportio.  $d.e.ad.a.b.$  et  $d.f.ad.a.c.$  est sicut.  $e.f.ad.b.c.$  ponam enim ambos triangulos super lineam unam que sit.  $e.c.$  ita quod duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo. sed medius unius extremo alterius. et ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire. sitque.  $a.f.c.$  ipse idem triangulus qui erat.  $a.b.c.$  et quod angulus.  $a.f.c.$  est equalis angulo.  $c.$  et angulus.  $d.f.c.$  angulo.  $c.$  per hypothesis: erit per primam partem. 28. primi linea.  $a.f.$  equidistans.  $d.e.$  et  $d.f.$  equidistans.  $a.c.$  complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit.  $g.f.$  eritque per. 34. primi.  $g.a.$  equalis.  $d.f.$  et  $g.d.$  equalis.  $a.f.$  quia. ergo per secundam huius.  $g.a.ad.a.c.$  sicut.  $e.f.ad.f.c.$  et per eandem.  $e.f.ad.f.c.$  sicut.  $e.d.ad.d.g.$  erit per. 7. quinti.  $d.f.ad.a.c.$  et per eandem.  $c.d.ad.f.g.$  sicut.  $c.f.ad.f.c.$  quod est propositum.

## Propositio .5.



**O**mnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum se respicientium est proportio una anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi invicem esse probantur.

**H**ec est conuersa prioris nec fecit ex ea et premissa una conditionem sicut fecit in secunda et tertia huius: quod nec eadem figuracione nec eisdem medijs demonstratur quibus precedens. Sint itaque duo trianguli.  $a.b.c.d.e.f.$  sitque proportio.  $a.b.ad.d.e.$  et  $a.c.ad.d.f.$  sicut.  $b.c.ad.e.f.$  dico quod angulus.  $a.$  est equalis angulo.  $d.$  et angulus.  $b.$  angulo.  $e.$  et angulus.  $c.$  angulo.  $f.$  constituam super lineam.  $e.f.$  in opposita parte trianguli.  $d.e.f.$  angulum.  $f.e.g.$  equalem angulo.  $b.$  et angulum.  $e.f.g.$  equalem angulo.  $c.$  eritque per. 32. primi: angulus.  $g.$  equalis angulo.  $a.$  ergo per premissam proportio.  $a.b.ad.e.g.$  et  $a.c.ad.f.g.$  sicut.  $b.c.ad.e.f.$  quare.  $a.b.ad.d.e.$  sicut.  $ad.e.g.$  et  $a.c.ad.d.f.$  sicut.  $ad.f.g.$  igitur per secundam partem nonne quinti  $d.c.$  est equalis.  $e.g.$  et per eandem.  $d.f.$  equalis.  $f.g.$  quare per. 8. primi: duo trianguli.  $d.e.f.$  et  $e.g.f.$  sunt equianguli: quare ergo triangulus.  $g.e.f.$  est etiam equiangulus triangulo.  $a.b.c.$  constat propositum.



## Propositio .6.



**O**nes duo trianguli quorum unus angulus unius angulo alterius equalis. lateraque illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se invicem equianguli.

**V**isaneat prior dispositio. et sit solus angulus.  $b.$  equalis angulo.  $d.$  et  $e.f.$  et proportio.  $a.b.ad.d.e.$  sicut.  $b.c.ad.e.f.$  dico adhuc duos triangulos.  $a.b.c.d$  et  $e.f.$  esse equiangulos: cum enim sit per. 4. huius propter hypothesis premissae condu-



tionis. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. sicut. a. b. ad. e. g. quare per se  
cundam partem nonne quinti. d. e. est equalis. e. g. quia ergo duo latera. d. e. et e. f.  
trigoni. d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. et e. f. trigoni. g. e. f. et angulus. e.  
vnius angulo. e. alterius: quia vterq; est equalis angulo. b. ipsi erunt per quartam  
primi equianguli et quia. e. g. f. est etiam equiangulus. a. b. c. patet propositum.

Propositio .7.

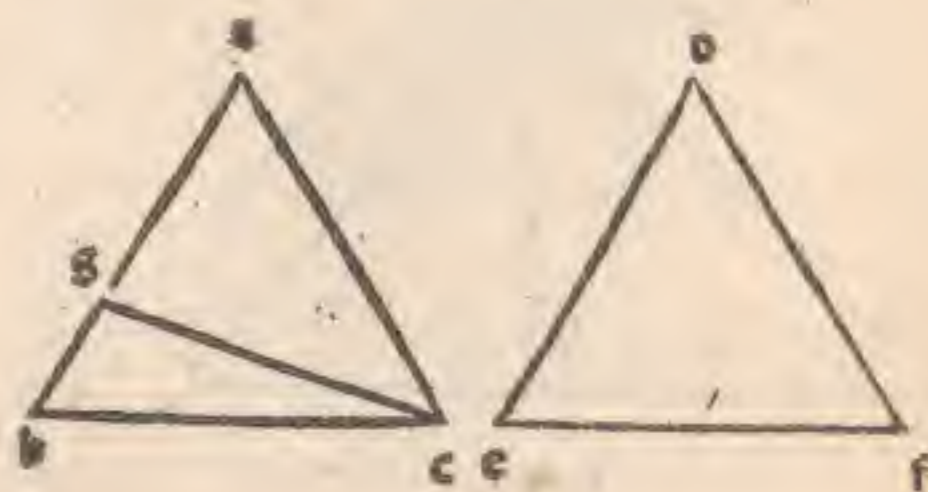
**S**i fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnus vni  
angulo alterius equalis: duorum reliquorum angu  
lorum lateribus proportionalibus contenti: duorum ve  
ro demum reliquorum vterq; aut neuter recto angulo mi  
nor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angu  
lis inter se inuicem equiangulos esse.

**S**int duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq; angulus. a. equalis angulo. d. et proportio  
a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. et vterq; duorum angulorum. b. et e. aut neuter sit minor  
recto: dico eos esse equiangulos. Si eni angulus. c. vnus est equalis angulo. f. al  
terius: patet propositum per premissam. Sin autem sit. c. maior: fiatq; angulus. a. c.  
g. equalis eidem: eritq; per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d.  
e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sic fuit. b. c.  
ad. e. f. ergo per. 9. quinti. g. c. et b. c. sunt equales. ergo per quintam primi angulus  
b. est equalis angulo. b. g. c. si ergo neuter duorum angulorum. b. et e. fuerit minor re  
cto: accidet duos angulos vnus trianguli non esse minores duobus rectis: quod esse  
non potest per. 32. primi Quod si vterq; fuerit minor recto: erit angulus. a. g. c. maior  
recto per. 13. primi: quare et angulus. e. sibi equalis est etiam recto maior: quod e con  
tra hypothe. quare destructo opposito remanet propositum: oportet aut vtriusq; an  
gulorum reliquorum aut neutrum esse minorem recto. possibile enim est in eodem tri  
angulo vt in triangulo. a. b. c. lineam. g. e. esse equalē. b. c. et id erit. a. c. ad vtraq; earum  
vna proportio per. 7. quinti. Nec tamen erunt trianguli. a. g. c. et a. b. c. equianguli  
quoniam vnus angulus vnus sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angu  
lus. a. et proportio linee. a. c. potest esse latus magni ad. a. c. prout est latus parui sicut  
b. c. latus magni. ad. g. c. latus parui. vtraq; enim equalis: et hoc est propter hoc  
quod angulus. g. minoris est maior recto: et angulus. b. maioris minor. Nam in omni  
triangulo duum equalium laterum vterq; angulorum qui sunt ad basim est minor  
recto.

Propositio .8.

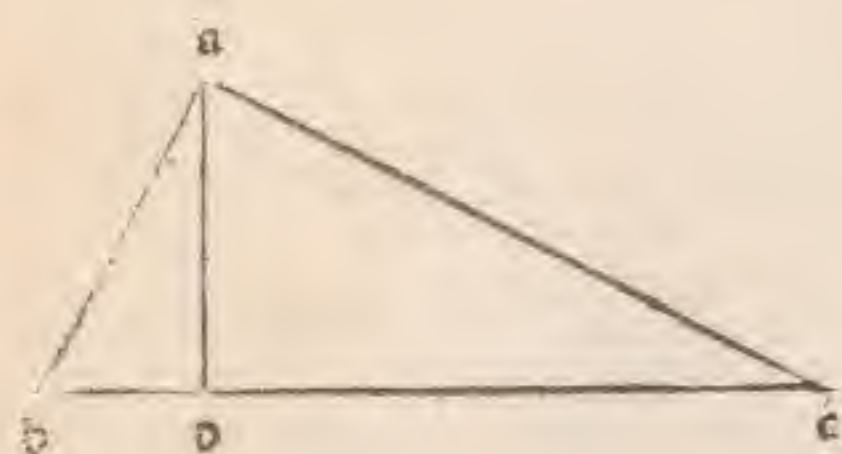
**S**i ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendi  
cularis ducatur. fiet duo trianguli partiales toti triangu  
lo et sibi inuicem similes. Unde etiam manifestum est quia  
in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad  
basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis  
inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; vtriusq;  
latus inter totam basim atq; sibi conterminale basis portionem.  
**S**i sit trigonus. a. b. c. orthogonius eiusq; angulus. a. rectus a quo ducatur: a. d.

f 2



*vtriusq; latus .f. vtriusq; tri  
anguli*





perpendicularis ad basim. dico qd utraq; duorum triangulorum partialium qui sũ  
 $a.b.d.$   $a.d.c.$  similis est totali triangulo  $a.b.c.$  & vnus eorum alteri. e enim v. erq;  
 isosceles equiangularis totali per. 32. primi. eo qd utraq; est orthogonius & in vno  
 angulo comunicat cum totali: quare & sibi inuicem sunt equianguli. ita qd angulus  
 $b.$  est equalis angulo  $d.a.c.$  & angulus  $b.a.d.$  angulo  $c.$  & duo anguli qui sunt ad  
 $d.$  sibi inuicem & angulo  $a.$  totali equales: quare per. 4. huius latera equos eorum  
 angulos respicientia. sunt proportionalia: ergo per definitionem sunt similes: qd  
 est propositum: vtrūq; corol. ex his euidenter apparet.

## Propositio .9.



Abus lineis propositis tertiam inter eas sub proportio  
 nalitate continua collocare.

**D** Sint due linee propositae  $a.b.$  &  $c.$  inter quas volo vnã lineã in  
 proportionalitate continua collocare. Adungam vnã earũ alte  
 ri sitq; tota ex eis composita  $a.d.$  ita qd  $b.d.$  sit equalis  $c.$  & super to  
 ram describo semicirculum  $a.e.d.$  & produco  $e.b.$  vsq; ad circumferentiam per  
 pendicularem ad lineã  $a.d.$  dico lineã  $b.c.$  esse quẽ querimus: produco enim  
 lineas  $e.a.$  &  $e.d.$  eritq; per. 30. tertij angulus  $c.$  totalis rectus: quare per primã  
 partẽ corol. premisse pportio  $a.b.ad.b.c.$  sicut  $b.c.ad.b.d.$  qd est propositum.

## Propositio .10.



Abus lineis datis tertiam eis in continua propoitiona  
 litate subiungere.

**D** Sint due linee propositae  $a.b.$  &  $c.$  quibus volo tertiam in cõtinua  
 proportionalitate subiungere: coniungo lineã  $c.$  angulariter vt cõ  
 tingit cũ lineã  $a.b.$  sitq;  $a.d.$  sibi equalis. & produco lineã  $a.b.$  vsq;  
 ad  $e.$  donec fiat  $b.c.$  equalis  $a.d.$  & protracta lineã  $b.d.$  a puncto  $e.$  duco lineã si  
 bi equidistantemq; & lineã  $a.d.$  produco quousq; concurrant in puncto  $f.$  dico  
 igitur lineã  $d.f.$  esse quẽ querimus. est enim per secundã huius proportio  $a.b.$   
 $ad.b.c.$  sicut  $a.d.ad.d.f.$  sed  $a.b.ad.b.c.$  est sicut  $a.b.ad.a.d.$  per. 2. ptẽ. 7. quint  
 it: quare  $a.b.ad.a.d.$  sicut  $a.d.ad.d.f.$  qd est propositum. Qd si propositis tribus  
 lineis velimus inuenire quartã ad quam sit proportio tertie sicut primẽ ad secu  
 ndã: ex prima & secũda fiat lineã vnã & toti cõpositae tertie: angulariter adungat &  
 a cõmuni termino primẽ & secunde: ducatur lineã ad extremitatẽ tertie: & ab altero  
 termino secunde ducat huic linee equidistans: quousq; concurrat cum tertie in cõ  
 tinuũ rectumq; protracta: eritq; per secundã huius lineã q; hec equidistã ab  
 scinder que queritur: quẽadmodum si in hac figura fuerit prima  $a.b.$  secunda  $b.c.$   
 tertia  $a.d.$  erit quarta  $d.f.$

## Propositio .11.



Ab assignata lineã quotamcũq; iubearis partem abscin  
 dere.

**A** Sit  $a.b.$  lineã assignata ab ea volo aliquotã partem vtpote ter  
 tiam abscondere: coniungo ei angulariter vt contingit lineã inde  
 finite quantitatis que sit  $a.c.$  a qua resecõ tres equas portiones.



que sint a. d. d. e. z. e. c. z. produco lineas .c. b. z. d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius proportio. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare coniunctim. e. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est propositum.

Propositio .12.

**D**uas lineas propositas altera indivisa altera per partes divisa: indivisam quidem ad modum divise dividere.

Sint duo linee quas angulariter ut continget coniungam. a. b. z. a. c. sitq. a. b. divisa in tres vel qualescuq. portiones signatis i ea punctis. d. z. e. volo secundum easdem portiones dividere lineam. a. c. cum igitur ipsas angulariter coniuxero. protraham lineam. b. c. z. equidistantes. ei. d. f. z. e. g. dico istas equidistantes dividere lineam. a. c. in partes proportionales partib. a. b. protraham enim. f. b. equidistantem. a. b. que secet. e. g. in puncto. k. eritq. per secundam huius proportio. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. z. c. g. ad. g. f. sicut. b. k. ad. k. f. quare z. sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. z. scdm partem. 7. quinti qd est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes linee. a. b. minus una. At vero. 34. primi. z. septimi quinti minus duabus.

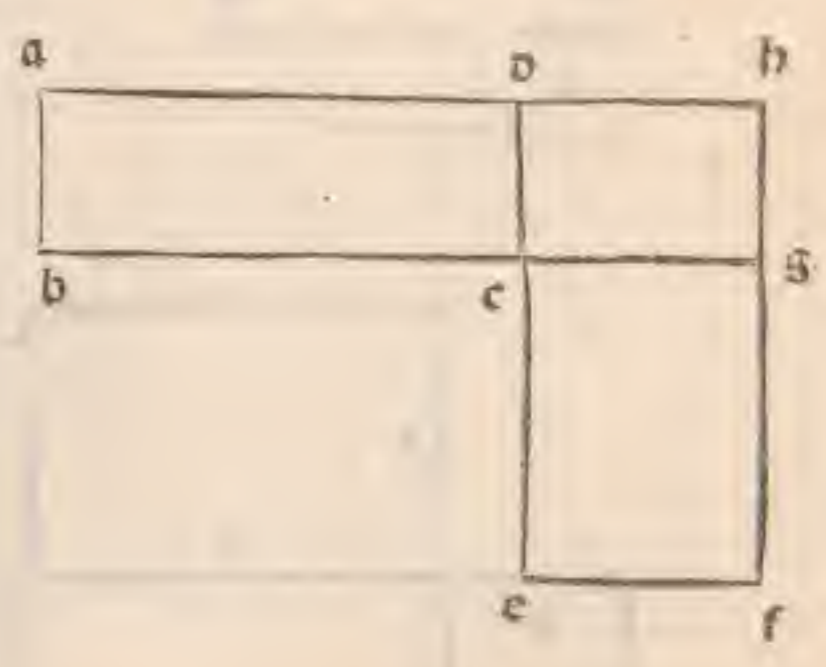
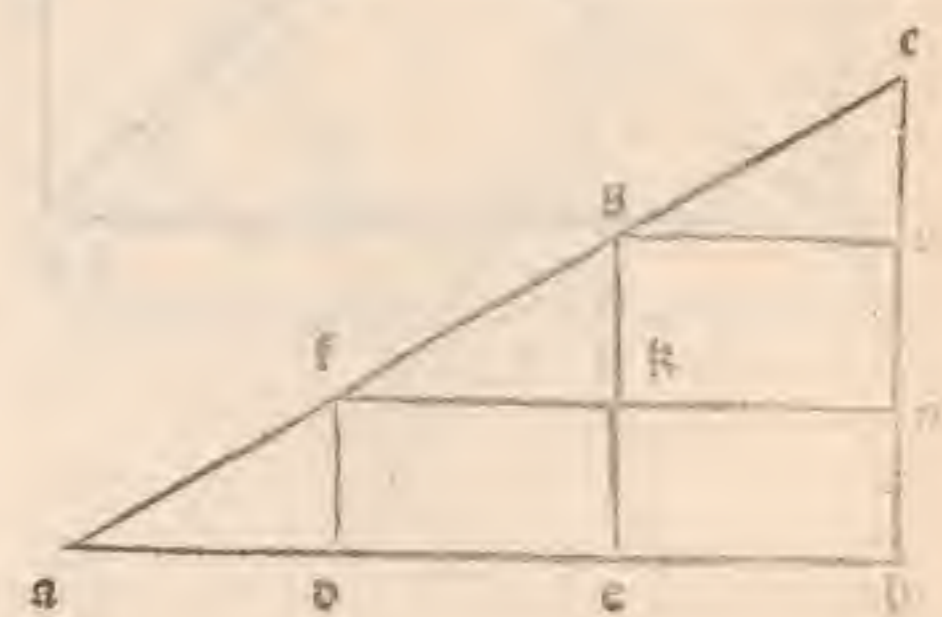
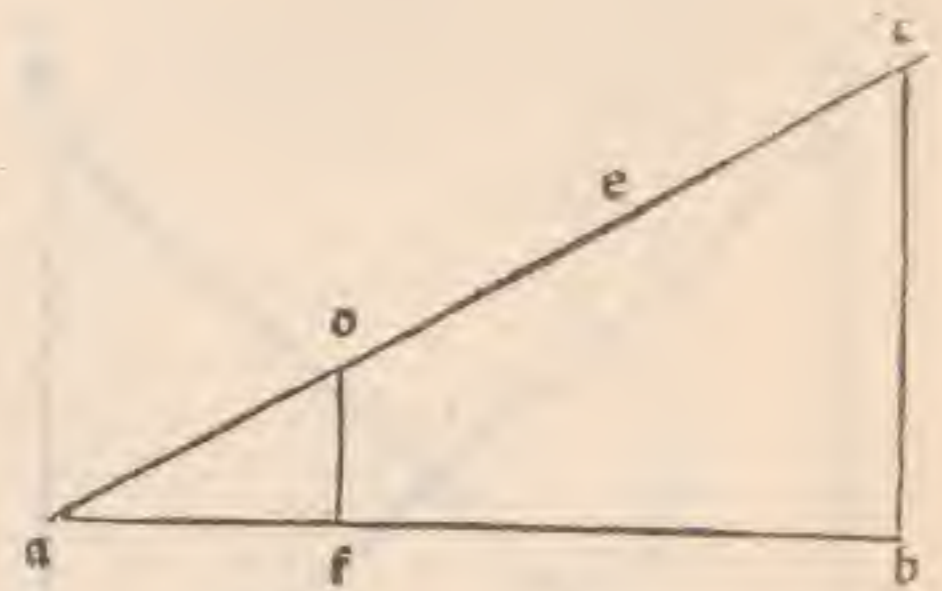
Propositio .13.

**S**i due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnus vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekelia eest. Si vero latera duos equos angulos continentia mutekelia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

Sint due superficies. a. b. c. d. z. e. c. f. g. equidistantium laterum z. equales. sitq. angulus. c. vnus equalis angulo. c. alterius. dico p. portione. b. c. ad. c. g. esse sicut e. c. ad. c. d. z. si p. portio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. z. predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum. c. vnus cum angulo. c. alteri. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. z. c. g. fiant linea vna z. eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. z. c. e. linea vna. alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. vnus: esse equalem angulo. c. alterius. z. per. 15. primi: partem ee equalem toti. coplebo itaq. supficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. z. f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. 7. quinti vtriusq. superfici. a. c. z. c. f. ad superficiem. c. h. proportio vna: z. quia per primam huius p. portio superfici. a. c. ad supficiem. c. h. sicut linee. b. c. ad lineam. c. g. z. superfici. c. f. ad eandem superficiem. c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta e prima pars propositae conclusionis. Scda ps sic pz. p. primam eni huius e proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad c. b. z. e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandem. c. h. z. q. positum e q. proportio. b. c. e ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit vtriusq. duar. supficiu. a. c. z. e. g. ad supficiem. c. h. vna p. portio. ergo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sicut patet scda pars.

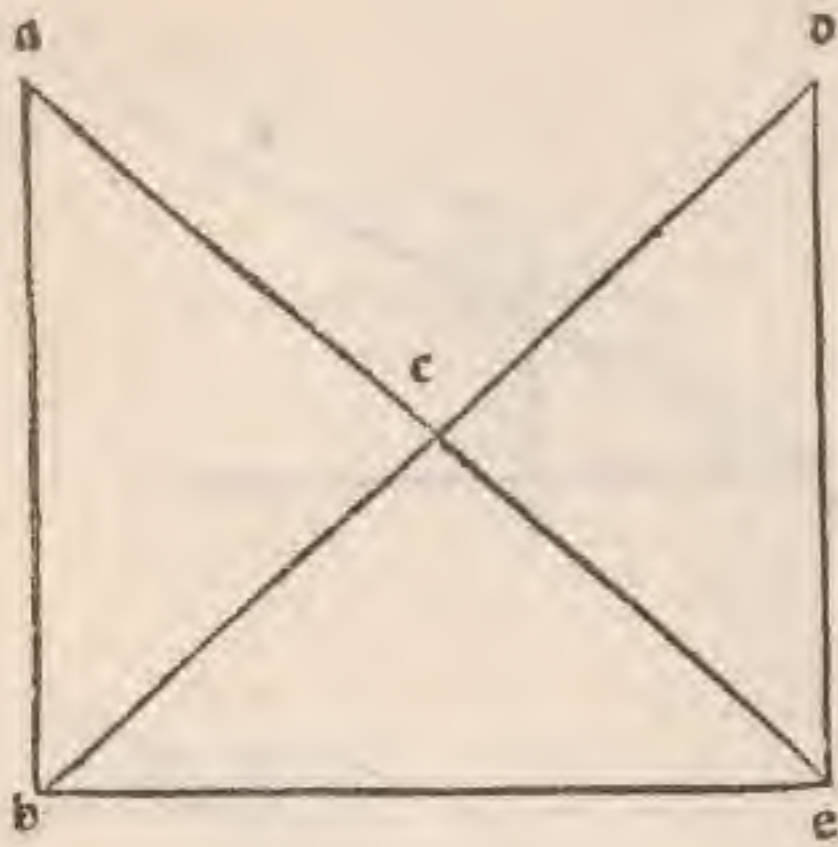
Propositio .14.

**S**i duo trianguli quorum vnus angulus vnus vni angulo alteri equalis eales fuerint: latera duos angulos equos continentia erunt mutekelia. Si vero latera duos equos angulos continentia fuerint mutekelia duo trianguli eales





esse comprobantur.

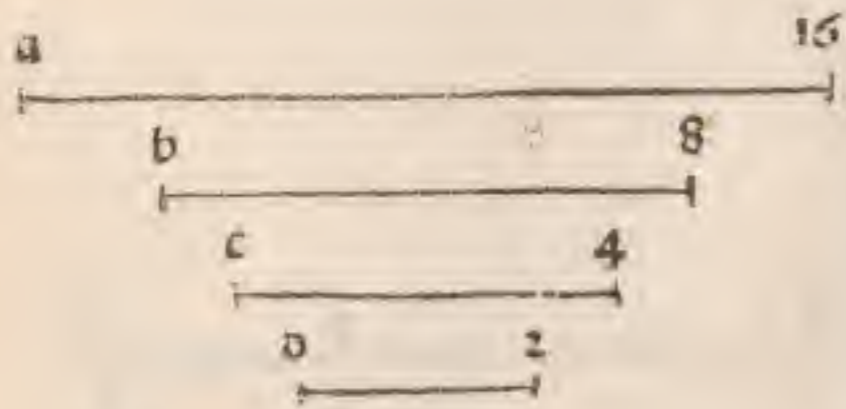


Sint duo trianguli. a. b. c. c. d. e. equales: sitq; angulus. c. vnius equalis angulo c. alterius: dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. et si fuerit pportio a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. et predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illos duos triangulos esse equales: coniungam enim eos angulariter ita q; latera. a. c. et c. e. fiant linea vna. eruntq; similiter. b. c. et c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti. per .15. primi: et protraham lineam. b. e. eritq; per primam ptem et quinti vtriusq; dictoz trianguloz ad triangulum. c. b. e. proportio vna: et q; per primam huius primi eorum ad ipsam est sicut. a. c. ad. c. e. et secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars pposite conclusionis. Secunda pars eouerso probatur. q; a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulu. b. c. e. et d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius: et quia positum est vt sit a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit vtriusq; dictozum triangulozum ad triangulu. b. c. e. vna proportio: quare per primam ptem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicq; patet secunda pars.

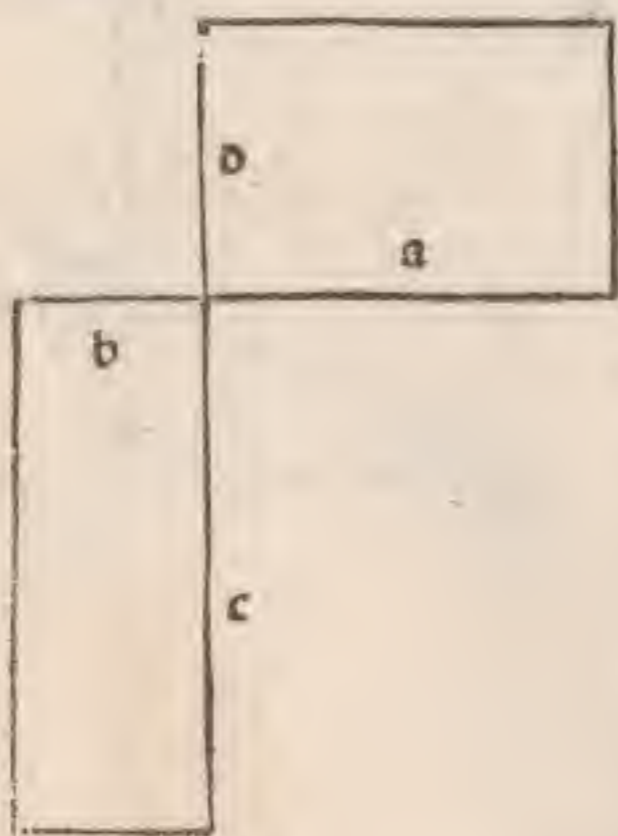
Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima et vltima rectangulum continetur: equu erit ei qd sub duabus reliquis. Si vero qd sub prima et vltima continetur equu fuerit ei qd sub duabus reliquis continetur rectangulum: quatuor lineas proportionales esse conuenit.



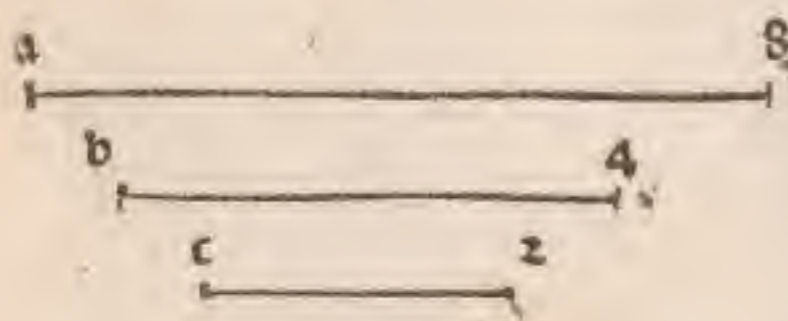
Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales: Sitq; proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; superficies contenta sub. a. et d. equalis est superfici ei contente sub. b. et c. et si superficies contenta sub. a. et d. est equalis superfici ei contente sub. b. et c. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. Siant eni superficies contenta sub. a. et d. et superficies contenta sub. b. et c. Si ergo est pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficieru erunt mutekesia. sed et anguli ab eis contenti equales: q; vtraq; est rectoz anguloz: quare per scdaz parte. 13. huius ipsi sunt equales quod est primum. Scdm patet per primam partem eiusde. si enim ipse sunt equales. q; oes anguli earum sunt recti: latera earum erunt mutekesia: quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.



Propositio .16.



Si fuerint tres linee proportionales qd sub prima et tertia rectangulu continetur: equu erit ei qd a secunda quadrato describitur. Si vero qd sub prima et tertia continetur equu est ei quadrato qd a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.



Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q; superficies contenta sub. a. et c. equalis est quadrato. b. et si superficies contenta sub. a. et c. est equalis quadrato. b. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut. b. ad. c. hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q; b. sit in ratione secunde et tertiae.



Propositio .17.



Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relativum lateri alteri duplicata. Manifestum etiam ex hoc quod omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione et creatione.

Sint duo trianguli .a.b.c. et .d.e.f. similes eruntque per definitionem equianguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus .a. equalis angulo .d. et angulus .b. angulo .e. et angulus .c. angulo .f. eruntque proportio .a.b. ad .d.e. et .a.c. ad .d.f. sicut .b.c. ad .e.f. dico quod proportio trianguli .a.b.c. ad triangulum .d.e.f. est sicut proportio .b.c. ad .e.f. duplicata. Subiungat enim secundum doctrinam .10. huius duabus lineis .b.c. et .e.f. tertia in continua proportionalitate que sit .c.g. protracta aut resecata .c.b. si .c.g. fuerit maior aut minor et producat lineam .g.a. eruntque per secundam partem .14. huius triangulus .a.g.c. equalis triangulo .d.e.f. propter id quod proportio .a.c. ad .d.f. est sicut .e.f. ad .c.g. et angulus .c. equalis angulo .f. quare per secundam partem .7. quinti trianguli .a.b.c. ad utrumque illorum erit una proportio: sed per primam huius proportio trianguli .a.b.c. ad triangulum .a.g.c. est sicut .b.c. ad .g.c. At vero proportio .b.c. ad .c.g. sicut .b.c. ad .e.f. duplicata per .10. descriptionem quinti: sed proportio trianguli .a.b.c. ad triangulum .d.e.f. est sicut proportio .b.c. ad .d.f. duplicata quod est propositum. Si autem .c.g. sit equalis .b.c. erit per secundam partem .14. huius triangulus .a.b.c. equalis triangulo .d.e.f. equalis autem proportio componitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotienscumque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo et per eandem mediam demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sumpta solam .13. presentis loco .14. Non demonstrat autem eam quod per sequentem demonstratur universiter de omnibus superficiebus similibus. Quare per consequens quod universiter proponitur de omnibus superficiebus similibus non dicitur nisi de triangulis. sed demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est consequens huius non autem sequentis: ex modo enim demonstratio nis huius sua veritas manifestata est non ex modo illius.

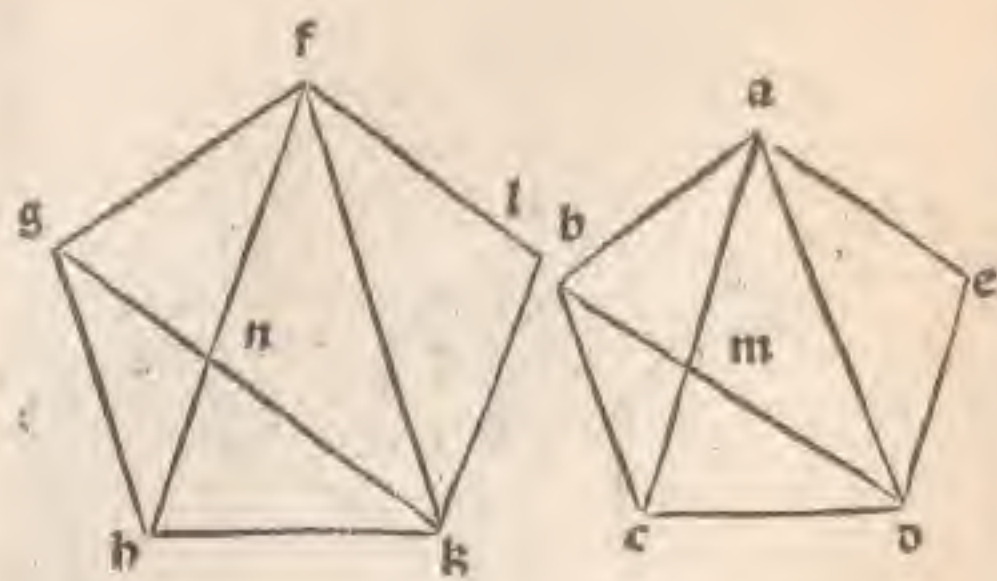
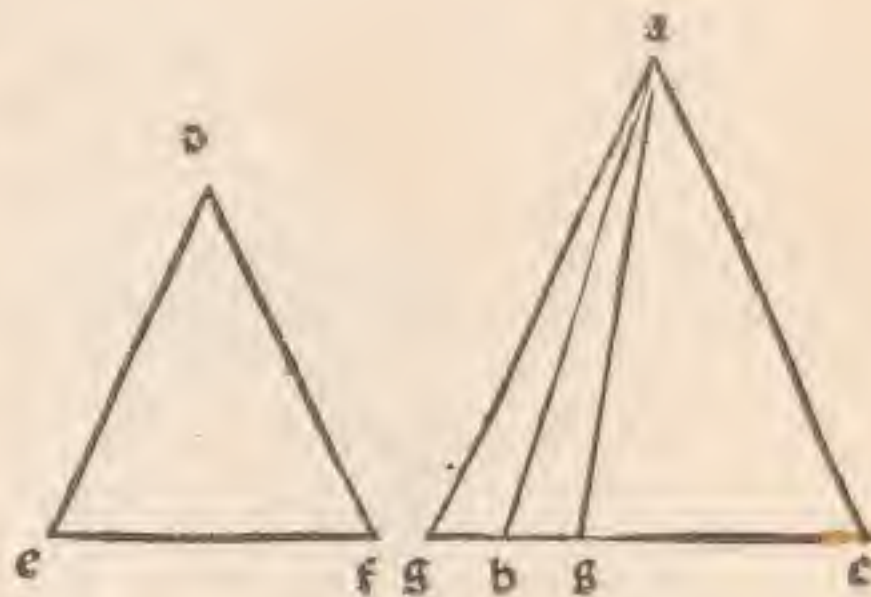
Propositio .18.



Omnes due superficies similes multiangule sunt divisibiles in triangulos similes atque numero equales. Estque proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relativum lateri alterius proportio duplicata

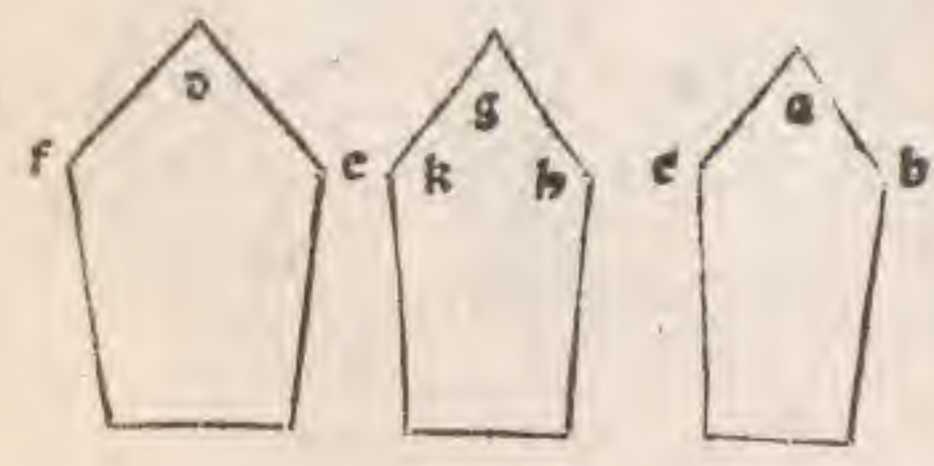
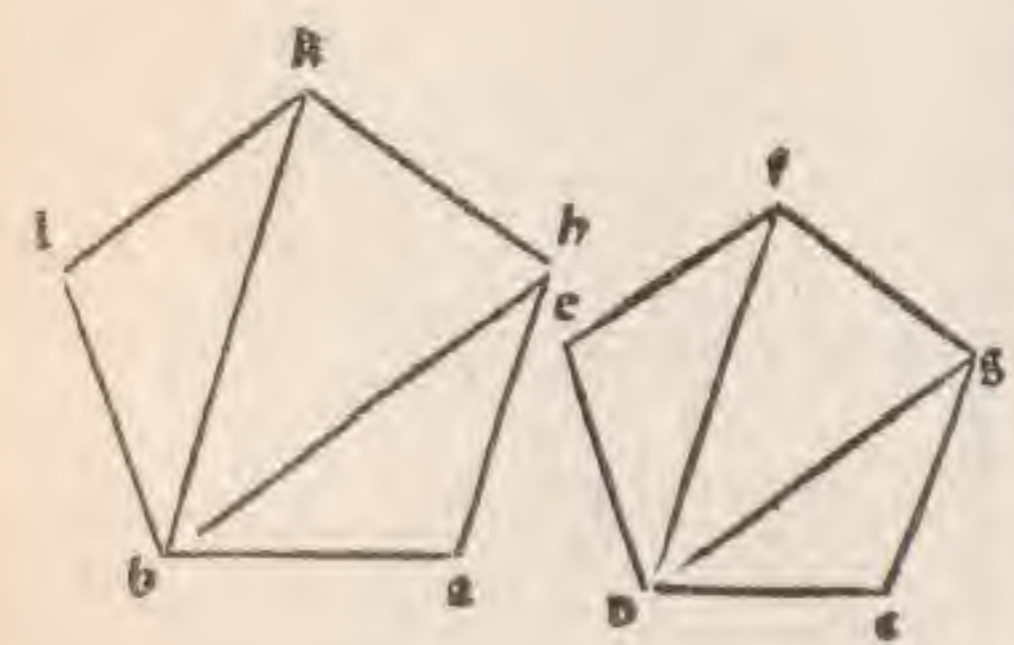
Sint gratia exempli duo pentagoni .a.c.d.f.b.k. similes. dico quod ipsi sunt divisibiles in triangulos similes numero equales. et quod proportio alterius eorum ad alterum est sicut .a.b. ad .f.g. proportio duplicata. Ducantur ei linee due .a.c. et .a.d. itaque .f.b. et .f.k. eruntque per presentem hypothese: et per .6. huius triangulus .a.b.c. equiangulus triangulo .f.g.b. et triangulus .a.c.d. triangulo .f.l.k. Similiter quoque per hanc eandem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equalia sunt: erit triangulus .a.c.d. equiangulus triangulo .f.b.k. Nam ipsi pentagoni positi sunt equianguli. et laterum proportionalium: et quod trianguli in quos dividuntur sunt adinvicem equianguli: ut probatum est. erunt etiam et similes per .4. huius et definitionem similitudinis superficiebus: quare cum ipsi sint numero equales patet primum. Secundum sic. praeabant .b.d. que secet .a.c. in puncto

f 4





m. z. g. k. que secet. f. b. in puncto. n. eritq; triangulus. b. c. d. equiangulus triangu-  
 lo. g. b. k. per. s. huius z presentē ypoth. quare z triangulus. a. b. m. triangulo. f. g.  
 n. z. a. m. d. f. n. k. ergo p. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. z  
 a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n.  
 k. ergo pmutarim. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primā huius. a. b. m. ad  
 a. m. d. z. b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. z per eandē. f. g. n. ad. f. n. k. z. g. n.  
 b. ad. b. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo p. 13. quinti. a. b. c. ad. a. c. d. sicut. f. g. b. ad. f.  
 b. k. quare pmutarim. a. b. c. ad. f. g. b. sicut. a. c. d. ad. f. b. k. eadē rōne pbabis  
 q; z sicut. a. e. d. ad. f. l. k. ergo p. 13. pmi quinti toti? pēthagoni ad totū pēthagonū  
 sicut. a. b. c. ad. f. g. b. per pmissam igitur est proportio pentagoni. a. c. d. ad pen-  
 thagonū. f. b. k. sicut pportio. a. b. ad. f. g. duplicata qd est ppositū: ex quo rursus  
 patet conel. precedentis. **A**lter pōt demonstrari scdm. cū eni trianguli i quos pe-  
 thagoni diuidunt sint adinvicem similes: erit per pcedētem proportio. a. b. c. ad  
 f. g. b. sicut. b. c. ad. g. b. duplicata. z. a. c. d. ad. f. b. k. sicut. c. d. ad. b. k. duplicata.  
 z. a. e. d. ad. f. l. k. sicut. d. c. ad. k. l. duplicata. q; igitur omnes hee pportioes du-  
 plicate sunt equales propter hoc qd positū est simplas esse equales: erit p. 13. quin-  
 ti totius pentagoni ad totum pentagonum sicut lateris vnus ad suum reiatu-  
 um. latus alterius proportio duplicata.



Propositio .19.

**S**upra datam lineam date superficiem similem superficiem describere.

**S**it data linea. a. b. supra quā volo constituere superficiem similem  
 date superficie que sit pentagona: z sit. c. d. e. f. g. diuido hunc pēthago-  
 nū in triangulos ductis lineis. d. f. z. d. g. z sup punctū. a. cōstituo  
 angulum equalē angulo. c. ducta linea. a. b. z super punctū. b. constituo alium an-  
 gulum: qui sit. a. b. b. equalē angulo. c. d. g. ptracta linea. b. b. quousq; cōcurrat cū  
 a. b. in pūcto. b. eritq; per. 32. pmi angulus. a. b. b. equalis angulo. c. g. d. z ideo  
 per. 4. huius latera duoz trianguloz. g. c. d. z. h. a. b. pportionalia: facio quoq; an-  
 gulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. g. d. f. z angulum. k. b. l. ducta linea  
 b. e. equalē angulo. f. e. d. z angulum. b. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. d. g. f.  
 z angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalē angulo. d. f. c. eritq; perfectus pentago-  
 nus qui cōstituend⁹ erat sup lineā. a. b. est eni equiangulus dato pentagono p-  
 pter equalitatē anguloz trianguloz in quos est vterq; diuisus sed z laterū ppor-  
 tionalitū propter pportionalitatē laterum ipsoz trianguloz que ex. 4. huius cui-  
 denter apparet: quare per diffinitionem similitudinis superficiū pentagonus con-  
 stitutus super lineam. a. b. est similis pentagono dato qd est propositum.

Propositio .20.

**S** fuerint vni superficiem similes quilibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

**S**it vterq; pentagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. b. k. dico eos esse similes sibi inuicem. Est enim vterq; eorum equian-  
 gulus pēthagono. g. b. k. per cōuersionē diffinitōis siliū superficiez: quare sunt equianguli adinvicē. Similiter quoq; p cōuersionē eiusdē diffinitionis



proportio .a. b. ad .g. b. sicut .a. c. ad .g. k. et .g. b. ad .d. e. sicut .g. k. ad .d. f. ergo per equam proportionalitatem .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum .a. b. c. et .d. e. f. continentia equos angulos esse proportionalia. per definitionem itaq; similium superficialium ipsi sunt similes adinvicem. quod est propositum.

Propositio .21.

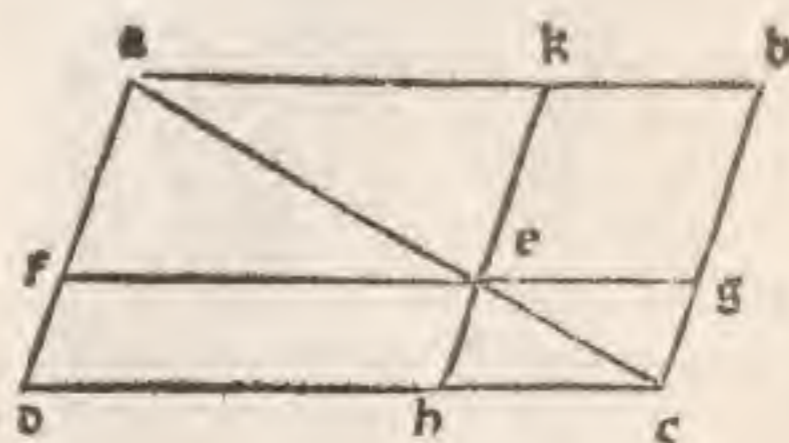
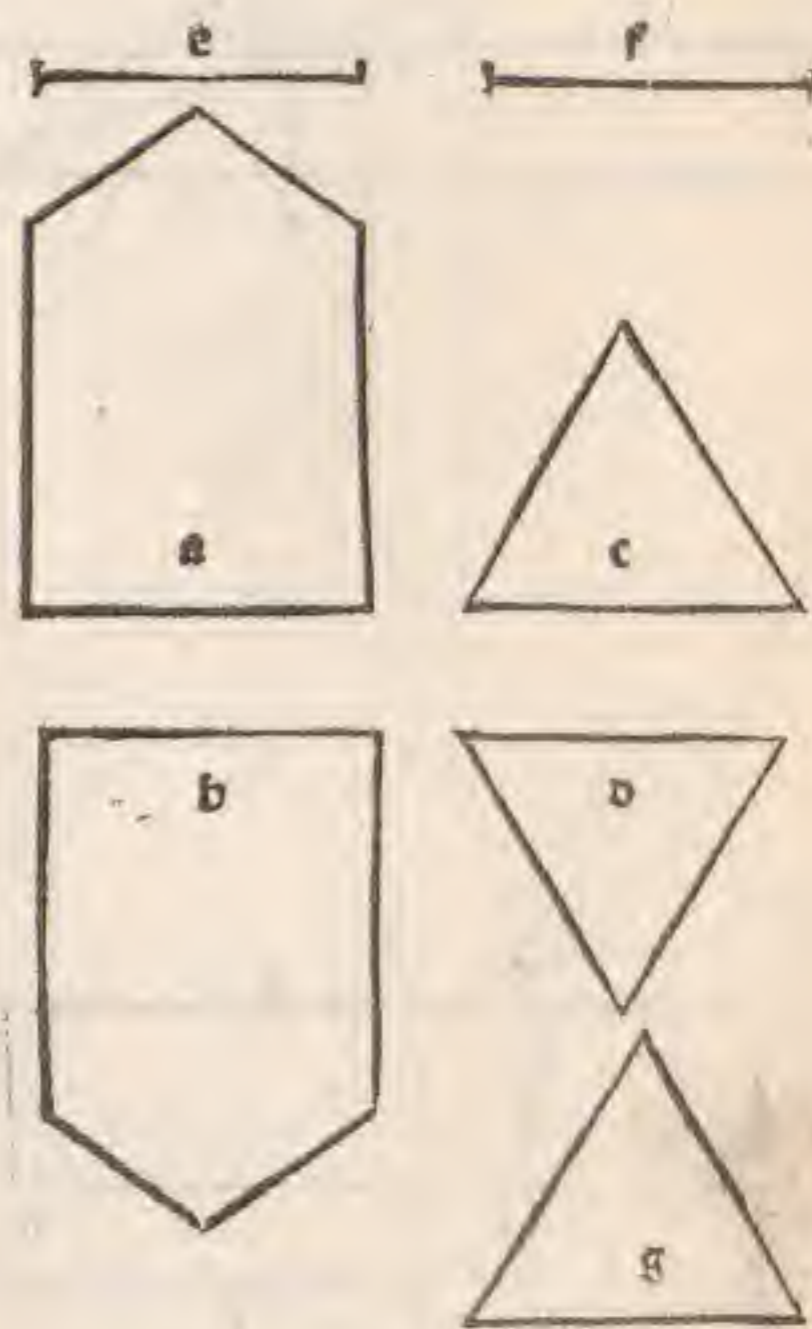
**S**i fuerint quotlibet linee proportionales atq; super binas et binas similes superficies designentur: ipse quoq; superficies erunt proportionales. Si vero super binas et binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

Sint quatuor linee proportionales .a. b. c. d. sitq; proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. dico qd si superficies similes constituantur super .a. et .b. utpote duo pentagoni similes et alie similes constituantur super .c. et .d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Qd si fuerint pentagoni similes et similiter etia trianguli similes: fueritq; proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico qd erit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. Subiungat enim lineis .a. et .b. et lineis .c. et .d. in continua proportionalitate: sicut docet .10. huius. eritq; per .22. quinti et per equam proportionalitatem .a. ad .e. sicut .c. ad .f. quia ergo per coroll. 17. huius proportio pentagonorum: e sicut .a. ad .e. et triangulorum sicut .c. ad .f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: et hoc est primu. Scdm sic patet. Sint duo pentagoni similes et duo trianguli similes. sitq; proportio pentagonorum sicut triangulorum. dico qd proportio .a. ad .b. e sicut .c. ad .d. Sit enim .c. ad .g. sicut .a. ad .b. hoc enim qualiter fiat. dictum est supra. 10 huius. et super .g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam .c. eritq; per premissam similis ei que constituta est super lineam .d. eritq; etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni .a. ad pentagonum .b. eadem trianguli .c. ad triangulum .g. sed eadem erat etiam trianguli .c. ad triangulum .d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus .d. est equalis triangulo .g. Et quia sunt similes: erit linea .g. equalis linee .d. per primam partem. 17. huius cum super lineas .c. d. et .g. sint trianguli: vel per secundam partem 18. cum fuerint quelibet alie figure multiangule: equalitas enim no pducit ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex eqli. erit itaq; c. ad .d. sicut .a. ad .b. quod est propositum.

Propositio .22.

**A**ncte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq; sibi invicem sunt similes.

Sit ut in parallelogramo .b. d. cuius diameter .a. c. consistant superficies .g. b. et .f. k. equidistantium laterum circa diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo et sibi invicem. e enim p seors b<sup>9</sup>. b. g. ad .g. c. et .d. b. ad .h. c. sicut .a. e ad .e. c. ergo coniunctis. b. c. ad .c. g. et .d. c. ad .c. b. sicut .a. c. ad .c. e. que p. 11. hui<sup>9</sup> b. c. ad .c. g. sicut .d. c. ad .c. b. sed etiam sicut .a. b. ad .e. g. cu .a. b. sit eqli. d. c. et .c. g. b. c. eodem modo erit .a. d. ad .e. b. sicut .a. b. ad .e. g. et .d. c. ad .h. c. quia ergo ista





parallelograma sunt equiangulara constat per definitionem similitudinum superficierum. g. b. esse simile. b. d. Sili quoque modo pba. f. k. esse simile eidem. propter hoc q. b. a. ad. a. k. et d. a. ad. a. f. est sicut. c. a. ad. a. e. per secundam huius et coniectam proportionalitatem: que per. 20. huius. f. k. est etiam simile. g. b. sicutque per totum.

Propositio .23.

**S** in suo spacio parallelogrami parziale distinctum toti parallelogramo simile. atque secundum suum illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit.

**S**it ut in parallelogramo. b. d. sit distinctum parallelogramum. f. g. quod sit sibi simile. et secundum suum esse. i. participans cum eo in angulo. c. dico quod parallelogramum. f. g. consistit circa diametrum parallelogrami. b. d. et est hec conuersa precedentis. produca enim. a. e. c. que si fuerit diameter parallelogrami. b. d. constat propositum. Sin autem sit. a. b. c. diameter eius. et ducat. b. k. equidistans. f. c. eritque per premissam parallelogramum. f. k. simile parallelogramo. b. d. ergo per conuersionem definitionis similitudinum superficierum proportio. b. c. ad. k. c. est sicut. d. c. ad. f. c. sed per eandem conuersionem dicte definitionis proportio. b. c. ad. g. c. est sicut. d. c. ad. f. c. propter id quod parallelogramum. f. g. positum est simile parallelogramo. b. d. ergo per .11. quinti proportio. b. c. ad. g. c. est sicut. b. c. ad. k. c. utraque enim est sicut. d. c. ad. f. c. quare per secundam partem noni quinti. g. c. est equalis. k. c. pars videlicet toti quod est impossibile. Erit igitur. a. e. c. diameter parallelogrami. b. d. quod est propositum.

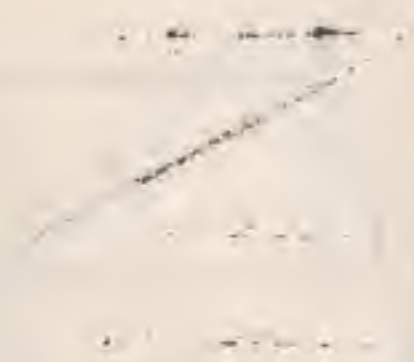
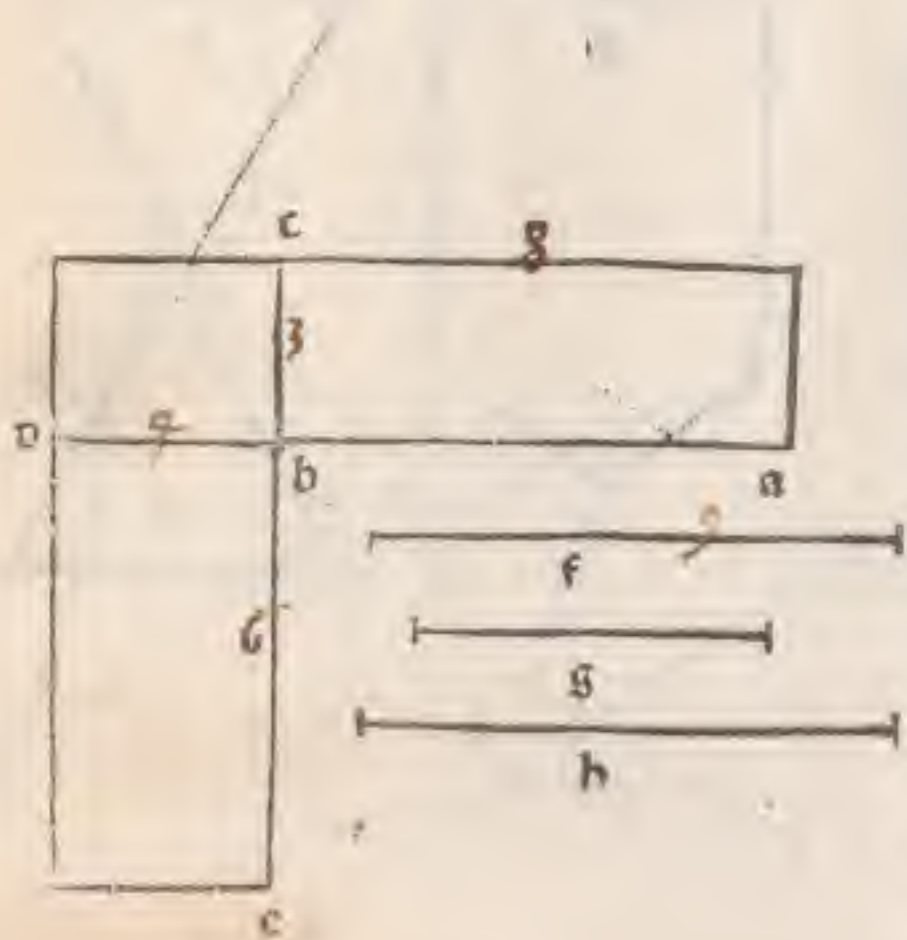
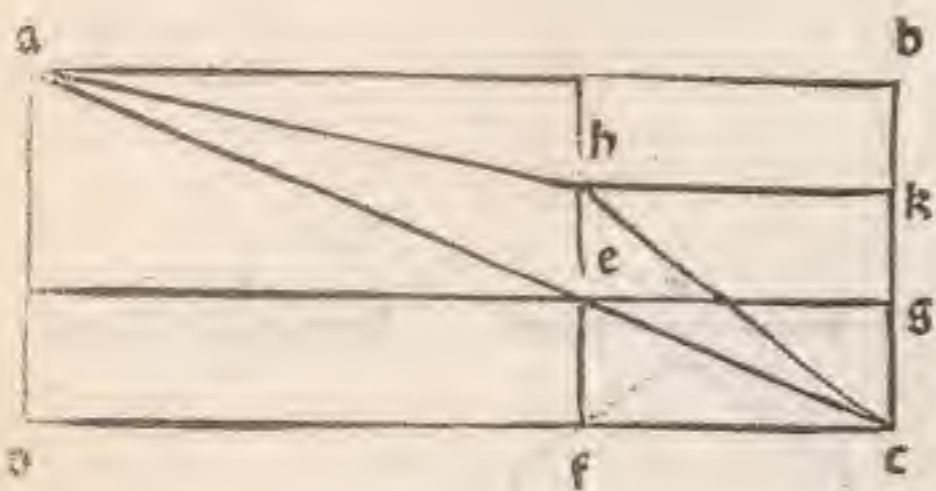
Propositio .24.

**O**mnia duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnus vni angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producit ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium

**S**int due superficies equidistantium laterum. a. c. et e. d. sitque angulus. b. vnus equalis angulo. b. alterius. dico quod proportio vnus ad alteram producta est ex proportione. a. b. ad. b. d. et c. b. ad. b. c. disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in. 13. huius. adiuncto ad utramque parallelogramo. c. d. et ponam ut proportio linee. f. ad lineam. g. sit sicut. a. b. ad. b. d. et g. ad. b. sicut. c. b. ad. b. c. qualiter enim hoc fiat. dictum est supra. 10. huius: eritque per primam huius. et .11. quinti. a. c. ad. c. d. sicut. f. ad. g. et c. d. ad. d. e. sicut. g. ad. b. quare per. 22. quinti erit in equa proportionalitate. a. c. ad. d. e. sicut. f. ad. b. et quia. f. ad. b. producit ex. f. ad. g. et g. ad. b. ut dictum est in fine expositionis. .11. definitionis quinti. erit ut. a. c. ad. d. e. producat ex eisdem: que constat propositum.

Propositio .25.

**D**ate superficiem similem aliquam propositam equalem designare. **S**int propositae due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. volo facere vnā superficiem similem. a. et equalē. b. utramque propositam superficiem resoluo in triangulos. A. quidem in triangulos. c. a. d. B. vero in triangulos. e. b. f. g. et super basim superficiem. a. que sit. b. k. constituo secundum doctrinam. 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem c. que sit. b. l. et l. m. equalē. a. et m. n. equalē. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. b. n. constituta super basim. b. k. equalis pentagono. a. Eodem modo super lineam. k. n. que est hinc latus huius superficiem constituo aliam superficiem rectangulam equalē exagono. b. q. facio. k. o. equalē. c. et o. p. equalē. b. et p. q. equalē. f. et q. r. equalē. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono.





b. & pono per .9. huius lineam. f. t. proportionalē inter lineam. b. k. & lineā. k. r. & super eam scdm doctrinam. 19. huius constituo superficiem. v. similem superficiē a. dico ipsā esse quā querimus & equalem superficiē. b. cum enī tres linee. b. k. f. r. & k. r. sint continue proportionales. & super primā & secūdā sunt constitute superficies similes videlicet. a. & v. erit per coroll. 17. huius. a. ad. v. sicut. b. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. b. n. ad. n. r. & ideo per primam partem septime qn̄ti sicut. a. ad. n. r. & propter hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq; per scđam. partē. 9. quinti. v. est equalis. b. qđ est propositum. Qđ etiā possum⁹ ex pmutata pportionalitate facile pbare. quia cum sit. a. ad. v. sicut. b. n. ad. n. r. erit permutatim. a. ad. b. n. sicut. v. ad. n. r. & quia. a. est equalis. b. n. erit. v. equa/ lis n. r. quare. v. est etiā equalis. b. per hanc cōmunē scientiam: quecunq; vni e ci/ dem sunt equalia inter se sunt equalia. Nō est autē necessariū vt superficies. b. l. l. m. & m. n. equidistantium laterum equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. & q. r. equales triangulis. e. b. f. g. sint rectangule. sed ut angulus extrinsec⁹ superficiē. l. m. sit equalis angulo intrinseco superficiē. l. b. & extrinsecus. m. n. in/ trinseco. m. l. Similiter quoq; ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. b. n. & extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicq; de ceteris. Cum enī sic fue rit erit vnaquaq; linearum. k. n. & sibi opposita. b. m. itemq; b. r. & sibi opposita. n. q. linea vna per vltimam partem. 29. primi: & per. 14. eiusdem: quotiens oportue rit equaliter repetitas: propter id qđ omnes superficies. b. l. l. m. & m. n. Itemq; k. o. o. p. p. q. & q. r. sunt equidistantium laterum & angulus extrinsec⁹ cuiusq; sequē/ tis est equalis intrinseco eā pcedentis: quare due superficies. b. n. & n. r. erunt equi/ distantium laterū & inter lineas equidistantes. & equalis altitudinis. Letera ergo argue vt prius:

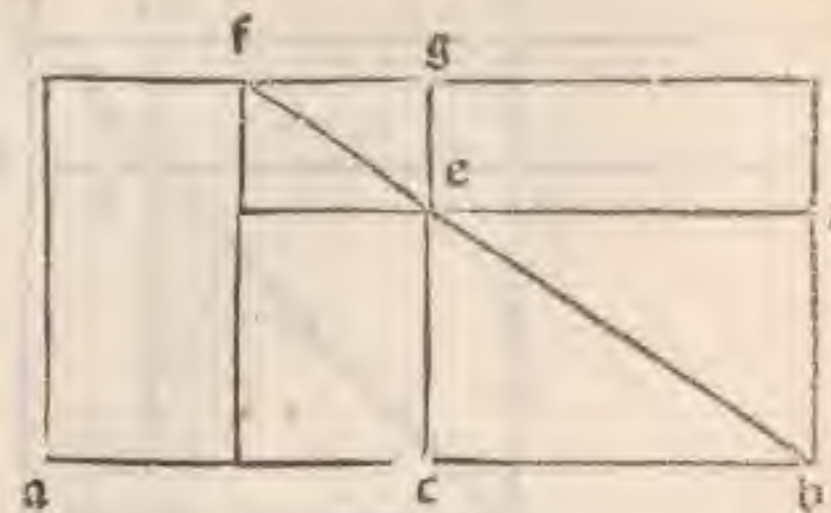
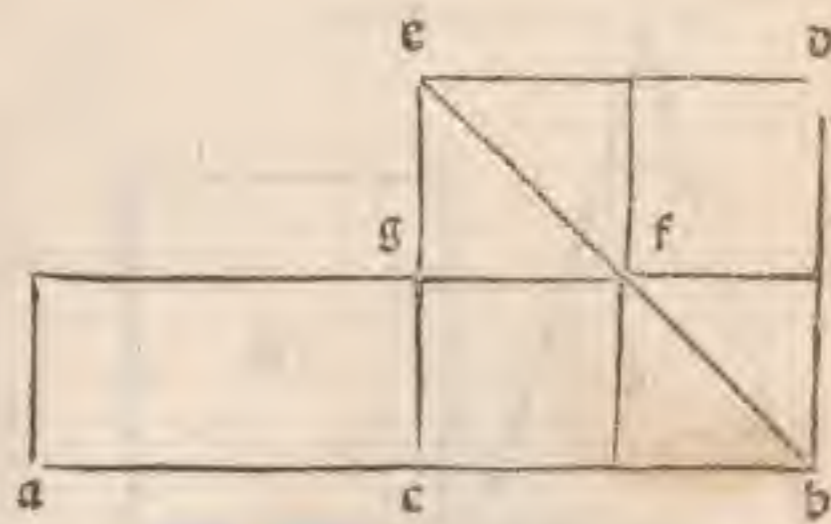
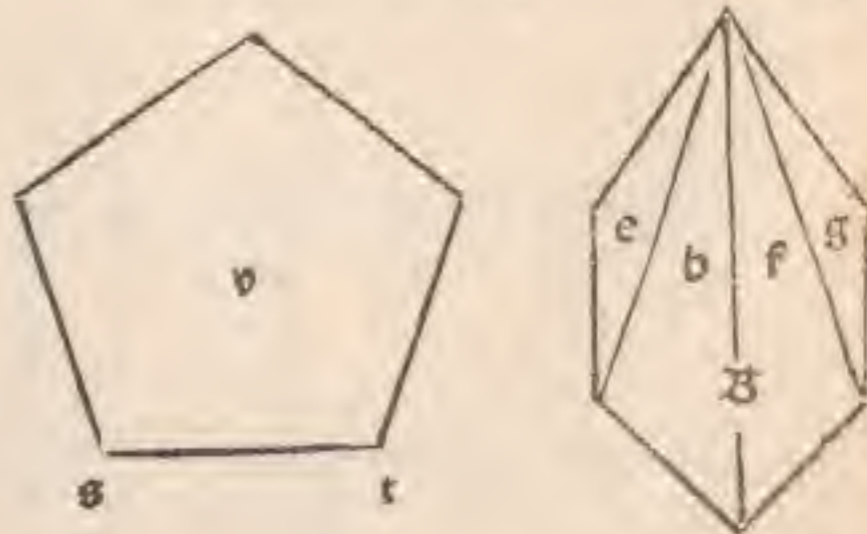
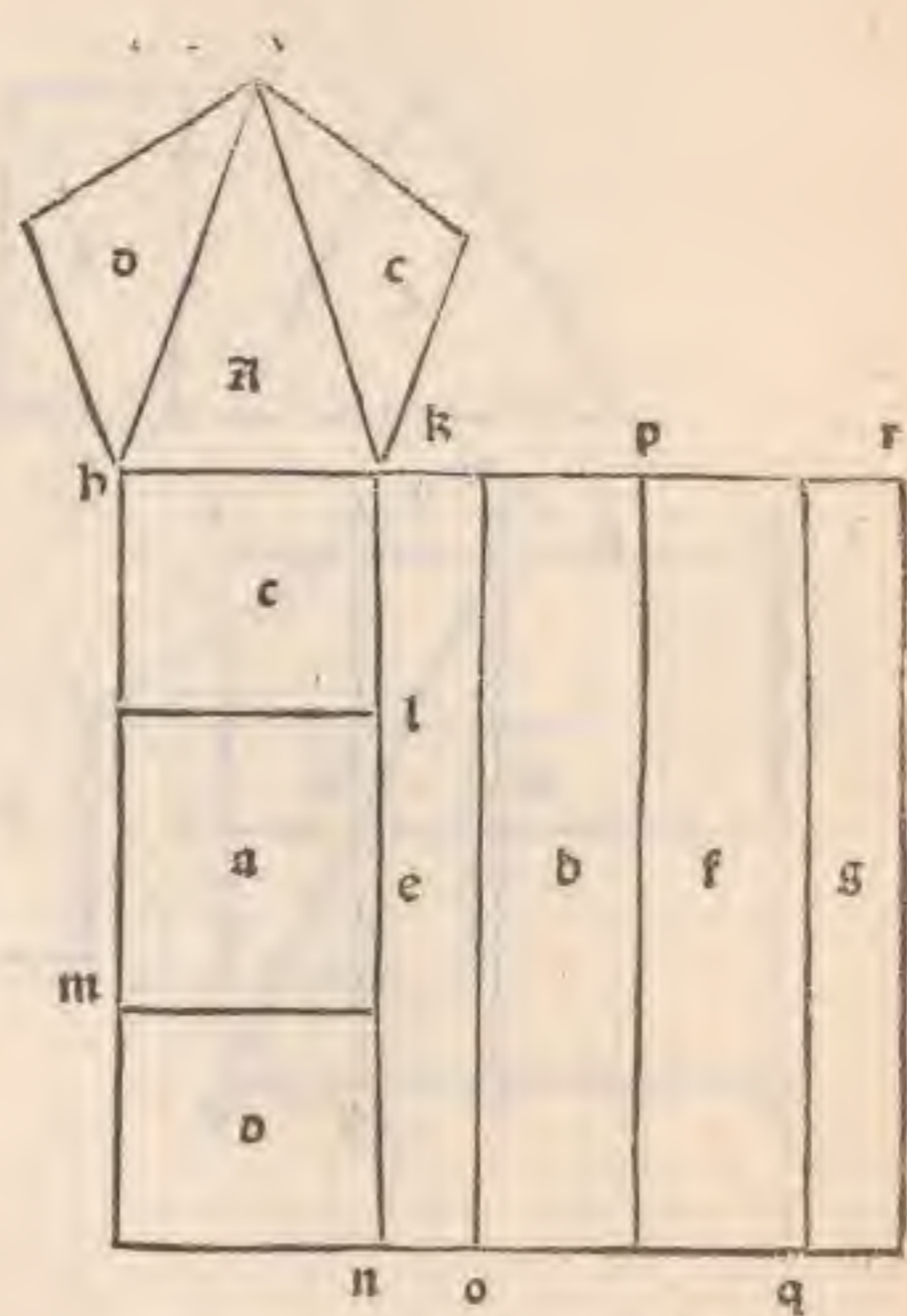
Propositio .26.

**S**uper dimidiū date linee pallelogramū designatum ma/ ius ē eo pallelogramo cui date linee applicato deest ad cōpletionē lineē sil e & sup diametru; consistens super di midium collocati.

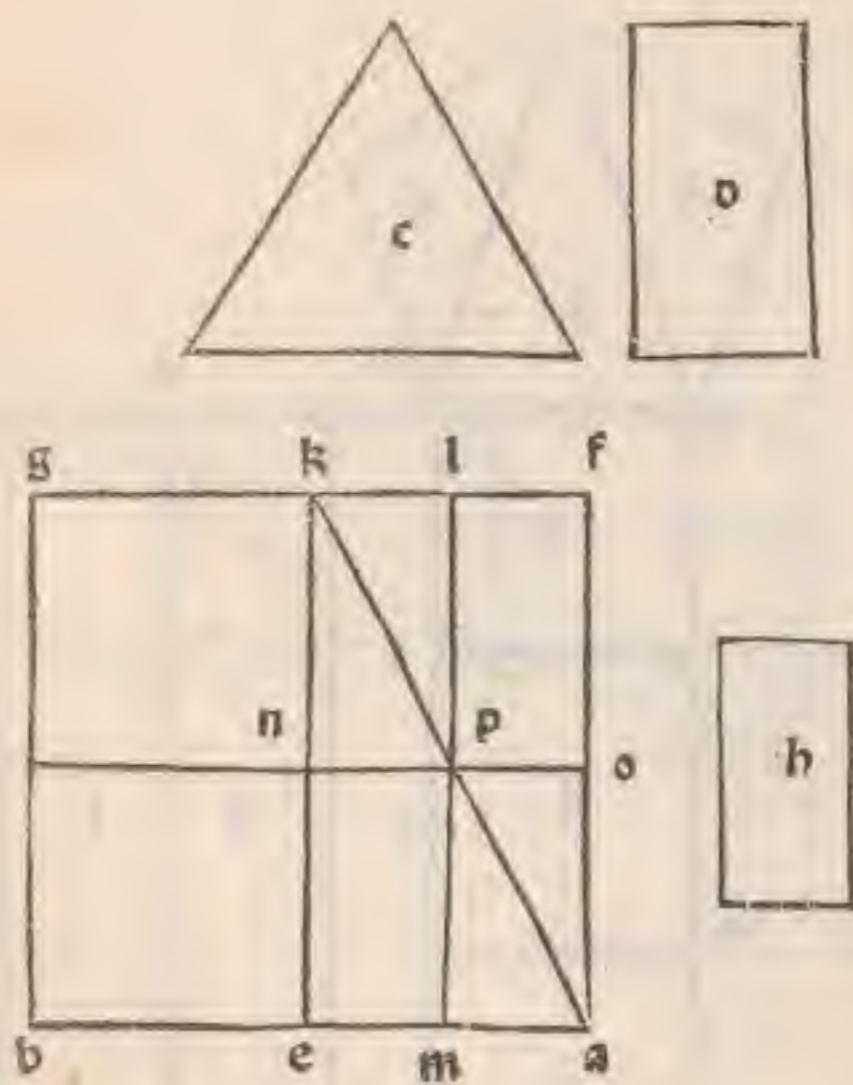
Sit data linea. a. b. sup cuius dimidiū. c. b. cōstituat pallelogramū c. d. cuius diameter. b. e. & ad lineā. a. b. applicet pallelogramū. a. f. cuius vnū lat⁹ secet. e. c. in puncto. g. ita qđ ad cōplementū totius linee. a. b. desit superficies. f. b. qđ sit similis superficiē. c. d. & consistēs circa diametru eius: dico tunc qđ pallelogramū c. d. est mai⁹ pallelogramo. a. f. Est enī p primā huius. a. g. equale. g. b. & p. 43. pri mi. e. f. equale. f. d. ergo per hāc cōmunē scientiam: si equalibus equalia addas. & c. erit gnomo cōstans ex tribus pallelogramis qđ sunt. c. f. f. b. & f. d. eqlis pallelogra mo. a. f. quare pallelogramū. c. d. ē maius pallelogramo. a. f. i pallelogramo. e. f. qđ ē propositū. Idē etiā eēt si superficies. a. f. fieret altior superficie. c. d. vt videre po/ tes in secunda figura i qua etiā per primā huius. a. g. ē equale. g. b. demptis itaq; vtriq; duobus supplementis superficiē. f. b. excedet pallelogramū. c. d. pallelogra/ mum. a. f. in pallelogramo. f. e.

Propositio .27.

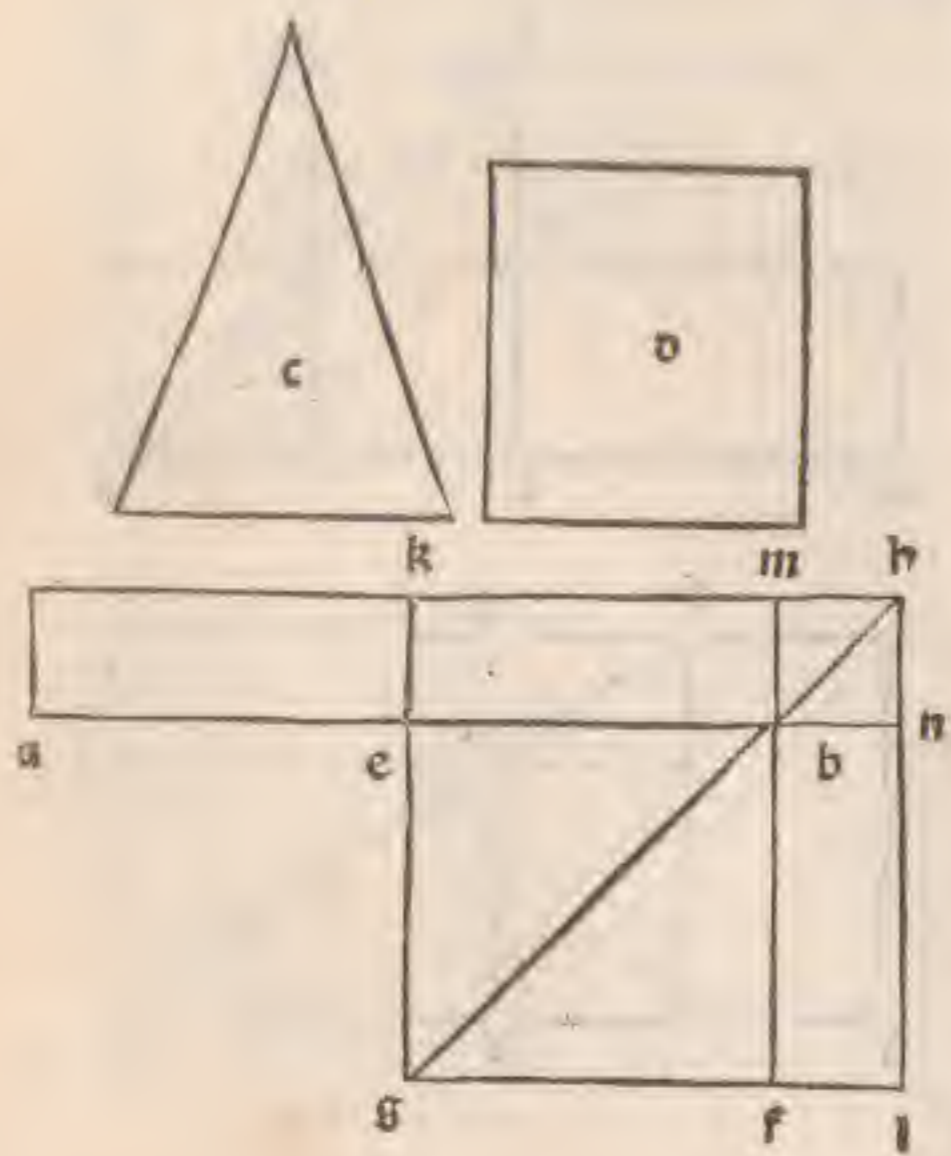
**B**ilatera superficie pposita equū ei sup quēlibet assigna/ tā lineā pallelogramū designare cui desit ad cōplēdā line am alij superficie pposite sil e pallelogramū qđ scđm eiusdē suū esse pallelogramo super dimidiū date linee col/ locato minime maius existat.







**C** Sit assignata linea .a. b. et propositus triangulus .c. propositūq; paralellogramum .d. volo super lineam .a. b. designare paralellogramū equale triangulo .c. ita q; desit ad cōplendam lineam .a. b. paralellogramū simile .d. et sit ita conditionatū. q; triangulus .c. non sit maior paralellogramo simili .d. collocato sup dimidiū lineae .a. b. alioquin ad impossibile laboraret per premissam. Diuido igitur lineā .a. b. per e/qualia in puncto .e. et secundum doctrinam .19. huius. super eius medietatem .e. b. constituo paralellogramū .e. f. simile .d. et complebo super totam lineam .a. b. paralellogramū .b. g. quia igitur .c. non est maior paralellogramo .e. f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis. erit paralellogramū .e. g. quale intendit p. 36. p̄mi coadiunāte p̄ma pte. 9. et p̄ diffinitionē siliū superficies et .20. huius. Si aut̄ minor sit minor in superficie aliq̄ cui eq̄lis et siliis .d. fiat fm̄ doctrinā .25. huius que sit b. eritq; .b. similis .c. f. per .20. huius. quare per conuersionem diffinitionis equian gula sibi et proportionalium laterum: protraham igitur in paralellogramo .e. f. dia/ metrum .b. k. et resecabo latera .k. f. et .e. k. superficiē .e. f. ad mensurā laterum sup/ ficiei .b. protractis lineis .l. m. et .n. o. equidistantibus lateribus superficiē .e. f. se/ cantib⁹ se in p̄cto .p. ut superficies .k. p. sit equalis et similis superficiē .b. eritq; p. 23. huius punctū .p. in diametro .k. b. protracta itaq; .o. n. vsq; ad .a. g. dico paralello gramū .a. p. esse q̄le pponit. Decet enī sibi ad cōplētū lineae .a. b. paralellogramū p. b. qd̄ per .22. et .20. huius est simile paralellogramo .d. Sed ipsū etiā paralellogramū a. p. est equale triangulo .c. Est enim per primā huius .a. n. equale .n. b. ergo p. 43. p̄mi: et hanc cōmunem scientiā: si equalibus equalia addas. et paralellogramū a. p. est equale gnomoni .n. b. l. et quia iste gnomō est equalis triangulo .c. propter id qd̄ paralellogramū .e. f. positum fuit esse maius triangulo .c. in paralellogramo b. qd̄ est equale paralellogramo .k. p. patet p̄propositum.



**Propositio .28.**  
**S**uper datam lineam date superficiē trilaterē equam pa/ ralellogramum constituere. qd̄ addat super cōpletionem date lineae superficiem equidistantium laterū date super/ ficiei equidistantium laterum similem.  
**C** Sit ut prius data linea .a. b. et datus triangulus .c. datumq; para/ lellogramum .d. volo super lineam .a. b. constitnere paralellogramū equale triangu/ lo .c. qd̄ addat super totam lineā .a. b. paralellogramū simile .d. diuido lineam .a. b. p̄ equalia in puncto .e. et super eius medietatem .c. b. facio .e. f. similem .d. fm̄ qd̄ do/ cet .19. huius. et fm̄ doctrinam .25. huius. facio .k. l. cui⁹ diametrum .g. b. similem .d. et equalem duabus superficiēbus .e. f. et .c. eritq; per .20. huius .k. l. similis .c. f. sup/ posita igitur superficie .k. l. superficiē .e. f. ita q; abe cōmunicēt in angulo .g. erit per .23. huius superficies .e. f. consistens circa diametrum superficiē .k. l. quare p̄ctū b. est in diametro .g. b. cōplebo igitur paralellogramū .a. b. qd̄ dico esse quale ppo/ nitur. qd̄ cōstat p̄tractis lineā .f. b. vsq; ad .m. et lineā .e. b. vsq; ad .n. Est enim per primam partem huius .a. k. equale .k. b. et ideo per .43. p̄mi ē etiā eq̄le .n. f. addi/ to ergo vtriq; .e. b. erit p̄ cōēs sciam .a. b. equale gnomoni .e. b. f. sed iste gnomō ē equalis triangulo .c. quia paralellogramū .k. l. positum fuit equale duab⁹ superfiē/ cibus .c. et .e. f. ergo paralellogramū .a. b. ē eq̄le .c. et addit ad cōplētū lineae .a. b. pa/ lellogramū .m. n. q; p. 22. et .20. h⁹ ē sile paralellogramo .d. q̄re p̄stat p̄fectū esse quod



volumus. Possimus autem ad lineam datam adiungere parallelogramum equale non solum tri-  
 atlere superficiei posite. sed et cuilibet rectilinee figure propositae quaecumque ipsa fue-  
 rit cui desit ad complendam lineam datam superficies similis superficiei equidistanti-  
 um laterum propositae: sicut docet praemissa observata conditione eius ne laboretur  
 ad impossibile per autem praemissam. vel quod addat ad complendam lineam superficiem  
 equidistantium laterum similem superficiei propositae: sicut proponit conclusio pre-  
 sens. propositam enim superficiem cui equale parallelogramum debet ad lineam da-  
 tam adiungi. quod addat aut diminuat ad completionem lineae parallelogramum simi-  
 le parallelogramo dato: resolvemus in triangulos. et ipsis mediis describe-  
 mus superficiem equidistantium laterum totali superficiei propositae equalem. hoc  
 autem qualiter fiat: et si scire volueris. require. 25. huius. debine super duplum ba-  
 sis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si. 44. primum diligenter in-  
 spexeris parallelogramo prius designato invenies esse equalem: quare et superfi-  
 ciei propositae: huic ergo triangulo si equale parallelogramum ad lineam datam ad-  
 iunxeris quod addat ad complementum lineae aut minuat parallelogramum simile pa-  
 rallelogramo dato secundum quod docet hic et praemissa: quod propositum erat te p-  
 fecisse non dubites.

**Propositio .29.**



**Q**uamlibet lineam propositam secundum proportionem ha-  
 bentem medium. duoque extrema secare.

**Q**uod si proposita linea. a. b. quae volo dividere secundum proportionem  
 habentem medium et duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c.  
 et ad eius latus. a. c. adiungo secundum quod docet praemissa parallelogramum  
 e. d. equale quadrato. b. c. quod addat ad complementum lineae. a. c. parallelogramum. a. d.  
 quod sit simile. b. c. sitque latus parallelogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. et secet lineam  
 a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse divisam in puncto. f. sicut proponitur: est enim  
 a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. quare. a. f. estlequale. f. d. sed et. f. e. est  
 equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per. 34. primi: et quia. c. d. equale. b. c.  
 dempto utriusque. c. f. erit. a. d. equale. e. b. et angulus. f. unius angulo. f. alterius. er-  
 go per. 13. huius latera sunt mutuaesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. et quia. e. f.  
 est equalis. a. b. et. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per definitionem  
 est divisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi et dividatur  
 enim. a. b. in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi: sitque. e. b. quod continetur sub tota. a.  
 b. et eius parte. f. b. ita quod. f. c. sit equalis. a. b. et. a. d. sit quadratum. a. f. est itaque  
 per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. quod restat arguere ut prius: per. 13. huius.  
 vel sic cum. a. b. sit divisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod sit ex. a. b.  
 prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam parte  
 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secunda ad. f. b. tertia  
 per definitionem itaque divisa est. a. b. ut proponitur.

**Propositio .30.**

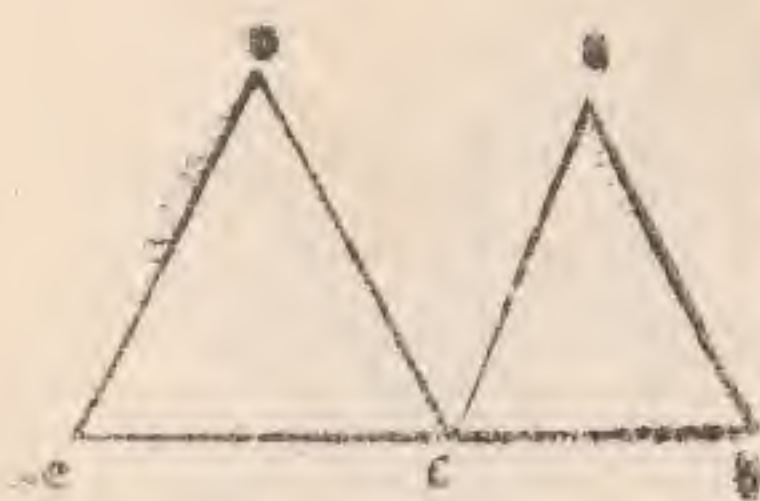


**S**i fuerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum  
 duo latera angulum illud continentia duobus alijs eorum  
 lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equi-  
 distantiam relata proportionalia. illos duos triangulos  
 super una lineam rectam constitutos esse necesse est.

**S**int duo trianguli. a. b. c. d. e. constituti super angulum. a. c. d. sitque. a. c. equidistant





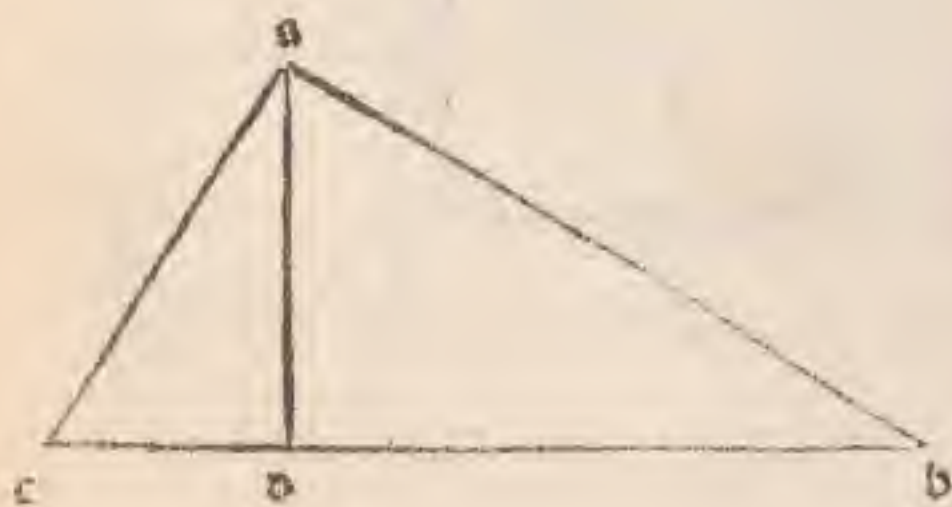


d.e.z.d.c.a.b..z sit proportio a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico qd due bases es  
 runt.b.c.z.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d.quia vterqz  
 eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presentē  
 yporhe.z.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli.z angulus.b.est equalis angulo  
 d.c.e.z angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt.ad.c.  
 sunt equales duobus rectis:ipsi eni equant tribus angulis vtriuslibet duorum tri/  
 angulorum:ergo p.14.primi.b.c.est linea vna:quod est propositum.

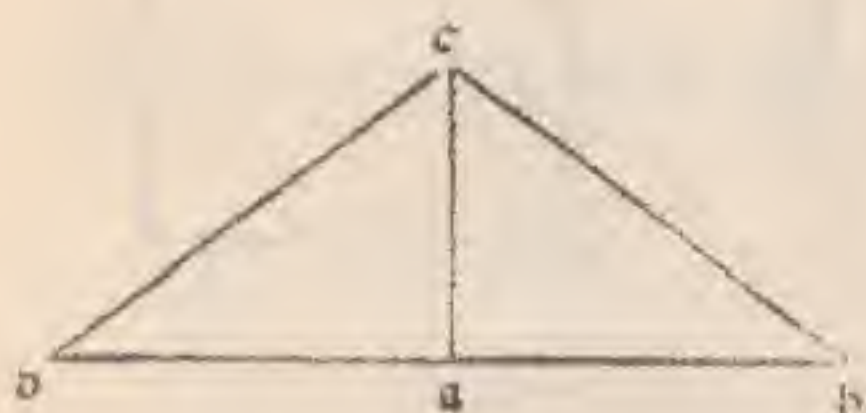
Propositio .31.



**I**n omni triangulo rectangulo superficies lateris q sub/  
 tenditur angulo recto equalis est superficiebus duorū la/  
 terum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū  
 fuerint similes ei in lineatione z creatione:



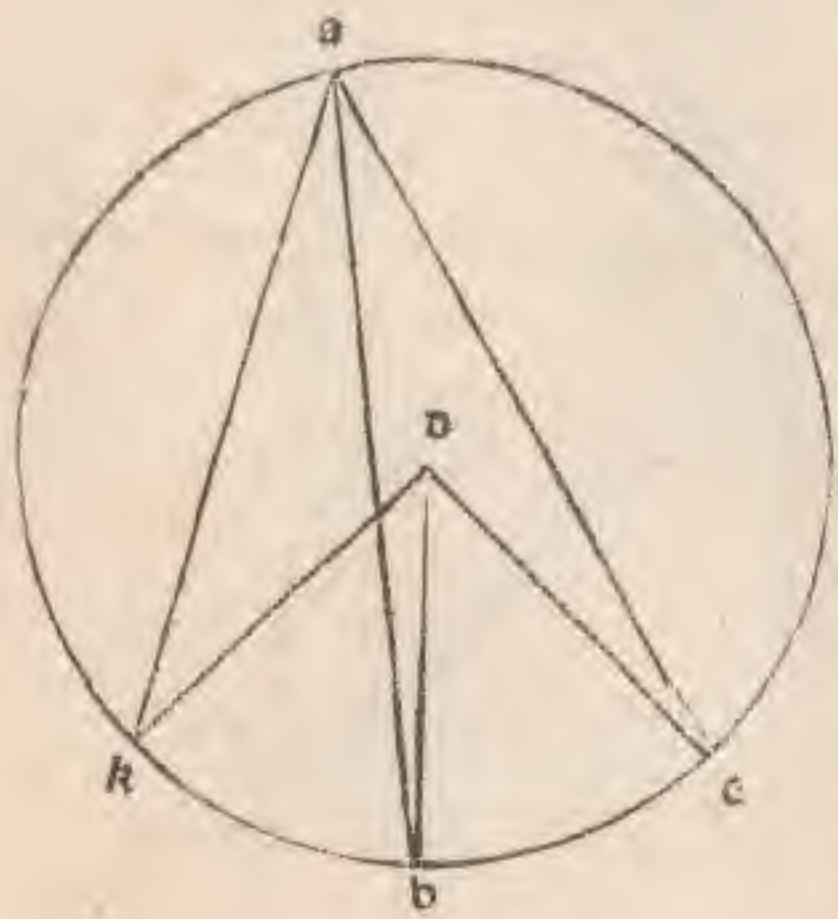
**Q**uod proponit penultima primi de superficiebus quadratis proponit  
 hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tato vni/  
 uersalior:quāto superficies laterata qdrato.¶ Sit itaqz triangulus rectangulus.a  
 b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico qd superficies constituta super latus.b.c.est  
 equalis duabus superficiebus constitutis super .a.b.z.a.c. cuz omnes tres super/  
 ficies fuerint similes in figura z situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c.  
 eritqz per secundā partem conel.8.huius proportio].b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c.  
 z.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaqz super quālibet triū linearum.b.c.c.a.z.a  
 b.fiat supficies similis alijs in figura z situ.erit per conel.17.huius pportio sup/  
 ficiei cōstitute sup.b.c.pma.ad cōstitutā sup.c.a.scōaz sicut.b.c.pme ad.d.c.itiā e  
 itē eiusdē supficiesi cōstitute sup b.c.pma ad cōstitutā sup .a.b.scōaz sicut.b.c.pme  
 ad.d.b.itiā ē idē conel.qre p cōuersā pportionalitatē supficiesi .a.c.ad supficiesi .c.b  
 sicut.c.d.ad.c.b.z sifr supficiesi .a.b.ad sifficiē .b.c.sicut .b.d.ad sifficiē .b.c.z ponat  
 a.c.pmaz.c.b.scōaz qtra z.c.d.supficies itia.z.a.b. supficies quita.z.b.d. supfi  
 cies sexta.z arguat p.24. quiti qd proportio superficiesi constitute super.b.c.ad.  
 duas superficies constitutas super.c.a.z.a.b.simul ē sicut.b.c.ad.c.d.z .d.b.simul  
 quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.z.d.b.simul sumptis .erit superfi/  
 cies constituta super .b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super .c.a.z.a.  
 b.simul sūptis:qd est ppositū.¶ Cōuersam quoqz huius possumus facile demon/  
 strare per modū demonstrationis vltime primi.sit eni triangul⁹.a.b.c. sitqz super/  
 ficies constituta sup .b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas line  
 as.a.b.z.a.c.sibi similibus.dico qd angulus.a.est rectus:ponā enim angulū.c.a.  
 d.rectū.z lineā.a.d.eqlē.a.b.z claudo sifficiē ducta linea.d.c.eritqz p hāc.31.supfi  
 cies cōstituta sup .c.d.eqlis duab⁹ cōstitut] sī duas lieas.c.a.z.a.d.sibi sili⁹.qre  
 etiā cōstitute sup .b.c.sibi sili.hec eni posita ē eqlis duabus cōstitutis sup .a.b.z.a  
 c.sibi silibus:erit ergo linea .b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus .a. ē rectus  
 qd est propositum.



Propositio .32.



**S**in circulis equalibus infra centrū siue supra circūferē  
 tiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanqz  
 proportio arcuū illos angulos suscipientium.



¶ Sint circuli .a.b.c.cuius centrū.d.z.e.f.g.cuius centrū.h.eqlēs:  
 sup quoz centra fiant duo anguli.b.d.c.z.f.h.g.z sup eoz arcūferē  
 tias alij duo qui sint .b.a.c.z.f.e.g.dico qd pportio anguloz tā eoz q sūt sup cētra







*proportio ad qm ad qm est sicut qm ad mediu et medij ad qm*

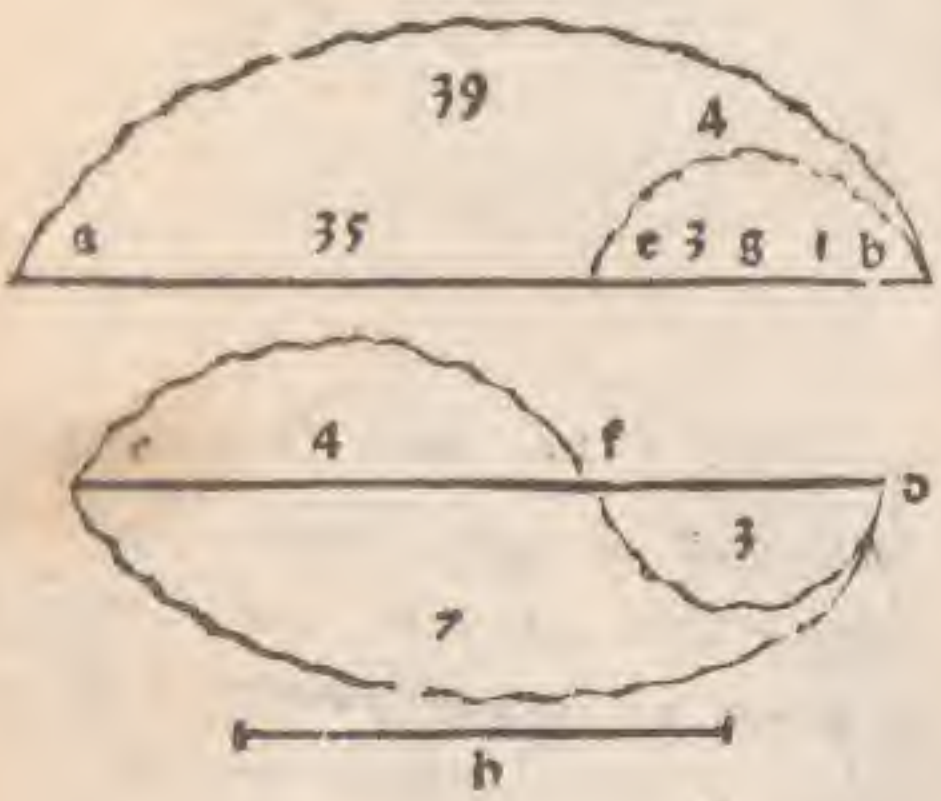
**D**enominatio dicitur proportionis minoris quide numeri ad ma-  
 iorem pars. vel partes ipsius minoris. que in maiore sunt. Maior  
 autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes: prout maior  
 superfluit. **S**imiles siue vna alij eadem dicuntur proportiones que  
 eandem denominationem recipiunt. Maior vero que maiorē. Mi-  
 nor autem que minorem. **N**umeri vero quoz pportio vna: ppor-  
 tionales appellantur. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadē  
 pportione minores sumi impossibile est. **P**etitiones sunt quatu-  
 mor. **E**nlibet numero quotlibet posse sumi equales prout liber. vlt  
 multiples. **Q**uolibet numero aliquē quātūlibet sumere posse ma-  
 iorem. **S**eriem numerorum in infinitum posse procedere. **N**ul-  
 lus numerus in infinitū posse diminui. **C**ōmunes animi cōceptio-  
 nes sunt decē. **O**mnis pars minor est suo toto. **Q**uicunq; eiusdē  
 siue equalium fuerint eque multiples: ipsi quoq; erūt eqles. **Q**ui-  
 bus idē numerus eque multiplex fuerit. siue quozq; eque multiples  
 fuerint equales: et ipsi etiam erunt equales. **O**mnis numeri pars ē  
 vnitas ab ipso denominata. **O**mnis pars est minor que maiorē ha-  
 bet denominationē: maior vero que minorem. **Q**uilibet numerus  
 totus est ab vnitate. quota pars ipsius ē vnitas. **Q**uicunq; numerus  
 in vnitatem ducitur. seipsum producit. **V**nitas quoq; in quēcūq; du-  
 cta producit eandem. **Q**uicunq; numerus numerat duos: numerat  
 quoq; cōpositum ex illis. **Q**uicunq; numerus numerat aliquē: nu-  
 merat omnem numeratum ab illo. **Q**uicunq; numerus numerat to-  
 tum et deductum: numerat residuum.

Propositio .1



**S**i a maiore duorum numerorum minor detrahatur. donec  
 minus eo supersit. Ac deinde de minore ipsum reliquum  
 donec minus eo relinquatur: Itēq; a reliquo primo reli-  
 quū secundū quousq; minus eo supersit: atq; in huiusce-  
 modi continua detractioe nullus fuerit reliquus: qui an-  
 tem relictum numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se  
 primos esse necesse est.

**S**int duo numeri. a. b. et c. d. e. d. minor detrahaturq; c. d. ex a. b. quotiens po-  
 test: et sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrahi. c.  
 d. detrahatur et ipse. c. b. ex c. d. quotiens potest. sitq; residuum. f. d. sed et f. d. detra-  
 hatur ex e. b. quotiens potest: et si residuum. g. b. q. sit vnitas. dico tunc duos nu-  
 meros. a. b. et c. d. esse contra se primos. Si enim sunt cōpositi numerabit eos cō-  
 muniter per diffinitionē aliquis numerus preter vnitatem qui sit. h. et quia. b. nume-  
 rat. c. d. numerabit. a. e. per penultimā cōceptionē: et quia idem numerat. a. b. nu-  
 merabit etiam. e. b. per ultimā cōceptionē. ergo et c. f. per penulē. quare et f. d. per  
 ultimā. ergo et g. e. per penulē. ergo et g. b. p. vlt. et quia. g. b. est vnitas. sequit nu-  
 merum esse partē vnitatis vel sibi equalem: quod est impossibile: erunt igitur. a. b.  
 et c. d. contra se primi quod est propositum. **Q**uod si duo numeri. a. b. et c. d. sint  
 contra se primi. non erit in hac mutua detractioe status anteq; ad vnitatem p-  
 ueniat. Et est istud conuersum eius q; auctor proponit. Si autē in hac mutua



*proportio ad qm ad qm est sicut qm ad mediu et medij ad qm*  
 et hinc est notum. n. duo q; pportio 24 ad q. apert. ex 25 pportio 24 ad q. ita ad q.  
 nā pportio 24 ad n. ē dupla / n. nō ad q. 24 p. Nūc duo denominatioes hanc pportio ad q. et tria  
 duo quia forma erat dupla et tria quia ē vnitas 24 p. Multiplicatio q; duo itera et hinc habebit ppo  
 pportioes. f. 24 ad q. q; ē pportio. Sicut hinc q; nō ad. a. b. c. Et pportio a ad c. sit h. pportio  
 nō a ad b. sit e. Et pportio b. ad c. sit f. Et illud q; sit pportio. f. sit p. Et pportio nō f.  
 ē. sit. b. hinc vñ vnitas hanc vnitas. f. f. multiplicat duos / q; q; pportio multiplicatioes et pportio  
 q; q; pportio. c. ad c. vñ p. ad b. hinc pportio a ad b. sit a. Et pportio a ad b. sit h. sit a.  
 hinc nō duo nō multiplicatioes alios duos et pportio ad q; q; pportio multiplicatioes et multiplicatio  
 vnitas / q; q; pportio. c. ad c. vñ p. ad b. hinc pportio a ad b. sit a. Et pportio a ad b. sit h. sit a.  
 vñ p. ad b. hinc pportio a ad b. sit a. Et pportio a ad b. sit h. sit a.



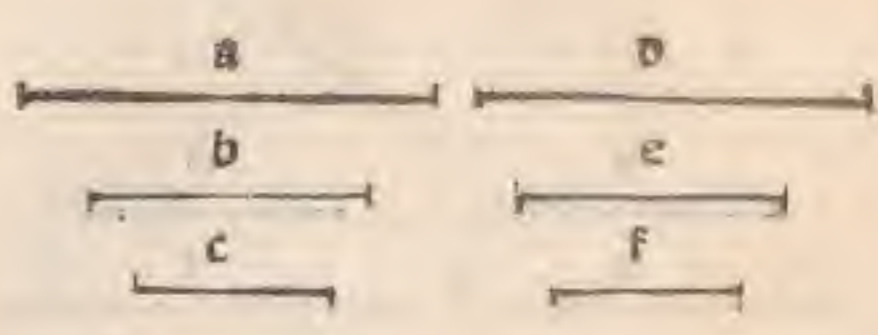
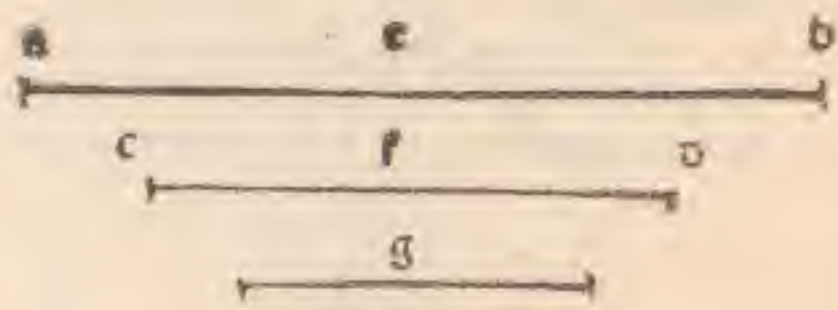
de tractione fuerit status anteq̄ perueniatur ad vnitatem: sit vt. g. b. sit numerus que detrahatur ab. f. d. z nihil sit residuū. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo p̄ penul. concept. numerat z. e. g. z quia etiam numerat se ipsū numerabit p̄ antepenul. cōcept. totum. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. sed ostensum est prius q̄ numerat. f. d. ergo per antepenul. numerat totum. c. d. quare p̄ penul. numerat. a. e. z q̄ ostēsum est prius q̄ etiā numerat. e. b. sequitur per antepenul. vt etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat vtrūq̄ duoz̄ numeroz̄. a. b. z. c. d. numeri. a. b. z. c. d. sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qd̄ est contra ypothe. ¶ Per hanc ergo viam propositis quibusq̄ duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractioe perueniat ad vnitatem. ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̄ perueniat ad vnitatem ipsi sunt compositi.

Propositio 2

**P**ropositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cōmunem eos numerante inuenire. ¶ An manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans numerat numerū maximum ambos numerantem. ¶ Sint duo numeri cōpositi. a. b. z. c. d. maior. c. d. q̄ ḡ numerat eos cōmuniter aliquis numerus p̄ diffinitionē. volo inuenire maximū numerū eos cōmuniter numeratē. fm̄ modū z̄ similitudinē prioris: minuo miore de maiori quoad possum. videlicet. c. d. de. a. b. z̄ sit residuū. e. b. itemq̄. e. b. de. c. d. quoad possum. z̄ sit residuū. f. d. z̄ quia huius diminutio nō pōt fieri infinities per vltimā petitionem: nec pōt etiā ad vnitatem peruenire in proposito per precedentē. quia tunc essent numeri p̄positi cōtra se primi. qd̄ est contra ypoth. sit ut cū detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q̄ nihil sit residuū. dico tunc. f. d. esse maximū numerum numerantē. a. b. z. c. d. Qd̄ enī numeret eos patet per penul. z̄ antepenul. cōcept. alternatim quotiens oportuerit repetiras sicut in demonstratione conuerse precedentis. Numerat enī. f. d. e. b. q̄ cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuū ergo z. c. f. per penul. cōcept. ergo z. c. d. p̄ antepenul. quare z. a. e. per penul. igitur z. a. b. per antepenul. Qd̄ aut nullus maior. f. d. numeret. a. b. z. c. d. sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numerans vtrūq̄ duoz̄ numeroz̄. a. b. z. c. d. quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit p̄ penul. concept. a. e. z̄ q̄ numerat. a. b. numerabit per vltimā. e. b. ergo per penul. numerat. c. f. z̄ quia etiam numerat. c. d. numerabit per vlt. f. d. maior videlicet minorē: quod est impossibile. Ex hoc scō p̄cessu liquet conel.

Propositio

**P**ropositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximum numeroz̄ eos cōiter numerantium inuenire. ¶ Priusq̄ hanc tertiā cōclusionē demonstramus: demonstrandū arbitramur ipsi āns: videlicet p̄positis tribus numeris qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq̄ tres numeri. a. b. c. de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi. per primā igitur inquirō an duo primi qui sunt. a. z. b. sint adinuicē p̄mi: qd̄ si sic nō erūt. a. b. c. adinuicē cōpositi. p̄ diffinitionē. Si aut. a. z. b. sūt adinuicē cōpositi: sit per precedentem. d. maxim⁹ numerus eos numerās: qui si numerat. c. erūt per diffinitionē. a. b. c. adinuicē cōpositi. Si autē nō numerat ipsū. s̄ ipsi. c. z. d. quidē sunt contra se primi. nō erunt. a. b. c. adinuicem cōpositi. Nā quicūq̄ numeraret eos: numeraret

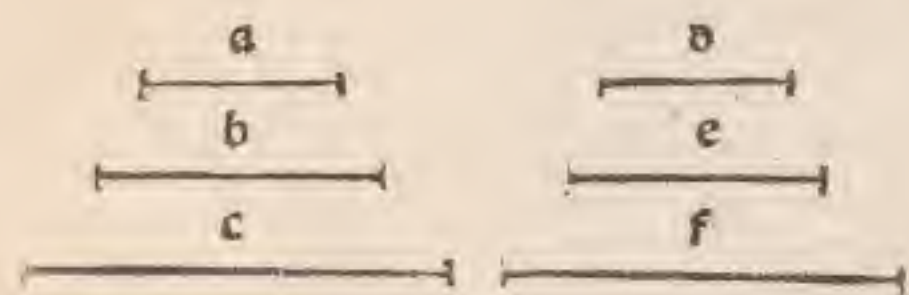


*Handwritten note:* Sicut proportio. sicut. b. et p. ad. b. et illa duo res s̄ equalis  
 hoc s̄ p̄ q̄ ad. a. d. ad. c. et p.





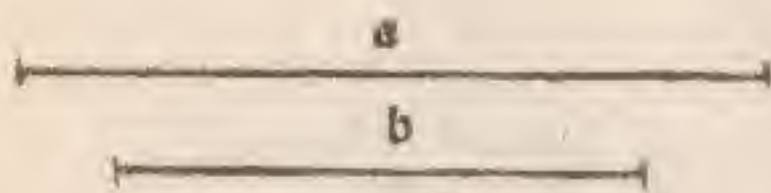
etiam .d. p. cor. precedentis. sicq; essent .d. z. c. cōpositi qđ est contra ypothe. Si autē .c. z. d. sunt cōpositi erunt etiā .a. b. c. adinuicē cōpositi. Sit enī per premisā .e. maximus numerans .c. z. d. qui etiā p. penult. cōcep. numerabit .a. z. b. quare per diffinitionē .a. b. c. sunt adinuicē cōpositi. ¶ Sili quoq; mō sciatur ppositis quotlibet pluribus qđ tribus an omnes sint ad inuicem cōpositi. Propositis itaq; trib<sup>9</sup> qui sunt adinuicem cōpositi. qui etiam sint .a. b. c. volo inuenire maximū numerū numerantē omnes. Sūmo fm doctrinā premisse .d. maximū numerantē .a. z. b. qui si numerat .c. ipse est que querimus. alioquin per cor. precedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat .c. erūt tamē .c. z. d. adinuicem cōpositi per ypothe. z cor. precedentis z diffinitionē. sit igitur maxim<sup>9</sup> eos numerans .e. dico .e. esse maximum numerantē .a. b. c. Qđ enim eos numeret patet per hanc vl. ypothe. que est ipsum esse maximū numerantē .c. z. d. z per penult. concep. Et qđ nullus eo maior numeret eos sic patet. sit enim si potest fieri .f. maior .e. qui numeret .a. b. c. qui cū numeret .a. z. b. numerabit p cor. premisse .d. z quia etiā numerat .c. numerabit p idē cor. .c. maior videlicet minorem quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior .e. numerans .a. b. c. qđ ē propositum. ¶ Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem cōpositos: unde nō oportuit eudidem de pluribus tribus hoc docere: quia idem est modus z ars in tribus z pluribus. Ex ultimo autē huius demonstrationis processu: possumus etiam istud cor. huic terrie conclusioni adijcere. Unde manifestum est qđ omnis numerus numerans quotlibet adinuicem cōpositos: numerat maximum numerantem eos omnes. z etiam maximos numerantes binos z binos eorum.



Propositio .4.



Quoniam duorum numerorum inaequalium minor maioris aut pars est: aut partes.

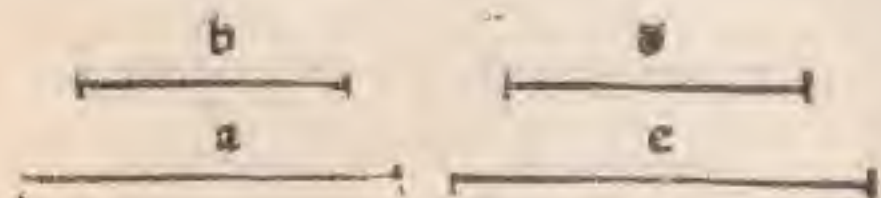


¶ Sint duo numeri .a. z. b. b. minor. dico qđ .b. est pars vel ptes. a. Aut enī .b. numerat .a. aut nō. si numerat pars eius ē p diffinitionē Si nō numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut nō: si non sunt adinuicem primi: habebunt per diffinitionem partem cōmunes: que quoties fuerit in .b. tot partes .a. dicetur esse .b. per diffinitionem. si autem sint adinuicem primi: quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata. patet idēz per vnitates.

Propositio .5.



Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quota primus secundi.



¶ Volens eudides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: partes eius qđ proposuit per primā quinti de quātitatibus in genere: proponit per hanc quintā huius septimi de numeris. Sint igitur .4. numeri .a. b. c. d. sitq; .b. tota pars .a. quota .d. c. dico qđ .b. z. d. pariter accepti sūt tota pars .a. z. c. pariter acceptoz: quota .b. est .a. diuisis enī .a. z. c. scōm quātitatē .b. z. d. arguētare sicut in prima quinti. erit enī ut totidē sunt ptes. a. quot .c. per positionē: z ut aggregatū ex pma pte. a. z pma. c. sit. equalē aggregato ex .b. z. d. similiter quoq; z aggregatū ex scōa pte. a. z scōa. c. z qđ hec aggregatio



totiens potest fieri quociens continetur. b. in. a. sequitur vt numerus equalis ag-  
gregato ex. b. z. d. totiens cōtineat in aggregato ex. a. z. c. quotiens. b. continetur  
in. a. quare constat propositū. **Propositio 6**

**S**i fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes scōi  
quote tertius quarti: erunt primus z tertius pariter acce-  
pti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quo-  
te primus secundi.

**Q**uod pponit premissa de parte: pponit ista de partib⁹. Sint itaqz  
vt prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitqz ut. b. sit tot z tote ptes. a. quot z quote. d.  
ē. c. dico qz. b. z. d. pariter accepti erunt tot z tote ptes. a. z. c. pariter acceptorum:  
quot z quote. b. est. a. dico autē tot z totas: qz prius pluralitas duobus numeris dif-  
finitur: quoz alter numerator dicitur alter denominator: ut cū dicim⁹ tres quinte: ter-  
narius numerat: quinquarius denominat. Quia igit. b. est ptes. a. sit vt sint ptes ei⁹  
numerate ab. b. z. denominate a. k. eritqz similiter p positionē. d. partes. c. nume-  
rate ab. b. z. denominate a. k. Vna itaqz ptiū. b. sit. e. z vna ptiū. d. sit. f. eritqz per  
ypothē. c. pars. b. denominata ab. b. z. pars. a. denominata a. k. Similiter quoqz  
z. f. erit pars. d. scōm. b. z. ps. c. scōm. k. Lōpositus igitur ex. e. z. f. sit. g. eritqz per  
premissam. g. ps. b. z. d. pariter acceptoz scōm. b. itēqz per eandē erit pars. a. z. c.  
pariter acceptoz scōm. k. quare per. 16. diffinitionē erunt. b. z. d. pariter accepti p/  
tes. a. z. c. pariter acceptozū numerate ab. b. z. denominate a. k. eo qz eorum cōmunis  
pars est. g. minoris fm. b. z. maioris fm. k. z. quia sic erat. b. a. constat ppositum.

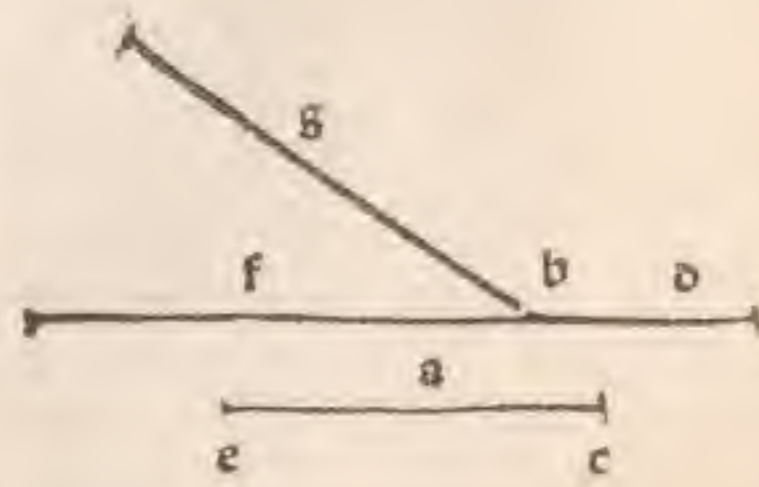
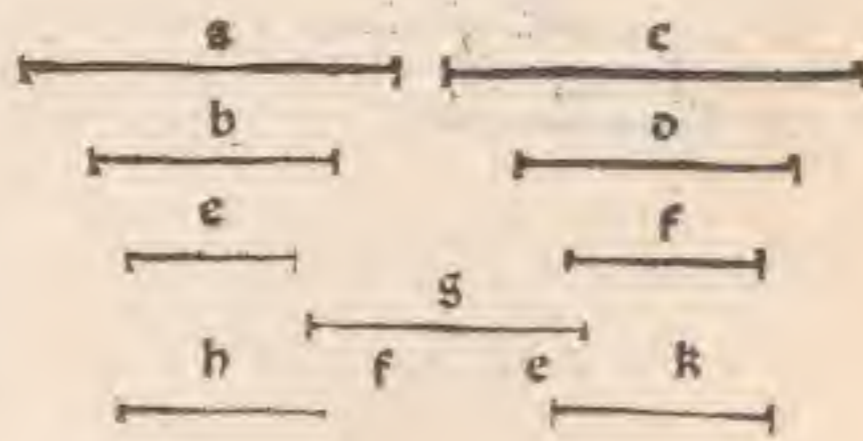
**P**otes autē z per hanc z premissā qd pponit de quatuor numeris ad quotlibet  
numeros ampliare: qz si quotlibet numeri minores ad totidem maiores cōparent  
fueritqz singule singuloz tota pars aut partes: quota vel quote primus scōi: erunt  
quoqz omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoz quota  
vel quote primus scōi. qd facile probatur p hanc z premissam: quotiens oportue-  
rit repetitas. Et si crederemus esse intentionē euclidis assumere ex prius demon-  
stratis aliqua ad demonstrationē eoz: que hic proponit ex. 13. quinti: facile demō-  
strassem⁹ hanc sextam. Nunc autem qz videt⁹ oppositū aliter enī superuacue pro-  
posuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in  
genere. Necessē habuimus proprijs vti demonstrationibus tanquā ex prioribus  
nihil sumentes: solis huius septimi contenti principijs: propter qd z petitiones z  
cōs animi cōceptiones ppositi proprijs nō incōuenienter huius septimi princi-  
pio apposuimus.

**Propositio 7.**

**S**i fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detra-  
baturqz ab ambob⁹ ipsa ps: erit reliquus tota ps reliqui  
quota totus totius.

**Q**uod proponit hic euclides de numeris proposuit superius in quin-  
ta quinti. de quantitibus in genere. Sit itaqz ut quota pars est to-  
tus. a. totius. b. tot⁹ sit. c. deductus ab. a. d. deducti. a. b. dico qz tota erit. e. resi-  
duus. a. f. residui. b. quota est totus. a. totius. b. z. hec est quasi cōuersa quinte. Sit  
enim p petitionē. e. tota ps. g. quota. c. est. d. eritqz p. 5. tota ps. a. cōpositi ex. g.  
z. d. quota est. c. d. quare z quota ē. a. b. igit per scōam cōceptionē cōpositus. ex. g.  
z. d. est equalis. b. dempto itaqz ab vtroqz numero. d. erit. g. equalis. f. quare erit

g 2





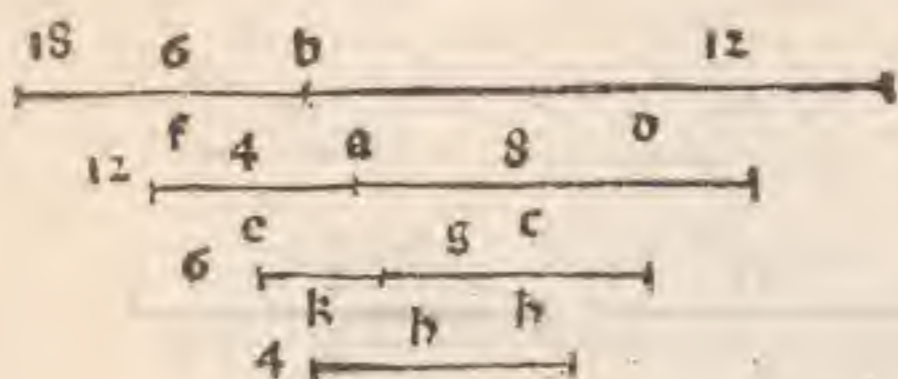
¶ tota pars. f. quota est. a. b. tota enim erat. e. g. quod est propositum.

Propositio 8



¶ Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahatur: erit reliquus reliqui eedem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte: ut si sit quot & quote partes est totus. a. totius. b. tot & tote. c. detractus ab. a. d. detracti. a. b. erit. e. residu<sup>9</sup>. a tot & tote partes. f. residui. b. quot & quote e. a. b. Sit eni. g. vna partium. a. & b. vna partium. c. eritq; ppter ypoth. g. tota ps. a. quota. b. c. & tota. b. quota. b. d. detrahatur igitur. b. de. g. & remaneat. k. eritq; k. p pmissa tota pars. e. quota. g. a. & tota. f. p eandem quota. g. b. quia igitur. e. & f. habent partem communem que e. k. erit per. 16. definitionem. e. partes. f. tot quidem quota pars est. k. e. & tote quota est. k. f. & quia tot et tote erat. a. b. patet propositum.

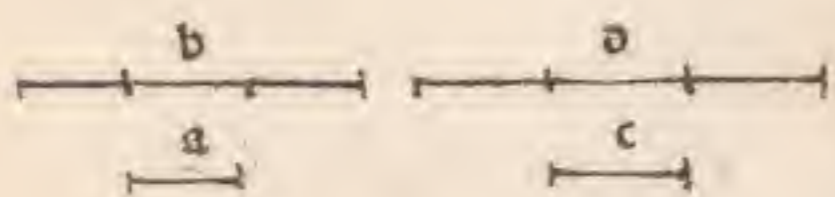


Propositio 9



¶ Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundus tota pars quota tertius quarti: erit permutatim tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit. a. primus tota pars. b. secundus quota. c. tertius. d. quarti. sintq; a & b. minores. c. & d. aliter eni esset econuerso ei quod proponitur. dico quod quota pars vel partes est. a. c. tota vel tote est. b. d. diuidantur eni. b. quidem in quatuor partes. a. d. vero in. c. eruntq; per presentem ypoth. tot partes. b. quot. d. & qz vnaqueq; partium. b. est equalis. a. & vnaq; d. c. est autem. a. c. ps aut partes per presentem ypoth. & per quatuor erit vnaq; partium. b. sue comparis ex partibus. d. ut prima prime secunda secunde: sicq; de ceteris tota ps aut partes quota vel quote est. a. c. per. 5. igitur vel. 6. sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes b. d. quota vel quote est. a. c. quod est propositum.

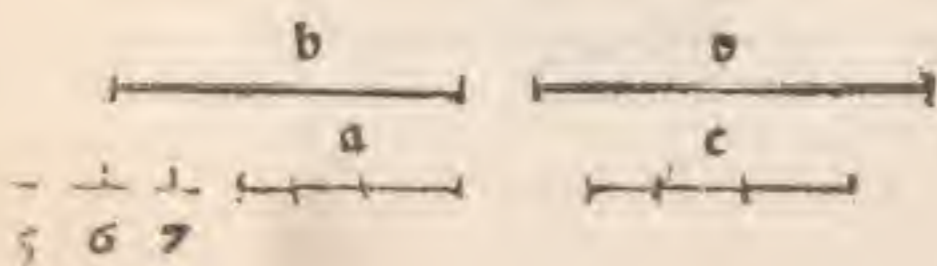


Propositio 10



¶ Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote partes secunde quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.

¶ Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. et b. sintq; a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico quod quota pars aut partes est. a. c. tota vel tote est. b. d. diuidantur enim minores in partes illas qui sunt. a. & c. eruntq; per presentem ypoth. tot partes. a. quot. c. & quia vnaq; ex partibus. a. est tota pars. b. quota quelibet ex partibus. c. est. d. hoc cui habemus ex nostra ypoth. erit permutatim per premissam: ut quota pars aut partes e. b. d. tota vel tote sit vnaq; ex partibus. a. sue comparis ex partibus. c. p quinta igitur vel. 6. sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota vel quote e. a. c. quod est propositum.



Propositio 11



¶ Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundus & tertius quarto sit maior: erit scds tota pars. aut partes primi quota vel quote quartus tertij. Quod si scds fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

¶ Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintq; a. & c. maiores: dico quod quota ps aut



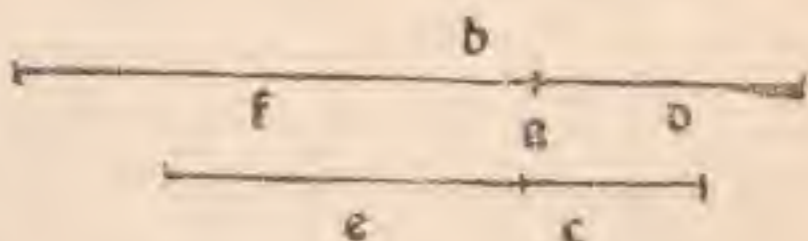
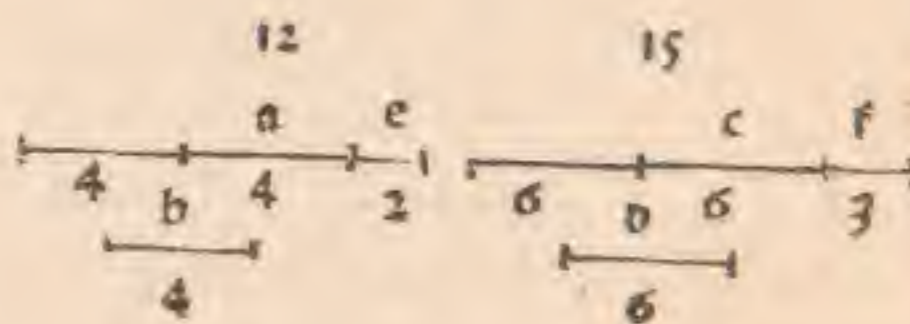
partes est. b. a. tota vel tote est. d. c. et cōuerso: erit enī p conuersionē diffinitōis similiū pportionū vt quotiens. b. in. a. totiens sit. d. in. c. et si qua ps aut ptes. b. superfluunt in. a. tota pars aut ptes. d. superfluant in. c. si itaqz contineat. b. in. a. sine superfluitate ptis: qz totiens sine superfluitate contineat. d. in. c. erit per diffinitio- nē filium ptium: quota ps. b. a. tota. d. c. qz si quotienslibet contineat. b. in. a. cu3 su- perfluitate partis: qz totiens contineat. d. in. c. cū superfluitate filis ptis distincto. a. fm. b. ut superfluat. e. atqz. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota ps. e. b. quota. f. d. At qz totiens contineat. b. in. d. a. a. ad. e. quotiens. d. in. d. a. c. ad. f. erit p cōem sciam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. cū igit. a. et. b. habeat. e. ptem cōmūnem: siliter. c. et. d. f. sit itaqz. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemqz. e. in. a. quotiens. f. i. c. erit per. 16. dif- finitionē. b. tot et tote ptes. a. quot et quote. d. c. Si aut. b. quotienslibet contineat in a. cū superfluitate quolibet ptium: qz totiens contineat. d. in. c. cū superfluitate totidem et similiū ptium: distincto. a. fm. b. vt superfluat. e. siliter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit e. tot et tote ptes. b. quot et quote. f. d. sumpta itaqz vna ex ipsis argumentandum ut prius: sicqz patz primū. ¶ Scōm sic. sit. b. a. tota ps aut ptes quota vel quote. d. c. dico qz erit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. si enī est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis fm partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quoti- ens. d. in. c. et totā partē aut ptes. b. superfluere in. a. quotā aut quote. d. superfluunt in. c. p diffinitionē itaqz est pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicqz liquet totum.

Propositio .12.



**S**i a duobus numeris fm suas proportiones duo nume- ri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanqz proportio totius ad totum.

¶ Qd proposuit euclides in. 19. quinti. de quātitatib<sup>9</sup> in genere: pro- ponit hic de numeris. vt si sit proportio totius. a. ad totum. b. sicut c. detracti. ab. a. ad. d. detractum. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residuū. b. sicut. a. ad. b. Si enim. a. sit minor. b. erit p presentē ypoth. et per cōuersionē diffinitōis. c. to- ta pars aut ptes. d. quota vel quote est. a. b. per. 7. igitur vel. 8. erit. e. tota ps aut partes. f. quota vel quote ē. a. b. per diffinitionē igitur erit pportio vna: qd ē pro- positū. Qd si. a. sit maior. b. erit per primā ptem pmissē quota pars aut ptes. b. a. tota vel tote. d. c. quare p. 7. vel. 8. tota vel tote erit. f. e. itaqz per scōam partē pre- misse. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare constat propositum. Ledunt aut huic. 7. et. 8. hec enim sola qz ambe ille continet. Volunt aut quidā scōam partē huius probare per 19. quinti: sed si hoc intenderet euclides: cum ista pponat particulariter qd illa vni- uersaliter vane illa demonstrata in quinto pposuisset hanc hic in septimo: et quia iterum non demonstrat eam simplr p. 19. quinti. At vero nec modū demonstratio- nis illius possunt affirmare ad demonstrationē huius cum illa demonstrat i quan- titatibus in genere. p pportionalitatē pmutatā que infra demonstratur in nume- ris. Existimo autem et rationabiliter conuinci videtur euclidem que vultū demon- stratoris arismetici: gratia decimi in quo sine numerorū aliqua precognitione trā- sire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quanti- tatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrāda de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui qz



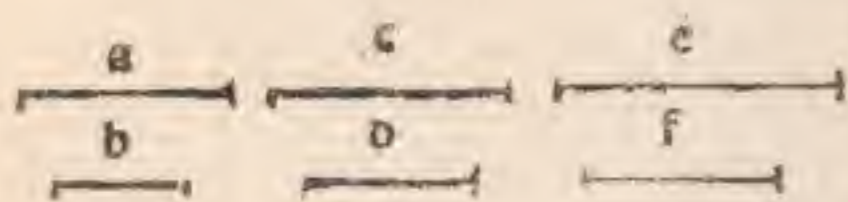


ea per que pcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quātitatum incōdicantium difficilia sunt: principia vero numerorū magis vltro se intellectui applicāt: faciliusq; q̄ illa. Egent enī illa intellectu magis disposito.

## Propositio .13.

**S**i fuerint quotlibet numeri pportionales quantus erit vnus aīis ad suū psequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.

**M**odū pponit euclides p. 13. quinti de quātitatib⁹ i genere pponit p hanc de numeris: vt si sint .a. b. .z. c. d. .z. e. f. pportionales dico q̄ q̄ ē pportio .a. ad .b. ea est q̄ .a. c. e. pariter acceptoz ad .b. d. f. pariter acceptos. Si enim .a. c. e. sint minores .b. d. f. erit per cōuersionē diffinitionis quota ps aut partes .a. b. tota vel tote .c. d. .z. e. f. per .5. ergo vel per .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes .a. b. tota vel tote .a. c. e. pariter accepti .b. d. f. pariter acceptoz: quare per diffinitionē pportio vna. Si autem .a. c. e. sint maiores .b. d. f. erit per primam partem .11. quota pars vel partes .b. a. tota vel tote .d. c. .z. f. e. per .5. ergo vel .6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes .b. a. tota vel tote .b. d. f. pariter accepti .a. c. e. pariter acceptoz. itaq; per scōdam partem .11. pportio .a. ad .b. sicut .a. c. e. pariter acceptoz ad .b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.



## Propositio .14.

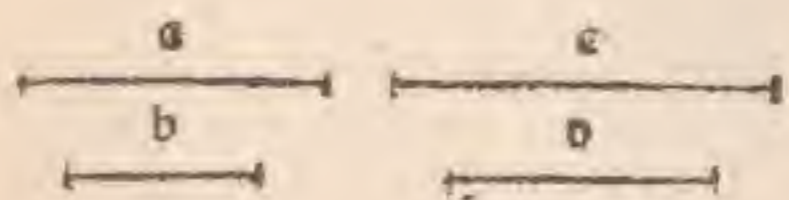
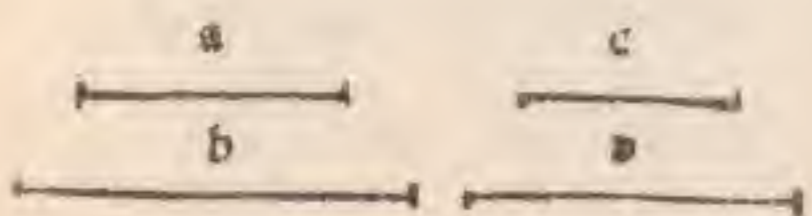
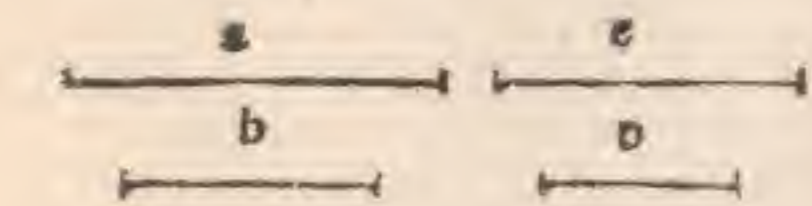
**S**i fuerint quatuor numeri pportionales: permutatum quoq; pportionales erunt.

**M**odū arguēdi qui dicitur pportionalitas permutata quā demonstrauit euclides per. 16. quinti in quātitatibus in genere: pponit hic demonstrandū i numeris: vt Si sit pportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit permutatum .a. ad .c. sicut .b. ad .d. erit enī .a. maior .b. aut minor: sicut quoq; et maior .c. aut minor. Sit itaq; primo minor vtroq;: erit ergo p presentem ppothe. et conuersionem diffinitionis .a. tota pars aut partes .b. quota vel quote .c. d. per .9. itaq; vel .10. erit pmutatum .a. tota pars aut ptes .c. quota vel quote .b. d. quare per diffinitionē pportio vna. Sit igitur .a. maior vtroq;: eritq; per primam partem .11. vt quota pars aut partes est .b. a. tota vel tote sit .d. c. quare per .9. vel .10. tota pars aut ptes erit .b. d. quota vel quote .c. a. igitur per scōdam partē .11. erit .a. ad .c. sicut .b. ad .d. Sit tertio .a. maior .b. .z. minor .c. eritq; p primā ptē .11. tota pars aut ptes .b. a. quota vel quote .d. c. quare per .9. vel .10. quota vel quote est .a. c. tota vel tote erit .b. d. per diffinitionē itaq; pportio vna: Vltimo quoq; sit .a. minor .b. maiorq; .c. eritq; vt tota pars aut partes sit .c. d. quota vel quote est .a. b. per .9. itaq; vel .10. erit tota vel tote .d. b. quota vel quote .c. a. quare per scōdam partem .11. b. ad .d. sicut .a. ad .c. sicutq; constat propositum: huic autē cedūt .9. vel .10. q̄ bec sola qd ambe ille proponit.

## Propositio .15.

**S**i fuerint quotlibet numeri alijq; scōm eorum numerum omnesq; duo ex prioribus scōm pportionem omnium duorū ex posterioribus i pportione equalitatis pportionales erunt.

**M**odū arguēdi qui dicit equa pportionalitas quā demonstrauit euclides p. 22. quinti de quātitatib⁹ in genere pponit hic demonstrandū in numeris





directe proportionalitatis: equā autē proportionalitatē quā demonstravit per. 23. quinti: e quātitatibus indirecte proportionalitatis non pponit demonstrādū i numeris: sed cā demonstrabim⁹ infra sup. 19. huius. Nec est necessariū ut pdemōstremus i numeris qd demonstratū ē p. 11. quinti de quātitatib⁹ i genere videlz si quotlibz pportioēs i numeris fuerint vni cōles vel eedē ipsas cē sibi cōles vel eadē. hoc enī manifestū ē per diffinitionē ut si. a. ad. c. z. c. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q̄z. c. f. tota ps aut partes. quora vel quote. b. d. aut totiēns continebit. a. c. z. e. f. quotiens. b. d. z tota pars aut partes superfluent. c. in. a. z. f. in. e. quora vel quote. d. in. b. qz ergo quora pars aut ptes ē. a. c. tota vel tote est. e. f. aut quotiens. a. continet. c. totiēns c. f. z quora pars aut partes. c. superfluent. in. a. tota vel tote. f. in. e. erit per diffi/ nitionē. a. ad. c. sicut. e. ad. f. Sint igitur ut pponitur numeri. a. b. e. z alij totidem c. d. f. sitqz. a. ad. b. sicut. c. ad. d. z. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico qz erit in equa ppor/ tionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. erit enī per premissam. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed z b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. igit per eandē. a. ad. e. sicut. c. ad. f. idē erit sumptis plurib⁹: sicqz cōstat ppositū. **Qm̄** autē euclides ceteras quatuor species proportionalitatis que sunt conuersa: coniuncta: disiuncta: euerfa: non pponit demonstrandas in numeris: cōueniēs arbitramur eas quas auctor tanqz facile de monstrabiles p̄termissit demonstrare: **Primū** itaqz demonstrabimus conuersā: vt si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qz erit ecōuerso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si enī fuerit. a. minor. b. tunc quoqz erit. c. minor. d. z tota pars aut partes. a. b. quora vel quote c. d. quare per scōdam prem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. si autem fuerit. a. maior. b. erit quoqz z. c. maior. d. z per primam partem. 11. b. tota pars aut partes. a. quora vel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c.

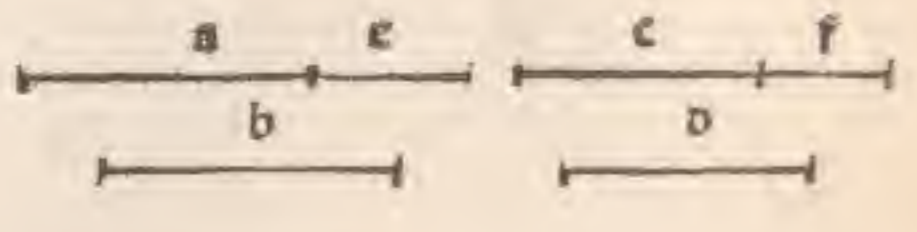
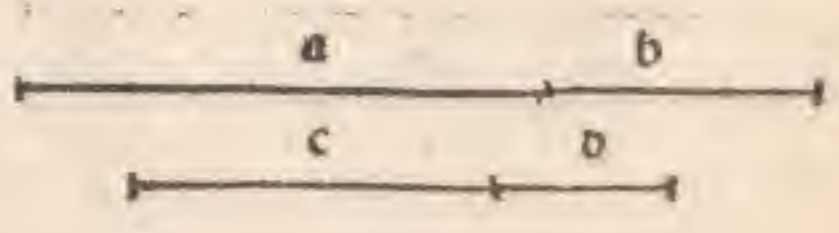
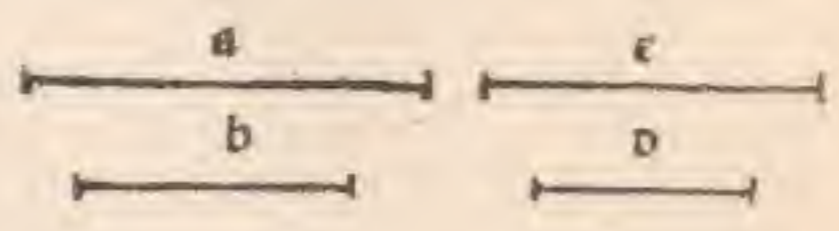
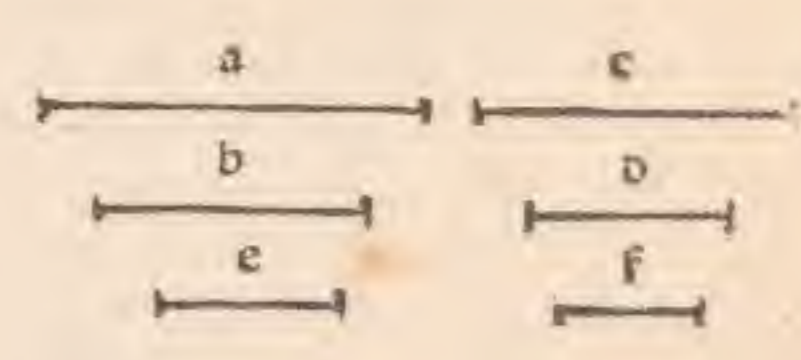
**Disiunctam proportionalitatem ostendere.** **Ut** si sit. a. b. ad. b. si cut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit enim permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. z p. 12. sicut. a. ad. c. qz ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit pmutati. a. ad. b. sicut c. ad. d.

**Coniuncte proportionalitati demonstrationem asserre** **Ut** si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit enī pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare p. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. pmutatim igitur erit. a b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.

**Euerfam proportionalitatem restat in nume ris stabilire.** **Ut** si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad c. erit enī pmutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. q̄re p. 12. sicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. patet itaqz totum. **Ex** his quoqz luce ē demon strare i numeris qz euclides pponit p penult. quinti de quātitatib⁹ i genere videlz qz

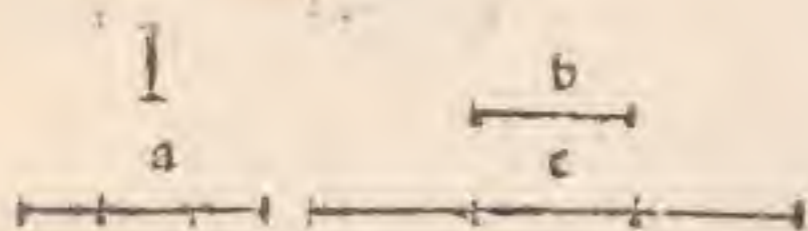
**Si** proportio primi ad scōm fuerit sicut tertij ad q̄rtū quinti quoqz ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pa/ riter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.

**Ut** si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemqz. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. z. e. pariter accepti ad. b. sicut. c. ad. f. pariter accepti ad. d. erit enim per conuersam proportio nalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut c. ad. f. ergo coniunctim. a. z. e. ad. e. sicut. c. z. f. ad. f. itaqz per equā proportiona/ litatem. a. z. e. ad. b. sicut. e. z. f. ad. d. quod est propositum. **Eodemqz** modo pro/ babis ecōuerso. si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. itēqz. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit. b. ad. a. z. e. sicut. d. ad. c. z. f. erit enim per conuersam proportionalitatē. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. z coniunctim. a. z. e. ad. c. sicut. c. z. f.



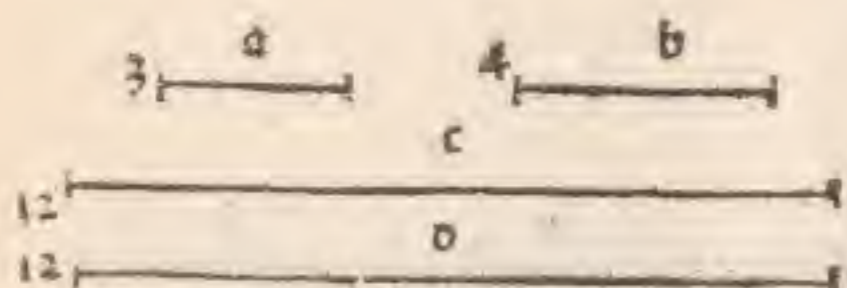


ad.f.igitur ecōuerso.e.ad.a.z.e.sicut.f.ad.c.z.f.per equā itaqz proportionalita-  
tem erit. b.ad.a.z.e.sicut.d.ad.c.z.f.qd̄ erat p̄positū. Ex hoc quoqz manifestū ē  
q̄ si fuerit p̄portio quotlibet numeroz ad primū sicut totidem alioz ad scōm. erit  
aggregati ex omnibus antecedentibus ad primū: ad primū sicut aggregati ex oibus  
antib⁹ ad scōm: ad scōm. iteqz ecōuerso si fuerit p̄portio p̄mi ad quotlibet numeros  
sicut scōi ad totidē alios: erit p̄mi ad aggregatū ex oib⁹ p̄ntib⁹ ad ipsū: sicut scōi  
ad aggregatū ex oib⁹ p̄ntib⁹ ad ipsū. **Propositio .16.**



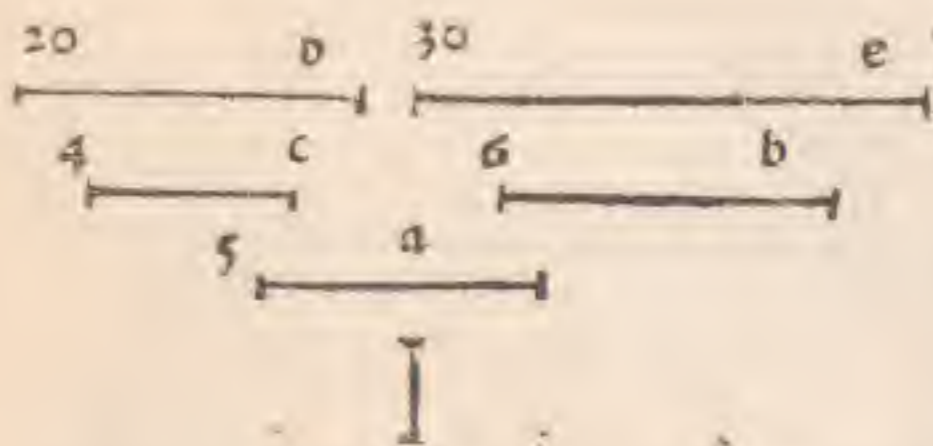
**S**i numeret vnitas aliquē numez quotiēs quilibet tertius  
aliquē quartū: erit quoqz p̄mutatū ut quotiēs vnitas nume-  
rat tertium totiēns secundus numeret quartum.

**U**t si sit vnitas ad.a. sicut. b. ad. c. erit p̄mutatum vnitas ad. b. si/  
cut. a. ad. c. Non supfluit aut̄ hec demonstrata p̄mutata p̄portione:  
non enī ex illa pōt cōcludi qd̄ hic proponitur. Nā illa demonstrata est de. 4. nume-  
ris p̄portionalibus: vnitas vero nō est numerus p̄ diffinitionē: hoc ergo mō pate-  
at p̄positum. diuidat̄. a. p̄ vnitates z. c. b̄ni quātitate. b. eruntqz per presentem  
ypothē. tot ptes. a. quot. c. z quia vnaqz partiū. a. est vnitas z vnaqz p̄mi. c.  
est equalis. b. erit ut quotiens vnitas in. b. totiēns vnaqz p̄tiū. a. in sua cōpari ex  
p̄tib⁹. c. p̄ modū itaqz demonstratiōis. 5. sequet̄ totiēns esse. a. in. c. quotiens vnitas  
in. b. qd̄ est p̄positum. **Propositio .17.**



**S**i duorum numeroz vterqz ducatur in alterum: qui in/  
de producentur erunt equales.

**S**icut si ex. a. in. b. pueniat. c. z ex. b. in. a. pueniat. d. erunt. c. z. d.  
equales: cū enī. b. multiplicatus p̄. a. pducatur. c. erit p̄ cōuersionē diffi-  
nitionis. b. in. c. quotiens vnitas in. a. ergo p̄ p̄missam erit. a. in. c.  
quotiens vnitas in. b. z qz totiēns est. a. etiā in. d. qz ex. b. in. a. fit. d. sequitur ut to-  
tiēs sit. a. i. c. quotiēs in. d. p̄ concept. igitur. c. z. d. sunt similes. Possumus quoqz  
hanc conclusionem alio modo p̄ponere: si duoz numeroz vterqz ducatur in alterū  
idē numerus vtroiqz pueniat: vt si ex. a. in. b. pueniat. c. idē etiā ex. b. in. a. pro-  
ueniat: qz enī ex. a. in. b. fit. c. erit ut prius p̄ cōuersionē diffinitionis. b. in. c. quoti-  
ens vnitas in. a. Et p̄mutatim p̄ p̄missam. a. in. c. quotiens vnitas in. b. quia  
igit̄. a. totiēns sibi coacernat̄ in. c. quotiens in. b. est vnitas: sequit̄ p̄ diffinitionem  
qz ex. b. in. a. fit. c. **Propositio .18.**



**S**i vnus numerus in duos ducatur: tantus erit duoz inde  
productozum alter ad alterum: quantus duozum multipli-  
catorum alter ad alterum.

**M**ultiplicet. a. vtrūqz duoz nūcroz. b. et. c. z pueniat. d. z. e. dico  
qz erit p̄portio. d. ad. e. sicut. b. ad. c. sequit̄ enī p̄ cōuersionē diffini-  
tionis eius qd̄ est multiplicari ut. b. in. d. z. c. in. e. fit quotiens vnitas in. a. quare  
p̄ diffinitionē p̄portio. d. ad. b. ē sicut. e. ad. c. equaliter enī eos continent. qz quo-  
tiens. a. vnitate: ergo p̄mutatim. d. ad. e. sicut. b. ad. c. quod est p̄positum. **Propositio .19.**

**S**i duo numeri vnū multiplicent: erit proportio duozū  
inde p̄ductoz tanqz duozum multiplicantium.

**E**x conuersione antecedentis p̄missē concluditur hec eadē passio  
que in p̄missa: vt si vterqz duoz numeroz. b. z. c. multiplicet. a. et



pueniant. d. z. e. erit. d. ad. e. sicut. b. ad. c. erit eni p ante pmissa ut ex. a. in. b. z. c. fiat. d. z. e. qre p pmissa. d. ad. e. sicut. b. ad. c. qd e ppositu: Potes aut qd pro ponit p hanc z pmissa de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare : q si vnus multiplicet quotlibet erit pductor z multiplicator vna pportio. Si qz si quotlibet multiplicet vnū erit pductor z multiplicantium vna pportio qd p hanc z pmissa quotiens oportuerit repetitas facile pbabis. Hic aut ut supra polliciti sumus demonstrare volumus equā pportionalitatē in quotlibet numeris duoz or dinū indirecte pportionalitatis quā demonstrat euclides p. 23. quinti i quantitati bus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

¶ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoqz in eadem pportione proportionales erunt.

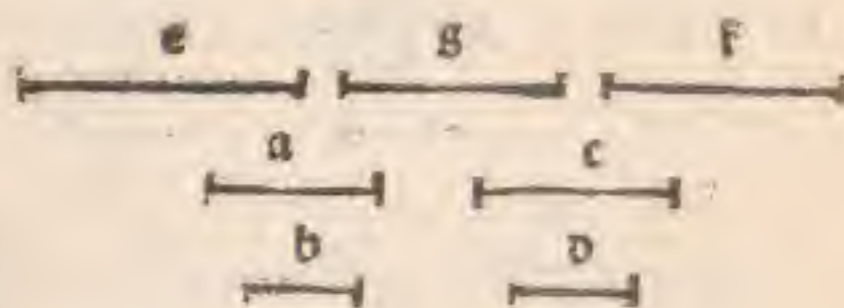
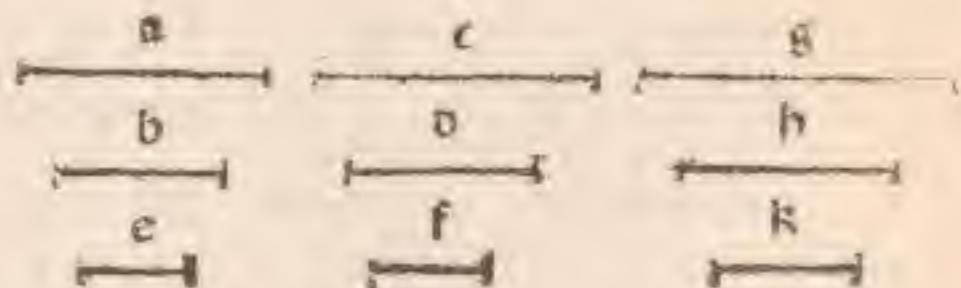
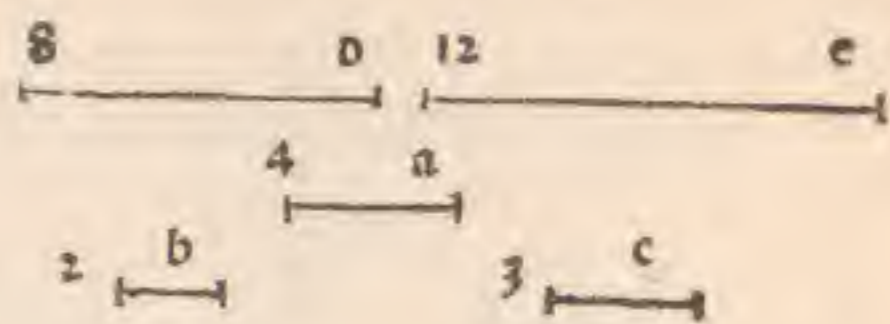
¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. d. ad. f. z. b. ad. e. sicut. c. ad. d. erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ducatur eni. c. in. d. z. f. z. pueniant. g. z. h. eritqz per pmissam. g. ad. b. sicut. d ad. f. quare z sicut. a. ad. b. ducar. itē. f. in. d. z. pueniat. k. eritqz per hanc. 19. g. ad k. sicut. c. ad. f. z. qz ex. f. in. d. fit. k. fiet idem ecōuerso p. 10. ex. d. in. f. quia igit ex c. z. d. in. f. fiunt. b. z. k. erit p hanc. 19. b. ad. k. sicut. c. ad. d. quare sicut. b. ad. c. et qz iam ostensum est qz c. g. ad. b. sicut. a. ad. b. erit p. 15. a. ad. e. sicut. g. ad. k. sed sic erat etiam. c. ad. f. est igitur. a. ad. e. sicut. c. ad. f. quod est ppositum. Idem pro babis si fuerint in vtroqz ordine numeri plures tribus quēadmodum probatur in 23. quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propositio .20.



¶ Si fuerint quatuor numeri proportioales qd ex ductu pri mi in vltimū pducetur equū erit ei qd ex ductu secundi in tertiu. Si vero qd ex primo i vltimū pducet equū ē ei qd ex secundo in tertiu: illi quatuor numeri sūt pportioales.

¶ Quod proposuit euclides per. 15. sexti de quatuor lineis pportio nalibus: pponit hic de quatuor numeris pportionalibus. verbi gratia. Sit ppor tio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. fiatqz ex. a. in. d. e. z ex. b. in. c. f. dico qz. e. z. f. sunt equa les econuerso: ducatur enim. a. in. b. z. fiat. g. eritqz per. 18. g. ad. c. sicut. b. ad. d. et qz per. 17. ex. b. in. a. fit. g. z ex eodē. b. i. c. f. erit p. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. sed p. 14. est. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. eāles igit sūt. f. z. e. qd est pmi. Nec oportet pdemonstrare si vni⁹ numeri ad duos sit vna pportio qz ipsi sūt eāles: aut si ipsi sūt eāles qz vni⁹ ad ipsos sit vna pportio. Si enim est vna pro portio. g. ad. c. z ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. c. quota vel quote idem est. f. z tunc per conceptionem patet. e. z. f. esse eāles: aut totiens. g. continebit. e. quotiens. f. z superfluent in eo tota pars vel partes. e. quota vel quote in eodem superfluent. f. z tūc etiam per conceptionē patet eos esse equales. Qd si ipsi fue rint equales patet per conceptionē qz aut. g. erit tota pars vel partes. e. quota vel quote. f. z tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad vtrumqz eorum pportio vna: aut equaliter continebit vtrumqz cum superfluitate similiū z tot numero par tium: z tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrumqz pportio vna. ¶ Se/ cundū sic patet: sit. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. pducto ex. b. in. c. dico qz p/ portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. z est hec conuersa prime partis. Sit enim vt prius





g. qui fit ex a. in b. z quia e. z f. sunt eq̄les. erit g. ad vtrūq̄ eorum proportio vna z quia vt prius per. 18. g. ad f. sicut a. ad c. z ad e. sicut b. ad e. erit a. ad c. sicut b. ad d. quare permutatim a. ad b. sicut c. ad d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus q̄ ille qui ex ductu primi in tertium p̄ducitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit fuerit equalis quadrato medij: q̄ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. hoc enī facile demonstratur per hanc. 20. medio illorum trium numerorum equali assumpto: quēadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio 21.

**N**umeri secundū quālibet proportionem minimi: numerant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

**S**int a. z b. minimi numeri in sua proportione. sitq̄ c. ad d. sicut a. ad b. dico q̄ a. numerat. c. z b. d. equaliter. Cum sit enim a. ad b. sicut c. ad d. erit permutatim a. ad c. sicut b. ad d. erit igitur a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. si itaq̄ fuerit pars constat propositum: At si partes sit e. vna partium a. z f. vna partium b. z quia tota pars est e. c. per ypothe. quota f. d. erit per diffinitionem proportio e. ad c. sicut f. ad d. quare p̄mutatim e. ad f. sicut c. ad d. quare etiam sicut a. ad b. non sunt itaq̄ a. z b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq̄

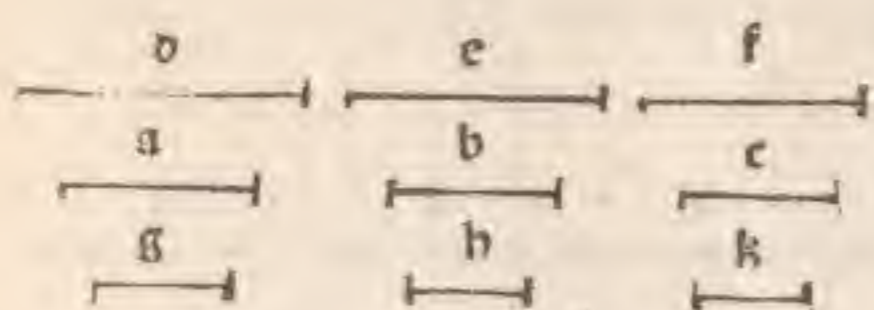
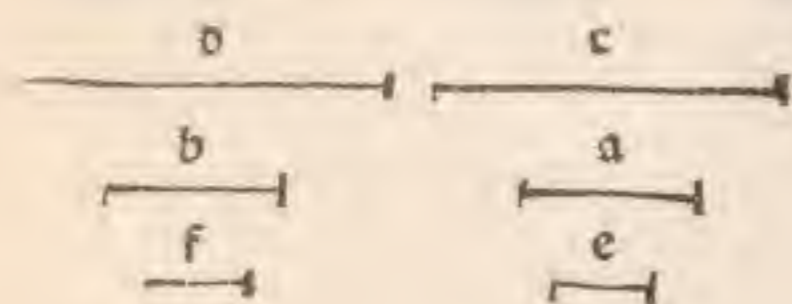
**Q**uotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportione quisq̄ suum correlatiuū equaliter.

**U**t si sint a. b. c. minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintq̄ in eadem vel eisdem d. e. f. ita q̄ sit d. ad e. vt a. ad b. z e. ad f. vt b. ad c. dico q̄ a. numerat. d. z b. e. z c. f. equaliter: quia enim est a. ad b. vt d. ad e. erit permutati a. ad d. vt b. ad e. et quia b. ad c. ut e. ad f. erit etiam permutati b. ad e. ut c. ad f. quare b. ad e. z c. ad f. sicut a. ad d. z quia a. b. c. sunt minores d. e. f. erit b. e. z c. f. tota pars aut partes. quota est a. d. Si itaq̄ pars constat propositū. At si partes sit g. vna partium a. z b. vna partium b. z k. vna c. eritq̄ per presentē ypothe. tota pars b. e. z k. f. quota g. d. quare per diffinitionē b. ad e. z k. ad f. sicut g. ad d. permutatim igitur erit g. ad b. vt d. ad e. z h. ad k. vt e. ad f. quare g. ad b. ut a. ad b. z b. ad k. vt b. ad c. quia ergo g. b. k. sunt minores a. b. c. z i eadem proportione sequitur contrarium positi.

Propositio 22

**S**i fuerint duo numeri sc̄dm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

**S**int duo numeri a. z b. sc̄dm suaz proportionem minimi. dico q̄ ipsi sunt contra se primi. Si enim nō numeret eos c. in d. z e. erit q̄ per. 18. d. ad e. sicut a. ad b. z quia d. z e. sūt minores a. z b. sequitur a. z b. non esse sue proportionis minimos: q̄d ē p̄riū positioni. Si r̄ quoq̄ **S**i fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum p̄portionum





sive eadē sive diuerse fuerint mīmi. nullus numerus numerabit om̄s.

¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in p̄tinuatione suaz p̄portionū: dico q̄ nullus numerabit om̄es. Sin autem numeret eos. d. a. quidē. fm. e. b. vero fm. f. z. c. fm. g. eritq; p. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. z. f. ad. g. sicut. b. ad. c. qz ergo. e. f. g. sūt minores a. b. c. z fm p̄portionē eorum nō erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod ē inconueniens. ¶ Quāq; autē nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus: ducto etenim quolibet numero in aliquē ad se p̄imū ac vtroq; eoz in aliquē tertiū ad vtrunq; p̄imū: prouenient tres numeri quoz quisq; duo erunt cōpositi. Null⁹ tamē numerabit om̄s. Sint enī. a. b. c. tres numeri quoz quisq; sit p̄imus ad alios: ducatq; a. in. b. z. c. z proueniat. d. z. c. itaq; b. in. c. z proueniat. f. dico quosq; duos ex. d. e. f. esse adinuicem cōpositos tamē nullus numerabit om̄es duos quosq; p̄ esse cōpositos. a. enim numerat. d. z. c. b. vero. d. z. f. z. c. e. z. f. Qd autē nullus numeret oēs: patebit prius demōstrato q̄ a. est maximus numerans. d. z. e. b. quoq; maxim⁹ numerās. d. z. f. z. c. maximus numerās. e. z. f. hoc autē sic cōstat: si enī. a. nō ē maxim⁹ numerās. d. z. e. sit itaq; g. numeretq; d. fm. b. z. e. fm. k. eritq; p̄ scōdam p̄tē. 20. a. ad. g. sicut. b. ad. b. itaq; p̄ eadē. a. ad. g. sicut. k. ad. c. qz ergo. a. est minor. g. erit. b. minor. b. z. k. minor. c. z qz b. ad. k. sicut. b. ad. c. vtraq; enī ē sicut. d. ad. e. p. 18. bis assumptā. sunt autē: b. z. k. minores. b. z. c. erit p̄ imediate sequētē z per hāc ypoth. q̄. b. z. c. sint p̄tra se p̄imi reperire minimis minores: qd qz ē impossibile: erit. a. maxim⁹ numerās. d. z. e. Eodēq; mō p̄babit q̄. b. sit maximus numerās. d. z. f. z. c. maxim⁹ numerās. e. z. f. si quis ergo numerat. d. e. f. p̄ coroll. scōde ter assumptū ipse numerabit a. b. c. sed quisq; eoz p̄imus erat ad reliquos. Accidit igit̄ impossibile. Sit quoq; ¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat scōm cōtinuationē suaz p̄portionū sunt minimi. ¶ Ut si sint. a. b. c. quilibet numeri quos oēs nullus numerat. dico q̄ ipsi sunt in continuatione suaz p̄portionū minimi. Alioquin sint minimi. d. e. f. qui p. 21. numerabunt. a. b. c. quisq; suū relatiuum equaliter. sit ergo vt scōm. g. eritq; per. 17. vt viceuersa. g. numeret. a. b. c. scōm. d. e. f. quare accidit p̄rium positioni.

Propositio .23.

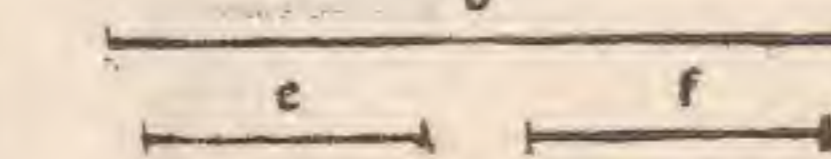
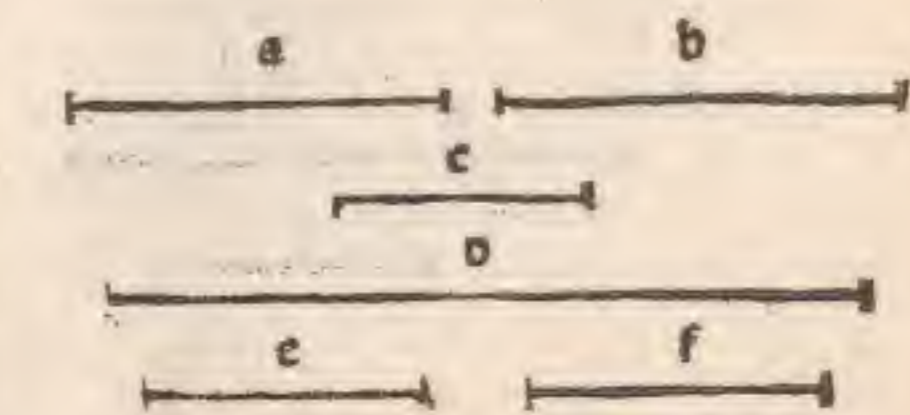
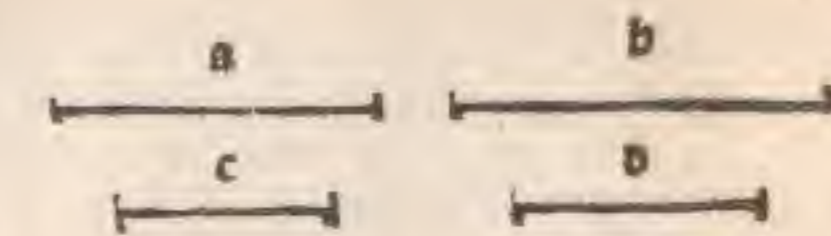
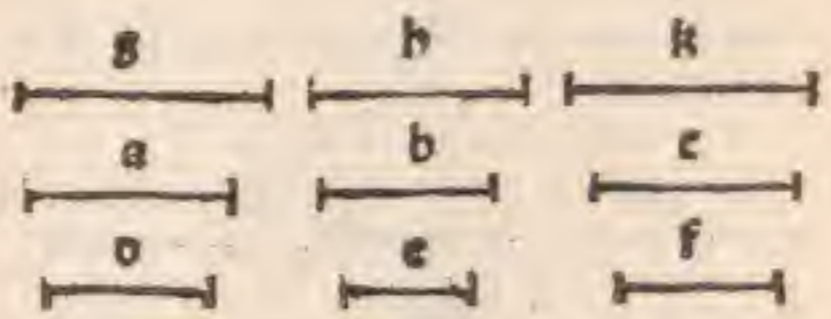
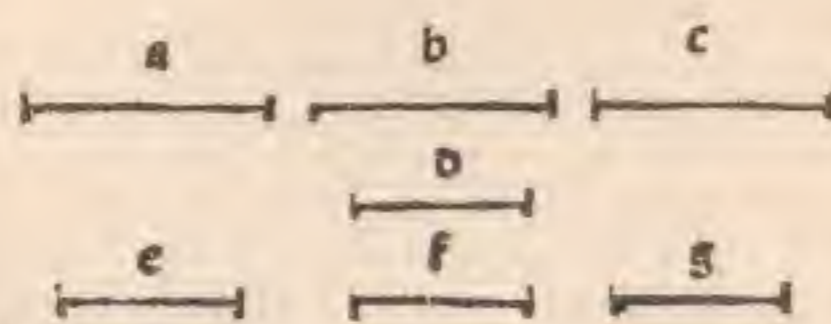
¶ Quilibet numeri p̄tra se p̄imi sūt fm suā p̄portōem mīmi: ¶ Hec ē cōuersa p̄missa vt si duo numeri sint. a. z. b. p̄tra se p̄mi: ipsi erūt fm suā p̄portionē minimi: sin autē sint minimi i eadē p̄portōe si possibile ē. c. z. d. cōstat itaq; p. 21. q. c. numerat. a. z. d. b. eq̄lter sit igitur vt scōm. e. erit per. 17. vt viceuersa. e. numerat. a. z. b. a. quidem scōdū. c. z. b. scōm. d. non sunt igit̄. a. z. b. p̄ se p̄mi qd ē p̄ ypoth.

Propositio .24.

¶ Si fuerint duo numeri cōtra se p̄imi. si quis vnū eoz numeret ad alterū eē p̄imus necessario comprobatur. ¶ Sit. a. z. b. p̄ se p̄mi. c. vero numeret. a. dico q̄. c. p̄m⁹ ē ad. b. alioqui nūeret eos. d. q̄ p̄ penul. p̄cept. nūerabit etiā. a. nō sūt s̄. a. z. b. p̄ se p̄mi. d. enī numerat ābos.

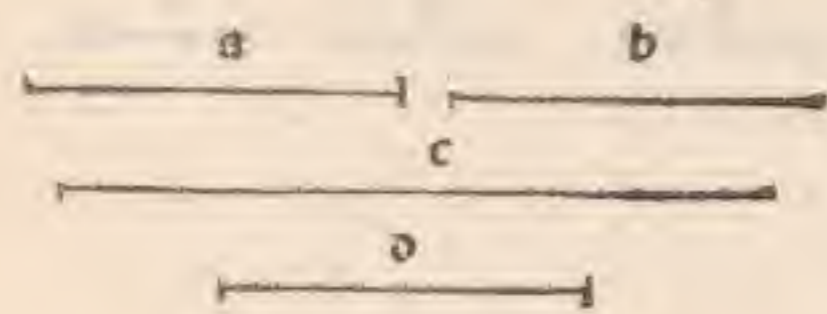
Propositio .25.

¶ Si fuerint duo numeri ad aliū quelibet p̄imi qui ex ductu vnus in alterū p̄ducetur. ad eundem erit p̄imus. ¶ Sit vterq; duoz numeroz. a. z. b. p̄imus ad. c. z ex. a. in. b. sit. d. dico q̄. d. est p̄imus ad. c. aliter enī numeraret eos. e. d. qdā fm. f.





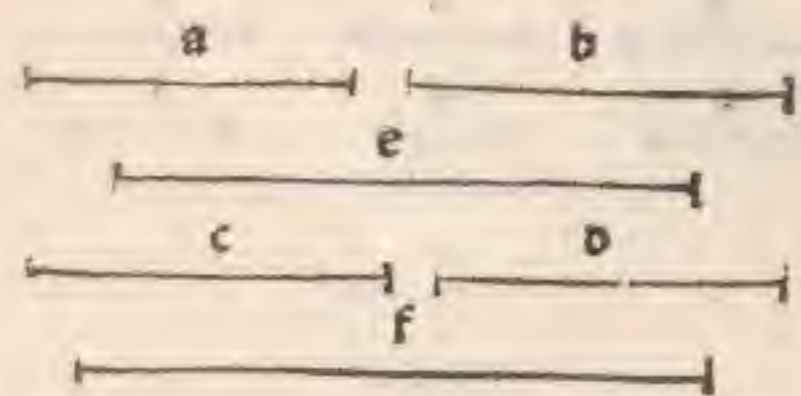
eritq; p scdam ptē. 20. a. ad. c. sicut. f. ad. b. et qz. a. et c. sūt pmi et .e. numerat. c. ipse erit p. 24. primus ad. a. qre p. 23. a. et e. sunt scdm suā pportione minimi: sequit ergo p. 21. ut. e. numeret. b. et qz positū ē q ipse numeret. e. nō erunt. b. et c. q se pmi: qd est contra ypothe.



Propositio 26.



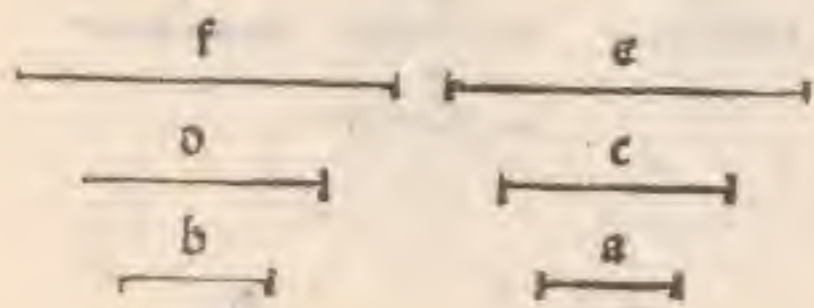
**S**i fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorum in se ipsum producit ad reliquum est primus. ¶ Sint cōtra se primi .a. et .b. et ex .a. in se fiat. c. dico q. c. primus est ad. b. sit enim. d. equalis. a. eritq; .d. primus ad. b. et ex .a. in. d. fiet. c. per premissam igitur patet. c. primū esse ad. b. qd proposuimus.



Propositio 27.



**S**i duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq; ad vtrūq; fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus produceretur erit primus. ¶ Sint. a. et .b. piores. c. et .d. posteriores: sitq; vterq; duoz. a. et .b. primus ad vtrūq; duoz. c. et .d. et ex .a. in. b. sit. e. et ex .c. in. d. f. dico q. e. primus est ad. f. hoc aut. 25. ter assumpta euidenter concludit: cū eni fiat. e. ex. a. et .b. quozum vterq; primus est ad. c. et ad. d. erit per ipsam. e. primus ad. c. et item p ipsam primus ad. d. quia item. f. sit. ex. c. in. d. quoz vterq; primus est ad. d. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. qd ē ppositū.



Propositio 28.



**S**i fuerint duo numeri contra se primi ducaturq; eorum vterq; i seipsum: erunt inde producti cōtra se primi. Itē qz si in vtrūq; productoz suum ducatur principiu: erūt quoq; producti contra se primi.

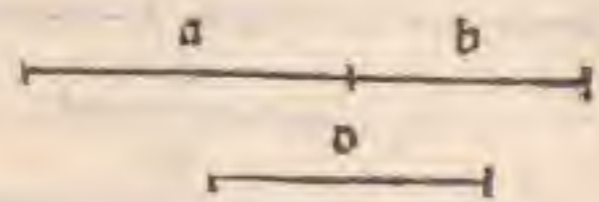
¶ Sint. a. et .b. cōtra se primi: ducaturq; vterq; in se: et proueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. itēq; ducatur. a. in. c. et proueniat. e. et .b. in. d. et proueniat. f. dico. c. et .d. esse contra se primos: itēq; .e. et .f. contra se primos: est enim per. 26. c. primus ad. b. per eandē igitur erit. d. primus ad. a. et ad. c. sicq; constat primum qd ē. c. et .d. esse contra se primos. ¶ Reliquum sic: est eni vterq; duoz numerorum a. et .c. primus ad vtrūq; duoz. b. et .d. itaq; per. 27. erit. e. primus ad. f. qd est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiā per. 25. ad. b. et ad. d. itēq; per eandē. f. ad. a. et .c. sicq; si infinites ducere vtrūq; productoz in suum principium essent omnes producti contra se primi: et non solum sed quilibet eductus ab a. ad quemlibet eductum. a. b.

Propositio 29.



**S**i fuerint duo numeri contra se primi: qui ex ambobus coaceruatur ad vtrūq; eorum erit primus. Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrūq; eorum fuerit primus duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

¶ Sint. a. et .b. cōtra se primi: dico q. ex eis cōpositus. a. b. ad vtrūq; eorum erit primus et cōuerso. nā si. d. numerat totū. a. b. et alterz eoz numerabit p cōez sciaz et reliquū. qre nō erūt q se pmi: s; hoc positū fuerat: p; ergo pmi. Scdm sic: sit. a. b. primus ad vtrūq; suoz componentium qui sunt. a. et .b. dico q. a. et .b.





sunt p̄tra se primi: posito enī q̄. d. numeret vtrūq; duorum numeroꝝ. a. z. b. sequitur per eōdem sciam q̄ etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum duoz numeroꝝ. a. z. b. erit. a. b. primus: sed positum erat q̄ esset ad vtrūq;. Accidit igitur impossibile. Eodē quoq; mō si coacruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquū. ideoq; z coacruati inter se: sit enī cōpositus ex. a. z. b. primus ad. a. dico q̄ erit etiā primus ad. b. alioquin numeret eos. d. qui per cōceptionē numerabit z. a. cum numeret totum z detractum: hoc autē inueniens erat enī cōpositus ex. a. z. b. primus ad. a.

Propositio .30.



Om̄nis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q̄ aliquis primus numerat ipsū: q̄ enī est cōpositus numerabit ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verū erit qd̄ dicit. si autē cōpositus sit. c. qui numerat eum: qui etiā per eōdem sciam numerabit. a. si ergo vel ipse fuerit primus constat qd̄ dicit. At si cōpositus necessario numerabit eū. alius qui sit. d. qui etiā per eōdem sciam numerabit. a. de quo rōcinare vt prius: q̄ ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile z contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Om̄nis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

Propositio .32.



Om̄nis numerus primus ad omnē quē nō numerat ē primus.

Sit. a. numerus primus non numerās. b. dico q̄. a. z. b. sūt cōtra se primi. si enī. c. numerat eos nō est verū q̄. a. sit primus.

Propositio .33.



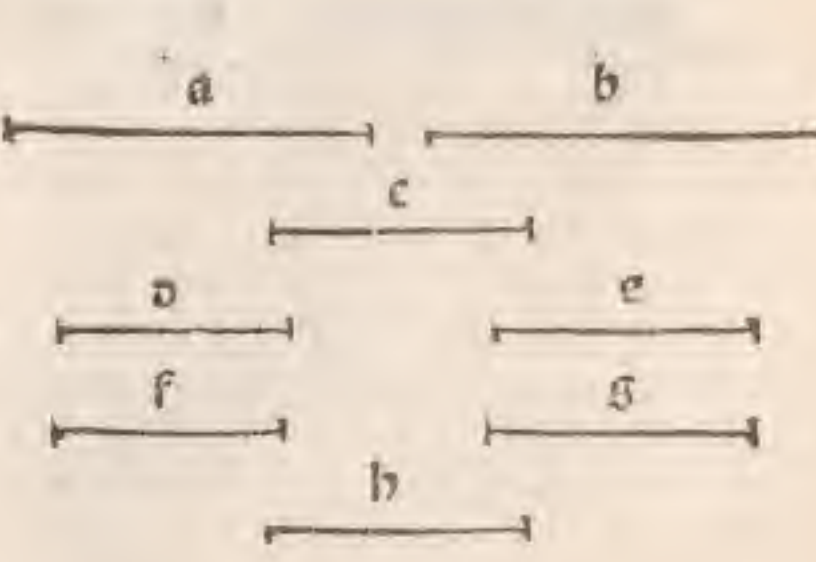
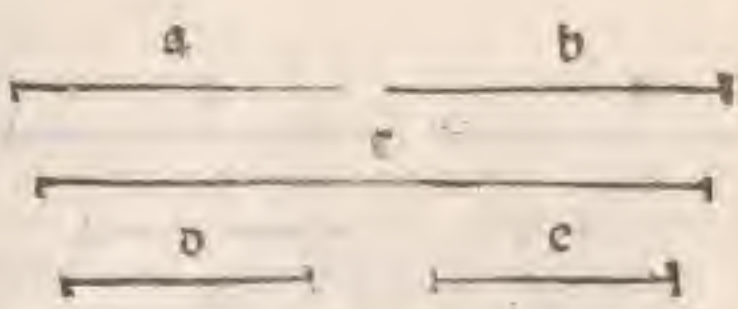
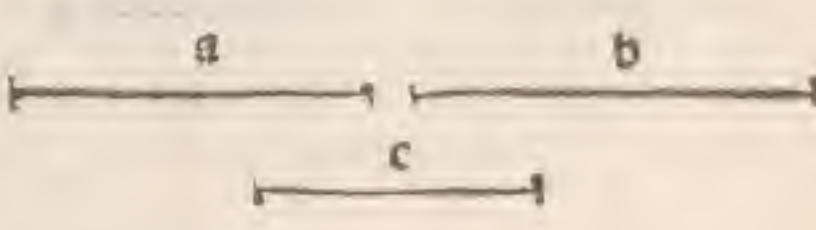
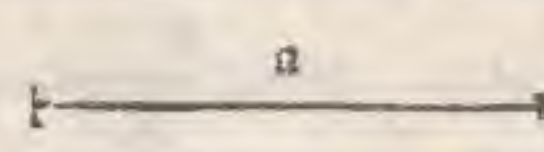
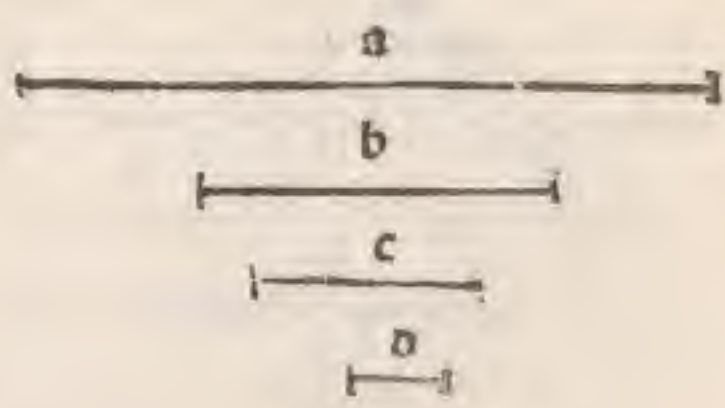
Si numerus ex duobus p̄ductus ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alterz illoꝝ duoz numerare.

Sit. c. productus ex. a. in. b. z sit. d. numerus primus qui ponatur numerare. c. dico q̄. d. numerat. a. vel. b. numeret enī. c. s̄m. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipsū p̄ premissam: z iō erit s̄m suā p̄portionē mimi p. 23. q̄. a. ad. d. sicut. e. ad. b. p̄ scōam ptē. 20. sequit̄ ut. d. numeret. b. p. 21. qd̄ est propositū. An̄ manifestū ē q̄ si aliquis numerus numerat p̄ductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoq; erit alteri eoz. Propositio .34.



Numerus s̄m p̄portionē nūeroꝝ assignatoꝝ minimos inuenire. Unde manifestū ē maximū numez duos cōiter numerantē s̄m minimos illius p̄portionis eos numerare.

Sint. a. z. b. numeri propositi s̄m quozum p̄portionē volumus inuenire mimos. si s̄ fuerit p̄ se p̄mi sūt q̄les in q̄rim p. 23. si autē cōpositi sumat: vt docet scōa maximū eos cōiter numerās q̄ sit. c. numeretq; eos s̄m





d. z. e. erūtq; in cadē pportione p. 18. quos dico ēē q̄les q̄rim⁹. Sint autē sint. f. z. g. q̄ p. 21. numerabūt. a. z. b. eq̄liter: sit igit̄ ut fm. b. eritq; p scōam ptē. 20. c. ad. b. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad. e. quare. c. ē minor. b. itaq; cū. b. numeret. a. z. b. non fuit. c. maxim⁹ eos numerās sed erat positū q̄ sic. ergo zc. Siliter quoq; possum⁹.

**¶** Numeros fm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū namer̄ quotlibet cōmuniter numeratē fm minimos proportionū eozum eos numerare.

**¶** Ut si sint. a. b. c. fm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem pportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos om̄s: ipsi sunt quos querimus per. 23. hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnus numerat om̄s: sumat̄ ut docet tertia: maximus eos cōiter numerans qui sit. d. numeret q; eos fm. e. f. g. qui erunt in cadē pportione per. 18. dico eos esse quos querimus alioquin sint. b. k. l. qui per. 21. numerabunt. a. b. c. equaliter: sit ut fm. m. eritq; p scōam ptem. 20. d. ad. m. ut. b. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q̄ m. quare cū. m. numeret. a. b. c. nō fuit. d. maximus eos numerans: quare sequitur impossibile: fuit enī. d. maximus numerans. a. b. c.

**Propositio .35.**

**¶** Quilibet duo numeri minimos numeros sue pportionis maior minorē z minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestum ē minimū quē duo numerat̄ quēlib; ab eis numeratū numerare

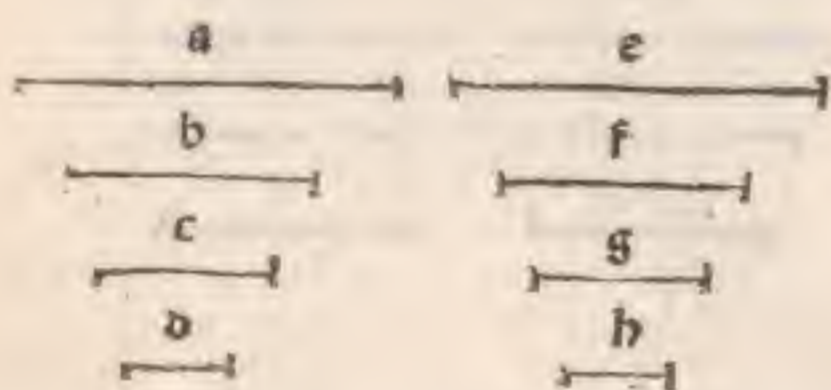
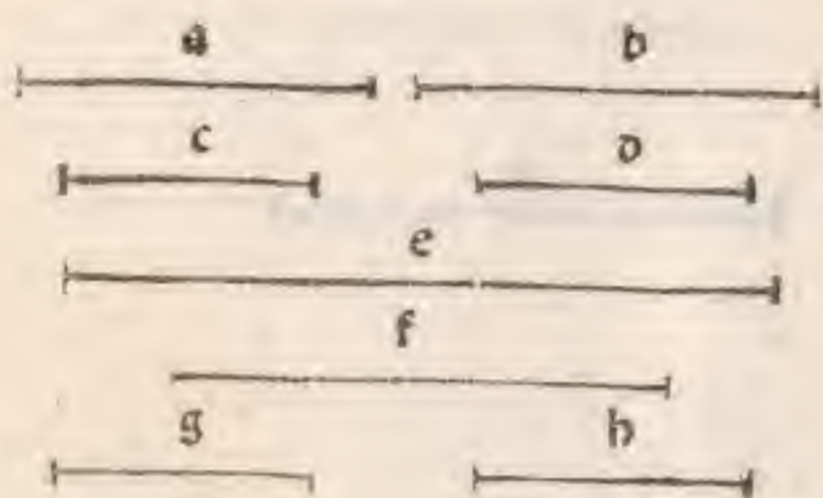
**¶** Sint duo numeri. a. z. b. minimiq; in eoz pportioe. c. z. d. eritq; per primā ptē. 20. vt ex. a. in. d. z. b. in. c. fiat idem numerus. qui sit. e. quē dico esse minimū numeratū ab. a. z. b. aliter enī sit. f. quē numeret. a. z. b. fm. g. z. h. eritq; p scōam partē. 20. b. ad. g. sicut. a. ad. b. z sicut. c. ad. d. z per. 18. erit. c. ad. b. sicut. e. ad. f. cū itaq; p. 21. c. nūeret. b. e. nūerabit. f. maior minorē: q; ergo hoc ē ipossibile cōstat vcz ēē qd̄ dicit̄.

**Propositio .36.**

**¶** Propositis quotlibet numeris minimū ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum namer̄ quem quotlibet numerat̄ quēlibet ab eis numeratū numerare.

**¶** Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire mimū namer̄ numeratū ab eis. Inuenio itaq; primo minimū numeratū ab. a. z. b. q; si. a. numerat. b. nō erit ali⁹ q̄. b. si autē nō numerat eū nec ecōuerso: si ipsi sunt ptra se pmi qui ex vno in alterū puenit erit minimus per. 23. z pmissam. Qd̄ si sunt cōi/cantes: sumant̄ minimi in eoz pportione: vt docet. 34. z maior in minorē eozum multiplicato pueniat. e. qui erit minimus numeratus ab eis per pmissam. Simili quoq; modo inueniat̄ minimus numerat⁹ ab. e. z. c. qui sit. f. eritq; f. minimus numeratus ab. a. b. c. sed z minimus quē numerant. f. z. d. sit. g. eritq; g. minimus quē numerant numeri ppositi: qd̄ enī omnes ipsū numerent: patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat̄ ergo. b. quē q; numerat. a. z. b. numerabit etiā ipsū p correl. pmissē. c. p idē quoq; correl. numerabit ipsū. f. sed z. g. maior itaq; nūerat minorē qd̄ est impossibile. hec z pmissa pponunt̄ i alio loco sub trib⁹ conclusiōib⁹ quaz prima equialet pmissē: secūda componit̄ ex correlarijs ambobus: tertia p/ponit de tribus qd̄ hec de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

**¶** Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.





**D**ati numeri sint, a. z. b. quorū minor: si numerat maiorem est maior quē queri / mus. alioquin maior eorū numeraret minorem se. Si autē neuter neutrū numeret si ipsi sunt contra se primi. erit qui ex. a. in. b. puenit qui sit. c. minimus omnium quē numerat. a. z. b. Nam si minorem eo numerauerint esto. d. quē numerent fm e. z. f. eritq; per scōam partem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. z. quia. a. z. b. sunt sue pro / portionis minimi per. 23. numerabit. a. f. per. 21. z. quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nam ex. b. in. a. z. f. sunt. c. z. d. sequitur. c. numerare. d. sed erat. d. minor. c. quare impossibile. Si autem. a. z. b. sint cōicantes: negociare proposituz ut in. 35. secunda trium conclusionum ex ambobus conzel. est confecta.

**S**i plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt' minū / mus quē numerant eundē numerum numeret.

**U**t si sit quilibet numerus quē numerat. a. z. b. d. minimusq; ab eisdem nume / ratus. c. erit ut. c. numeret. d. cū eni sit. d. maior. c. si. c. nō numerat ipsū. numera / bit tamē aliquid eius: sitq; plurimū qd numerat. c. z. residuū sit. f. eritq; f. minus c. quia igitur. a. z. b. numerant. c. numerabunt per cōdem scientiaz z. e. sed numera / bunt. d. itaq; per aliā cōmunem sciam numerabunt. f. incōueniens ergo sequit' q' c. nō fuit minimus quē numerant. a. z. b. **I**dem cōuincet z. eodē mō de quolibet numerato a quolibet pluribus. f. q' minim' ab illis quolibet pluribus numera / tus eundem numeret: vltima triū cōclusionū ē.

**P**ropositis tribus numeris: minimū numeroz ab eis numerato / rum inuenire:

**T**res numeri ppositi sint. a. b. c. minimusq; quē numerant. a. z. b. sit. d. qui su / metur ut prima trium cōclusionū docet. Si igitur. c. numerat. d. scito. d. esse quē / querim'. Si eni. a. b. c. minorem eo numerant: sit eni. e. quē per pmissam cōclusio / nē numerabit. d. qd est impossibile. Si autem. d. non numerat. c. sumatur. e. mini / mus numeratus ab eis. q' autem. e. numeret' ab. a. b. c. patet qz. c. numerat ipsum z. d. similiter: ergo z. a. b. qui numerant. d. quare. e. numerabitur ab. a. b. c. eritq; e. minimus quē numerat. a. b. c. Sin autem sit. f. quē per pmissam cōclusionē nu / merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerant eum: quare. c. d. numerabit eum: quare per pmissam. e. numerabit eum z. est maior eo sed z. e. maior minore qd nō esse potest. Idem inuenies z. eodē modo quolibet propositis.

**Propositio .37.**

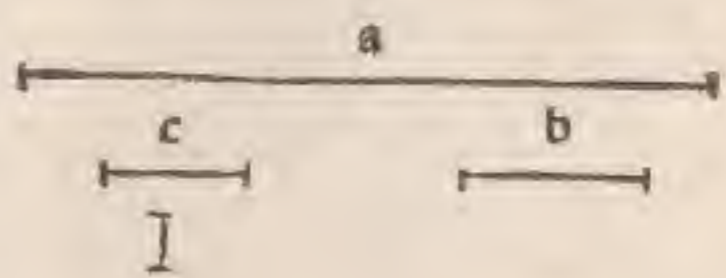
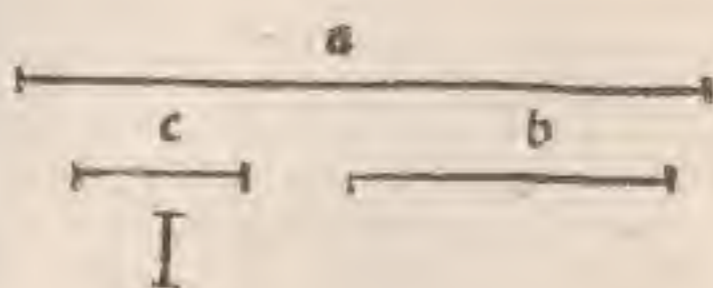
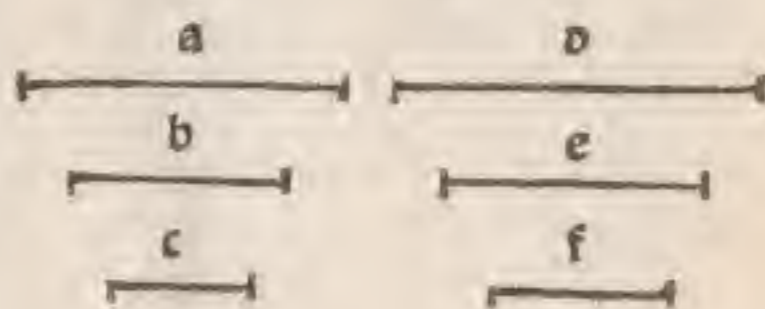
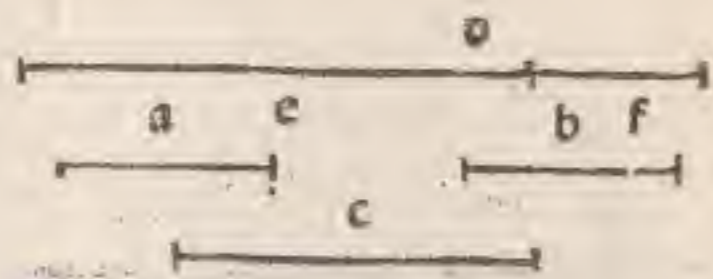
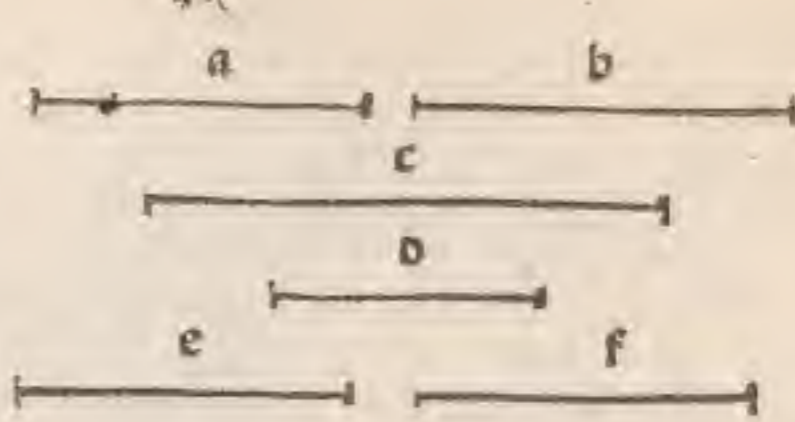
**S**i numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in nume / rato pars a numerante denominata.

**H**uius sensus est q' ois numer' numerat' a ternario habet tertiaz z numerat' a quinario bz quintā. sicq; de ceteris: vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps. denominata a. b. numeret eni; ipsū quotiens vnitas in c. eritq; per. 16. vt. c. quoz totiens numeret. a. quotiens vnitas i. b. quare tota ps est. c. a. quotta vnitas. b. z qz vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cōmunem sciam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

**Propositio .38.**

**S**i numerus aliquis partē quotācunq; habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

**H**ec est cōuersa pmissae cuius est intentio: q' ois nūerus hñs ter / itā numerat' a ternario: z hñs quitā a quario: sicq; de ceteris vt si. b. sit ps. a. denoiata a. c. seqt' ut. c. nūer; a. qz ei. b. ē ps. a. denoiata a. c.





sed et unitas est pars .c. denominata ab ipso p cōcep. sequitur ut quotiens unitas numerat .c. totiens .b. numerat .a. itaq; per .16. quotiens unitas .b. totiens .c. numerat .a. q̄re cōstat ppositū. ¶ Aliter idē: cū sit .b. pars .a. si tota unitas .c. eritq; per hanc cōmunem sciam unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam .c. denotans .b. in .a. et quia est .b. in .a. quotiens unitas in .c. euidēter sequitur ppositum p.16.

## Propositio .39.

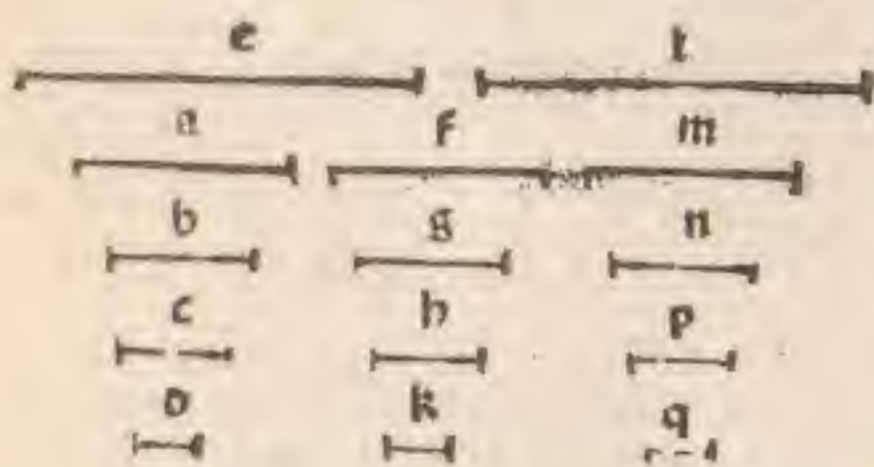


**N**umerum minimum propositarum denominationum habentem partes inuenire Ex quo manifestum ē qd minimum numerus numeratus a quolibet ē minimus habens partes denominatas ab ipsis.

¶ Sint .a. .b. .c. .d. denominantes partes ppositas. et .e. minimus numeratus ab eis sūp̄m fm. 36. : ipsū .e. dico esse quē querimus. Sint enī fm quos numerant ipsum .f. .g. .h. .k. eritq; per .16. et hanc cōmunem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: ut viceversa .f. .g. .h. .k. numerent .e. fm .a. .b. .c. .d. quare sunt partes eius ab illis dicte. est igitur .e. habens partes propositarum denominationū. ¶ Minimus etiā qm̄ si aliter fuerit ut .l. sint ptes .l. dicte ab eis .m. .n. .p. .q. eruntq; per .16. et predictam cōm scientiam .a. .b. .c. .d. viceversa ptes .l. dicte ab .m. .n. .p. .q. quare nō erat .e. minim⁹ quē numerat .a. .b. .c. .d. qd est incōueniē. ¶ Habito minimo: si cura est habere scōm .aut quorūcūq; libet: si scōm qd sume duplū mini: si tertium triplum: et ad hunc modū in alijs. Cum enim omnis multiplex .e. numeretur ab .a. .b. .c. .d. per hanc cōm scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo necesse est per .37. ut omnis multiplex .e. habeat partes denominatas ab .a. .b. .c. .d. si itaq; duplus .e. nō fuerit scōs habens ptes ppositarū denominationū: erit ali⁹ quē sicut sequit̄ eē maiorē .e. sic sequit̄ eē minorē duplo: et qd illum numerant .a. .b. .c. .d. per .38. sequitur per coroll. 36. qd .e. numeret eundē qd est impossibile. cum enim numeret se. numeraret p hanc cōmunem sciaz omnis numerus numeras totū et deductum: numerat residuū: differentiam illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minoreū qd esse non potest sequitur itaq; duplum .e. esse fm numerū habentē propositarum denominationū partes. ¶ Similit̄ quoq; argues triplū .e. esse ternū probato duplo esse scōm. alioquin quis esset triplo minor. et duplo maior. sequeretur .e. numerare aliq; iter ipsi us duplum et triplum. qd ut prius patz esse impossibile: probato aut̄ triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: et sic in ceteris.

¶ Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Ut minimum numerū habentē tertiā que tertia habeat quartam: que etiā quarta habeat quintā: aut septimā: aut qualitercūq; contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet denominatōre prime partis in denominatōre scōe: et ex eis pductum in denominatōre tertie: pductum quoq; in denominatōre quarte. sicq; de ceteris vsq; ad ultimam. a prima vel vsq; ad primā ab ultima et qui puenit erit qui inquiri ut in pposito. 60. vel. 84. ¶ Hoc autē ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri ptes ppositas denotantes .a. .b. .c. .d. volum⁹ inuenire minimū numerum qui habeat partem denominatam ab .a. ita qd illa ps habeat partē denominatā a .b. et illa aliā denominatā a .c. sed et hec aliā dictā a .d.

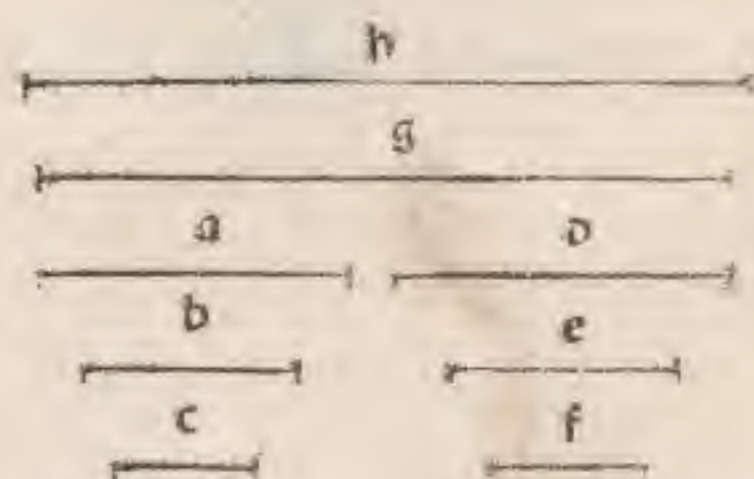
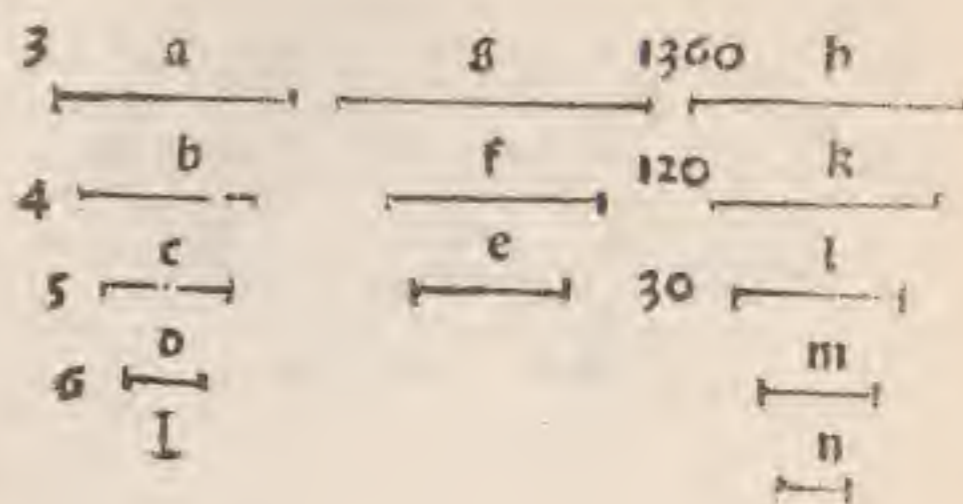




ducatur itaq; d. in. c. & proueniat. e. & e. in. b. & proueniat. f. f. quoq; ducatur in. a & proueniat. g. que dico esse que inquirimus. cum eni ipse .g. proueniat etiam ex. a. i. f. p. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At q; f. prouenit p eade ex .b. i. e. erit. e. pars. f. deca a. b. sed & propter hoc erit. d. pars e. dicta a. c. & quia unitas est ps. d. dicta ab ipo d. p. g. habere ptes ut pponit. Si ergo no fuerit minimus sit. b. sitq; k. ps ei<sup>o</sup> dicta ab. a. & l. ps. k. dicta a. b. & m ps. l. dicta a. c. n. quoq; pars. m. dicta a. d. erit q; per. 18. g. ad. f. vt. b. ad. k. & f. ad. e. vt. k. ad. l. & e. ad. d. ut. l. ad. m. sed & d. ad unitatem vt. m. ad. n. ergo per. 15. erit in proportione equalitatis. g. ad unitate vt b. ad. n. ergo pmutatim erit. g. ad. b. vt unitas ad. n. quare cum. b. sit minor. g. erit n. minor unitate. sequitur igitur impossibile parte numeri minore esse unitate. erit itaq; g. minimus habens ptes vt pponit Quo inueto si cura fuerit habere scdm aut quotuquelibet p minimi multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem. 39. proponitur in alio fm hunc modum.

**¶** Propositis partibus quotiscuq;libet: minimu numerum eas continentium inuenire.

**¶** Ut si ptes propositae sint. a. b. c. sintq; eas denominates. d. e. f. & sumat minim<sup>o</sup> que numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse que querimus: erunt eni in eo propositae partes per. 37. qui si no fuerit minimus eas continens: sit ergo. b. que numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur no erit .g. minimus numeratus ab eis qd est incoueniens q; erat. Intellego vero ptes. a. b. c. indeterminate poni & no sub quantitate certa: aliter eni no esset necessarium vt minimus numerus que numerant. d. e. f. esset minimus continens partes ppositas: plurimas eni contingit partes reperire qs numerus numeratus ab eoz denoiatoribus non continet: verbi gra. Tres numeri q; sut 120. 90. & 72. sunt eiusdem numeri ptes. primus quide tertia. secud<sup>o</sup> vero quarta. & tertius quinta. nec tamen minimus que numerat denoiatores eoz qui est. 60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime consequentie huius demonstratiōis: no enim sequit ut arguit p. 37. si ternari<sup>o</sup> hunc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia: s; ergo habet tertia: qua ppter ide est quod pponit fm vtrūq; modū: sed scdm primū convenientius videt qd interdū proponi. At cedere aut oportet q; cu ois ps habeat quantitate i eo ptingit ponere quotlibet & quaslibet ptes scdm quantitate: & inquirere quis minimus eas continet & sub quibus denominationibus. Minimu aut eas continente constat esse minimu numeratu ab eis. fm quos vero numerat sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iteru ponere quotlibet & quaslibet denominationes: & inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunt & fm quas quantitates. Minimu quoq; constat esse minimu numeratu ab illis: fm quos vero numerant sunt qui quantitates determinat: vtrubiq; aut idcirco inquiri<sup>o</sup> q; infiniti sunt hinc quide qui has ptes continent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totide denoiationes vel quotlibet denoiatiōes & totide partes. no aut quaslibet cu quibuslib; sed certas cu certis. Si eni ponā ptes tres quatuor quinq; & denoiationes earū. 6. 7. 8. & inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus. silis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cu denoiationibus certis & no ut contingit & inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationib<sup>o</sup> continet: no aut quos minimus vnicus eni est: na siue pposita fuerit vna ps & vna denoiatio siue plures & plures:





non erit sumere plures numeros qđ ppositū erit cōtinentes. Solus enī ē cū<sup>9</sup> ternarius ē quinta; nō plures. Solus quoq; cuius ternarius octava; et senarius quarta; nō plures. ideoq; pponentem ptes et denoiationes ipsaz in toto nō est querere quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis vnus continet: pponentē autē partes tantū. Contingit querere quis minimeas continet et a quibus in eo denominant: solas quoq; pponentē denoiationes conuenit querere que partes ab illis dicte et in quo minimo reperiunt. Euentius autē videt partes p denominationes inquirere: qđ denominationes p ptes: diuersitatē quidem denominationū non partiū comitat pportionū diuersitas. Explicit liber septimus incipit liber Octauus.



Altera numeroꝝ dicuntur quoꝝ multiplicatioe numeri pducunt. **L** Superficies appellatur numerus qui ex duobus lateribus cōtinet. **S**olidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione h; procreari. **Q**uadratus ē numerus superficies equalibus cōsistēs lateribus. **C**ubus est solidus equalibus cōsistēs lateribus. **S**imiles dicuntur numeri superficies siue solidi quoꝝ latera sūt pportionalia.

**Propositio .1.**

**S**i numeroꝝ quotlibet cōtinue pportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam pportionem minimos esse necesse est.

**S**int cōtinue pportionales. a. b. c. duoq; extremi qui sunt. a. c. sint se primi. dico qđ in eadē pportione nō reperiuntur totidē minores. Si autē contingit sint. d. e. f. eritq; p. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. et qđ. a. et. c. sunt mini i sua pportione p. 23. eiusdē sequit p. 21. ut. a. numeret. d. et. c. f. maiores scilicet maiores qđ esse non potes.

**Propositio .2.**

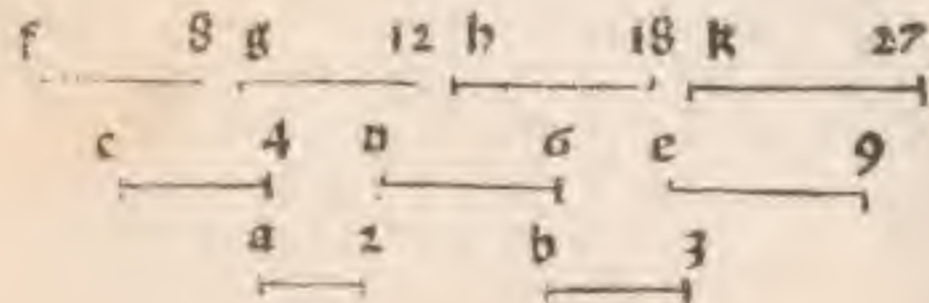
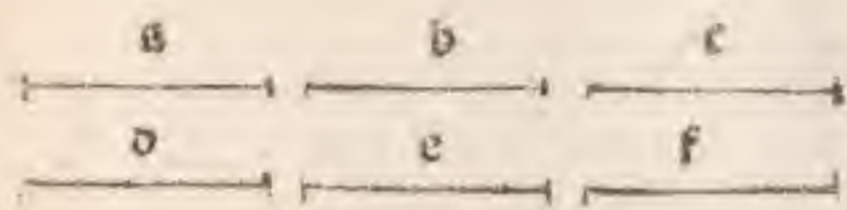
**N**umeros quotlibet cōtinue pportionalitatis sūm pportione datā minores inuenire. vñ manifestum erit: qđ si fuerint tres numeri cōtinue pportionalitatis sūm eā mini duo extremi erūt quadrati. qđ si fuerint quatuor erūt extremi cubi:

**S**int date pportiomis minimi. a. et. b. ducatq; a. in se et fiat. c. et in b. et fiat. d. b. quoq; in se. et pueniat. e. eruntq; c. d. e. cōtinue pportionales i pportione. a. ad. b. p. 18. et. 19. septimi: et qđ. c. et. e. sūt extra se primi p. 28. eiusdē erunt c. d. e. sūm datā pportione minimi p pmissam: ducat iterū. a. i oēs illos. et pueniat f. g. h. et. b. i. c. et pueniat. k. et erūt etiā. f. g. h. k. cōtinue pportionales i pportione a. ad. b. p. 18. et. 19. septimi: mini quoq; p. 28. eiusdē et pmissā hac via et rōne iueni

**Propositio .3.** enī. 5. vel. 6. vel quotlibet.

**S**i numeri quotlibet cōtinue pportionalitatis secundum suam pportionem fuerint mini: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

**H**ec tertia ē cōuersa prime. Sint enī. a. b. c. d. cōtinue pportionalitatis





et secundum suam proportionem minimi. dico quod a. et d. extremi erunt adinvicem primi: minimi enim in proportione a. ad. b. sicut e. et f. eruntque p. 22. septimi contra se primi. per hos ergo duos secundum doctrinam premissam inveniuntur totidem continue proportionales et minimi quot sunt numeri oppositi: primo quidem tres qui sunt g. h. k. deinde quatuor qui sunt l. m. n. p. et ad hunc modum continue per additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri oppositi ut sunt hic l. m. n. p. sequitur ergo l. m. n. p. equales esse a. b. c. d. eo quod in eadem proportione sunt utriusque minimi et quod l. et p. sunt contra se primi p. 28. septimi: erunt quoque a. et d. illis equales contra se primi: quod est propositum.

Propositio 4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportionales continuatim proportionalibus invenire.

Assignate proportionales in minimis terminis inveniuntur ut docet. 34. septimi sicut prima inter a. et b. secunda inter c. et d. tertia inter e. et f. sit quoque de pluribus si fuerint plures. volo has proportionales in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g. minimum que numerat. b. et c. et quotiens b. numerat ipsum g. toties a. numerat. b. d. quoque toties numerat. k. quoties c. g. itaque si e. numerat. k. sit ut f. toties numerat. l. eruntque b. g. k. l. quos querimus: constat enim p. 18. septimi quod sit b. ad. g. sicut a. ad. b. et g. ad. k. sicut c. ad. d. at. k. ad. l. sicut e. ad. f. Minimi quoque nam si alij sint minimi ut. m. n. p. q. oportebit p. 21. septimi bis assumpta ut uterque duorum b. et c. numeret. p. que et g. numerabit eundem. et per correl. 35. sep. quod est inconueniens. Sunt igitur b. g. k. l. minimi. at vero si e. non numerat. k. sit m. minimus numerat ab eis scilicet e. et k. que m. quoties numerat. k. toties b. numerat. n. et g. toties p. eruntque p. 18. septimi n. p. m. in proportione b. g. k. que n. ad. p. ut a. ad. b. et p. ad. m. ut c. ad. d. sed quotiens e. numerat. m. totiens f. numerat. q. et erit p. eundem m. ad. q. sicut e. ad. f. Manifestum est igitur quod assignate proportionales continue sunt in quatuor numeris qui sunt n. p. m. q. Qui si non fuerint minimi. sint si possibile est alij qui sint r. s. t. x. que itaque p. 21. septimi bis assumpta uterque duorum duorum numeroz b. et c. numerat. s. sequitur per correl. 35. sep. ut g. numeret eundem quare etiam k. numerabit. t. at que p. 21. septimi e. numerat eundem t. non erit m. minimus que numerat. k. et e. hac ratione quarta illis et quotlibet alias sine omni offenculo continuare poteris.

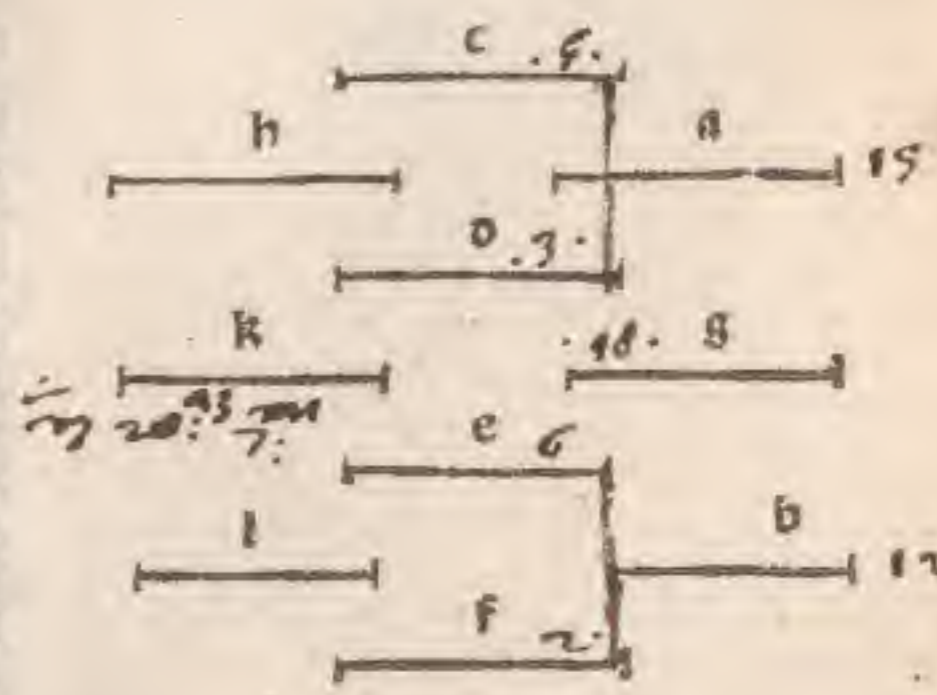
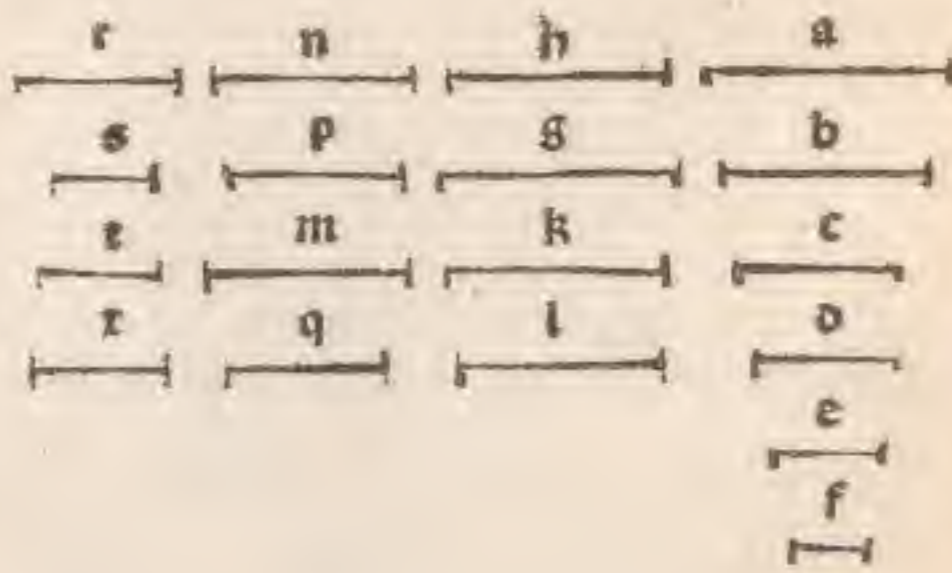
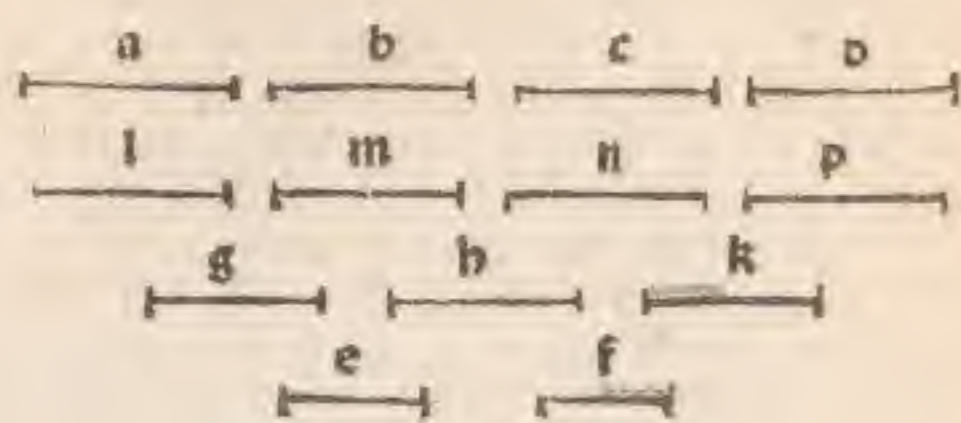
Propositio 5.



Quoniam duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum est ex laterum suorum producta proportionibus.

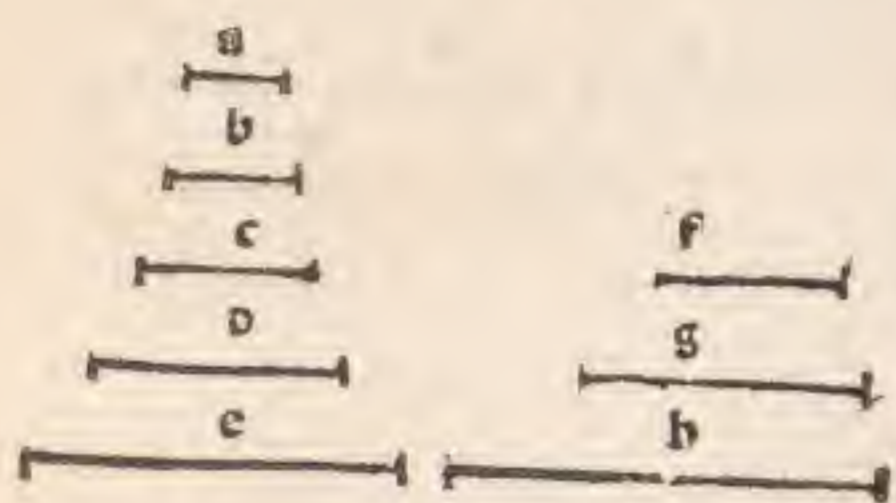
Quod proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantium laterum: proponit hic de numeris compositis. Sit duo numeri compositi. a. b. latera a sicut c. et d. latera b. sicut e. et f. dico itaque quod proportio a. ad. b. constat ex ea que est c. ad. e. et ea que est d. ad. f. sit enim ut ex. d. i. e. fiat g. que ergo ex. d. in. c. sit a. et ex. f. in. e. sit b. per conversionem definitionis laterum erit p. 18. septimi. a. ad. g. sicut c. ad. e. et p. 19. eiusdem g. ad. b. sicut d. ad. f. quare per definitionem proportionis a. ad. b. composita est ex ea que est c. ad. e. et ea que est d. ad. f. quod est propositum. Nec est necessarium ut continuemus proportionales laterum videlicet ea que est c. ad. e. et ea que est d. ad. f. in minimis numeris repletis secundum doctrinam precedentis ut docent quidam: hoc enim est propositum propter necessarium. Arguunt enim posito quod illi minimi sint. b. k. l. ita quod sit b. ad. k. sicut c. ad. e. et k. ad. l. sicut d. ad. f. proportionem b. ad. l. esse compositam ex oppositorum laterum proportionibus. sumptoque g. fieri ex. d. in. c. arguunt a. ad. g.

b 2





vt. b. ad. k. q. ut. c. ad. e. z. g. ad. b. vt. k. ad. l. q. vt. d. ad. f. ideoq; fm equā ppor.  
z. a. ad. b. vt. b. ad. l. cōcludunt igitur. a. ad. b. cōponi ex quibus. b. z. l. verū quidē  
sed non necessario assumpto.



**S** igitur numerorum quotlibet continue proportionalium pri-  
mus scdm non numeret: nullus eoz numerabit vltimū  
¶ Sint. a. b. c. d. e. continue pporcionales. dico q; si. a. nō numerē.  
b. nullus eoz numerabit. e. ¶ Manifestū autē est q; si ipsum numeret  
omnes numerabunt. e. z simpliciter quilibet pcedens quēlibet sequē-  
tem. Si autē non numerat ipsum patet q; d. nō numerabit. e. nec simplr aliqs eo-  
rum pximo sequentē: q; sunt positi continue pporcionales: sed q; nullus ali<sup>o</sup> ut. c.  
numeret ipsum sic constat: sumant fm doctrinā scde huius totidē minimi cōtinu-  
proportionales in pporcione eadē quot sūt ipse. c. z oēs sequētes qui sunt .f. g. h.  
eruntq; p. 3. hui<sup>o</sup> z. f. z. b. p se primi: z q; p equā pporcionē. c. ad. e. vt. f. ad. b. cū  
f. non numeret. b. nec. c. numerabit. e. eodem modo nec aliquis alioz: quare liquet  
quod propositum est.

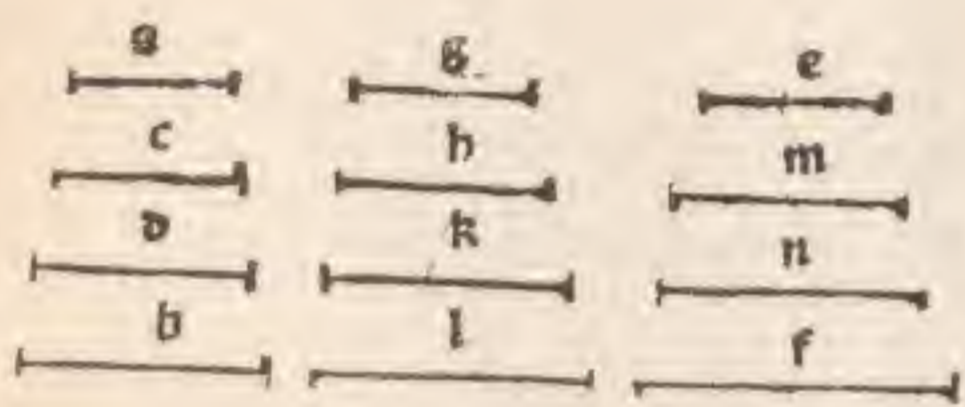
Propositio .7.

**S** igitur numerorum cōtinue proportionalium primus vltimū nu-  
meret: idem ipse z secundum numerabit.

¶ Sint qui pri<sup>o</sup> continue pporcionales. dico si. a. numerat. e. ipse nu-  
merabit. b. alioquin ex premissa non numeraret. e. qd ē contrariū et  
impossibile. Nō solum autē numerabit. b. sed z oēs z quisq; eorum  
quēlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.

**S** inter duos numeros numeri quotlibet in cōtinua pro-  
portionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in  
eadem pporcione relatos cadere necesse est.



¶ Sint. a. z. b. inter quos cadunt. c. z. d. in cōtinua pporcione habē-  
tes se in pporcione. e. ad. f. dico q; totidē cadunt inter. e. z. f. z i ea-  
dem pporcione quot inter. a. z. b. Sint eni. g. b. k. l. totidē minimi quot sunt. a.  
z. b. qui inter eos cadunt sumpti. quēadmodū docet secūda huius cōtinue ppor-  
tionales in eadē pporcione: eruntq; p. 3. g. z. l. cōtra se primi: z per equā ppor-  
cionē. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq; z sicut. e. ad. f. z q; ipsi sunt in sua pporcione mi-  
nimi p. 2. 3. septimi. sequit per. 2. 1. eiusdē ut. g. numeret. e. z. l. f. equaliter: totiens igitur  
numeret. b. m. z. k. n. positilq; m. z. n. inter .e. z. f. constat p. 18. septimi. e. m.  
n. f. esse cōtinue pporcionales: quēadmodū sunt. g. b. k. l. z ideo quēadmodū. a. c.  
d. b. quare patet quod dictū ē. Ex hac constat nullā suprticularē posse per cōtia diui-  
di: si eni hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitare distantes numerum  
cadere medium quod esse nō pōt: ideoq; tonus in musica quē sexquioctā continet  
pporcionē: in duo vera semitonia diuidi non potest: sed necessario diuidit in minus  
semitonium et maius.

Propositio .9.

**S** inter duos numeros ptra se primos numeri quotlibet  
cōtinua pporcionalitate ceciderint: inter vtrūq; eorum z  
vnitātē totidem cōtinua pporcionalitate cadere necesse ē.

¶ Sint. a. et. b. ptra se primi. inter quos cadat incōtinua pporcionē. c. z  
d. dico q; totidē erunt continue pporcionales inter. a. z vnitātē: itē/  
q; totidem inter. b. z vnitātē. Sint eni in illa pporcione minimi. e. z. f. sumpti ut  
docet. 34. septimi: ex quibus sumant tres cōtinue pporcionales et minimi i corū



proportione patet docet scda huius qui sint. g. h. k. deinde quatuor qui sint. l. m. n. p. z hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiat totide quot sunt numeri ppositi: vt sunt hic. l. m. n. p. Costat itaqz cū sint. a. c. d. b. in sua pportione mimi p primā huius. sintqz. l. m. n. p. totide z mimi in eadē. Nō sit aut possibile cē aliquid minus min / mo q numeri. l. m. n. p. equales erūt nūeris. a. c. d. b. qui vsqz suo relatiuo ē igit: l. equalis. a. z. p. b. Manifestū aut ex scda huius q ex. f. in se fit. k. z ex eodē. m. k. p p diffinitionē igit eius qd ē mltiplicari: erit. f. in. k. k. quoqz in. p. quotiēs vnitas ē in. f. itaqz vnitas. f. k. p. sunt cōtinue pportionales. Sifr aut z vnitas. e. g. l. sūptis ergo. a. z. b. loco. l. z. p. sibi equaliū erunt inter. a. z. vnitatē. g. z. e. z inter. b. z. vni / tatem. k. z. f. cōtinue pportionales: totidem quot sunt inter. a. z. b. quod est pro / positum.

Propositio 10.

**S** inter vtrūqz eoz z vnitatem quotlibet numeri cōtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

**S**int duo numeri. a. z. b. sintqz. c. z. d. inter. a. z. vnitatē. e. quoqz z f. inter. b. z. vnitatē continue pportionales. dico totidē esse inter. a. z. b. cōtinue pportioales: hec ē cōuersa prioris excepto q ad subiectum pmissē appositū erat. a. z. b. esse contra se primos qd nō apponit hic ad passionē: quā p / pter vltior est passio huius subiecto illius. Quia igit quotiens vnitas in. d. toties ē d. in. c. z. toties. c. in. a. cōstat qd ex. d. in se fit. c. z. ex eodē. d. i. c. a. Sifr quoqz ex. f. in se z in. e. sicut. e. z. b. ducat itaqz. d. in. f. z. pductus sit. g. itēqz idē. d. ducat. i. g. z. e. z. sint producti. h. z. k. Constat igitur ex. 18. septimi q. c. ad. g. vt. d. ad. f. z. ex 19. q. g. ad. e. vt. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue pportionales i proportione d. ad. f. itē p. 18. itēz sunt. a. ad. b. sicut. c. ad. g. z. b. ad. k. sicut. g. ad. e. z. p. 19. k. ad b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. b. k. b. continue pportionales: quare cōstat propo / situm.

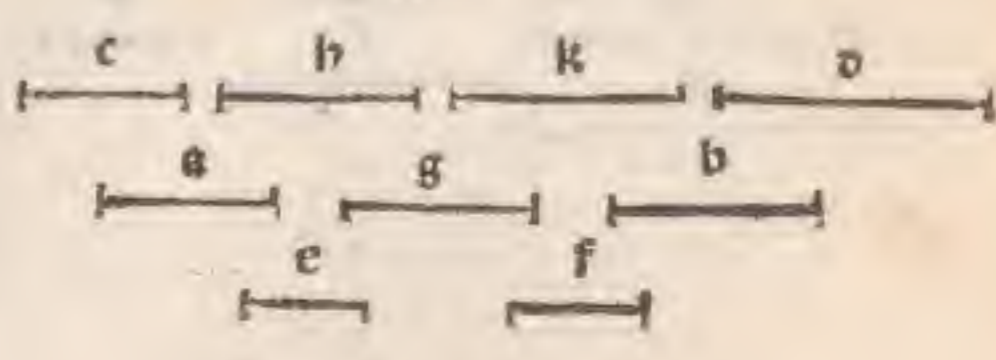
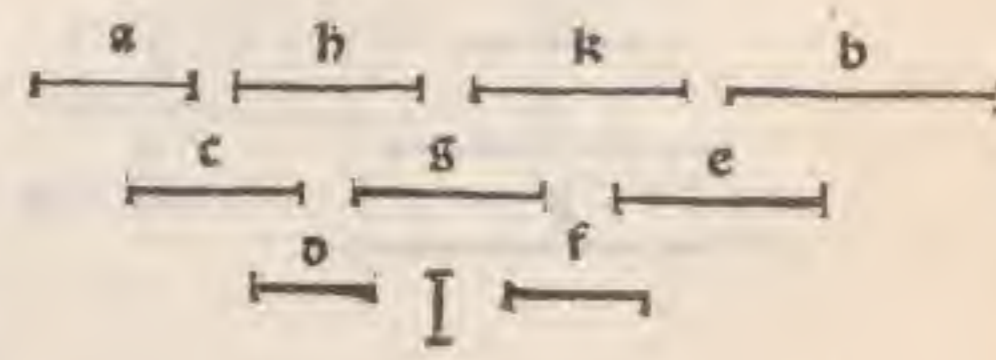
Propositio 11.

**S** fuerint ambo quadrati erit pportio vnus ad alterū tā quā sui lateris ad latus illius pportio duplicata. Si ve ro ambo fuerint cubi: erit pportio alterius ad alterum tāquā sui lateris ad latus alterius pportio triplicata.

**S**int duo quadrati. a. z. b. z duo cubi. c. z. d. latera tā quadratorū qz cuboz sint. e. quidē. a. z. c. f. vero b. z. d. dico q pportio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. vero ad. d. sicut eadē triplicata. Manifestū enī est q ex. e. in se fit. a. z. ex ipso. e. i. a. c. sic quoqz ex. f. in se fit. b. z. ex ipso in. b. d. ducat igit. e. in. f. z. puenit. g. z. in. g. z. b. z. proueniant. h. z. k. eritqz p. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. z. per. 19. g. ad. b. sicut. c. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata qd est primū. Scdm eodez modo cōstat. sunt enī p. 18. itēz. c. ad. b. sicut. a. ad. g. z. b. ad. k. sicut. g. ad. b. z. per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. b. k. d. sunt etiā con / tinue pportionales in pportione. e. ad. f. p diffinitionē igitur erit. c. ad. d. sicut e. ad. f. triplicata: quod est secūdū.

Propositio 12

**S** numeroz cōtinue pportionalitatis quisqz in seipsū du catur: qui inde pducunt sub cōtinua pportionalitate esse. Qd si itē in ipsos pductos picipia sua ducant: inde quo qz pductos cōtinue pportionalitatis eē necesse est. idēqz in omnibus hoc modo productis extremitatibus.







**S**int a. b. c. continue proportionales quoz quisq; in se ducatur et proueniat ex. a. quide. d. ex. b. vero. e. et ex. c. f. dico q. d. e. f. sunt continue pportionales: q. si item. a. ducat in. d. et pueniat. g. b. quoq; in. e. et proueniat. h. et c. in. f. et pueniat. k. dico etia q. g. b. k. erunt continue pportionales. sit eni ex. a. in. b. l. et ex. c. i eundem. m. eruntq; p. 18. et 19. septimi. d. l. e. m. f. continue pportionales i proportione. a. b. c. itaq; per equa proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. qd est primu. Reli/ quu sic. ducat. a. in. l. et e. et proueniat. n. et p. c. quoq; ducat in. e. et m. et proueniat q. et r. eruntq; per easdem. g. n. p. b. q. r. k. continue quoq; proportionales in pro/ portione primoz: p equa igit pportionalitate cõclude. g. ad. b. sicut. b. ad. k. qd est reliquum. Eadem erit rõ quotienscumq; primi in productos ducantur.

Propositio .13.

**S**i quis quadratus numerus alium quadratum numeret la/ tus quoq; suu latus illi numerare pbatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratu

**S**int duo numeri. a. et b. quadrati: lateraq; eoz. c. et d. dico q. si. a. numerat. b. c. quoq; numerabit. d. et ecõuerso: cõstat eni q. ex. c. in se sit. a. ex. d. quoq; in se. b. fiat igitur. e. ex. c. in. d. eruntq; per. 18. et 19. septimi. a. e. b. continue proportionales in pportione. c. ad. d. si igit. a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. e. quare et. c. d. qd est primu. Conuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. numerabit. e. ppter id qd pportio. a. ad. e. sicut. c. ad. d. et si numerat. c. ipse nu/ merabit. b. propter hoc q. sunt continue proportionales.

Propositio .14.

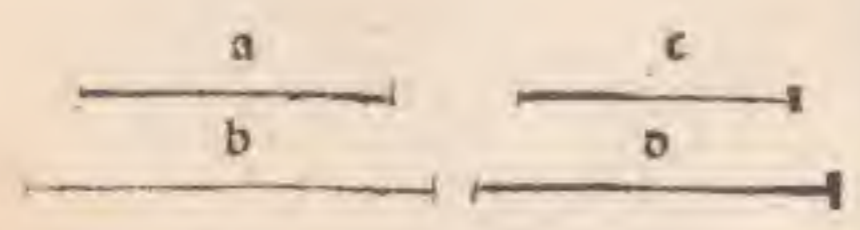
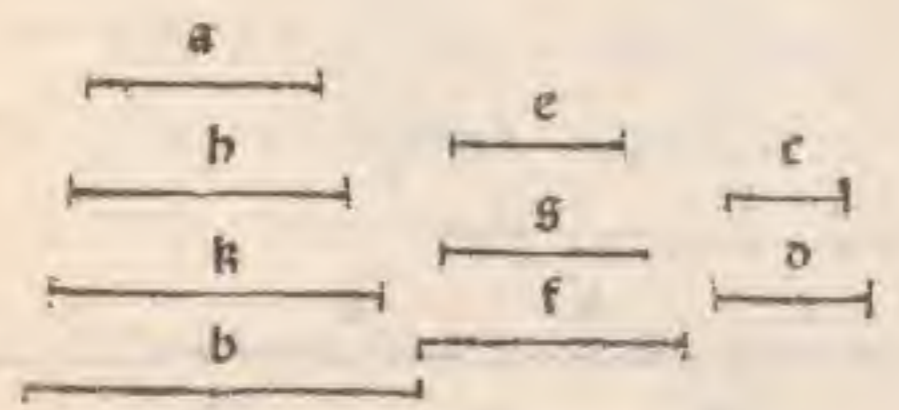
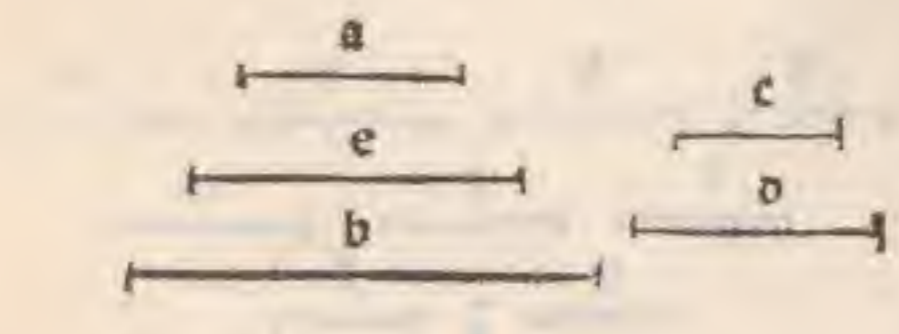
**S**i cubus alium cubum numeret: latus quoq; suu latus al/ terius numerabit. Si vero latus suum latus alterius nu/ meret: cubum numerabit cubum.

**S**int duo numeri. a. et b. cubi lateraq; eoz. c. et d. dico q. si. a. nume/ rat. b. c. quoq; numerabit. d. et ecõuerso: ducatur eni. c. in se. et fiat. e. d. quoq; in se. et fiat. f. pstat igit q. ex. c. in. e. fit. a. et ex. d. in. f. b. fiat itaq; g. ex. c. in. d. eruntq; per. 12. et 19. septimi. e. g. f. continue proportionales in proportione. e ad. d. sed et. b. et k. proueniant ex. c. in. g. et f. per easdem igitur erunt. a. b. k. b. cõ/ tinue quoq; proportionales in eadem proportione. itaq; si. a. numerat. b. idem p/ 7. huius numerabit. b. quare et. c. d. est enim. c. ad. d. sicut. a. ad. b. constat igit pri/ ma pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoq; numerabit. b. que si numerat necesse est vt numeret. b.

Propositio .15.

**S**i numerus quadratus quendã alium quadratũ nõ nume/ ret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

**H**ec. 15. proponit negationes cõuerti: que affirmationib; quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: vt si sint duo numeri quadrati. a. et b. quo/ rum latera. c. et d. si. a. non numerat. b. c. quoq; non numerabit. d. econuerso: etia si. c. non numerat. d. nec. a. b. sit enim primo vt. a. non numeret. b. si itaq; c. nu/ merat. d. per secundã partem. 13. huius et. a. numerabit. b. qd e cõtrariu positioni sicq; patet primum. secundũ quoq; sic: sit ut. c. nõ numeret. d. itaq; si. a. numeret. b.



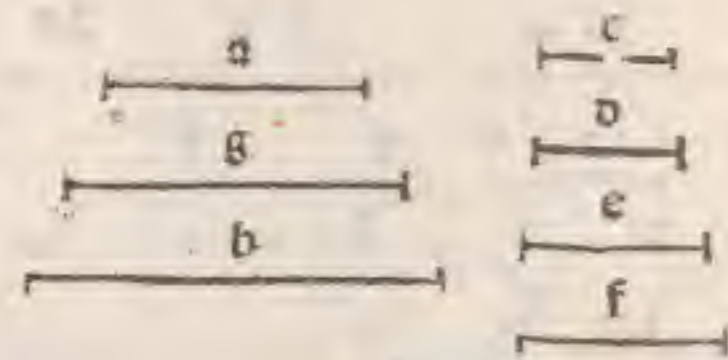


per primā ptem. 13. necesse est vt. c. numeret. d. necesse est igitur vt numeret ipsum cū non numerat ipsū: qd est impossibile. Quādmōdū autē necesse est cōuerti ne/ gationes oppositas affirmatiōibus quas. 13. demonstrauit pueri: sic quoq; necesse ē cas negatiōes que opponūt illis affirmatiōibus quas pmissa cōuerti demonstra nit cōuertant. vnde si cubus nō numerat cubū nec latus eius numerabit latus illi? ecōuerso quoq; si latus vnus nō numerat latus alterius: nec ipse cubus numera/ bit alterū cubū. demonstrat autē hoc p pmissam a destructione psequētis: sicut qd p/ positum est per. 13. idcoq; hoc auctor nō proposuit: sed per id qd propositū ē ipsū dedit intelligi.

Propositio 16.

**S** duo numeri superficiales fuerint siles necesse ē tertiu nu/ merū fm pportionalitatē cōtinuā eis interesse: eritq; pro/ portio vnus numeri ad alterū sibi simile velut vni<sup>9</sup> lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

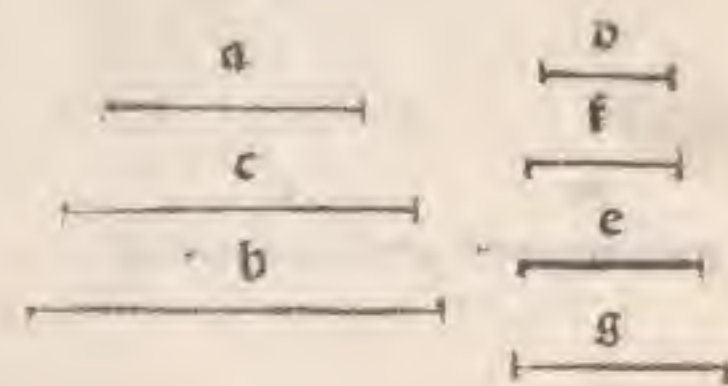
¶ Sint duo numeri. a. z. b. superficiales z similes: dico q; inter ipsos cadet vnus numerus in cōtinua pportione: latera eni. a. sint. c. z. d. b. vero latera sint. e. z. f. eruntq; ex cōuersione diffinitionis numeroz similiū. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat autē q; ex. c. in. d. fiat. a. z. ex. e. in. f. b. fiat itaq; g. ex. e. in. d. critq; p. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. z. per. 18. eiusdē. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq; g. cōtinua pportionalitate medius inter. a. z. b. qd est pro/ positum. Corol. autē patet. cū sit. a. ad. b. per diffinitionē sicut. a. ad. g. duplicata. que eadem est illi que est. c. ad. e.



Propositio 17.

**S** secūdū cōtinuam pportionalitatē tertiu numer<sup>9</sup> duob<sup>9</sup> numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt z similes.

¶ Hec est cōuersa pmissa: sit inter. a. z. b. sit. c. sub cōtinua pportio nialitate cōstitutus. a. z. b. erunt superficiales z similes. sint eni. d. z. e. minimi in pportione qua continuantur. a. b. c. qui per. 21. septi/ mi numerabant. a. z. c. equaliter: sitq; vt fm. f. z. per eandem. c. z. b. equaliter: z sit vt fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. z. b. superficiales: z erunt etiam per dif/ finitionem. d. z. f. latera numeri. a. c. quoq; z. g. latera numeri. b. Qd autē ipsi sint similes sic habeto: cum enim ex. d. in. g. sit. c. z. ex. e. in. f. sit idē. c. erit p scōam par/ tem. 20. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitionē igitur. a. z. b. sunt similes qd est propositum: hoc autem vltimum qd est. a. z. b. esse similes potest etiam haberi per. 19. z. 18. septimi z per has pport. q. a. c. b. sunt pport. pportiones in ppor/ tione. d. ad. e. minimoz numerantiū. a. z. c. fm. f. z. c. z. b. scōm. g.

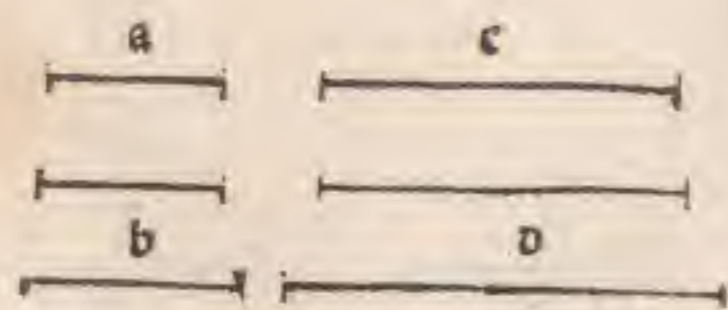
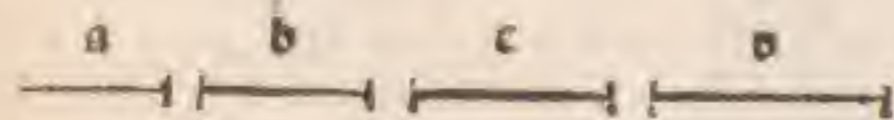
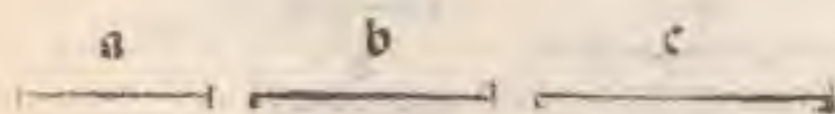
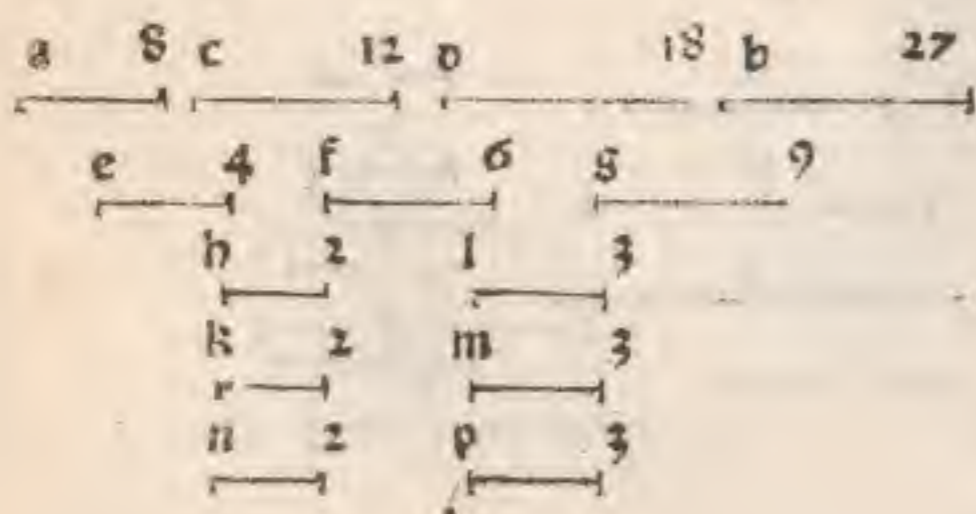
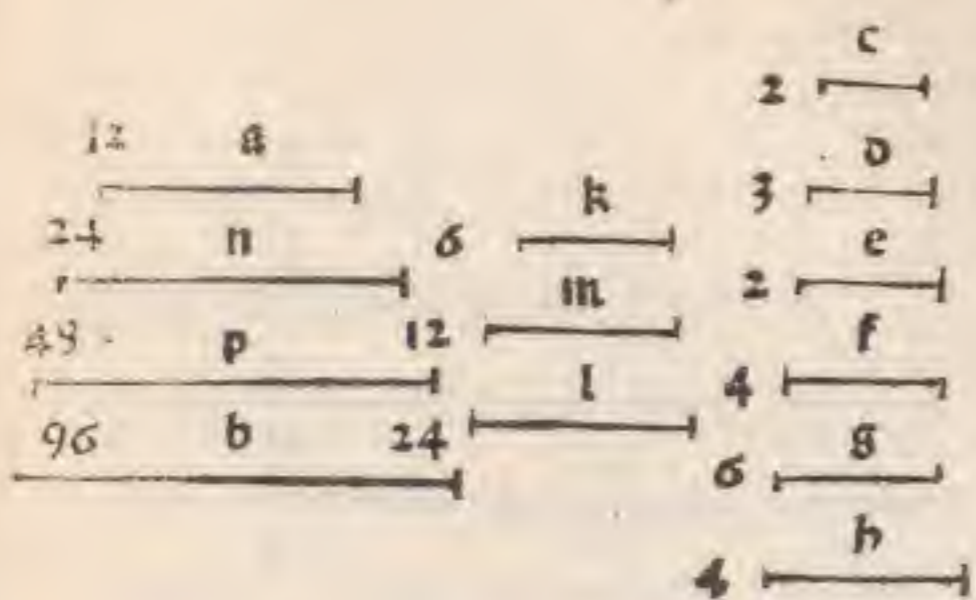


Propositio 18.

**S** fuerint duo numeri solidi siles: necesse est eis duos nu/ meros fm continuam pportionalitatem interesse. erit/ q; proportio vnus solidi ad alterum sibi similem. velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se ppor/ tionaliter proportio triplicata.

¶ Sint duo numeri. a. z. b. solidi similes: dico q; inter ipsos cadent duo numeri in cōtinua pportione. Sunt eni latera numeri. a. c. d. e. latera vero. b. sint. f. g. h. erūt q; ex cōuersione diffinitionis numeroz similiū. c. ad. f. z. d. ad. g. sicut. c. ad. b. Sic igitur ex. c. in. d. k. z. ex. f. in. g. l. eruntq; ex diffinitione. k. z. l. superficiales z similes.





quare per. 16. huius vnus numerus cadet inter eos medius fm pportione. c. ad. f. qui sit. m. Manifestū autē ē qd ex. e. in. k. fit. a. et ex. b. in. l. b. si igit ex. e. in. m. et l. fiant. n. et p. erūt p. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. et n. ad. p. sicut. m. ad. l. qre a. n. p. sunt p. continue pportionales in pportione. c. ad. f. et qd per. 19. eiusdē. p. ad. b. sicut. e. ad. b. et ideo sicut. c. ad. f. sequit ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue pportionales fm pportione. c. ad. f. sunt itaqz inter. a. et b. duo numeri. n. et p. medij incōtinu. pportionalitate suoz laterum interpositi: qd ē ppositū. Corol. autē p3 cū pportio. a. ad. b. sit p diffinitionē sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi. que est. c. ad. l.

Propositio 19



**S**is scdm cōtinuā pportionalitatē duo numeri interiacent quilibet duo numeri solidi sunt atqz similes.

Hec est pversa pmissē vt si inter. a. et b. sint duo numeri. c. et d. medij incōtinuā pportione: erūt. a. et b. solidi et similes: Sumant enim tres minimi in eadē pportione p. continue pportionales qui sunt. e. f. g. crūtqz per. 17. e. et g. superficiales et similes. sint ergo. b. et k. latera. e. at. l. et m. latera. g. eritqz per corol. 16. huius. e. ad. f. sicut. b. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū autē est ex tertia qd. e. et g. sunt p. se primū: ideoqz per. 23. septimi in sua pportione minimi. et qd p equā pportionalitatē sunt. a. ad. d. et c. ad. b. sicut. e. ad. g. sequit per. 21. septimi: ut ipsi numerent. a. et d. equaliter qd sit fm. n. et item. c. et b. eqūt qd sit fm. p. Quia igit ex. b. in. k. fit. e. et ex. e. in. n. fit. a. sequit p diffinitionē vt. a. sit solidus eiusqz latera. b. k. n. sicut qd ex. l. in. m. fit. g. et ex. g. in. p. b. sequitur etiam ut. b. sit solidus et eius latera. l. m. p. ipsos autē esse similes sic constabit cū ex. g. in. n. fiat. d. et ex eodē in. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. et qd sic erant b. ad. l. et k. ad. m. p diffinitionē manifestū est. a. et b. esse similes: qd est ppositū.

Propositio 20.



**S**trum numerorū continue pportionalium primus fuerit quadratus tertium quoqz quadratum esse.

Sint tres numeri continue pportionales. a. b. c. sitqz. a. quadrat⁹ dico qd. c. est etiā quadratus sunt eni p. 17. a. et c. superficiales et similes cum igitur. a. sit quadratus p ppothe. erit. c. quadratus.

Propositio 21



**S**quatorum numerorum continue pportionalium. primus fuit cubus: quartum cubum esse necesse est.

Sint quatuor numeri cōtinuē pportionales. a. b. c. d. sitqz. a. cubus: dico qd. d. est etiā cubus: cōstat enim per. 19. qd. a. et d. sunt solidi similes: et qd. a. est cubus per ppothe. erit etiam. d. cubus.

Propositio 22.



**S**duoz numerorū quoz pportio sicut quadrati ad quadratū fuerit vn⁹ quadrat⁹: alterū quoqz quadratum esse.

Sint duo numeri. a. et b. in pportione duoz quadratoz qui sūt c. et d. sitqz. a. vel. b. quadratus: dico reliquū esse quadratū: cū enim c. et d. sint quadrati: sequitur eos esse superficiales similes. ideoqz per. 16. cadet vnus medius inter eos in continua pportione: quare per. 8. et inter. a. et b. per. 20. igitur cōstat ppositum.

Propositio 23.



**S** duorum numerorum quorum proportio ad alterum sit sicut cu-  
bi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alterum cubicum esse.  
¶ Sint duo numeri, a. z. b. in proportione duorum cuborum qui sunt, c. z. d.  
sitq; a. vel. b. cubus: dico reliquum esse cubum. necesse est enim q; c. z.  
d. sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes z. solidi: itaq; p.  
18. inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per. 8. ca-  
dent inter. a. z. b. itaq; per. 21. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24

**N**umerorum superficialium similium est proportio unius  
ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum.  
¶ Sint. a. z. b. superficiales similes. dico q; unus ad alterum est ppor-  
tio sicut quadrati ad quadratum: erit eni per. 16. inter eos unus nume-  
rus medius in continua proportione qui sit. c. sumptis itaq; tribus  
minimis in proportione eorum: qui sunt. d. e. f. erunt per conel. 2. d. ad. f. quadrati: et  
q; p. equa proportionalitate est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat vix esse qd. pponitur.

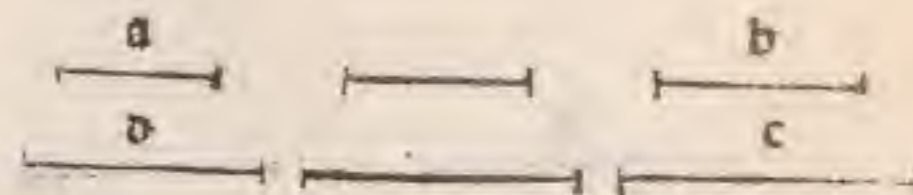
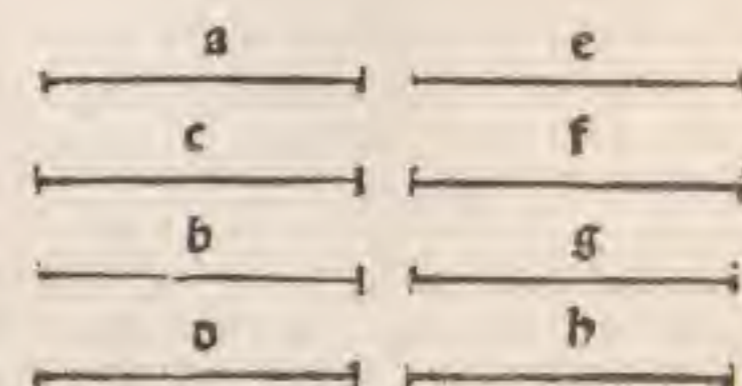
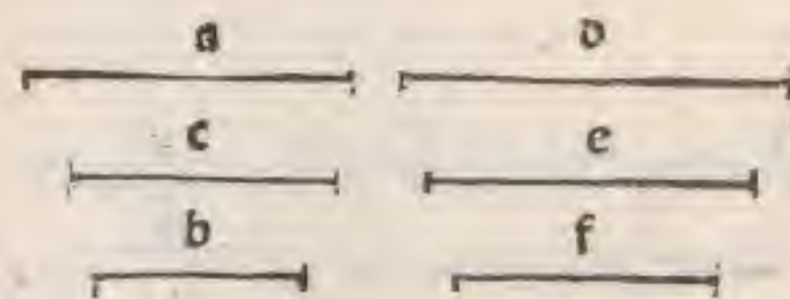
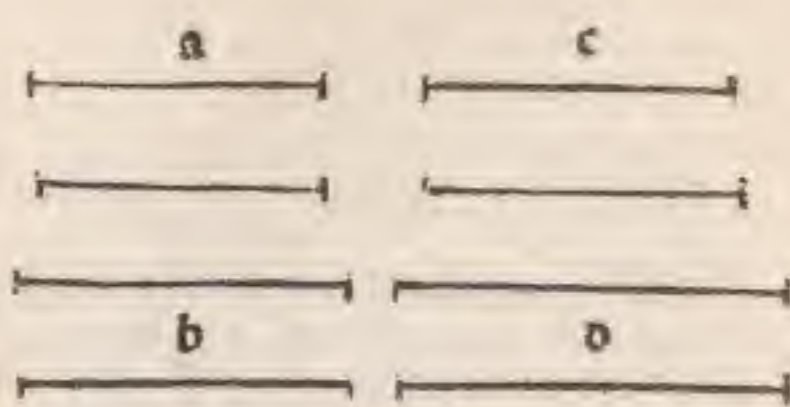
Propositio .25

**Q**uoniam duorum solidorum similium est proportio unius  
ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.  
¶ Sint. a. z. b. solidi similes: dico q; proportio unius eorum ad alterum  
est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem p. 18. inter  
eos duo numeri medij fm. continua proportione qui sit. c. z. d. i. eorum  
proportione sint minimi: quatuor. e. f. g. h. quoz. c. z. b. erunt cubi per conelarium  
scde. q; igitur per equa proportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. liquet propo-  
situm. *Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.*

**N**umerus est qui potest in duo equalia  
diuidi. ¶ Impar numerus e qui i duo equa-  
lia diuidi no pot: additq; supra pare unitate  
¶ Pariter par e que cuncti pares eu numeran-  
es paribus vicibus numerant: ¶ Pariter i  
par est que cuncti pares eu numerates ipa-  
ribus vicibus numerat. ¶ Pariter par z ipari-  
ter e que pares eu numerates quida paribus  
quida imparibus vicibus numerat. ¶ Impari-  
ter ipar que cuncti ipares eu numerantes im-  
paribus vicibus numerat. ¶ Perfectus nu-  
merus appellat qui oibus partibus suis quibus numerat e equalis. ¶ Abun-  
dans dicitur qui oibus suis partibus minor est. ¶ Diminutus vero  
qui maior.

Propositio .1.

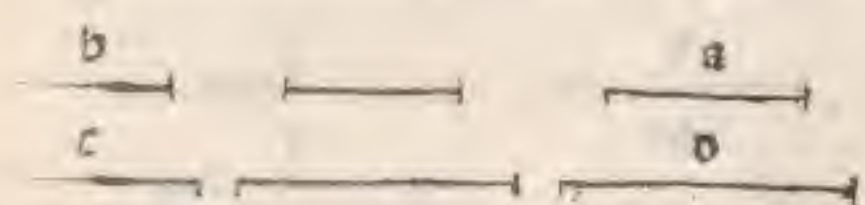
**S** fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alteri-  
us in alterum producet numerum quadratum esse necesse e.  
¶ Sint. a. z. b. superficiales similes ex quoz multiplicatione proue-  
niat. c. dico. c. esse quadratum. fiat eni. d. ex. a. in se. eritq; per. 18. septi-  
mi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. z q; inter. a. z. b. cadit unus medius scdm  
continua proportionalitate p. 17. octavi. sequit p. 8. eiusde vt vnus quoq; cadat inter. d.  
z. c. itaq; cu. d. sit quadratus erit per. 20. eiusde. c. quoq; quadratus qd e ppositum.





Propositio 2

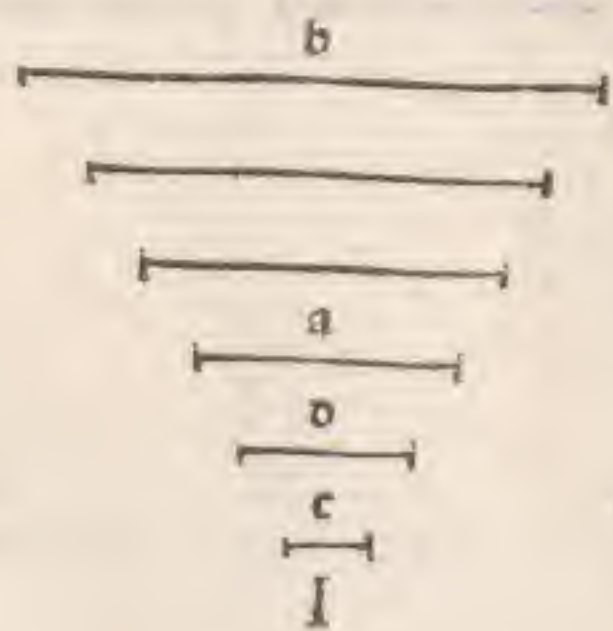
**S** ex ductu alterius in alterum tetragonus, producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaq; patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illum numerum aliquem esse tetragonum. Itaq; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat eum numerum aliquem non tetragonum esse. Si vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur: qui inde producat non tetragonum esse necesse est.



Hec est puerfa prioris vt si ex .a. in .b. fiat .c. fueritq; .c. quadratus: erunt .a. et .b. superficiales similes. sit eni .d. ex .a. in se. eritq; per .18. septimi .d. ad .c. sicut .a. ad .b. per .16. ant .8. cum .d. et .c. sint superficiales similes: eo qd sunt ambo quadrati. erit inter eos vnus numerus medi<sup>9</sup> fm cotinua propor. p. 8. itaq; eiusde erit etiam vnus inter .a. et .b. igitur p. 17. eiusde .a. et .b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps conel. patet p premissam: sunt eni omnes tetragoni superficiales similes scda patet ex hac cu sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius conel. pte a destructione psequetis. quarta vero pz ex eiusde pte scda a destructione etia psequetis.

Propositio 3.

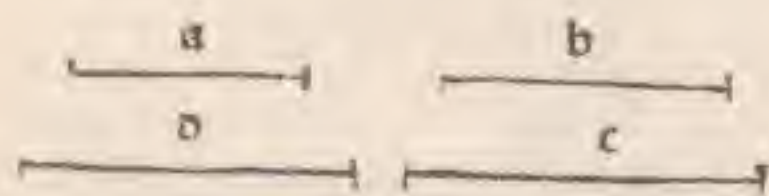
**S** numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producat erit cubus.



Sit .a. cubus ex quo in se ducto fiat .b. dico .b. esse cubum. sit eni .c. latus cubici. a. ex .c. vero in se fiat .d. patet itaq; qd ex .c. in .d. sit .a. sunt igitur vnitas .c. d. a. pttine pportionales: qd ex .18. septimi et p sentibus pthetibus manifestu est: et quia est .a. ad .b. sicut vnitas ad .a. eo qd quotiens vnitas e i .a. toties .a. in .b. erit iter .a. et .b. duo numeri medi fm pportionalitate pttina per .8. octaui: cum igit ex pthetisi sit .a. cubus erit per .21. eiusdem .b. quoq; cubus: qd oportebat demonstrare.

Propositio 4.

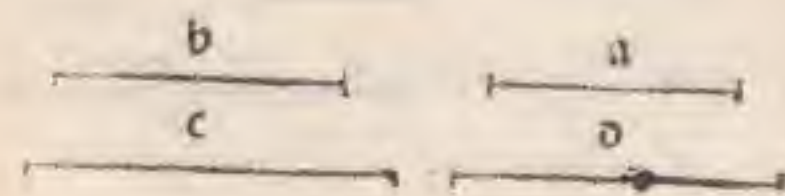
**S** cubus in alium cubum ducatur. qui inde producat erit cubus.



Sint .a. et .b. cubi: fiatq; .c. ex .a. in .b. dico .c. esse cubum. fiat enim .d. ex .a. in se. eritq; per premissa .d. cubus et qz per .18. septimi e .a. ad .b. sicut .d. ad .c. constat ex .23. octaui. c. e cubum: qd est propositum.

Propositio 5.

**S** numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq; productus cubus in quem ductus e numerum cubum esse necesse est. vnde et manifestu est: quia ex ductu cubi in non cubum producat non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem si fuerit qui inde producat non cubus in quem ille ductus fuerit necesse est esse non cubum.



Sit eni ex .a. cubo in .b. numerum pduct<sup>9</sup> .c. cub<sup>9</sup> dico .b. e cubum: fiat eni .d. ex .a. in se qui p antepmissa erit cub<sup>9</sup>: qz igit e p .18. sep. a. ad .b. sicut .d. ad .c. estq; .a. cubus s; et .d. et .c. cubi erit p .23. octaui. b. cub<sup>9</sup> qd e ppositu: pma ps conel. patet ex hac quinta a destructione pntis. scda per pmissam s; a destructione cōsequetis.



## Propositio .6.

**S**i ex ductu cuiusdam numeri in se ipsum cubus producat eum esse cubum necessario comprobatur.

**S**it ut ex .a. in se fiat .b. sitq; .b. cubus: dico ergo .a. esse cubum: fiat enim .c. ex .a. in .b. eritq; ex diffinitione .c. cubus. et qm̄ constat ex .18. septimi qd̄ sit .a. ad .b. sicut .b. ad .c. cū sint .b. et .c. cubi: sequit̄ ex .23. octavi .a. esse cubum: qd̄ ē ppositū. **Propositio .7.**

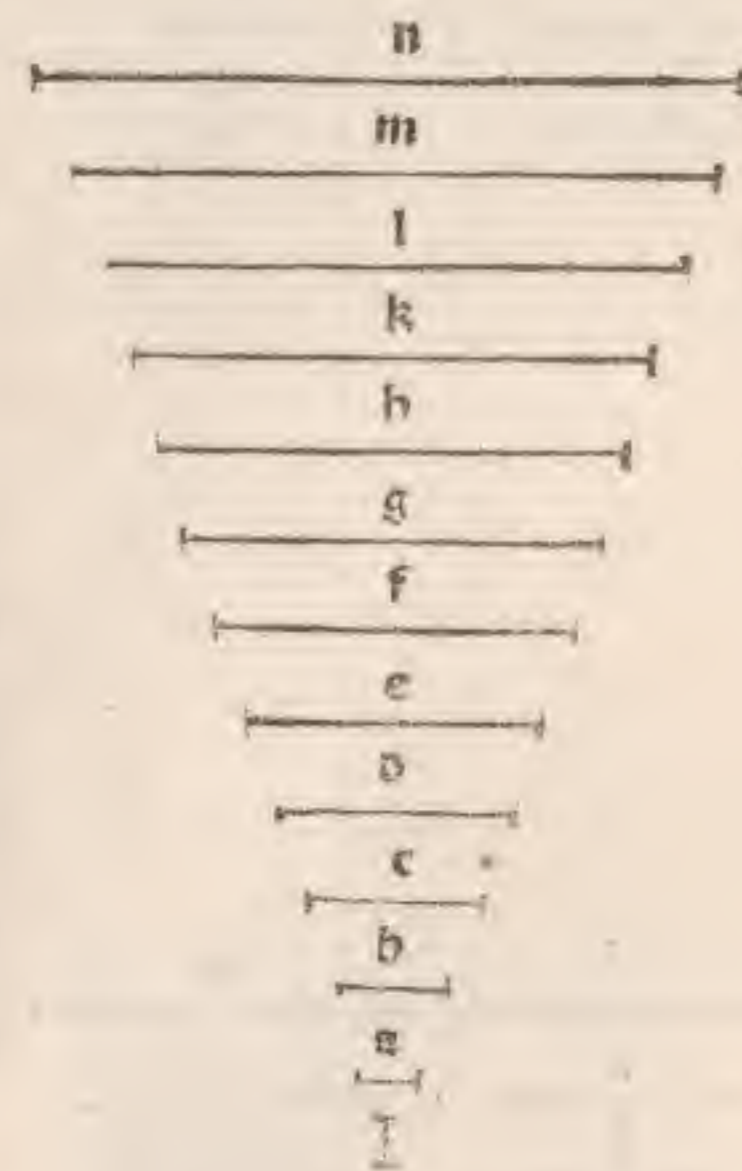
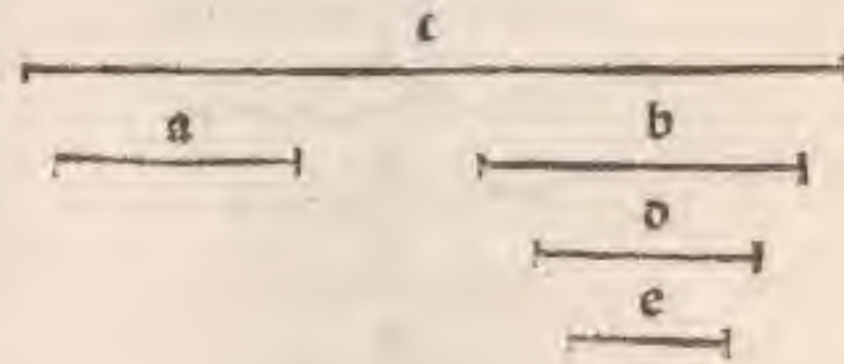
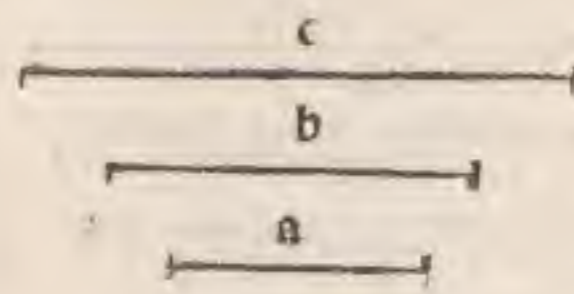
**S**i numerus cōpositus in numerum quēlibet ducatur: qui inde producet̄ erit solidus.

**S**it .a. numerus cōpositus: qui ducatur in .b. et pueniat .c. dico .c. esse numerum solidum: cū enim .a. sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit .d. numeretq; eum scdm̄ .e. quia igitur ex .e. in .d. fit .a. et ex .a. in .b. .c. erit ex diffinitione solidorū .c. solidus cuiusq; latera .e. d. b. qd̄ ē ppositū.

## Propositio .8.

**S**i fuerint numeri ab unitate cōtinue proportionales: tertius ab unitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab unitate cubus: ac deinceps duobus semper intermisso. Itēq; septimus ab unitate ē quadratus cubicus. ac deinceps: quinq; semper intermisso quadratus cubicus continuo sequitur.

**S**int cōtinue proportionales unitas .a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. dico .b. esse quadratum et .d. obmisso .c. et sic alios vno semp obmisso. vnde simplr̄ om̄s existētes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus et septimus: dico item .c. esse cubum et .f. duobus obmissis: et sic in ceteris. Omnisq; simplr̄ est cubus cui⁹ ab unitate locus addit sup̄ ternariū: vel quēlibet multiplicē ipsius ternarij unitatē: vt sūt quartus septimus decim⁹ tertiusdecimus et sextusdecimus. in his enī pueniant omnes qui duos transmittunt. Itēq; dico .f. ab unitate septimū esse quadratum cubicū: et s̄lr̄ .n. quinq; numeris intermisso: idēq; in ceteris. Simplr̄ autē dico cui⁹ locus ab unitate addit super senariū vel quēlibet multiplicē ipsius unitatē: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus et vicesimusquintus: illū cē quadratum cubicum: quadratum quidē qm̄ eius locus impar: cubum autē qm̄ sup̄ multiplicem ternarij addit unitatem quippe senarij multiplices cūctos ternarij necesse est cē multiplices. Que autē pposita sunt sic constāt. Est enī ex ypothēsi .a. in .b. quotiēs unitas in .a. itaq; .b. ex diffinitione quadratus: q; igit̄ .b. c. d. sūt cōtinue proportionales cū .b. sit quadratus p; ex .17. vel .20. octavi .d. esse quadratum. Eadem rōne et .f. q; .d. e. f. sunt p̄tinue p̄portionales: et .d. est quadratus: idem in ceteris vno intermisso: p̄stat itaq; primū. Scdm̄ sic cū sit .b. in .c. quotiēs .a. in .b. ex ypothē. sequit̄ a diffinitione vt ex .a. in .b. suū quadratum fiat .c. igit̄ ex diffinitione cubi .c. est cub⁹. At q; .c. d. e. f. sūt p̄tinue p̄portionales sed et .f. g. h. k. est autē .c. cubus: necesse est per .19. vel .21. octavi vt .f. quoq; sit cubus. ideoq; et .k. idēq; i ceteris duob⁹ trāsmissis: q̄re liquet scdm̄. Qm̄ autē .m. f. septimo et in .n. tertio decimo: ceterisq; quinq; medios obmittētib⁹. simplr̄ vero et in oibus quoz loc⁹ semp quēlibet multiplicē senarij addit unitatē: terminant̄ quadratorū et cuboz cōputatiōes: in his quidem vni⁹: in illis autē duoz obmissione sequit̄ ipsos esse q̄dratos: ex huius prima p̄te et cubicos ex scda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur





LIBER

Propositio. 9



**S** numeris quotlibet ab unitate continua pportionalitate dispositis unitate sequens quadratus fuerit: ceteri quoque omnes erunt quadrati. Si vero qui unitate sequitur fuerit cubus ceteri quoque omnes erunt cubi.

**S**int qui prius continue proportionales ab unitate. sicut a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoque dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum p. p. p. q. q. ergo, a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 27. octavi sequitur. e. esse quadratum. idem quoque ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autem idem eodem modo probabis: quare patet primum. Secundum autem sic. cum b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoque cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaque per. 23. octavi. d. omnesque sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoque arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem sunt enim. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singulique quatuor continue sumpti continue proportionales.

Propositio 10.



**S** numeris quotlibet ab unitate continua pportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit. non erit aliorum quisque quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper intermissio reperiunt tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duorum semper intermissione formantur cubicis.

**H**ec ex opposito subiecti premissae inserit partem oppositi passionis. dico autem partem quam ex. 8. constat omnes impares esse quadratos. omnesque quorum locus super ternarium vel quolibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. sint itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octava proponit. si enim quis alius ponatur quadratus sequitur p. 22. octavi. a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per. 23. eiusdem. a. esse cubum quorum utrumque contrarium est hypothese. Constat ergo propositum:

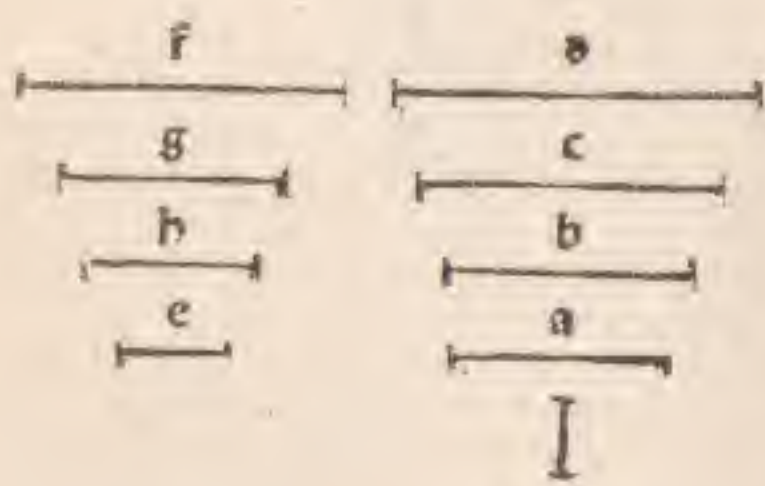
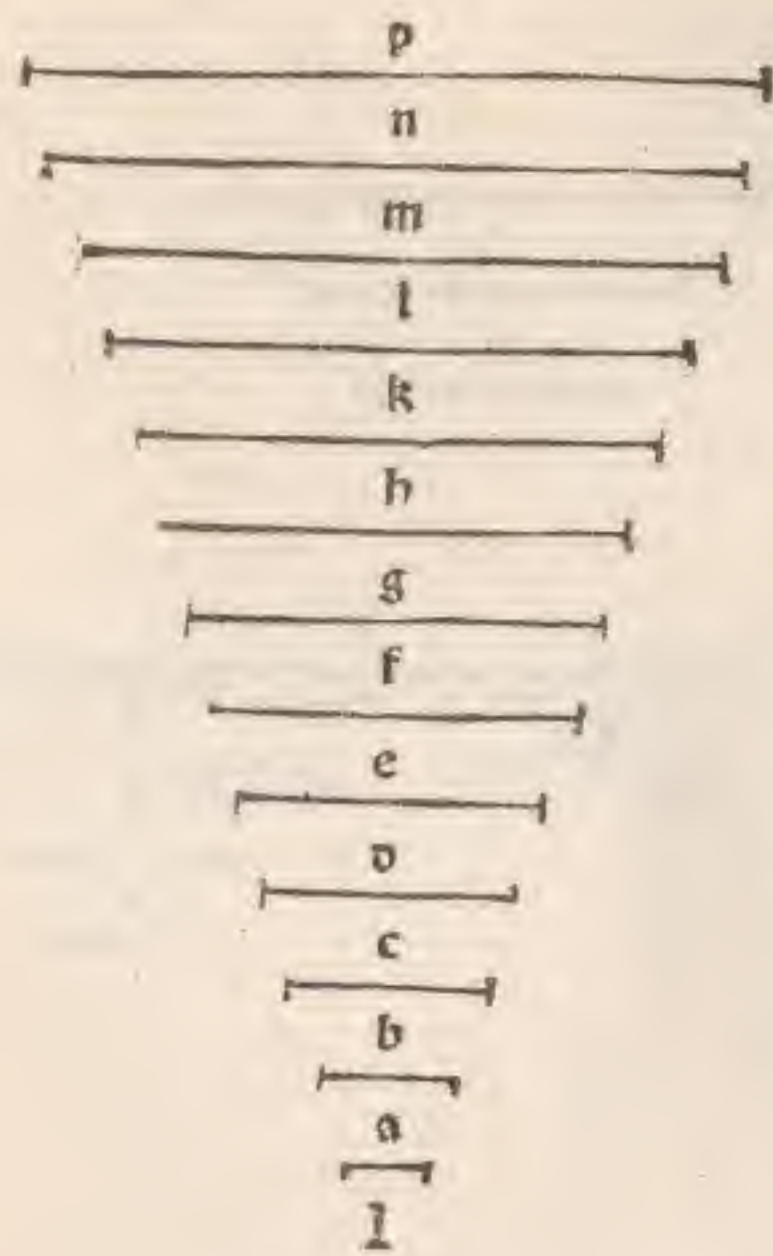
Propositio 11.



**S** numeris quotlibet ab unitate continua pportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoque qui unitate sequitur numerare necesse est.

**S**int usque ad. d. continue proportionales ab unitate: sicut. c. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare. d. dico quod idem numerabit. a. Nam si non erit ad ipsum primum p. 32. sept. et quod ex. a. i. se sit. b. sequitur ex. 26. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad. b. sed et ad. c. et ad. d. sequitur ipsum esse primum. p. 25. eiusdem: eo quod ex. a. i. b. sit. c. et ex eodem in. c. d. non ergo numerat. d. cum sit primus ad ipsum: quare accidit primum hypothese. Idem aliter cum sit. e. primus si non numerat. a. primus erit ad ipsum p. 32. sept. itaque p. 32. eiusdem erunt minimi in sua proportione: quod autem. e. ex hypothese. numerat. d. sit ut fm. f. constat vero quod ex. a. in. c. fiat. d. ergo per secundam partem. 20. sept. erit. a. ad. e. sicut f. ad. e. quare p. 21. eiusdem. e. numerabit. c. et sit ut fm. g. et quod ex. a. i. b. sit. c. sequitur quoque per easdem et eodem modo ut. e. numeret. b. esto ergo quod fm. b. et quoniam rursus ex. a. in se sit. b. necesse est iterum per easdem ut. e. numeret. a. sed positum erat non numerare b. accidit impossibile.

Propositio 12.



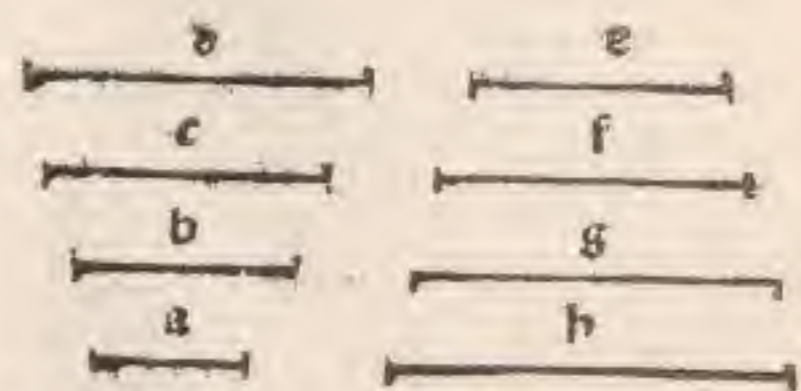
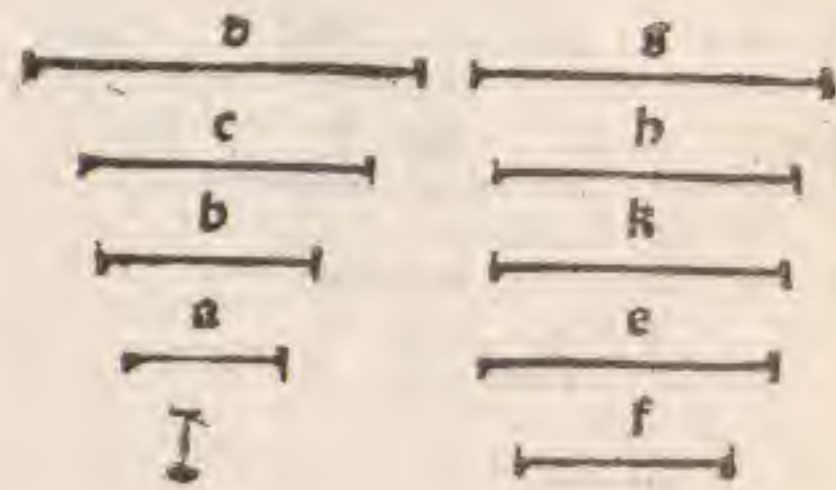
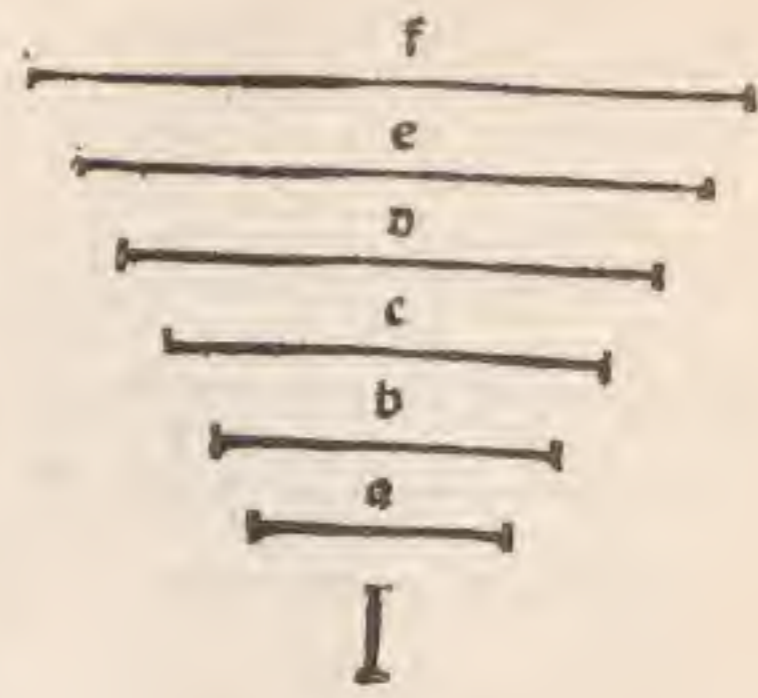


**I**n numeris ab unitate continue proportionalibus minor maior re numerat secundum aliquam illa proportionalitate dispositum. Sint ab unitate usque ad f. continue proportionales. dico nullum ipsorum numerare. f. nisi secundum aliquam aliorum: constat enim quod e. numerat ipsum. f. secundum a. est enim. e. ad. f. ut unitas ad. a. sed et. d. numerat eundem. f. secundum. b. est namque per equam proportionalitatem. d. ad. f. ut unitas ad. b. De. c. quoque patet eodem modo quod secundum se ipsum numeret eum. Et converso quoque. a. numerat eum secundum. e. eo quod sicut unitas ad. e. ita. a. ad. f. b. vero secundum. d. est enim ut unitas ad. d. ita. b. ad. f. verum igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisque qui proponitur ultimum numerare fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem: numerare ipsum convincit per equam proportionalitatem et definitionem.

**Propositio 13**

**Q**uolibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usque ad. d. continue proportionales ab unitate. sitque a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec simpliciter aliquem eorum nisi aliquem eorum qui antecedit ultimum vel eum qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diversus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per. 11. numerabit. a. non igitur est. a. primus quod est per hypothese. Si autem ipse fuerit compositus necesse est per. 30. septimi: ut aliquis primus numeret eum qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cum necesse sit ipsum numerare. d. arguet etiam eundem numerare. a. per. 11. sic quoque. a. non erit primus. Est igitur. a. primus numerans. e. quoniam autem. c. numerat. d. sit ut secundum. g. eritque per. 20. sept. a. ad. e. sicut g. ad. c. sit enim. d. ex. a. i. c. quare cum. a. numeret. e. et. g. numerabit. c. sitque ut secundum. b. sequiturque ut. a. numeret. g. sicut sequitur ut numeret. c. alioquin si. g. quidem est primus cum numeret. c. sequitur per. 11. ipsum numerare. a. Si autem compositus per eandem sequitur numerum primum numerantem. g. numerare. a. quod est inconveniens. itaque. a. numerat eum. sequitur ergo per secundam partem. 20. septimi ut. b. numeret quoque. b. eo quod tamen ex. a. in. b. quod ex. g. in. b. constat perducitur. c. numeret. b. itaque ipsum secundum. k. Constat autem ut prius de. g. quod. a. numeret. b. Nam si non non erit. a. primus itaque per secundam partem. 20. sept. sequitur ut. k. numeret. a. sit enim tamen ex. a. in se quod ex. b. i. k. b. Manifestum est autem. k. non esse. a. nullus enim numerorum. g. b. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. esset aliquis ex eis cum ipse numeret. d. secundum. e. esset per primam. e. quoque aliquis ex eis. sed non erat: nec igitur. g. simpliciter cum. b. numeret. c. secundum. g. non erit. b. aliquis ex. a. b. c. Nam esset. per primam et. g. ostensum est autem quod non: nec igitur. b. eadem ratione nec. k. cum enim ipse numeret. b. secundum. b. si ipse esset. a. convinceret per primam. b. quoque esset. a. At non erat: nec igitur. k. erit. a. numerat autem ipsum Non est itaque. a. primus quod est impossibile. Aliter idem si. e. diversus ab. a. b. c. d. numerat. d. sit ut secundum. f. et. q. a. numerus primus numerat. d. productum ex. e. in. f. sequitur ex. 33. sept. quod ipse numeret. e. vel. f. numeret. ergo. e. quod igitur tamen ex. a. i. c. quod ex. e. in. f. sit. d. erit per secundam partem. 20. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. numerat itaque. f. c. sit ut secundum. g. eritque per. 33. septimi ut. a. quoque numeret. f. vel. g. sitque ut. f. sequiturque per secundam partem. 20. eiusdem ut. g. numeret. b. sitque ut secundum. b. ut prius igitur. a. numerabit. g. vel. b. et sit ut numeret. g. b. ergo per secundam partem. 20. numerabit. a. si itaque. b. non est equalis. a. non erit. a. primus: quod est contra hypothese. Si autem equalis erit unusquisque numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. per primam quo





tiens oportet assumptam. Non est igitur e. diversus ab eis: quod est etiam contra hypothe-  
itaque constat verum esse quod proponitur. **Propositio .4.**

**S**i propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati non numerabit eum aliquis numerus primus praeter illos assignatos:

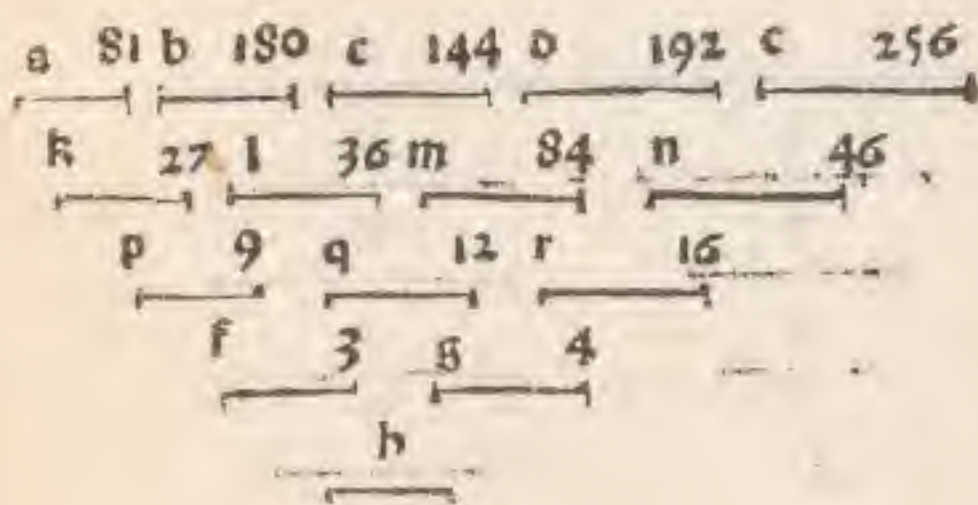
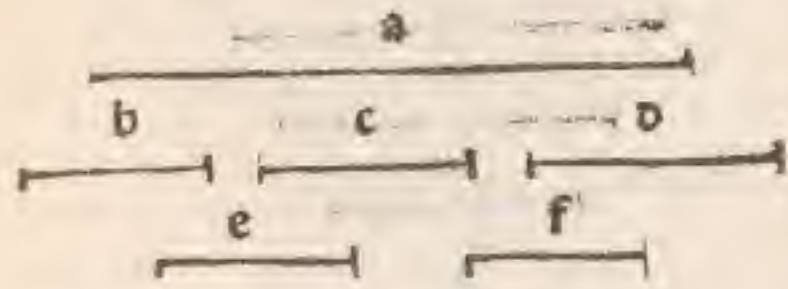
**S**i sit a. minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b. c. d. dico quod alius primus praeter eos non numerabit a. Sin autem sit e primus numerus cum fm. f. quod ergo quilibet numerorum b. c. d. numerat a. productum ex e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi: ut quilibet eorum numerat e. vel. f. sed e. nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f. cum itaque sit f. minor a. utpote qui numerat eum fm. e. non erit a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens. **Propositio .15.**

**S**i quolibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: quicumque aliquem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis

**S**i sit a. b. c. d. e. continue proportionales et minimi secundum proportionem f. ad g. qui sint in sua proportione minimi: et ponatur b. numerare c. dico quod h. est commensurabilis f. vel g. sumant enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt k. l. m. n. constat autem ex secunda octavi quod ex f. in m. sit c. alioquin continueret esse minus minimo quod esse non potest. itaque per coroll. 33. septimi erit h. commensurabilis f. vel m. quod si f. constat propositum: si autem m. sumant in eadem proportione tres minimi qui sint p. q. r. eritque ex secunda octavi ut m. fiat ex f. in r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per predictum coroll. h. est commensurabilis f. vel r. sed non erat f. sic enim constabat propositum: commensurabilis igitur est r. qui cum ex secunda octavi fiat ex g. in se sequitur ex dicto coroll. ut h. sit commensurabilis g. quod est propositum. **Propositio .16.**

**S**i fuerint numeri quolibet continue proportionales in sua proportione minimi quilibet eorum ad compositum ex reliquis primis esse necessario comprobatur.

**S**i sit a. b. c. d. continue proportionales et minimi. dico compositum ex a. b. c. primum esse ad d. Si enim non numerabit aliquis numerus qui sit e compositum ex a. b. c. et d. per praemissa igitur erit e. concilians alteri terminorum illius proportionis qui sunt f. et g. erit itaque numerus aliquis numerus c. et alterum duorum f. g. qui sit h. quia ergo h. numerat e. numerabit d. et compositum ex a. b. c. et quia numerat f. vel g. quorum uterque numerat utrumque mediorum et simpliciter omnes si plures duobus sint: ex secunda octavi sequitur ut ipse numeret b. et c. ergo et a. quod numerat totum a. b. c. non sunt igitur a. et d. se primi quod est inconueniens per 3. octavi: sicut quoque constabit propositum ex a. b. d. primum esse ad c. si enim ut prius e. numerat abos sequitur per praemissam ut aliquis numerus qui etiam sit h. numeret e. et alterum duorum f. g. itaque h. numerat c. et totum a. b. d. sed et b. cum utraque radicem numeret omnes medios: igitur et compositum ex a. et d. et quod necessario numerat alterum duorum a. d. cum numeret alterum duorum f. g. numerabit et reliquum. Non sunt igitur a. et d. contra se primi: et ita idem ut prius. **D**emonstrat autem idem aliter de tribus continue proportionalibus et minimis sine amiculo praemissae probat enim ex quibusque duobus compositum primum esse ad reliquum. sint itaque 3. continue proportionales et minimi a. b. c. quorum termini d. et c. dico tunc compositum ex a. et b. primum





esse ad. c. z cōpositū ex. b. z. c. ad. a. itēqz ex. a. z. c. ad. b. manifestū enim est ex se/ cunda octavi qd ex. d. in se fit. a. z in. e. fit. b. z ex. e. in se. c. z ex. 22. septimi. qd. d. z. e. sūt cōtra se primi: itaqz ex p̄ma pte. 29. eiusdē erit tot⁹. d. e. p̄m⁹ ad vtrūqz eoz qz igit̄ vterqz duoz numeroz. d. z. d. e. p̄m⁹ ē ad. e. erit p. 25. eiusdē qui ex. d. in. d. e. p̄ducitur z ipse ē cōpositus ex. a. z. b. p̄mus ad. e. sequit̄ ergo p. 26. eiusdē. ut etiā cōpositus ex. a. z. b. sit p̄m⁹ ad. c. sit enī. c. ex. e. i se. Simili quoqz demōstratōe p/ babis cōpositū ex. b. z. c. p̄mū esse ad. a. At vero cōpositū ex. a. z. c. p̄mū esse ad. b: sic habetoz: cū sit enī vterqz duoz. d. z. c. p̄mus ad totum. d. e. erit p. 25. septimi qui ex. d. in. e. p̄ducit̄: z ipse est. b. p̄mus ad. d. e. itaqz p. 26. eiusdē qui ex. d. c. in se p/ uenit̄: z ipse est qui cōponit̄ ex. a. z. c. z duplo. b. primus erit ad. b. sequit̄ ergo com positū ex. a. z. c. p̄mū esse ad. b. necesse enī ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue rit ad vnū eoz ex quib⁹ componit̄: sit primus ad reliquū: demōstratum aut̄ ē hoc supra. 29. septimi. Oportet aut̄ stabilire ad robur istius demōstratiōis cōpositū ex. a. z. b. p̄duci ex. d. in cōpositū ex. d. z. e. supposito qd ex. d. in se fit. a. z ex eodez in. e. b. itēqz qd ex. d. e. i se p̄ducit̄ cōpositū ex. a. z. c. z duplo. b. supposito eo quod prius z qd ex. e. in se fit. c. huius itaqz grā pponit̄ hec demōstrada.

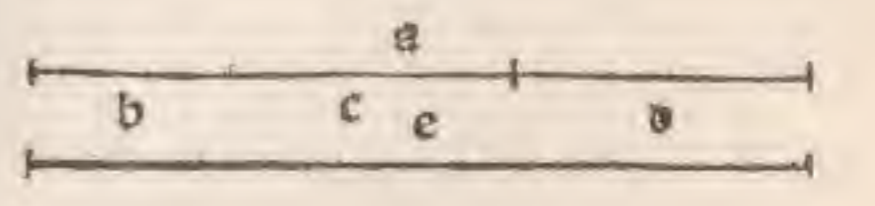
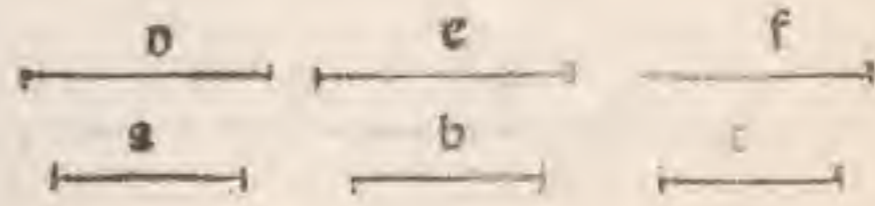
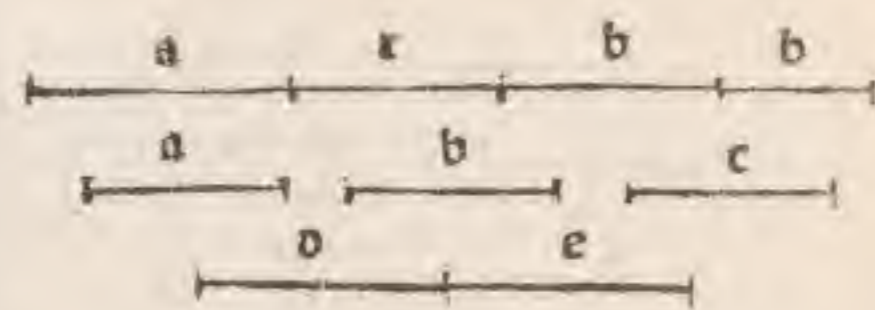
**Qd fit ex ductu vni⁹ numeri i quotlibet tantū ē: quantū qd ex ductu eiusdē i cōpositū ex illis.** Idē pponit p̄ma scōi de lineis. Sit enī ut. ex. a. i. b. z in. c. z in. d. pueniant. e. z. f. z. g. dico qd ex. a. in cōpositū ex. b. z. c. z. d. puenit cōpositū ex. e. z. f. z. g. sequit̄ enī ex cōuersione diffinitionis eius qd multiplicat̄ ut tota pars sit. b. e. z tota. c. f. sed z. d. tota. g. quota ē vnitas. a. per quintā itaqz se/ primi: tota quoqz ps erit cōpositus ex. b. z. c. z. d. cōpositi ex. e. z. f. z. g. quota est vnitas. a. ergo per diffinitionē ex. a. in cōpositū ex. b. z. c. z. d. sit cōpositus ex. e. z. f. z. g. qd est propositū.

**Qd fit ex ductu quotlibet numerozum in vnum equū ē ei qd fit ex cōposito eozū in eundē.** Hoc ē cōuersū eius qd modo demōstratū ē: vt si ex. b. z. c. z. d. in. a. fiant. e. z. f. z. g. fiet quoqz cōpositus ex cōposito i eundē: qd ex. 17. septimi z p̄demōstrato facile cōcludit̄.

**Qd fit ex ductu quotlibet numeroz in quotlibet alios: equū est ei qd fit ex cōposito horum in cōpositū illoz.** Ut si. a. b. c. multiplicet̄. d. e. f. quilibet quē/ libet: iungant̄qz p̄ducta. dico aggregatū ex productis esse equale p̄ducto ex cōpo/ sito ex. a. z. b. z. c. in cōpositū ex. d. z. e. z. f. est enī p̄ p̄missam qd fit ex cōposito ex. a. b. c. in. d. quātū qd ex singulis in illū. d. sic z in. e. z in. f. ex cōposito aut̄ horū a. b. c. in quēlibet illoz. d. e. f. p̄ ante p̄missā sit quātū ex cōposito in cōpositū. itaqz constat p̄positū.

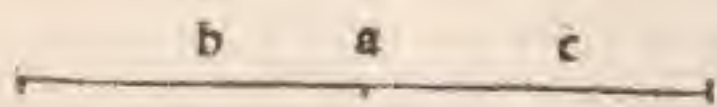
**Numero in quotlibet ptes diuiso: tantū est qd fit ex toto eo in se: quantū qd ex eo in omnes suas ptes.** Idē pponit scōa se/ cundi de lineis. vt si. a. diuidat̄ in. b. z. c. z. d. dico qd tantum fit ex. a. in se quantū in oēs illos. b. c. d. posito enī. e. equali. a. constat ex p̄ma haz incidentiū tm̄ fieri ex. e. in. a. quātū in oēs ptes. a. sed p̄ cōcept. ex. e. in. a. fit quātum ex. a. in se. z ex. e. in ptes. a. quātū ex. a. in easdē. Manifestū ergo ē vey esse qd dicit̄.

**Numero in duo diuiso qd fit ex toto in alterum diuidentium: tm̄ est quantū qd ex eodem in se z in alterum.** Idē proponit tertia scōi de lineis. Sit enī. a. diuisus in. b. z. c. dico tm̄ fieri ex. a. in. c. quātū ex. c. in se. z in. b. Nam qd ex. a. i. c. ē quātū qd ex. c. in. a. p. 17. septimi. sumpto itaqz. d. equali. c. erit. a. in. c. quantum d. in. a. At per p̄mā harū. d. in. a. ē quantū in. b. z. c. qz ergo. d. in. a. z i. b. z. i. c. ē quantum. c. in. a. z in. b. z in se propter equalitatem. c. z. d. constat propositum.





**¶** Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusque diuidentium in se et alterius eorum bis in alterum.



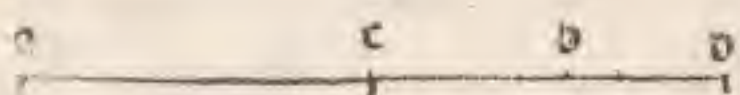
**¶** Idem proponit quarta secundi de lineis: ut si a. diuidatur in .b. et .c. dico tamen fieri ex .a. in se quantum quod ex .b. in se. et .c. in se et ex .b. bis in .c. est enim per quartam harum quod ex .a. in se quantum quod ex eo in .b. et in .c. ex eo autem in .b. per premissam est quantum quod ex .b. in se. et in .c. et ex .a. in .c. per eandem est quantum quod ex .c. in se. et in .b. et quod ex .c. in .b. tantum est quantum quod ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

**¶** Numero per duo equalia duoque unequalia diuiso quod fit ex maiori unequalium in minorem cum quadrato intermedij equum est quadrato medietatis totius.



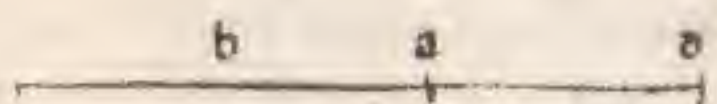
**¶** Idem proponit de lineis quinta secundi: ut si .a. .b. diuidatur in duos numeros equales qui sint .a. .c. et .c. .b. itemque in duos inequales quorum fit maior .a. .d. et minor .d. .b. dico quod illud quod fit ex toto .a. .d. in .d. .b. cum quadrato .c. .d. equale est quadrato .c. .b. per premissam enim quadratum .c. .b. est equale quadrato .c. .d. et quadrato .d. .b. et ei quod fit ex .b. .d. in .c. .d. bis: sed ex .b. .d. ille et in .c. .d. tamen fit quantum in .c. .b. per primam hanc: et id quantum in .a. .c. itaque ex .b. .d. in se et in .c. .d. bis quantum ex ipso .b. .d. in .a. .d. per eandem igitur quadratum .c. .b. superat id quod fit ex .b. .d. in .a. .d. in quadrato .c. .d. constat ergo propositum.

**¶** Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiusque alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio et adiuncto.



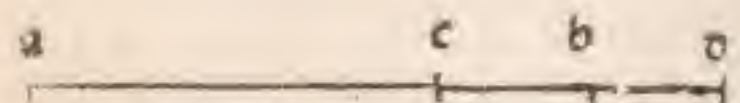
**¶** Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit enim .a. .b. diuisus in duos equales numeros qui sint .a. .c. et .c. .b. addaturque ei numerus .b. .d. dico illud quod fit ex toto .a. .d. in .d. .b. cum quadrato .b. esse equale quadrato .c. .d. est enim ex sexta harum quadratum .c. .d. equale quadrato .d. .b. et quadrato .b. .c. et ei quod fit ex .d. .b. in .b. .c. bis: sed per primam hanc ex .b. .d. in se et in .b. .c. bis est quantum ex .b. .d. in .d. .a. Sunt enim .a. .c. et .c. .b. equalia, itaque quadratum .c. .d. superat id quod fit ex .b. .d. in .d. .a. in quadrato .c. .b. quod est propositum.

**¶** Cum numerus in duo diuisus quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.



**¶** Idem proponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus .a. diuisus in .b. et .d. dico quadratum .a. cum quadrato .d. tamen esse quantum quod fit ex .a. in .d. bis cum quadrato .b. constat quidem ex sexta hanc quod quadratum .a. tantum est quantum quadratum .d. et quadratum .b. et quod fit ex .d. in .b. bis: itaque quadratum .a. cum quadrato .d. tamen est quantum quod ex .d. bis in se. et bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se et bis in .b. fit quantum quod ex .d. bis in .a. per primam harum: ergo quod fit ex .d. bis in .a. cum quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

**¶** Cum fuerit numerus in duo diuisus eiusque equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

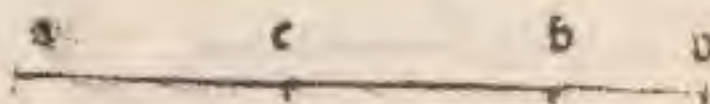
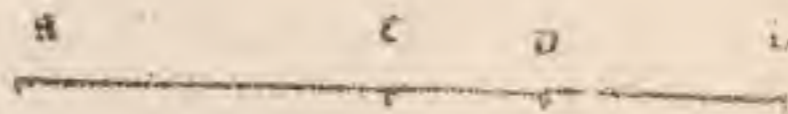


**¶** Idem proponit octaua secundi de lineis. Sit numerus .a. .b. diuisus in .a. .c. et .c. .b. cui addatur .b. .d. qui ponatur equalis .c. .b. dico quadratum .a. .d. tantum esse quantum est id quod fit ex .a. .b. in .b. .d. quater cum quadrato .a. .c. est namque per sextam hanc quadratum .a. .d. equum quadrato .a. .b. et quadrato .b. .d. et ei quod fit ex .a. .b. in .b. .d. bis: et quia quadratum .b. .d. est equale quadrato .c. .b. erit quadratum .a. .d. equale quadrato .a. .b. et quadrato .c. .b. et ei quod fit ex .a. .b. in .b. .d. bis: per premissam autem est quadratum .a. .b. cum quadrato .c. .b. quantum quadratum .a. .c. cum eo quod fit

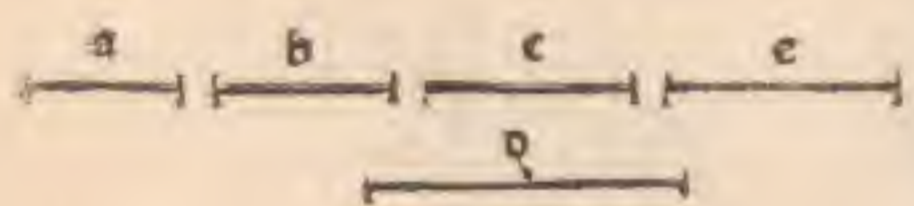
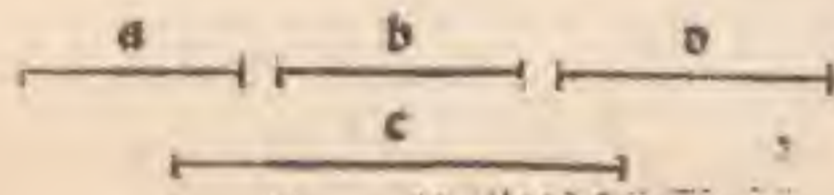
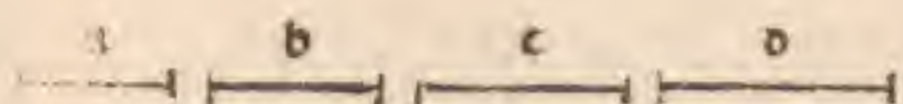
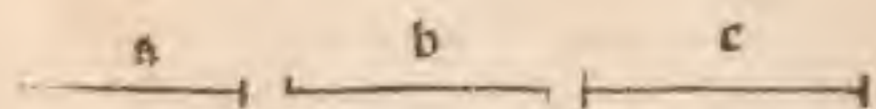


ex. a. b. in. b. c. bis: itaq; quadratum. a. d. tantū ē quātū qđ ex. a. b. in. b. d. bis & ex  
 a. b. in. b. c. bis cū quadrato. a. c. & qđ ex. a. b. in. b. c. tm̄ fit quantū in. b. d. constat  
 v̄ez eē quod ppositum est. ¶ Cum fuerit numerus in duo equalia duo/  
 q; unequalia diuisus: quadrata amboꝝ unequalium pariter accepta  
 duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio  
 excedit minorem pariter acceptis. ¶ Idem proponit nona scđi de lineis  
 Sit enim. a. b. diuisus p̄ duos equales qui sint. a. c. & c. b. & p̄ duos inequales qui  
 sint. a. d. & d. b. dico qđ quadrata duoz̄ numeroꝝ. a. d. & d. b. pariter accepta sunt  
 duplū duobus quadratis duoz̄ numeroꝝ. a. c. & c. d. pariter acceptis. Est eni per  
 sextam h̄az quadratum. a. d. quantū quadratū. a. c. & quadratū. c. d. & duplū eius  
 qđ fit ex. a. c. in. c. d. qđ aut. a. c. ē equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quantū quadratū  
 b. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. itaq; quadratū. a. d. cū qua  
 drato. b. d. sunt quātū quadratū. b. c. & quadratū. c. d. & duplū eius qđ fit ex. b. c. in  
 c. d. & quadratū. b. d. duplū aut̄ eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. cū quadrato. b. d. ē equa  
 le quadrato. b. c. & quadrato. c. d. p. 9. h̄az ergo quadrata duoz̄ numeroꝝ. a. d. et  
 d. b. sunt quantū quadrata duoz̄ numeroꝝ. b. c. & c. d. duplicata: & quia. b. c. & c. a  
 sunt equales: p̄ ppositū. ¶ Cum fuerit numerus in duo equa diuisus  
 aliisq; adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti  
 duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo  
 siti ex medietate & adiuncto. ¶ Idē proponit. 10. scđi de lineis. Sit eni nu  
 merus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. & c. b. sitq; sibi adiunctus numerus. b. d.  
 dico quadratū. a. d. cū quadrato. b. d. duplū eē ad quadratū. a. c. cū quadrato. c. d.  
 cū sit eni numerus. c. d. in duo diuisus sibiq; sit. a. c. equalis vni diuidentū addit<sup>o</sup>  
 erit per. 10. h̄az quadratū. a. d. quantū qđ fit ex. c. d. in. c. a. quater cū quadrato. b.  
 d. qđ vero. a. c. ē equalis. c. b. erit quadratū. a. d. quātū qđ fit ex. d. c. i. c. b. q̄ter cū q̄  
 drato. b. d. itaq; quadratū. a. d. cū quadrato. d. b. erit quantū qđ fit ex. d. c. in. c. b  
 quater cū duplo quadrati. b. d. hoc aut̄ p. 19. h̄az duplū ē ad q̄dratū. c. d. cū q̄dra  
 to. c. b. cū igit̄ sit q̄dratū. c. b. equale quadrato. a. c. constat ppositum. ¶ Nu  
 merum aliquem ita diuidere ut qđ ex toto & vna eius portione cōtine  
 tur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶ Qđ. 11. secundi pro  
 ponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim  
 quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut proponitur: sic eni di  
 uideret̄ fm̄ proportionē hab̄ntem medium & duo extrema: ut patet ex diffinitione  
 & 20. septimi. Si autem potest diuidatur in. c. sitq; a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a.  
 erit itaq; a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. qđ igitur  
 est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detra  
 ctum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c.  
 d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaq; d. e. de. c. d. ut sit. d.  
 e. eq̄lis. d. b. erit etiā p̄portio. b. e. ad. c. d. sic. c. d. ad. d. e. q̄re sic. d. b. residui. c. b.  
 ad. c. e. residui. c. d. pōt igit̄. c. e. detrahi ab. e. d. nō erit itaq; finis istius detractionis

**S** qđ ē ipossibile. Nūc ad ppositū reuertamur. ¶ Propositio .17.  
 Si fuerint duo numeri p̄tra se primi quātus ē primus eoz̄  
 ad scđm: tantū esse scđm ad tertium quēq; impossibile est.  
 ¶ Sint. a. & b. contra se primi: dico impossibile esse aliquē eis in con  
 tinua p̄portionalitate adiungi. Si eni pōt sit. c. qđ igit̄. a. ad. b. sicut







b. ad. c. sunt aut. a. et b. in sua proportione minimi per .23. septimi: sequitur p. 21. eiusdem ut. a. numeret. b. qui cum etiam numeret se: non erunt. a. et b. contra se primi: quod est contrarium poni.

## Propositio .18.

**S**i quotlibet numeroꝝ cōtinue pportionalium duo extrema fuerint cōtra se primi quantū est primus ad scōm tantū esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.

**S**int. a. b. c. cōtinue proportionales. sintq. a. et c. contra se primi dico q. in eadē proportione non potest eis adiūgi alius. si eni potest sit. d. quia igitur ē. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutati. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt autē. a. et c. in sua pportione minimi per .23. septimi itaq. p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare etiam numerat. c. numeroꝝ enim continue proportionalium: si primus numerat scōm: ipse numerat omnes et simpliciter quilibet precedēs quēlibet sequētem. at q. etiam numerat se: non erunt. a. et c. cōtra se primi: qd est inconueniens.

## Propositio .19.

**P**ropositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

**S**int. a. et b. duo numeri propositi: volo inquirere an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiūgi. Igitur si ipsi sunt cōtra se primi impossibile est per. 17. si vero cōpositi ducatur. b. in se. et p. ueniat. c. quē si. a. numerat erit. si vero nō numerat non erit. Numeret enim cum fm d. qui erit quē querimus per. 2. partem. 20. septimi. sit ergo ut nō numeret eum est tamen ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq. q. ex. b. in se fit. c. sequitur per primā partem. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igit. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q. nō quare sequit impossibile.

## Propositio .20.

**D**atis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

**S**int cōtinue proportioales. a. b. c. volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiūgi. igitur si. a. et c. sunt ptra se primi impossibile est per. 18. si aut cōpositus. sit. d. qui provenit ex b. in. c. quē si numerat. a. erit. si vero nō numerat nō erit. numeret enim cum fm. e qui erit quē querimus: per scōam partem. 20. septimi. sit ergo ut nō numeret eum: est tamen ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq. q. ex. b. in. c. fit. d. sequitur per primā partem. 20. septimi. ut ex. a. in. e. sit idem. ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positū erat q. non: Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint cōtra se primi finem habet intentio per. 18. si autem cōpositi: ducto scōo in vltimū si productum numeret primus: is scōm quē eū numerat est quē querimus per scōam partē. 20. sep. si aut primus pductū nō numerat nullus erit: quotlibet eni posito p primā partē eiusdē fm ipsū positū. numerabit primus pductū: qd positū erat nō numerare.

## Propositio .21.

**D**atis quotlibet numeris primus aliquē primū ab eis diuersum esse necesse est.

**N**ihil aliud intendit nisi q. numeri primi sunt infiniti demonstrare. Sint eni. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquē primū diuersus ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerat cui addita vnitāte fiat. d. g. qui



est primus aut compositus .si primus constat ppositum .si compositus numerat eū aliquis primus qui sit .b. que non est possibile esse aliquē ex primis ppositis .si enī esset aliquis eoz cū quilibet ipsoz numeret .d. f. ipse quoqz numeraret eundē: at qz numerat .d. g. oporteret ipsuz numerare .f. g. qui est vnitas qd est impossibile Idē sequitur posito .d. f. quolibet numero que numerant .a. b. c. qre pstat ppositū

**Propositio .22.**

**S**i coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoqz ab eis coaceruatus erit par.

**S**it quisqz numeroz .a. b. c. par: dico ex eis cōpositū eē parē. habet enī ex cōuersione diffinitionis quisqz eoz medietatē. sint ergo eorum medietates .d. e. f. qz igitur sicut .a. ad .d. sic .b. ad .e. z .c. ad .f. erit ex .13. septimi sicut .a. ad .d. itaqz totū .a. b. c. ad totum .d. e. f. itaqz .d. e. f. est medietas .a. b. c. ergo per diffinitionem .a. b. c. est par: quod est propositum.

**Propositio .23.**

**S**i numeri impares numero pares coaceruentur: totus quoqz ex eis coaceruatus erit par.

**S**it quilibet numeroz .a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum esse parē: dempta enim a quolibet vnitate cōstat residuos esse pares: z qz ille vnitates dempte cōponūt parē. cū sint numero pares: constat propositum per pmissam.

**Propositio .24.**

**S**i numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoqz ex eis coaceruatum imparē esse.

**S**it quilibet numeroz .a. b. c. impar: dico totū ex eis cōpositū esse imparē. erit enī per pmissam cōpositus ex .a. z .b. par: z qz .c. dempta vnitate est par erit per ante pmissā totus .a. b. c. dempta vnitate par: per diffinitionem itaqz constat totum esse imparē.

**Propositio .25.**

**S**i a numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par

**S**it totus .a. par a quo detrahatur .b. qui quoqz sit par: z residu⁹ sit .c. dico .c. esse parē. sit enī .d. medietas .a. e. quoqz sit medietas .b. de tractoqz .e. de .d. sit reliquus .f. erit p .13. septimi .c. ad .f. sicut .a. ad .d. quare .f. ē medietas .itaqz .c. est par: qd est propositum.

**Propositio .26.**

**S**i a numero impari detrahatur impar reliquus erit par.

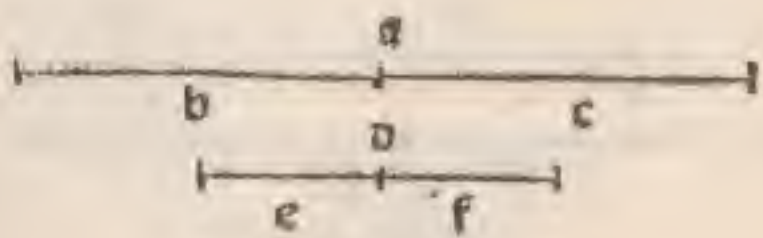
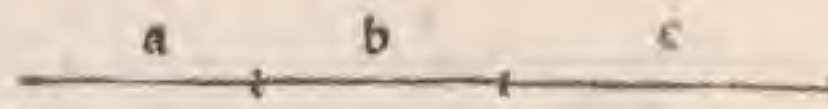
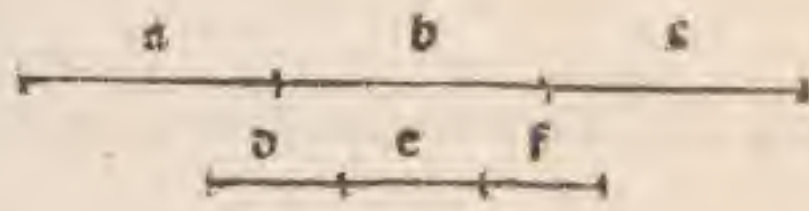
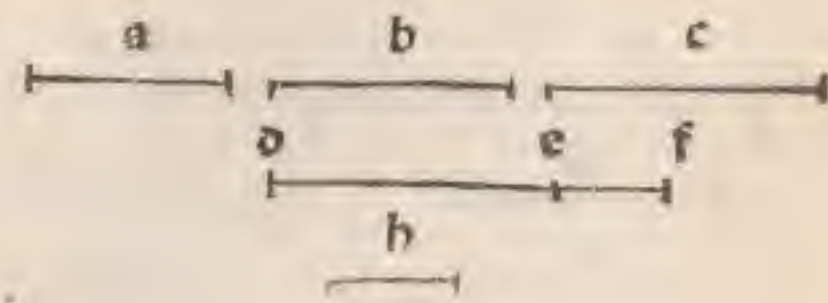
**S**it .a. b. numer⁹ impar a quo detrahatur .b. c. qui etiā sit impar: dico reliquum qui est .a. c. esse parē: detrahatur enī ab vtroqz duorum numeroz .a. b. z .b. c. vnitas q̄ sit .b. d. eritqz vterqz duoz residuoz q̄ sūt .a. d. z .d. c. par. p pmissā itaqz constat .a. c. eē parē: qd ē ppositū.

**Propositio .27.**

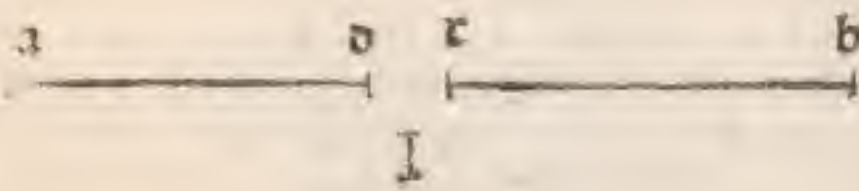
**S**i a numero impari numerū parē subtrahas qui relinquitur impar est.

**S**it .a. b. impar: a quo detrahatur .a. c. qui sit par: dico .c. b. residuū eē imparē. sit enī .b. d. vnitas: eritqz .a. d. par z qz .a. c. ē par erit p .25 c. d. par cū itaqz sit .d. b. vnitas erit .c. b. impar: qd est propositum.

**Propositio .28.**







**S** de numero pari imparē tollas qui relinquit impar est.  
**S**it. a. b. par a quo tollat. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuus esse imparē: subtrahatur enim ab. a. c. vnitas que sit. c. d. eritq. a. d. par itaq. per. 25. d. b. quoq. erit par. q. igit. d. c. est vnitas sequit. c. b. esse imparē: qd ē ppositū. **Propositio .29.**

**S** numerus impar in numerū parem ducatur qui inde produ-  
 cetur erit par.

**Ex. 23.** manifestum est quod dicitur.

**Propositio .30.**

**S** in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.  
**Hec quoq. ex. 24.** manifesta est.

**Propositio .31.**

**S** numer⁹ impar numerum parem numeret: numero pari eum numerabit.

**S**i enī numero impari eū numeraret ex impari i imparē fieret par: qd ē incōueniēs p pmissā. **Propositio .32.**

**S** impar imparē numeret impariter eum numerat.

**S**i enī pariter cū numeraret ex numero impari i numez parē fieret im-  
 par qd ē incōueniēs p. 29. **Propositio .33.**

**S** numerus impar numerum parem metiatur eiusdē quo-  
 q. dimidium ipsum metiri necesse est.

**S**it. a. numer⁹ par cuius dimidiū. b. sitq. c. numer⁹ impar qui nu-  
 meret. a. dico q. c. numerabit. b. numeret enī. a. fm. d. eritq. p. 31. d.  
 numerus par. **Esto igit. eius dimidiū. e. ducaturq. c. in. c. z pueniat**  
**f. eritq. p. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. z q. etiā est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequit. b. z**  
**f. esse equales. cū itaq. c. numeret. f. idē numerabit. b. quod est propositum.**

**Propositio .34.**

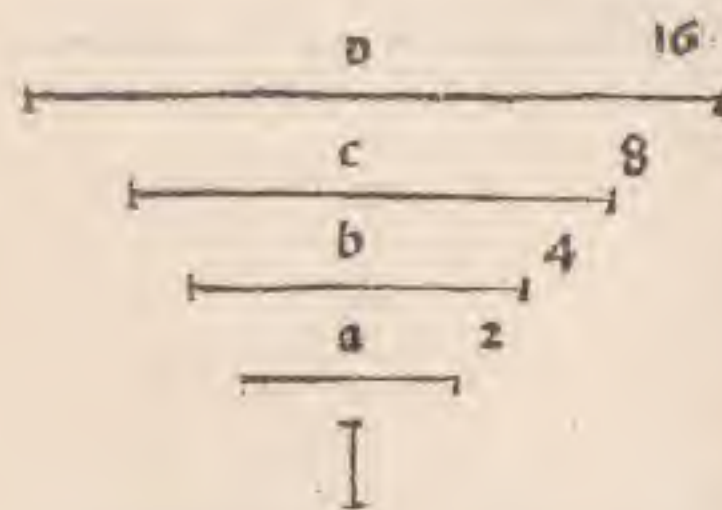
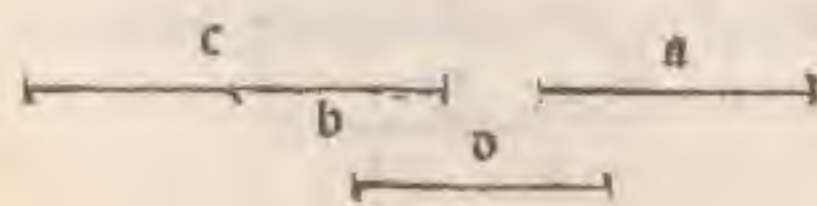
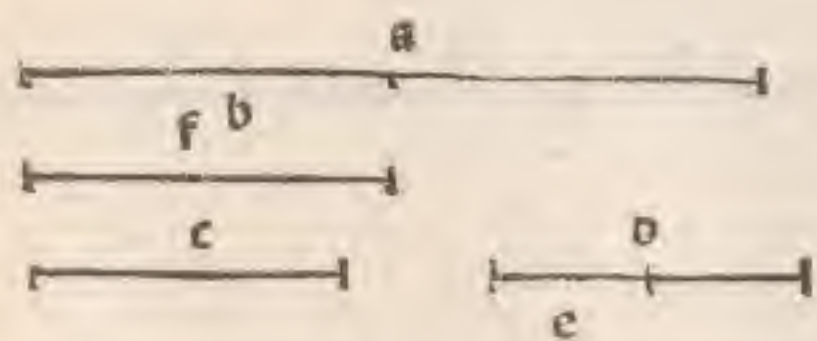
**S** numerus impar ad aliquē fuerit primus: idem ad eiusdē  
 duplum erit primus.

**S**it. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplū sit. c. dico q. a.  
 ē primus ad. c. sin autem numeret eos. d. cūq. a. sit impar sequit. d.  
 esse imparē: quicūq. enī iparē numerat impar est p pmissam itaq.  
 d. numerabit. b. non sunt igitur. a. z. b. contra se primi: qd est contra ppothēsi.

**Propositio .35.**

**N**umeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum:

**S**int vnitas. a. b. c. d. cōtinue pportioales. sitq. a. binarius: dico  
 oēs eos eē pariter pares eisq. fm hanc pportionē in infinitū auctis  
 nullū aliū eē parit parē: de his quidē constat p diffinitionē cū p. 12.  
 quilibet pcedens numeret quelibet sequere p aliquē eoz. quos omnes  
 oportet esse pares: z nullus alius numeret aliquē eoz per. 13. eo q. a. qui ē binari⁹  
 vnitate sequēs ē prim⁹. Qd aut null⁹ ali⁹ ab his sit pariter par pstat: sic posito enī  
 aliquo diuidat i duas medietates eiusq. medietas i duas: z hoc toties fiat quoni-  
 q. numer⁹ aut vnitas diuisione ipediat qd necesse ē euenire p vltimā petitionē. si  
 vero numer⁹ hāc phibeat ipse erit ipar q cū numeret piter parē positū nō erat pte  
 par q posit⁹ ē piter par. si aut vnitas nō erit. 15. ali⁹ a cōtinue duplis ab vnitate.





## Propositio .36.

**N**umerus cuius medietas est impar est pariter impar.  
 ¶ Sit .a. numerus cuius medietas que sit .b. sit impar dico .a. esse pariter imparē. sit enī .c. binari<sup>9</sup> manifestū itaqz qm̄ ex .c. in .b. fit .a. sit aut̄ .d. quilibet numerus par numerās .a. qui numeret eū scōm. e. eritqz p scōam ptē. 20. septimi. e. ad .b. sicut .c. ad .d. igit̄ .e. numerat .b. nā qz .c. numerat .d. erit itaqz .e. numerus impar. erat enī .z. b. p diffinitionē igit̄ .a. est pariter impar.

## Propositio .37.

**N**is numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par et impariter.

¶ Sit numer<sup>9</sup> .a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit .b. ponatur par. dico ipsū esse pariter parē et impariter. sit enī .c. binarius de quo manifestū ē qz ipse numerat .a. fm̄ .b. qz vero .a. nō est duplus a duobus: necesse ē si eius medietas que ē .b. in alias duas medietates diuidat: medietatisqz medietas in alias duas ut tandē occurrat numerus impediēs diuisionē qui ppter hoc qz diuisionē nō recipit erit impar. sitqz is in quo sistit diuisio .d. in numero qppe necesse ē stari qz si vsqz ad vnitatē pueniret diuisio eēt. a de numeris duplis a binario de quibus nō ē: de .d. vero manifestū ē qz ipse numerat .a. p hanc cōem sciam: oīs numerus numerās aliū numerat omnē numeratū ab illo. Numeret ergo cū fm̄ .c. eritqz .e. par. Alioquin. cū .d. sit maior impar sequeret p. 30. a. eē imparē: qz igit̄ .b. numerus par numerat .a. fm̄ .c. qui quoqz ē par est enī binarius. At vero .e. numer<sup>9</sup> par numerat eādē fm̄ .d. q̄ ē impar. pstat ex diffinitione numer<sup>9</sup> .a. eē piter parē et impariter: qd̄ ē ppositū.

## Propositio .38.

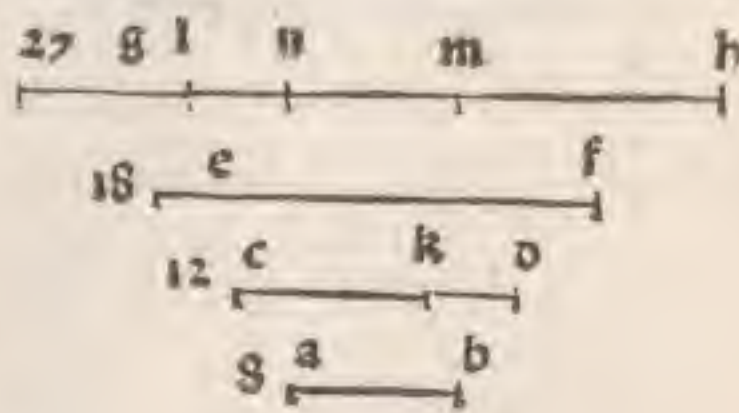
**S**i de scōdo atqz vltimo numeroz cōtinue pportionalium equale primi dematur quantū ē reliquū scōdi ad primum tū ē reliquū vltimi ad coacernatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

¶ Sint ptinue pportionales .a. b. c. d. e. f. g. h. dematqz. de .c. d. e. q̄ / lis .a. b. qui sit .c. k. et de .g. h. qui sit .g. l. dico tūc qz pportio .k. d. ad .a. b. ē sicut .l. h. ad cōpositū ex .e. f. c. d. et .a. b. sumat̄ ex .g. h. equalis .e. f. qui sit .g. m. et eqlis .c. d. q̄ sit .g. a. eritqz .l. n. eqlis .k. d. manifestū aut̄ ē p. 12. sep. qz cū sit .g. b. ad .g. m. sicut .g. n. ad .g. n. erit .b. m. residuū ad .m. n. residuū sint .g. b. ad .g. m. ideoqz sicut .e. f. ad .c. d. sili quoqz mō erit .m. n. ad .l. n. sicut .c. d. ad .a. b. pmutatim igit̄ erit .b. m. ad .e. f. et .m. n. ad .c. d. sicut .n. l. ad .a. b. itaqz cōiuncti p. 13. sep. erit .l. h. cōpositus ex .b. m. m. n. et .l. n. ad cōpositū ex .e. f. c. d. et .a. b. sicut .l. n. ad .a. b. ideoqz sicut .k. d. ad .a. b. qd̄ est ppositum.

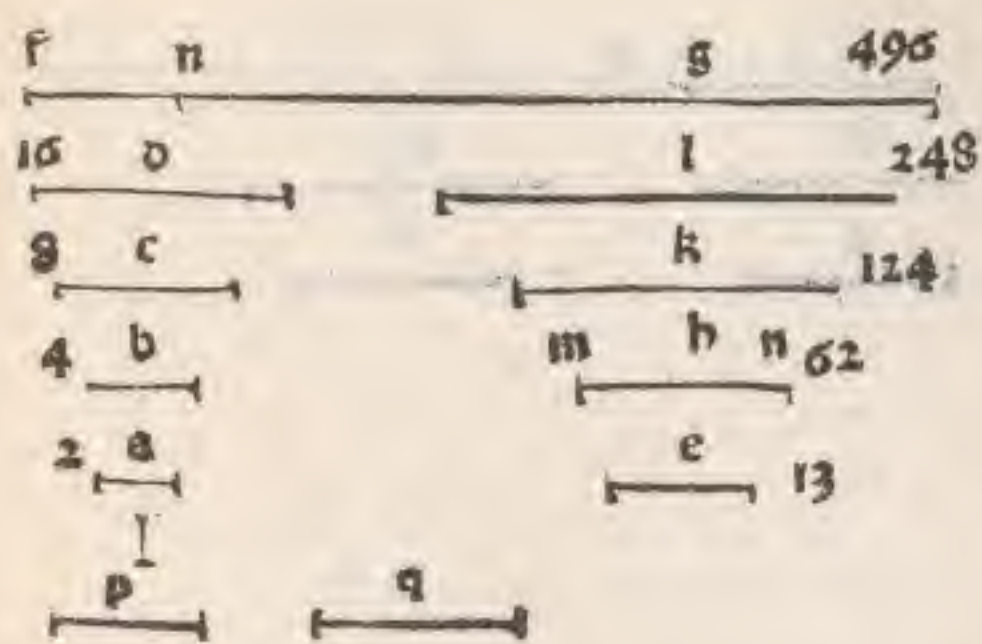
## Propositio .39.

**C**um coaptati fuerint numeri ab vnitare cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eoz in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶ Sint ab vnitare ptinue dupli .a. b. c. d. ex eis aut̄ et vnitare coacernatus sit .e. qui ponat̄ eē numer<sup>9</sup> prim<sup>9</sup> in que .c. multiplicet̄ .d. et proueniat .f. g. dico .f. g. eē numer<sup>9</sup> pfectū. Sumat̄ igit̄ .b. k. l. ptinue dupli ad .e. ut tot sint .e. b. k. l. quot sint cōtinue dupli ad vnitatē sumpti. eritqz p equā pportionalitātē .l. ad .e. sicut .d. ad .a. quare p primā ptē. 20. sep. ex .a. in .l. puenit .f. g. Nā ipse .f. g. puenit ex .d. in .e. et qz .a. ē binari<sup>9</sup> ē .f. g. duplus ad .l. sunt igit̄ .e. b. k. l. et .f. g.







continue proportionales: demat igit ex. b. equalis. e. qui sit .m. b. et residuus. b. n. q  
 erit etia eqlis. e. iteqz ex. f. g. demat eidẽ equalis qui sit. f. n. eritqz p pmissam. n. g.  
 quatũ aggregatũ ex. e. z. b. z. k. z. l. sed z. f. n. cũ sit equalis. e. e quatũ aggregatum  
 ex. a. z. b. z. c. z. d. z unitate. iteqz totus. f. g. e quantus aggregat<sup>9</sup> ex oibus bis scz  
 a. b. c. d. z unitate z illis. e. b. k. l. de quibus oibus manifestũ e qz numerat cũ scz. f.  
 g. c. quidẽ fm. b. z. b. fm. k. qd ex pma pte. 20. sep. quincit adiuuante equa pportio/  
 tionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut. d. ad. c. sic. b. ad. e. z ut. d. ad. b. sic. k. ad  
 .e. p equam pportionalitatẽ: quare z ex. c. in. b. z ex. b. in. k. necesse e puenire. f. g.  
 que dudã pduxerat. d. in. c. si igit nullus alius ab his numerat. f. g. i pfe erit p dif/  
 finitionez numerus pfectus. ¶ Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si  
 eni hoc possibile e sit. p. qui numeret cũ fm. q. eritqz p. 33. sep. vt. e. numeret altez  
 eoz ponatqz qz numeret. p. z qz p scdam pte. 20. sep. e. q. ad. d. sicut e. ad. p. sequit  
 ut. q. numeret. d. quare cũ. a. qui sequit unitatẽ sit primus e eni binari<sup>9</sup> erit. q. p. 13  
 huius aut. a. aut .b. aut. c. quicunqz aut hoz fuerit erit. p. aut. l. aut. k. aut. b. si eni  
 q. fuerit. a. constat qz p. erit. l. qd sit fuerit. b. p. erit. k. si aut. c. p. quoqz erit. b. non  
 e igit. p. diuersus ab illis vt fuerat positũ: relinquatur ergo qz. f. g. sit numerus per/  
 fectus quod erat demonstrandum. *Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus*

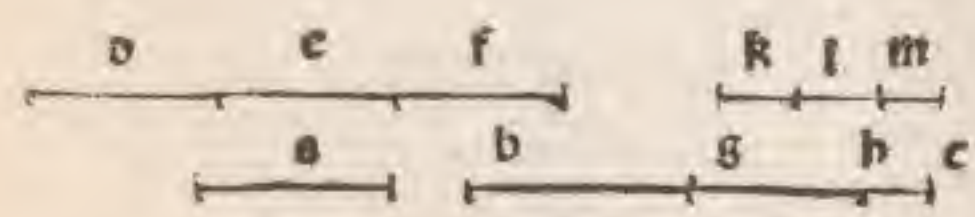


Quantitates quib<sup>9</sup> fuerit vna quantitas cois  
 eas numeras: dicet coicantes. quib<sup>9</sup> vero no  
 fuerit vna cois qntitas eas numeras dicet i/  
 comensurabiles. Linee i potetia coicantes di/  
 cunt quaz superficies qdratas vna cois supfici  
 es numerat. Linee icomensurabiles i potetiadi  
 cunt quaz superficies qdratas no numerat vna  
 cois superficies: q cũ ita sint manifestũ e qz oi  
 linee posite multe alie sut incomensurabiles.  
 qda i longitudie tm. qda i logitudine z pote  
 tia. Dis aut linea cũ q rocinamur posita vo  
 cet ronalis. Lineeqz ei coicantes dicunt ronales: Eidẽ aut icocantes di  
 cunt irronales sine surde. Dis vero qdrata superficies de q p ypotesi roci  
 namur dicunt ronalis. Supficies vero ei coicantes dicunt ronales. Eidẽ  
 autem icomensurabiles superficies dicuntur irrationales sine surde  
 Latera vero q in illas qdratas possunt dicunt ronalia. ¶ Quilibz qua  
 titate toties posse multiplicari vt qualibet eiusde generis quantatem  
 positam excedat.

Propositio .1.



Si a duabus quantitatibus inequalibus ppositis maius di  
 midio a maiori detrahaf. iteqz de reliquo maius dimidio  
 demat deinceps quoqz eodẽ mo: necesse e vt tandẽ mino  
 re positaz minor quantitas relinquaf. ¶ Sint due quan/  
 titates inequales. a. z. b. c. b. c. maior. dico qz toties pot maius dimi  
 dio detrahi a. b. c. vel eius residuo qz necesse erit relinqui quantitate minorem. a.  
 multiplicet eni. a. quoties excedat. b. c. sitqz eius multiplex. d. e. f. maius. b. c. detra  
 hatur itaqz. a. b. c. maius dimidio qz sit. b. g. iteqz ex residuo qd est. g. c. mai<sup>9</sup> dimi  
 dio qd sit. g. b. hoc quoqz totiens fiat quousqz. b. c. diuisa sunt in tot pres quoties  
 a ptinet in. d. e. f. dico tunc qz vltimũ residuũ vt est hic. b. c. est min<sup>9</sup>. a. multiplicet





namq; .b. c. quotiens e multiplicata .a. i. d. e. f. sitq; eius multiplex .k. l. m. q; igitur vnaqueq; quantitatū .k. l. m. e equalis .b. c. sequit ut .z. k. sit minor .b. g. sed .z. l. minor .g. b. at q; .m. e equalis .b. c. erit p cōceptionē .k. l. m. minor .b. c. quare minor .d. e. f. cū sit ergo .d. e. f. ad .a. sicut .k. l. m. ad .b. c. sitq; .d. e. f. maior .k. l. m. sequit p. 14. quinti q; .a. sit maior .b. c. qd e propositū. Idēq; sequit si de .a. maiori dimidiū de maī. itēq; de reliquo dimidiū: sitq; totiens quousq; maior diuidat in tot partes quotiens cōtinet minor in quolibet suo multiplice: maiorē positaz quatūlibet excedente. Attendere aut oportet q; huic videt. 15. tertij p̄dicere pponēs angulū contingētie minorē fore quolibet angulo a duabus lineis rectis cōtento: posito enī angulo quolibz rectilineo: si ab ipso maius dimidio demat. itēq; de residuo maius dimidio: necesse videt hoc totiens posse fieri quousq; angulus rectilincus minor angulo cōtingētie relinquat: cuius oppositū. 15. tertij syllogizat: sed hi nō sūt vni/ uoce anguli: nō enī eiusdē sunt generis simplr curuū z rectū. At vero nec angulum contingētie totiens cōtingit sumi ut qualcūq; rectilineū excedat: qd necessariū ē ut ex prehabita demonstratiōe p; ad hoc ut p̄ns ex antecedente sequat: planū v̄ ē etiā quelibet angulū rectil. nēu infinitis angulis contingētie esse maiorem.

Propositio .2.

**S**i fuerint due quantitates inaequales detrahaf q; maiori equale minori donec minus eo sup̄t. r. ac deinde minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur denuo quoq; reliquo primo cōle reliqui scđi donec minus eo sup̄t auferat: z in huiusmodi cōtinua detractiōe nullū reliquū qd ante relictū numeret: inueniat: eas duas quantitates. incōmensurabiles esse necesse est. Simile huic p̄posuit prima septimi i numeris. Sint due quat. tates inaequales .a. z .b. maior .a. quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio: nō occurrat etiā si infinitiēs fiat aliq; q̄ntitas detractiōez ipe diēs sine ante relictū numerās dico eas incōmensurabiles esse. Sin aut sit cōis eaz mensura .c. detrahaf igit .b. ex .a. quotiēs pōt. sitq; residuū .d. qd residuū detrahaf ex .b. quotiens pōt z sit residuū .e. Siatq; totiens ista detractio quousq; ex alteru/ tra duaz quantitatū .a. z .b. remaneat minus .c. hoc enī necesse est esse possibile p̄ p̄cedentē. Siq; hic .e. minus .c. cū igit .c. mēsuret .b. detractā ab .a. z etiā .a. mensu/ rabit per cōceptionē .d. residuū. ideoq; cū mēsuret .d. detractū .a. b. z etiā ipsū .b. mensurabit .c. residuū. sed erat .e. minus .c. maior: ergo quantitas mensurat mino/ rem. qd est impossibile.

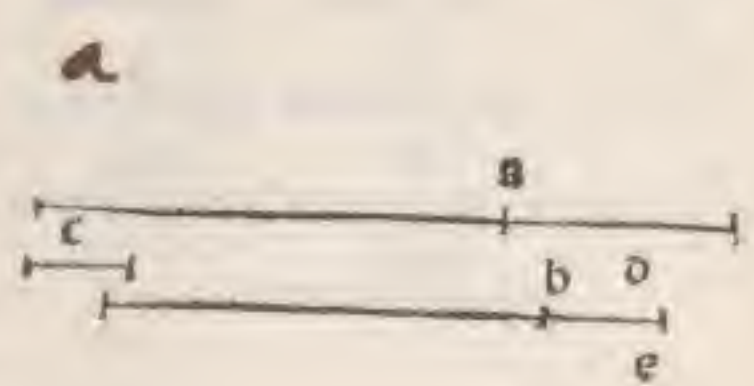
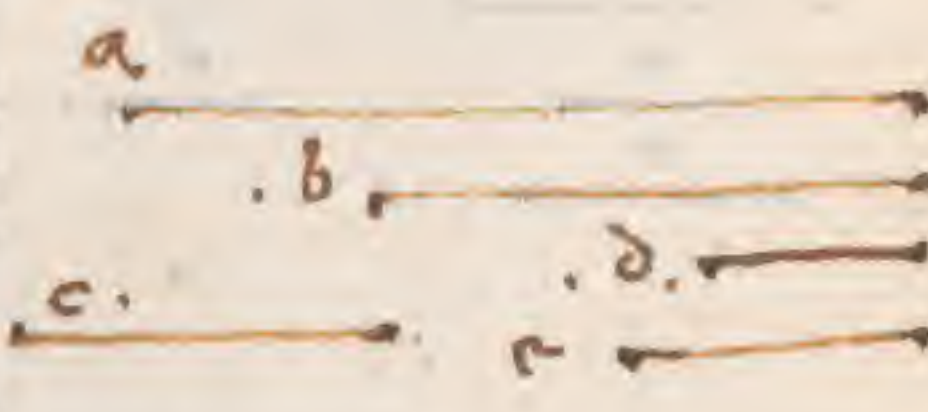
Propositio .3.

**P**ropositis duabus quantitatibus inaequalib; cōicantibus maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaq; manifestum est: que duas metitur quantitates maximam quoq; cōmuniter ambas metientem metiri. Cuius demonstrationem si scđam septimi non ignoras nō potes ignorare: p̄cessus enī utrobiz idem.

Propositio .4.

**P**ropositis tribus quantitatibus communicantibus maxi/ mam eas cōmuniter numerantem inuenire. Cuius ex tertia septimi sic patet sicut p̄missa ex secunda septimi.

Propositio .5.





**Q**uoniam duarum quantitatū cōmunicantium est ppor-  
tio tanq̄z numeri ad numerum.

**S**int due quātitates .a. z .b. cōmunicantes: dico q̄ earum ppor-  
tio est sicut alicuius numeri ad aliū numerū. sit enī .c. maxima quantitas  
cōmuniter mensurans .a. z .b. reperta ut docet scōa huius: que men-  
suret .a. fm numerū .d. z .b. fm numerū .e. eritq̄z .a. ad .c. vt .d. ad unitatē: eo q̄ sicut  
.a. est multiplex .c. ita .d. ē multiplex unitatis. ac .c. ad .b. vt unitas ad .e. qm̄ sicut .c.  
ē submultiplex .b. ita unitas ē sub multiplex .e. igitur per equā pportionalitatem.  
.a. ad .b. ut .d. ad .e. quod est propositum.

**Propositio .6.**

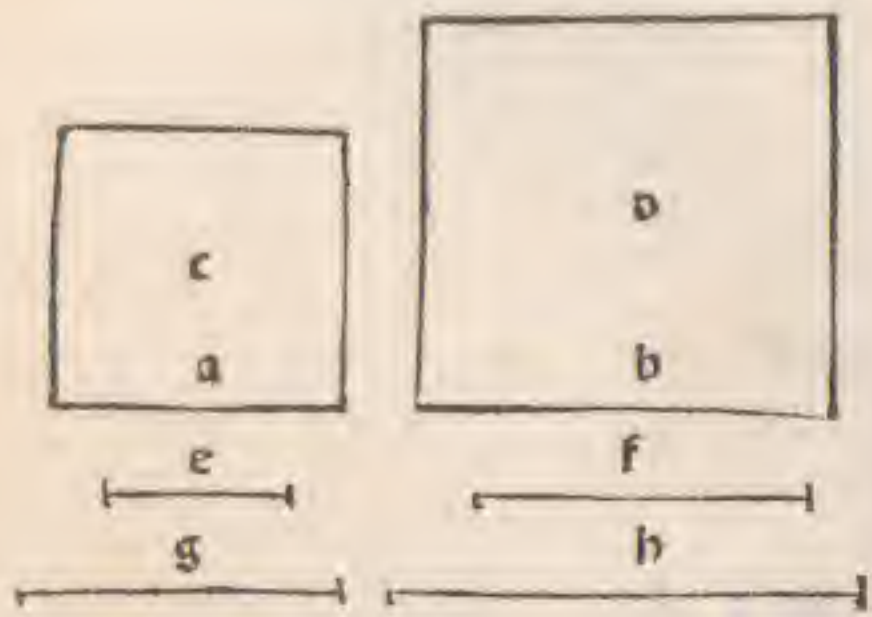
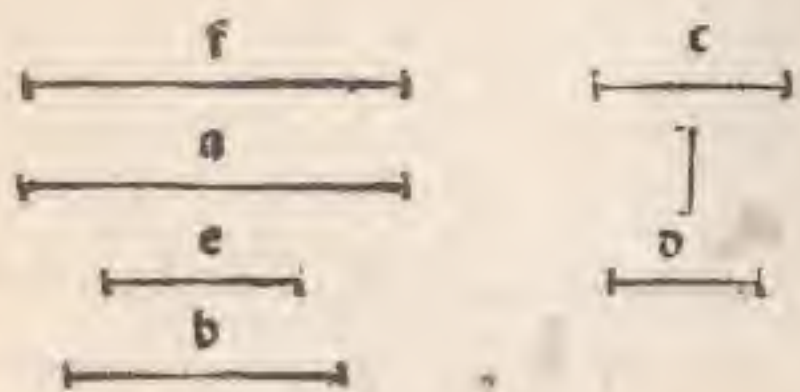
**S**i fuerint due quantitates quaz sit proportio vnius ad al-  
terā tanq̄z numeri ad numerū: eas duas cōmunicantes esse  
necesse est.

**H**ec est conuersa prioris ut si sit .a. ad .b. sicut numerus .c. ad nume-  
rum .d. erunt due quantitates .a. z .b. cōmunicantes. sit enī .e. totiens  
mensurans .b. quoties est unitas in .d. z totiens mensurans .f. quotiens unitas in  
.c. Cum sit igitur .f. ad .e. ut .c. ad unitatē. ac .e. ad .b. vt unitas ad .d. erit p equam  
pportalitatē .f. ad .b. ut .c. ad .d. quare etiā ut .a. ad .b. igit per primā partem .9.  
quinti .f. est equalis .a. cū itaq̄z .e. mensuret .f. per conceptionē mensurabit .a. igitur  
.a. z .b. cōmunicantes: mēsurabat enī z .b. quod est propositum.

**Propositio .7.**

**Q**uoniam duarum superficierū quadratarū quaz latera in  
longitudine cōmunicant est proportio vnius ad alteram  
tanquā numeri quadrati ad numerū quadratum. Si vero  
fuerit proportio superficie quadratae ad superficiem quadra-  
tam: tanquā proportio numeri quadrati ad numerū qua-  
dratū: erunt latera earū in longitudine cōmunicantia. Nō si fuerit  
pportio superficie quadratae ad superficiem quadratā: non velut nu-  
meri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitu-  
dine incōmensurabilia.

**S**int .a. z .b. due linee quadrate quaz quadratae sint .c. z .d. dico q̄ si .a. z .b. com-  
municant in longitudine erit pportio .c. ad .d. sicut numeri quadrati ad numerum  
quadratū z ecōuerso: si autē pportio .c. ad .d. nō sit sicut numeri quadrati ad nume-  
rū quadratū .a. z .b. erūt incōmensurabiles in longitudine z ecōuerso. Verūtū istud  
argumētū quartū nō proponit: Primū p̄ sic. si .a. z .b. cōmunicant i longitudine  
ipse per .5. erunt in pportione duoz numeroz qui sunt .e. z .f. quoz quadrati sint  
g. z .h. qz ergo ē .c. ad .d. sicut .a. ad .b. duplicata per .18. sexti: sequit̄ ut sit etiam .c.  
ad .d. sicut .e. ad .f. duplicata. sed etiā ē per .11. octani .g. ad .h. ut .e. ad .f. duplicata  
ergo .c. ad .d. sicut .g. ad .h. qd ē primū. Scōm sic: sit .c. ad .d. sicut .g. numerus qua-  
dratus ad .b. numerū quadratū: dico q̄ .a. z .b. erunt in longitudine cōmunicantes. Cū  
enim sit .c. ad .d. ut .a. ad .b. duplicata p .18. sexti. z .g. ad .h. p .11. octani ut .c. ad .f.  
duplicata: quare z simpla .a. ad .b. sicut simpla .e. ad .f. p .6. igitur sunt .a. z .b. cōmū-  
cantes qd est scōm. Tertiuū vero p̄ ex primo a destructione cōsequentis. Silr quartū  
patet ex scōo a destructione p̄ntis. **U**Ex tertia pte hui⁹ nota diamet̄z ēē incōmē-  
surabilē costē. Cū enī sit qdratū diamet̄z duplū qdrato costē: dupla vero pportio.



*Nota diamet̄z quadrati qdrato  
costē. Cū enī sit qdratū diamet̄z  
duplū qdrato costē: dupla vero pportio.*



nō sit sicut numeroꝝ q̄dratoꝝ: seq̄t̄ diametꝝ eē incōmensurabilē costē i lōgitudine  
 Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati  
 ⁊ etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit autē Ax. ad istud incōnueniens si  
 diameter ponatur cōmensurabilis costē q̄ impar numerus erit equalis pari: quod  
 sic patet. Sit enim diameter .a. b. cōmensurabilis lateri .a. c. eritq; per .5. a. b. ad  
 a. c. sicut aliquis numerus ad aliū. Sint ergo hij numeri .e. ⁊ .f. qui sint minimi in  
 sua proportione: eritq; ob hoc alter eoz impar. Si enī vterq; par: nō erūt mini/  
 mi: quadrati quoq; eoz sint .g. ⁊ .h. si ergo .e. ē ipar: erit quoq; ex .30. noni .g. ipar  
 sit itaq; .k. duplus ad .h. eritq; .k. ex diffinitione par. q; igitur .a. b. ad .a. c. ut .e. ad  
 f. erit per .8. sexti ⁊ .11. octavi quadratū .a. b. ad quadratū .a. c. ut .g. ad .h. ē itaq; .g.  
 duplus ad .h. sic enim est quadratū .a. b. ad quadratū .a. c. p̄ penultimā primi: ⁊ q; igitur  
 etiam .k. est duplus ad .h. sequitur per .9. quinti ut .g. numerus impar sit eq̄lis .k.  
 numero pari. Qd̄ si .c. sit par ⁊ .f. impar: erit p̄portio .f. ad dimidiū .e. qd̄ sit .l. si/  
 cut .a. c. ad dimidiū .a. b. qd̄ sit .a. d. ⁊ ideo erit proportio quadrati .a. c. ad quadra/  
 tum .a. d. sicut proportio numeri .b. qui est impar per .30. noni ad quadratum  
 numeri .l. qui sit .m. cui .k. ponatur eē duplus: eritq; .k. per diffinitionem par. At  
 q; quadratū .a. c. ē duplū ad quadratū .a. d. per penultimā primi erit .b. dupl<sup>9</sup> ad  
 m. cūq; .k. sit etiā duplus ad .m. erit per .9. quinti numerus impar .b. equalis .k.  
 numero pari qd̄ ē propositū.

**Propositio .8.**

**S**i fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas  
 quoq; inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

**S**it vtraq; duarū quantitatū .a. ⁊ .b. cōicans quantitati .c. dico .a. ⁊  
 b. esse cōmensurabiles: est enim per .5. a. ad .c. sicut numerus ad nu/  
 merū: similiter quoq; per eandē .c. ad .b. sicut numerus ad numerum  
 Sit itaq; numerus .d. ad numerū .c. sicut .a. ad .c. numerusq; .f. ad numerum .g. si  
 cut .c. ad .b. At proportiones que sunt .d. ad .e. ⁊ .f. ad .g. continentur in tribus ter/  
 minis qui sunt .b. k. l. ut docet .4. octavi: eritq; per equā proportionalitatē .a. ad .b.  
 sicut .b. numerus ad .l. numerū: per .6. igitur sunt .a. ⁊ .b. cōicantes qd̄ est p̄positū.

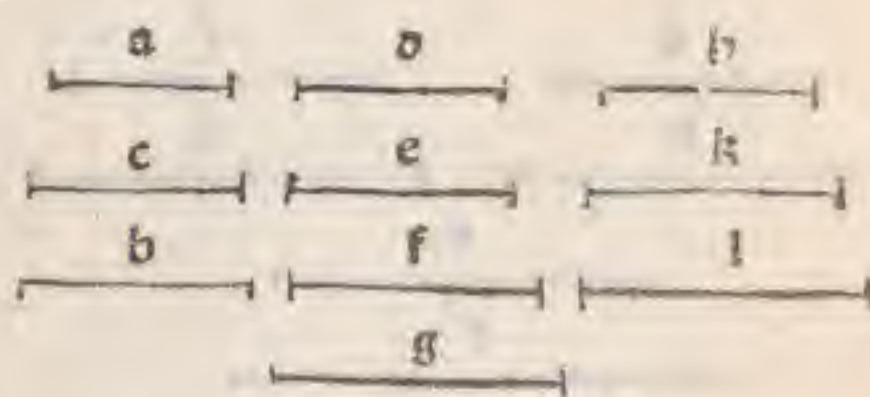
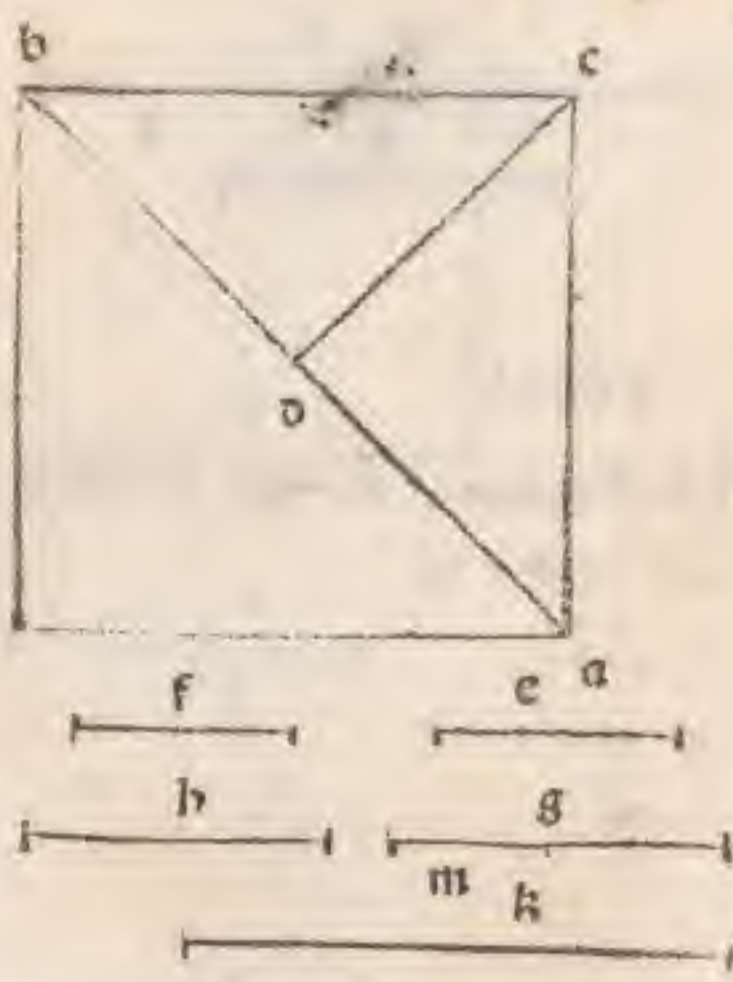
**E**x hac quoq; sequitur qd̄ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuiūq;  
 vna earum comunicat ⁊ reliqua: ⁊ cuiūq; vna nō comunicat nec reliqua. Sint  
 enim due quantitates .a. ⁊ .b. cōmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit  
 c. cum qua cōmunicet .a. dico qd̄ .b. cōmunicabit cum eade; qd̄ ex hac octava patet  
 cum vtraq; earum cōmunicet cum .a. ex p̄p̄thesi. Qd̄ si itez .a. ⁊ .b. sint cōmunicā/  
 tes ut p̄ius: ponatur .c. quelibet quātitas cum qua non cōmunicet .a. dico qd̄ .b. nō  
 comunicabit cum eadem. si enim .c. cōmunicaret cum .b. cum .a. quoq; p̄p̄th.  
 comunicet cum eodem .b. essent per hanc octavam .a. ⁊ .c. comunicantes. sed  
 positum erant qd̄ non essent: quare constat quod diximus.

**Propositio .9.**

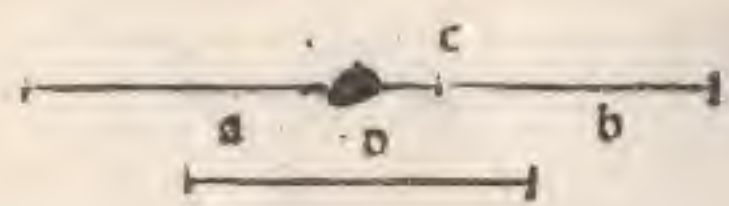
**S**i fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq; ex eis  
 confectum vtriq; eaz: erit cōmunicans. Si vero fuerit to/  
 tum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

**S**int due quātitates .a. ⁊ .b. cōmensurabiles: dico totum ex eis cō/  
 positum quod sit .c. vtriq; earum esse cōmensurabile ⁊ econuerso.  
 Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni earum comunicet. dico qd̄ com/  
 municabit alteri: ⁊ ipse similiter inter se. Idem quoq; in contrario. si enim .a. ⁊

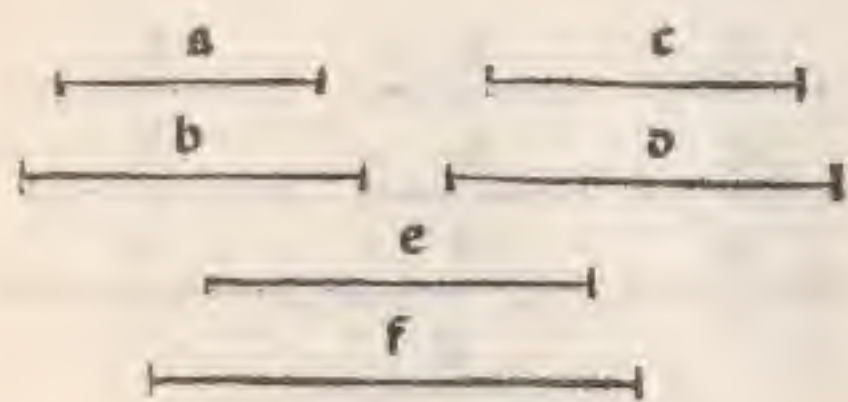
*Si diameter cōmensurabilis costē nō  
 erit impar numerus esse pariter.*







*f. septimi*  
*Quoniam quod sunt duas sunt*  
*quod aggregata op. 15.*



b. sint incōicantes: dico q̄. c. vtriq̄ earum erit incōmunicans ⁊ ecōuerso: ac si. c. alteri earum sit incōmunicans: erit quoq̄ incōmunicans ⁊ alteri: ⁊ ipse etiā inter se. Sint itaq̄ primum. a. ⁊ b. cōmunicantes: sitq̄ earum cōmunis mensura. d. qui cū vtrāq̄ earū numeret per cōceptionē similit̄ antepennitune numerabit. ⁊. c. quare p̄ diffinitionē. c. cōicabit vtriq̄ earū. sc̄. a. ⁊ b. Ecōuerso quoq̄ si. c. cōmunicet vtriq̄ earum. sit oīm cōis mensura. d. cōstat itaq̄ per diffinitionē. a. ⁊ b. cōmunicantes esse sed cōmunicet. c. cū altera earum que sit. a. dico q̄ cōmunicabit cū. b. ⁊. a. etiā ⁊. b. cōmunicabunt adinuicem. sit enim. d. communiter mensurans. c. ⁊. a. quia igitur. d. mensurat totum ⁊ deductum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. per diffinitionem ergo ⁊. c. cōmunicat cum. b. ⁊. a. cōmunicat quoq̄ cum. b. Si autē a. ⁊. b. sint incommunicantes erit. c. incommunicans vtriq̄ earum: si enim cum vtrāq̄ seu etiam cum altera earum cōmunicaret ⁊ ipse cōmunicaret adinuicem: quod est contra ypothesi. Similiter quoq̄ econuerso si. c. ē incommunicans vtriq̄ earum seu etiam alteri earum: erit quoq̄ incommunicans relique: ⁊ ipse inter se: q̄d palam est ex p̄demonstratis ⁊ destructiōe consequētis.

### Propositio .10.



Quoniam quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima cōmunicans secunde: tertia quoq̄ erit cōmunicans quarte. Si vero prima incōmensurabilis fuerit secunde: tertia quoq̄ incōmensurabilis erit quarte.

¶ Sit quatuor quantitates proportionales. a. b. c. d. dico q̄ si. a. cōmunicat cū. b. c. quoq̄ cōmunicabit cū. d. q̄ si. a. est incōmensurabilis. b. c. quoq̄ erit incōmensurabilis. d. ⁊ si. a. cōicet cū. b. in potentia tm̄. c. quoq̄ cōmunicabit cum. d. in potentia tantum. Veritatem illud non p̄ponit auctor q̄ facile patet ex demonstratione priorū. Si enī. a. cōicet cū. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. sit ergo sicut. e. ad. f. at q̄ est per ypothesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad. numerū. f. per. 6. igit̄ est. c. cōmunicans cū. d. q̄d est primum. Sc̄m patet ex primo ⁊ destructiōe consequētis. si enim. a. est incōmensurabilis. b. oportet. c. esse incōmensurabile. d. nam si esset ei cōmensurabilis. cū sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. per ypothesim: esset per primam partē. a. cōmunicans cum. b. sed non erat: quare constat totū q̄d proponit auctor. Q̄d autē adiunxim⁹ videlicet q̄ si. a. cōicet cum. b. in potentia tm̄. c. cōmunicat cum. d. in potentia tm̄. sic patet. Quis enim. a. non cōmunicet cū. b. in longitudine: nec. c. quoq̄ ex parte secūda huius cōmunicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. cōmunicet cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. ⁊. f. ⁊ quia quadratum. c. ad quadratum. d. sicut quadratū. a. ad quadratū. b. erit etiā quadratū. c. ad quadratū. d. sicut numerus. e. ad. numerū. f. per. 6. igitur. c. ⁊. d. cōicant in potentia: ⁊ q̄ non cōmunicāt in longitudine: cōstat p̄positū.

### Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incōmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea. a. p̄posita: volo duas lineas reperire quāz vna cōicet cū a. in potentia tm̄: altera vero sit incōmensurabilis ei in longitudine ⁊ in potentia



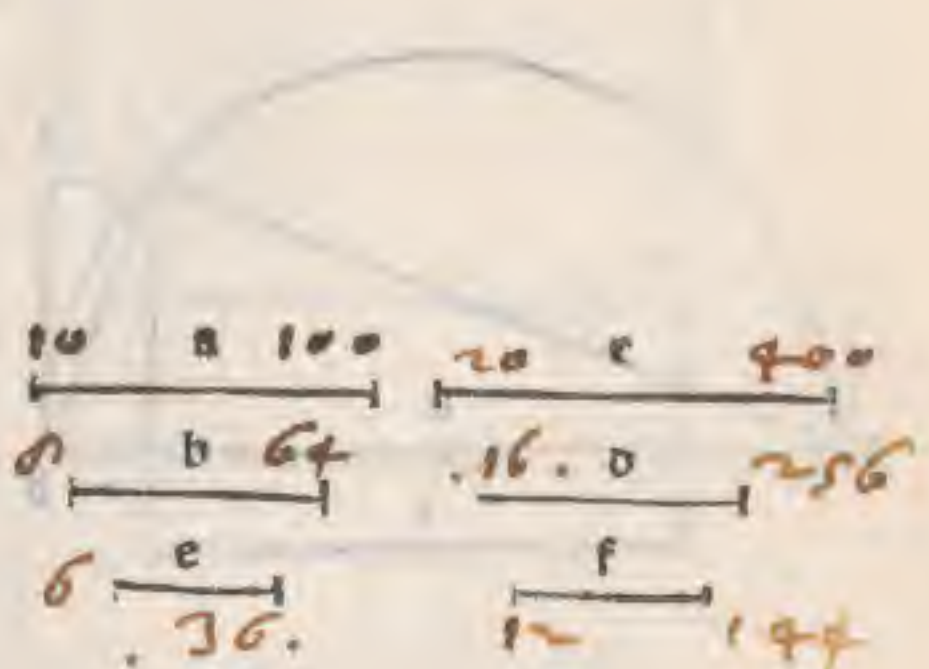
Sumo itaqz duos numeros nequaqz se habentes in pportione aliquoz numeroz quadratoz. sintqz hij. b. z. c. quos facile est sumere cu quilibet quadrat<sup>o</sup> numer<sup>o</sup> ad quelibet no quadratū eā habeat pportione quā nequaqz habeat aliqui numeri q<sup>o</sup> drati cōfirmate bec. 22. octavi: duob<sup>o</sup> talib<sup>o</sup> numeris sūptis iuenio lineā. d. ad e. i<sup>o</sup> q<sup>o</sup> dratū se habeat q<sup>o</sup> dratū linee. a. sicut numerus. b. ad numez. c. hanc aut lineā ita reperio diuido lineā. a. in tot pres equales quot sunt vnitates in numero. b. qd fa- cile facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: debinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. e. per pendiculariter in qua totiens p<sup>o</sup> tineatur vna ex p<sup>o</sup> tribus. a. quotiens vnitates est in. c. Quia igit ex p<sup>o</sup> ma sexti pportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. z iō sicut numeri. b. ad numez. c. si ponat. d. in medio loco pportio- nalis inter. a. z. e. sicut docet. 9. sexti qz tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiēi p<sup>o</sup> ducte ex. a. in. e. z erit pportio quadrati linee. a. ad q<sup>o</sup> dratū linee. d. sicut numeri. b. ad numez. c. quare. a. z. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione z per vltimā ptē. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. repta est itaqz. d. prima linea quā ppositū erat inquirere. Alterā sic rep<sup>o</sup> rrio interpono ut docet. 9. sexti lineā. f. medio loco pportionalē inter. a. z. d. eritqz per conel. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaqz per scōdam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurable quadrato. f. igit linee. f. ē incō. nensurabilis linee. a. i potētia quare z in longitudine. ē itaqz. f. scōda linea quā ppositū erat reperire. Et sic p<sup>o</sup> p<sup>o</sup> positum.

Propositio .12.

**Q**uoniam quatuor lineaz pportionalium si prima tanto am- plius possit scōda quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis sibi in longitudine. necesse ē tertiā quoqz tanto amplius posse quarta quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: q<sup>o</sup> si fuerit prima potētiōz scōda q<sup>o</sup> dra- to alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine. erit quoqz ter- tia potētiōz q<sup>o</sup> rta q<sup>o</sup> drato alicui<sup>o</sup> linee sibi icōmensurabilis i lōgitudine. Sint q<sup>o</sup> tuor linee pportioales. a. b. c. d. sitqz. a. maior. b. z. c. maior. d sit quoqz a. potētiōz. b. q<sup>o</sup> drato linee. c. z. c. potētiōz. d. q<sup>o</sup> drato linee. f. dico q<sup>o</sup> si. a. cōicet. e. in lōgitudine. e. quoqz cōicabit. f. i lōgitudine q<sup>o</sup> si. a. nō cōicat. e. i lōgitudine nec. c. cōica- bit. f. i lōgitudine. Qd z si. a. cōicat. e. i potētia tūc. c. quoqz cōicabit. f. i potētia tūc. Neqz tamen illud vltimū nō pponit auctor qz facile patet ex prio<sup>o</sup>z demōstratione cū sit enī pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati .a. ad quadratū. b. sicut qua- drati. c. ad quadratū. d. z qz quadratum. a. est equale quadratis duaz lineaz. d. z f. b. z. e. sūt quadratū. c. quadratis duarum lineaz. d. z. f. erit pportio quadratoz duaz lineaz. b. z. e. et quadratū. e. sicut q<sup>o</sup> dratoz. d. z. f. ē. ad q<sup>o</sup> dratū. f. ergo distiū- tim erit quadratū. b. ad quadratū. e. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam pportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de ime constat prima pars huius: z per secundam scōda: z per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.

Propositio .13.

**S**i fuerint due linee inaequales quorum longiozem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuiozis linee cui adiuncte su- perficies desit ad complendam totam lineam superficies

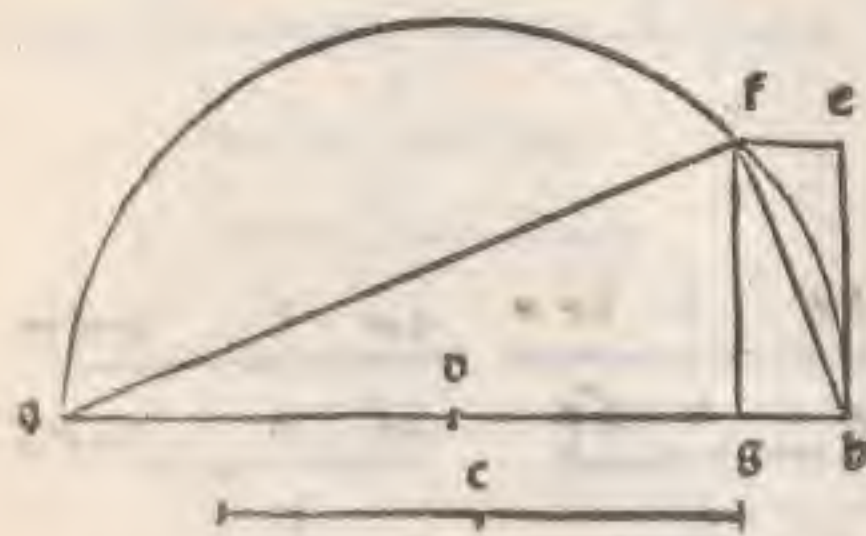
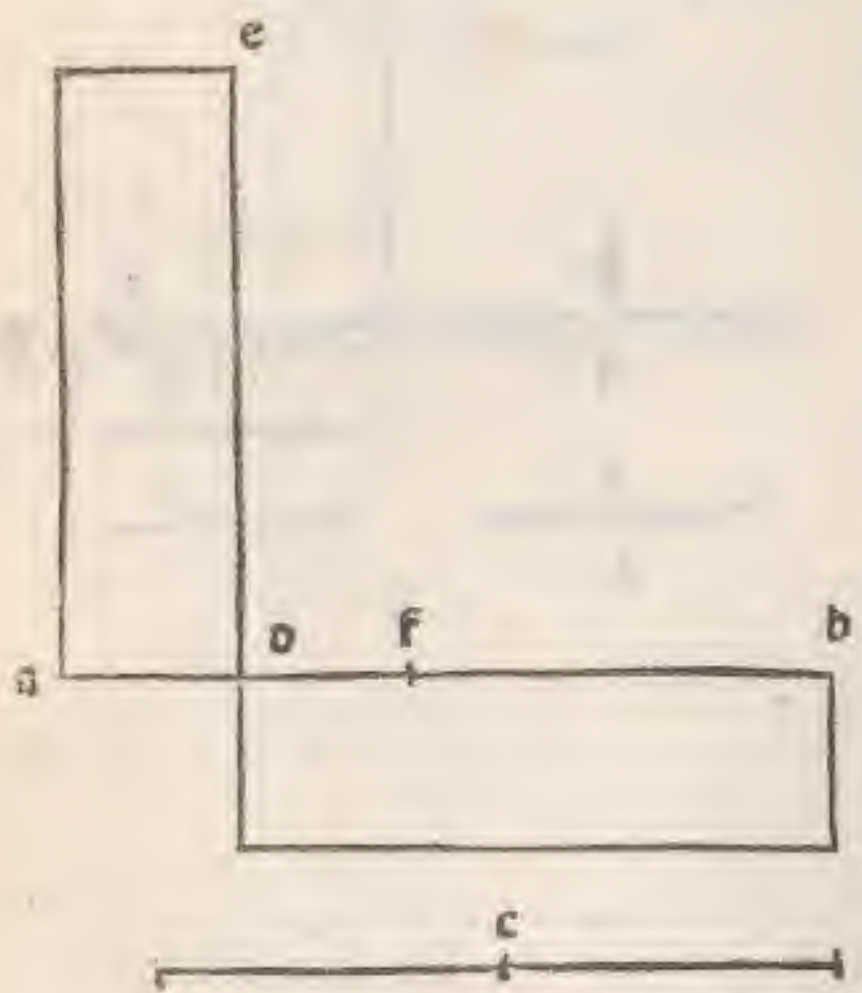




quadrata necesse est ipsam lineam longiorē linea breviori tāto amplius posse  
quātū est quadratū alicuius lineae cōicantis eidem longiori in longitudine.  
Si vero fuerit longior potentior breviori augmento quadrati lineae cōican-  
tis sibi in longitudine adiungatur ei superficies equalis quarte parti quadrati bre-  
vioris lineae cui desit quadrata superficies superficiē sibi adiunctā eādē lineā  
longiorē in duas portiones cōmesurabiles dividere necesse est.

**S**int due lineae.  $a.b.$  et  $c.$  maior  $a.b.$  et adiungatur ad lineam  $a.b.$  quarta pars quadrati lineae  
 $c.$  ita quod desit ad complendam lineam  $a.b.$  superficies quadrata. hoc enim est possibile p. 27. sexti  
quod facile fiet hoc modo. dividatur  $a.b.$  in duas lineas.  $a.d.$  et  $d.b.$  ita quod inter eas cadat  
medietas lineae  $c.$  continue proportionalis: hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis  
huius docebitur: eritque ex. 16. sexti superficies  $a.d.$  in  $d.b.$  sit.  $d.c.$  equalis quadrato medie-  
tatis lineae  $c.$  quare ex. 4. scilicet erit eadē sub quadrupla quadrati lineae  $c.$  desit quoque ad  
complendam lineam  $a.b.$  superficies quadrata: cum  $a.d.$  sit equalis  $d.g.$  et  $d.b.$  equalis  $g.e.$  di-  
co itaque quod si superficies  $d.e.$  dividat lineam  $a.b.$  in duo cōicantia erit linea  $a.b.$  pote-  
ntior linea  $c.$  in quadrato alicuius lineae secum cōicantis in longitudine et e converso. Cum  
autem sit linea  $a.b.$  maior linea  $c.$  non erit  $a.d.$  equalis  $d.b.$  sic enim esset superficies  $d.e.$  qua-  
drata et quia ipsa est equalis quadrato medietatis lineae  $c.$  esset  $a.d.$  equalis medietati  $c.$  et to-  
ta  $a.b.$  toti  $c.$  quod est impossibile. non est igitur  $a.d.$  equalis  $d.b.$  itaque de maiori eorum que sit  
 $d.b.$  abscondatur  $d.f.$  equalis  $a.d.$  eritque p. 8. scilicet quadratum totius  $a.b.$  equalis bis quod sunt  
ex  $d.b.$  in  $d.a.$  quater et quadrato  $f.b.$  quare linea  $a.b.$  erit potentior linea  $c.$  in quadra-  
to lineae  $f.b.$  quam necesse est cōicari toti  $a.b.$  si linea  $a.d.$  est cōicans lineae  $d.b.$  si enim  
hoc fuerit erit  $d.b.$  cōicans  $d.f.$  sue equali quare p. 9.  $b.f.$  cōicat cum  $f.d.$  et ideo toti  $a.d.$   
et propter hoc cum tota  $a.f.$  igitur et cum tota  $a.b.$  sicutque p. 3. primi. **C**onversum huiusmodi sit  $a.b.$   
potentior  $c.$  in linea  $f.b.$  quod cōicet secum in longitudine. dico tunc quod quarta pars qua-  
drati lineae  $c.$  addita ad lineam  $a.b.$  ita quod desit superficies quadrata dividet lineam  $a.b.$  in  
duo cōicantia: dividatur enim  $f.a.$  per equalia in  $d.$  et fiat superficies  $d.e.$  ex  $d.b.$  in  $d.a.$  et  
desit ad complendam lineam  $a.b.$  superficies quadrata eritque p. 8. scilicet quadratum  $a.b.$  equalis quadru-  
plo superficiē  $d.e.$  est equalis quadrato  $f.b.$  igitur quadrupla superficiē  $d.e.$  est equalis quadrato  $c.$   
quare superficies  $d.e.$  sit equalis quarte parti quadrati  $c.$  dico igitur quod  $d.b.$  est cōicans cum  $a.d.$  cum  
sit  $f.b.$  cōicans cum  $a.b.$  si enim hoc fuerit ut quod  $a.d.$  sit cōicans cum  $a.b.$  erit etiam cōmu-  
nicans cum  $a.f.$  p. 9. quare et cum  $a.d.$  et cum  $d.f.$  itaque et  $d.b.$  est cōicans cum  $a.d.$  quod est scōm  
**N**unc autem monstrandum est qualiter linea  $a.b.$  cum ipsa posita fuerit maior linea  $c.$  possit  
sic dividi ut inter partes eius cadat medietas lineae  $c.$  continue proportionalis. **C**um  
enim sic fuerit divisa: superficies que fiet ex una in alteram erit equalis quadrato medietatis  
lineae  $c.$  et ipsa erit superficies equalis quarte parti quadrati lineae  $c.$  adiuncta ad lineam  $a.b.$   
ita quod desit superficies quadrata. hoc enim sic fiet divisa  $a.b.$  per equalia in  $d.$  lineae sup  
eam semicirculus  $a.f.b.$  et sit  $b.e.$  perpendicularis ad  $a.b.$  que ponatur equalis medietati  
lineae  $c.$  et ducatur  $e.f.$  equidistans ad  $a.b.$  usque quo secet circumferentiam semicirculi in  
puncto  $f.$  necesse est enim ut secet eam: cum linea  $a.b.$  sit maior linea  $c.$  et ducatur  $f.g.$  per-  
pendicularis ad  $a.b.$  quod cum p. 34. primi sit equalis lineae  $c.b.$  erit quoque equalis medie-  
tati lineae  $c.$  ducatur itaque lineae  $f.a.$   $f.b.$  eritque p. 30. tertij angulus  $a.f.b.$  re-  
ctus: et ideo per primam partem coroll. 8. sexti erit linea  $f.g.$  medio loco proportionalis inter  
 $a.g.$  et  $g.b.$  quare medietas lineae  $c.$  que est sibi equalis erit etiam proportionalis inter easdem quod  
est nostrum propositum:

**Propositio .14.**





**S** fuerint due linee inaequales quarum longiorem diuidat in duas partes incōmensurabiles superficies equalis quare parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita q̄ desit ad ei⁹ cōpletionē: superficies quadrata erit lōgiōr potētior breuiori augmēto q̄drati linee incōmensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si vero lōgiōr potētior fuerit breuiori quadrato linee incōmensurabilis sibi longiori in longitudine adiungatq; ei superficies equalis p̄ti quare q̄drati breuioris defueritq; longiori superficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incōmensurabiles diuidat.

Uhec. 14. ex p̄rio aūtis p̄missis infert p̄nū p̄ntis p̄missis et non differt eius dispō a dispōne illius. sed et mod⁹ argumētandi utrobiz idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi aequalis cōicabit cū eadē. d. b. itaq; p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q̄re neq; a. f. sunt enī. a. f. et e. f. cōicantes tanq; numerans et numeratū. idē neq; a. b. cōicabit cū linea. f. b. Qd si hoc fuerit videlicet si a. b. nō cōicet cū. f. b. nō cōicabit cū. a. f. q̄re neq; cū. a. d. aut. d. f. neq; igit. a. b. cū. d. a. Pōt quoq; hec. 14. demonstrari p̄ p̄missā. p̄ma ps huius ex scōa illi⁹ et scōa ex p̄ma a destructiōe p̄ntis. si enī. a. d. et. d. b. nō cōicent nec etiā. a. b. et. f. b. cōicabunt: nā si. a. b. et. b. f. cōicarent oportet p̄ scōam p̄tē p̄missis ut. a. d. cōicaret cū. d. b. sed positum ē q̄ non. Eodē mō de scōa p̄tē. si enī. b. a. et. b. f. nō cōicant nec. a. d. et. d. b. cōmunicabunt. nā si sic sequitur per primā p̄tē p̄missis ut. a. b. et. b. f. cōicēt q̄ nō cōicant: quare patet propositū.

**Propositio. 15.**

**O**mnis superficies rectāgula quā continent due linee in longitudine rationales rōnalis esse probatur.

**S**int due linee .a. b. et .b. c. p̄tinentes superficie rectāgulā. a. c. rōnales in longitudine: dico superficie a. c. esse rōnalē: descripro enī quadrato cuius vis eaz. ut. c. d. linee. b. c. erit p̄ primā sexti. c. d. ad. a. c. sicut. b. d. ad. a. b. q̄ igit. b. d. cōicat in longitudine cū. a. b. ex ypothēsi eo q̄. b. c. sua equalis erit p̄ primā p̄tē. 10. c. d. cōicans. a. c. cū sit itaq; c. d. rōnalis p̄ diffinitionē erit et. a. c. rōnalis qd est p̄positū.

**Propositio. 16.**

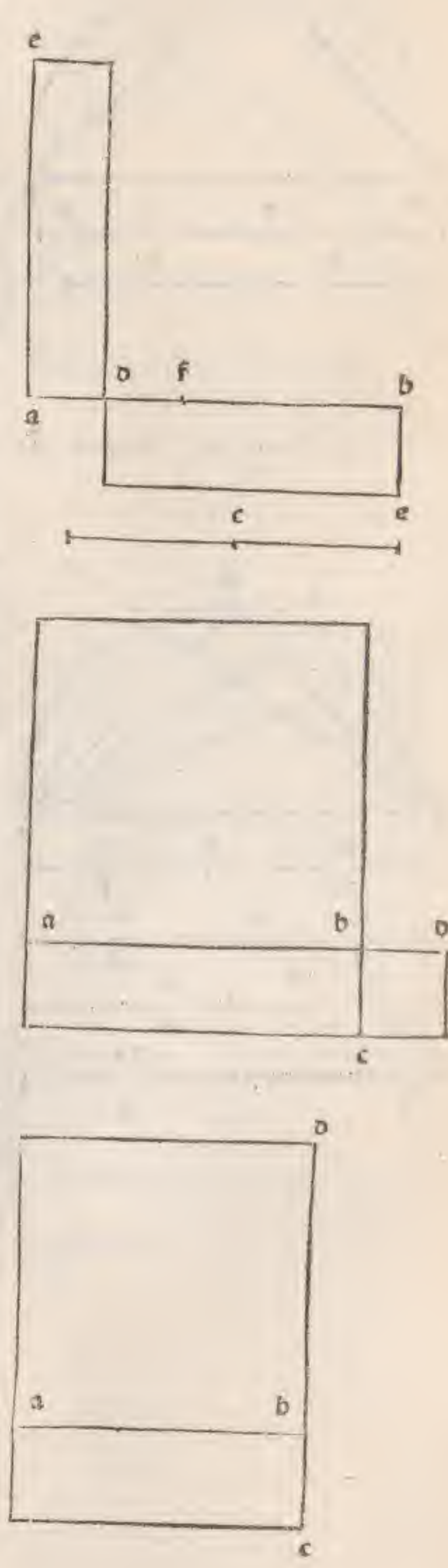
**A**m adiuncta fuerit linee in longitudine vel cōicata rōnali superficies rōnalis rectāgula latus eius scōm erit in longitudine rōnale lateriq; primo in longitudine cōmēsurabile

**U**hec ē quasi p̄uersa prioris ut si superficies. a. c. adiuncta ad lineā. a. b. rōnalē in longitudine fuerit rōnalis: dico q̄ latus eius scōi qd ē. b. c. erit etiā rōnale in longitudine et cōicans lateri primo. sit enī. a. d. quadratū .a. b. eritq; rōnale ex diffinitione et p̄pter hoc erit cōicans cū superficie. a. c. rōnali: q̄ igit p̄ primā sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita ē etiā. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cum. a. c. erit p̄ primā p̄tē. 10. b. d. cōicās cū. b. c. ergo cū. b. a. sua eq̄li sed. b. a. rōnalis ē q̄re p̄ diffinitionē et. b. c. p̄stat itaq; p̄positū.

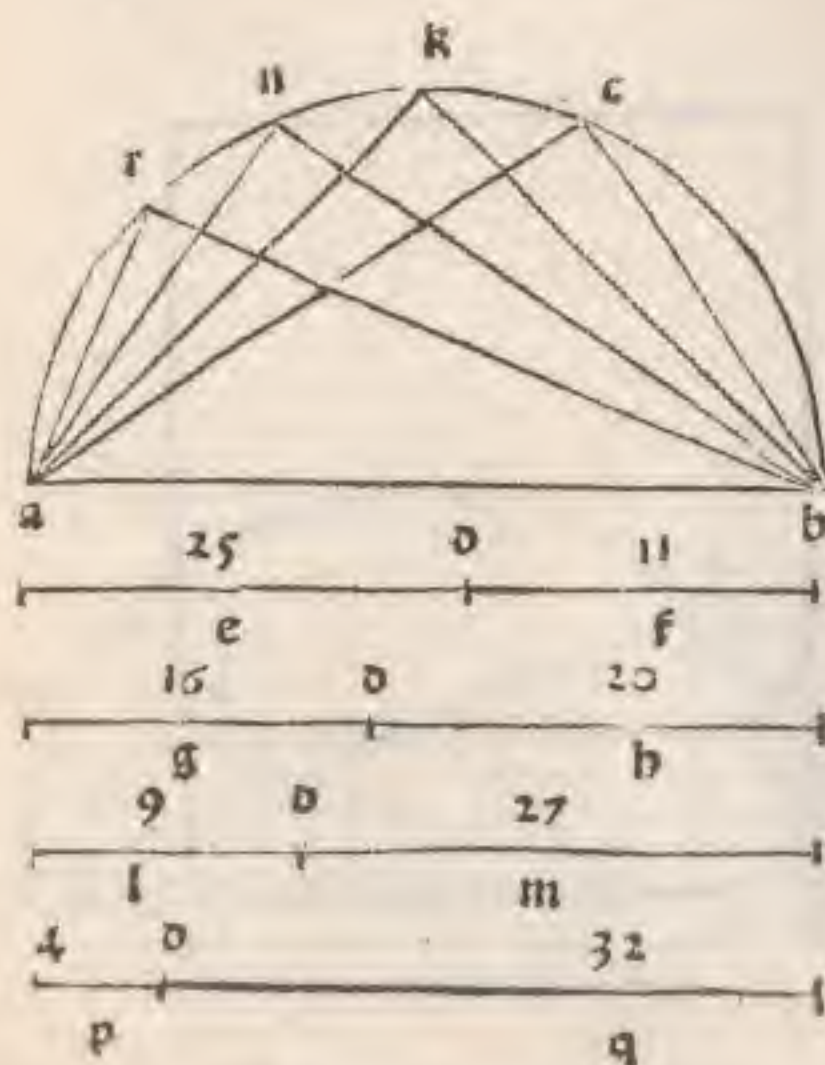
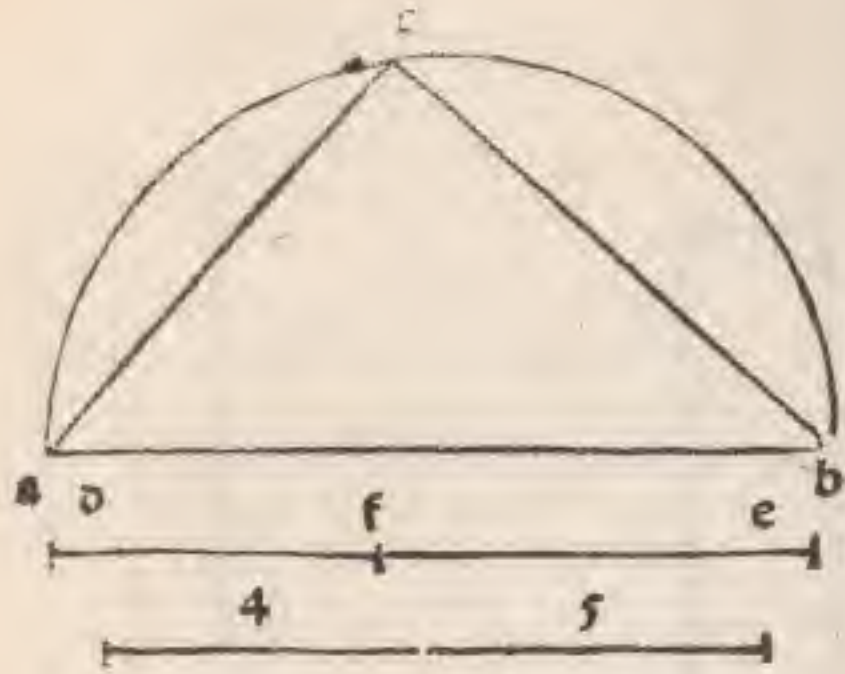
**Propositio. 17.**

**D**uas lineas inuenire potentia tantum rōnales cōmensurabiles quarum lōgiōr plus possit breuiori quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine.

**P**ropositū ē inuenire duas lineas rōnales potētia tm̄ cōicātes q̄rū longior sit potētior breuiori q̄drato linee sibi cōicās in longitudine







Sumo itaqz aliquā lineā rōnalē que sit. a. b. sup quā describo semicirculū. a. c. b. z sumpto al. quo numero vt. d. e. diuido ipsū in duos numeros. d. f. z. f. e. ita qz sit pportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri qdrati ad numerū qdratū nō sit aut pportio. d. e. ad. f. e. ut numeri qdrati ad numez qdratū: talis aut numer⁹ ē quilibz qdrat⁹ diuisibilis in quadratū z nō quadratū. ut. 9. qui diuiditur in. 4. z. 5. z oēs hoz eque multiples: z inuenio lineā ad cuius qdratū se habeat qdratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. qualiter aut ipsa reperiat in demonstratione. 5. dicitur ē: hanc lineā inuentā que necessario ē minor. a. b. coapto p primā quarti intra semicirculum. a. c. b. sitqz. a. c. z subtrahā lineā. c. b. dico duas lineas. a. b. z. c. b. esse quas querim⁹. erit igit p primā ptē. 30. tertij angulus. c. rectus: z iō p penultimam primi quadratū. a. b. equale est qdratis duaz lineaz. a. c. z. c. b. z qz pportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. p ppothe. crit p euersam pportionalitatē pportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo quadratū. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. per. 6. hui⁹ erit igit quadratum. c. b. rōnale per diffinitionem cū cōicat rōnali superficie: z qz. c. b. z. a. b. sunt incōmensurabiles p vltimā partem. z. constat duas lineas. a. b. z. c. b. esse rōnales potētia tñ cōicantes. At qz linea. a. b. ē potēti⁹ linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que p scōaz partem. z. cōicat secū in longitudine cōstat habitū esse ppositū. ¶ Si antez libeat plures duab⁹ potētia tñ rōnales cōicantes quaz vna potēti⁹ longior sit quālibet aliaz in quadrato alicuius linee secū cōicantis in lōgitudine repire. sit ut pri⁹ linea. a. b. rōnalis in longitudine super quā describatur semicirculus. a. c. b. suma turqz numerus. d. quadratus qui sit diuisibilis in multos quadratos z nō quadratos quoz nō quadratoz mīme sit pportio sicut aliquoz numeroz qdratoz: tales aut numeri vltro se offerūt vt. 36. qui ē diuisibilis i. 25. z. 5. itēqz i. 16. z. 20. rursus / qz in: 9. z. 27. ac itēz in. 4. z. 32. istoz vero nō quadratoz qui sunt. 11. 20. 27. 32. ad inuicē nō est pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. Esto igitur ut numerus d. quadratus diuidat in. e. qdratū z. f. non quadratū: sitqz quadratū linee. a. b. ad qdratū linee. a. c. sicut numerus. d. ad numez. e. z ducat lineā. c. b. z pstat ppositum ut prius demonstratū ē. a. b. z. b. c. esse duas tales lineas quas inquirimus. Sitr quoqz diuidā. d. i. g. qdratū z. h. nō qdratū sitqz qdratū linee. a. b. ad qdratū linee. a. k. sicut. d. ad. g. z ducat lineā. k. b. eruntqz vt prius due linee. a. b. z. b. k. quales inquirim⁹. Eodē mō si rursus diuidat. d. m. l. qdratū z in nō qdratū z ponatur pportio qdrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut. d. ad. l. z pducatur n. b. erunt due linee. a. b. z. b. n. quales inquirim⁹. Qd si rursus diuidat. d. in. p. quadratū z in. q. nō quadratū z fuerit pportio qdrati linee. a. b. ad quadratum linee. a. r. sicut. d. ad. p. z protracta fuerit lineā. r. b. erūt etiā due linee. a. b. z. b. r. quales inquirimus. Sunt itaqz linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potētia tñ rationales z in ea cōicātes qru vna videlicet. a. b. ē potēti⁹ qualibet aliaz i qdrato linee secū cōicātis in lōgitudine. si igit quatuor lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicant alij in longitudine pstat ppositū. Istud aut sic pbat p3 eni ex pmissis qz quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. a. b. est sicut numerus. f. ad numerum. d. et quadratum linee. a. b. ad quadratum linee. b. k. est sicut numerus. d. ad numerum. b. ergo per equam proportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut numer⁹. f. ad numerū. b. sed null⁹ qtuor numeroz. f. b. i. q se habet ex ppothe si ad aliū sicut numer⁹ qdratus ad numez qdratū. qre p. 3. ptē



7. due linee. b. c. b. k. sunt incōmensurabiles in longitudine. Eadem rōne quelibet  
due ex illis quatuor sint incōmensurabiles i longitudine : liquet ergo qđ volumus.

Propositio .18.

**D**uas lineas in potentia tantum rōnales cōicantes quorū  
longior plus possit breuiori. quantum est quadratū linee  
sibi incōmensurabilis in longitudine inuenire.

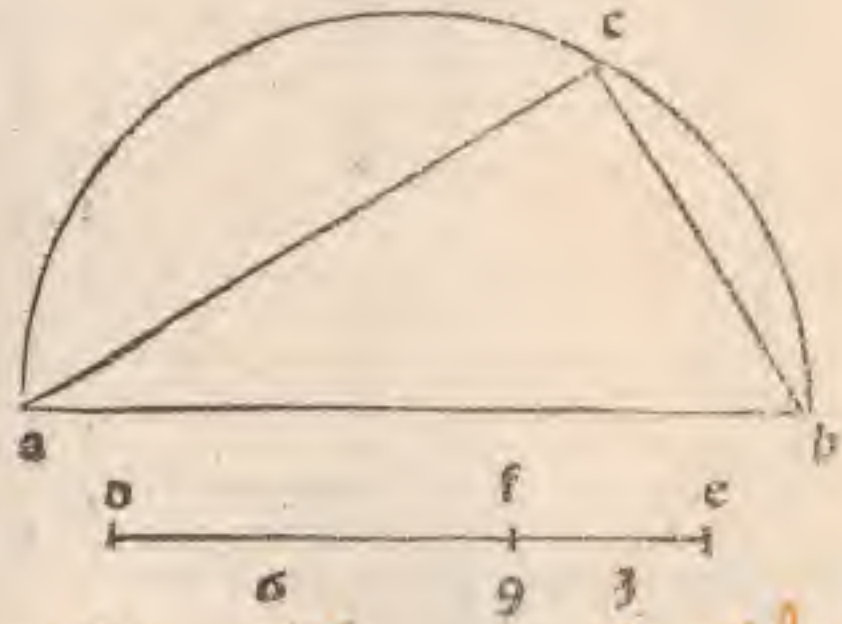
**I**n hac quoq; remaneat eadē dispositio cedēq; ypotheses que in  
premissa hoc solū mutato qđ pportio numeri. d. e. ad neutrū duorū  
nūmeroz. d. f. z. f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: hoc aut facile  
fiet: posito. d. e. quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nō quadra-  
tos vt si. d. e. sit. 9. z. d. f. 6. z. f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto  
qđ a. b. z. a. c. sint incōmensurabiles in longitudine p ultimā partē. 7. **E**t sciendū  
qđ due linee quales hec et premissa docent inuenire cōponant binomium: z mino-  
ri earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiā qđ linee tm̄  
potentia rōnales cōicantes possūt esse vna rōnalis z alia irrōnalis sicut latera te-  
tragonica duaz supficiēz quaz vna sit. 25. pedū z alia. 24. sunt rōnalis potētia tm̄  
cōicantia: latus enim prime superficies est. 5. latus vero scde nō numerat z possūt  
esse ambe irrōnales ut latera tetragonica duaz supficiēz quarū vna sit. 24. pedū z  
alia. 23. neutrius enī numerat latus. suntq; i longitudine incōmensurabilia ex vl-  
tima pte septime. **Q**đ si libeat etiā inuenire plures lineas duabus potentia tm̄  
rōnales cōicantes quaz vna sit potentior qualibet aliaz in quadrato linee secum  
nō cōicantis in longitudine: sumat talis numer⁹ qui possit pluries sic diuidi qđ ipsi  
us ad nullā suaz partiū nec alicui⁹ ad aliquā aliaz sit pportio ut numeri quadra-  
ti ad numerū quadratū ut. 25. pōt diuidi in. 2. z. 25. item in. 5. z. 20. z rursus in. 7.  
z. 18. Et sic pcessus idē qđ fuit in pmissa. **Propositio .19.**

**D**nis superficies quā cōtinēt due linee potētia tm̄  
rōnales cōicantes ē irrōnalis dicitq; supficies medialis  
eiusq; latus tetragonicum scz qđ i eam potest est irrōnale  
diciturq; linea medialis.

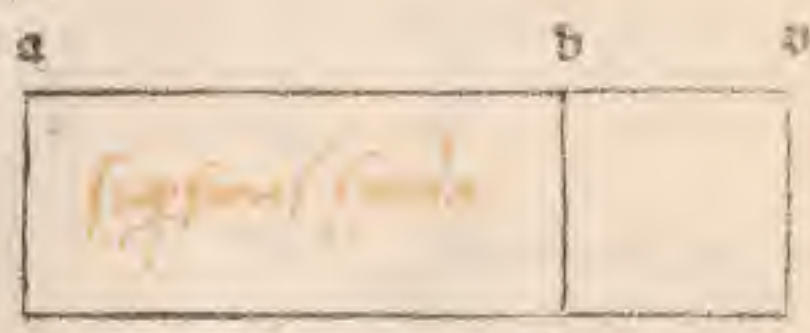
**S**int due linee. a. b. b. c. p̄tinētes supficiē. a. c. rōnales potētia tm̄  
cōicantes: qđ qualr reperiant ex pmissa z an̄pmissa. manifestum ē: dico supficiē. a. c.  
esse irrōnalem. Sit enī. c. d. quadratū. b. c. eritq; rōnale p ypothesim eo qđ linea. b  
c. ē rōnalis i potētia: z qđ ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōicat  
aut a. b. cū. b. d. qđ ex ypothesi nō cōicat cū sua equali qđ ē. b. c. sequit p scdam p̄e  
10. ut etiā. a. c. nō cōicet cū. c. d. qđ p diffinitionē supficiēs. a. c. ē irrōnalis. ideoq;  
z suū latus tetragoniciū ē etiā irrōnale. dicit aut hec supficies medialis qm̄ ipsa ē  
medio loco pportionalis inter duas superficies rōnales videlicet inter qđrata dua-  
rū lineaz ipsā p̄tinētiū z lineā potēs in ipsā dicit medialis. qm̄ ipsa quoq; ē me-  
dio loco pportionalis inter duas lineas potētia tm̄ rōnales cōicantes z hec due li-  
nee sunt latera dicte supficiē. Et hoc est quod volumus.

Propositio .20.

**C**um adiuncta fuerit linee in lōgitudine rōnali superficies  
equalis quadrato linee medialis lat⁹ eius scdm potentiali-  
tātū erit rōnale lateriq; primo i lōgitudine incōmensurable  
hec est quasi conuersa premissē. Sit .a. linea medialis. sitq;



*binomium - ut quod residuum*



*superficies medialis quid sit*

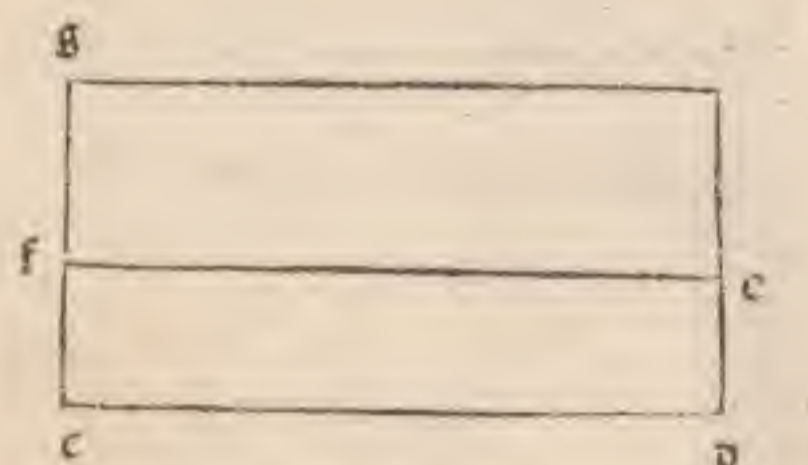
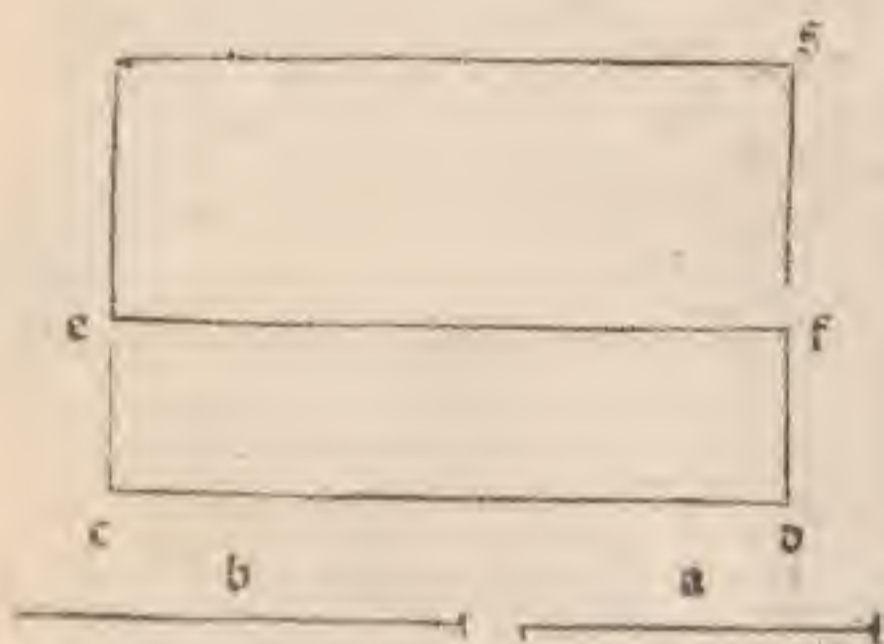
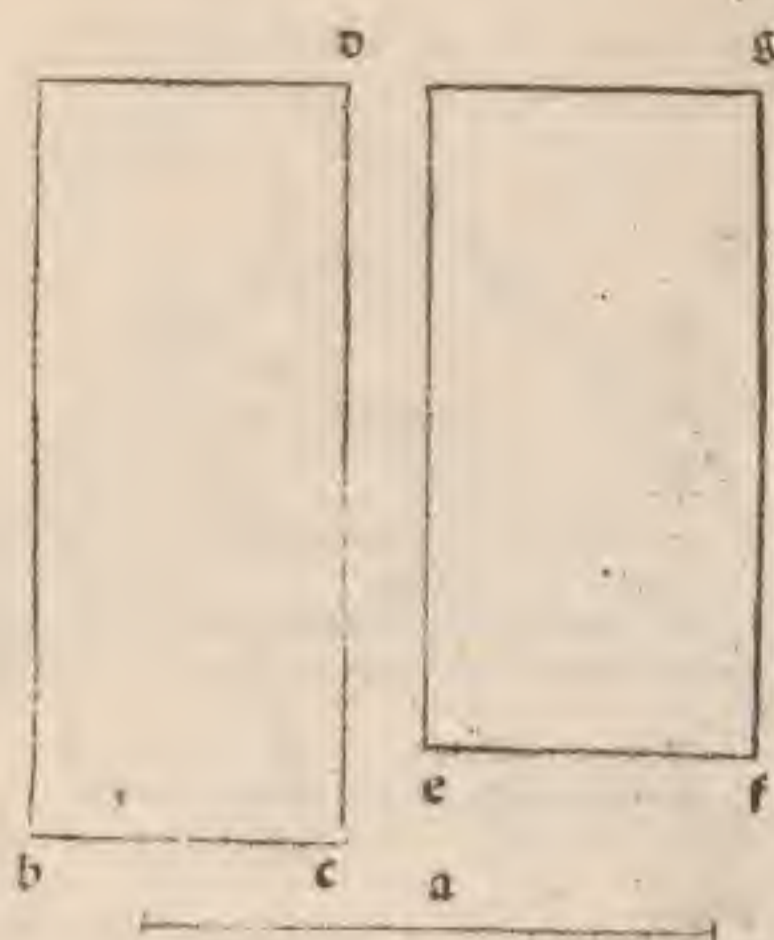


linea. b. c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b. d. equalis qua-  
drato linee. a. q. hoc modo fiet: subiungatur duabus lineis. b. c. z. a. linea. c. d. i. cō-  
tinua proportionalitate: ut docet. 10. sexti: eritqz superficies. ex. b. c. in. c. d. equalis  
quadrato linee. a. per. 16. eiusdē: dico latus eius fm quod est. d. c. esse rōnale in po-  
tentia tm̄ z incōmensurable in longitudine lateri. b. c. Eratqz ex premissa p̄ dūsi-  
nitionē linee medialis ut linea. a. possit in aliquē superficiē contentam a duabus  
lineis potentia tm̄ rōnalibus cōmunicantibus que sit superficies. e. g. cuius latera  
e. f. z. f. g. eruntqz due superficies. b. d. z. e. g. per primam partem. 13. sexti: laterum  
mutuorum propter hoc q. ipsi sunt equalis z rectangule: p̄portio ergo. b. c. ad. e.  
f. est sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10. cū. b. c. cōicet i potentia cū. e. f. eo q. q̄drata vtri-  
usqz earuz sunt rōnalia ex ypothēsi. f. g. cōicabit in potentia cum. c. d. cū igit̄ qua-  
dratum. f. g. sit rōnale per ypothēsim: erit quoqz quadratū. c. d. rōnale per diffini-  
tionem: at qz superficies. b. d. est irrōnalis sicut sua equalis. e. g. per premissā. se-  
quitur vt quadratum linee. c. d. nō cōicet cū superficie. b. d. z quia quadratū linee  
c. d. ad superficiem. b. d. est per primam sexti: sicut. c. d. ad. e. b. erit per secundam  
partem. 10. ut. c. d. non cōmunicet cum. b. c. quare cum. b. c. sit rōnalis in longitudi-  
ne ex ypothēsi: erit. c. d. irrōnalis in longitudine z potentia tm̄ rationalis: patet er-  
go proposita conclusio. **Propositio .21.**



**Q**uoniam linea communicans mediali est medialis.

**S**it linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōmunicans siue in  
longitudine siue in potentia tm̄: dico q. etiam linea. b. est medialis.  
Sit enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui adiungatur superfici-  
es. c. f. equalis quadrato linee. a. z item superficies. e. g. equalis qua-  
drato linee. b. hoc autem qualiter. iat in premissa demonstratione dictū ē. Eratqz  
per premissam linea. d. f. rōnalis in potentia tm̄ z incōmensurabilis linee. c. d. et  
quia per primam sexti. e. g. ad. c. f. sicut. f. g. ad. d. f. cōtat autem. e. g. cum. c. f. eo  
q. quadratum. b. cōmunicat cum quadrato. a. per ypothēsim: quibus quadra-  
tis dicte superficies posite sunt equalis: sequitur per primaz partem. 10. ut linea. f.  
g. cōmunicet cum linea. d. f. quare. f. g. est rōnalis i potentia tm̄ sicut est. d. f. z in-  
cōmensurabilis in longitudine linee. c. f. cū linea. d. f. sibi cōmunicans sit incōmē-  
surabilis eidem. e. f. eo q. sue equalis: hoc enim probatum est in. 8. qd si fuerint due  
quantitates cōicantes cuiusqz vna earuz non cōicat nec reliqua: itaqz per. 19. erit  
superficies. e. g. medialis z eius latus rethgonicum quod est. b. mediale quod est  
propositū. **S**ifr quoqz omnes superficies cōicans superficiē mediali medialis cē  
conuincitur. Sit eni superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. esse cōicans  
dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. sit linea. c. d. rōnalis in longi-  
tudine: adiungaturqz ei superficies. c. e. que sit equalis superficiē. a. qd hoc mo-  
do fiet. Inueniatur linea. e. f. ad quā sic se habeat vnum ex lateribus superficiē. a.  
sicut linea. c. d. se habet ad reliquum. hec autem linea qualiter reperiatur in. 10. se-  
xti dictum est. Eratqz ex. 15. eiusdem superficies. d. f. equalis. a. itaqz eodem modo  
ad lineam. e. f. adiungatur superficies. e. g. que sit equalis. b. erit itaqz per. 20. linea  
c. f. potentia tm̄ rōnalis: erit quoqz linee. c. d. in longitudine incōmensurabilis. Et  
quia. a. z. b. erant cōicantes ex ypothēsi: erunt quoqz. c. e. z. e. g. eis equalis cōican-  
tes: itaqz per primam partem sexti z per primaz partem. 10. huius erunt due linee  
c. f. z. f. g. cōicantes in longitudine. **E**st igitur linea. f. g. rōnalis in potentia tm̄ z





linee. e. f. incōmensurabilis in longitudine: quare per. 19. superficies. e. g. erit medi-  
 alis: cum linea. e. f. sit rōnalis i longitudine sicut. c. d. sibi equalis: cū sit ergo. b. e. q. /  
 lis. e. g. erit quoq. b. medialis qd ē propositū. ¶ Et nota q. omnes superficies me-  
 diales cōicantes cōponunt superficiem mediale. Unde tota. d. g. ē medialis: q. cū  
 due linee. c. f. z. f. g. sint rōnales in potētia tñ z nō cōmunicantes in longitudine  
 sequitur ut tota. c. g. sit rōnalis in potētia tñ z nō cōicās. c. d. i longitudine. itaq. 3  
 p. 19. d. g. ē medialis Eodēq. mō si sint p. f. s.

Propositio .22.



**O**mnis differentia qua habundat mediale a mediali: irra-  
 tionalis esse probatur.

¶ Sit utraq. duar. superficierū. a. b. z. a. medialis: dico q. superficies  
 o. que est ear. differentia ē irrōnalis. Sit enī linea. c. d. rōnalis i lon-  
 gitudine cui adiungat superficies. d. e. equalis superficiei. a. z. superfici-  
 es. d. f. equalis totali superficiei. a. b. hoc aut qualiter fiat in premissa docuim. q. 3  
 ergo. d. f. est equalis. a. b. z. d. e. equalis. a. erit p. cōceptionē. g. f. equalis. b. Si ita-  
 q. superficies. b. nō est irrōnalis sed rōnalis: erit z. f. g. sua equalis rōnalis. At cum  
 linea. e. g. sit rōnalis in longitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. ra-  
 tionalis in longitudine z cōmunicās linee. e. g. p. 20. aut est utraq. duar. linear. 3  
 c. e. z. c. f. potentialiter tñ rōnalis z linee. c. d. incōmensurabilis i longitudine: ita  
 q. e. f. linea est incōmensurabilis linee. c. e. in longitudine. Et quia per primā sexti  
 quadratum linee. e. f. ad superficiem que fit ex. c. f. in. c. e. ē sicut. c. f. ad. c. e. sequit  
 per scōdam partem. 10. ut quadratū linee. e. f. sit incōmensurable superficiei facte ex  
 c. f. in. c. e. quare z ipsū quadratū erit incōmensurable duplo superficiei ex. e. f. i. c. e  
 quadratū vero. c. e. cum sit rōnale est cōicans quadrato c. f. totum igitur ex ambo-  
 bus compositū erit per. 9. cōicans quadrato e. f. z. ideo incōmensurable duplo su-  
 perficiei ex. e. f. in. c. e. Et q. per quartā scōi quadratū linee. c. f. ē. equale duob. qua-  
 dratis duar. linear. c. e. z. c. f. z. duplo superficiei ex. c. e. in. e. f. et duplū superficiei  
 c. e. i. c. e. ē incōmensurable aggregato ex duob. quadratis duar. linear. c. e. z. e. f.  
 sequitur per ea que addita sunt in. 9. ut quadratū. c. f. sit incōmensurable aggre-  
 gato ex duobus quadratis duar. linear. c. e. z. e. f. at cū aggregatū ex his quadra-  
 tis sit rōnale: sequit quadratū linee. c. f. nō esse rōnale: z ideo linea. c. f. nō ē ratio-  
 nalis in potētia: z idcirco nō erit superficies. d. f. medialis neq. a. b. sibi equalis  
 quod est inconueniens cum sit contrarium positis: relinquitur igitur q. superficies  
 b. est irrationalis: quod est propositum.

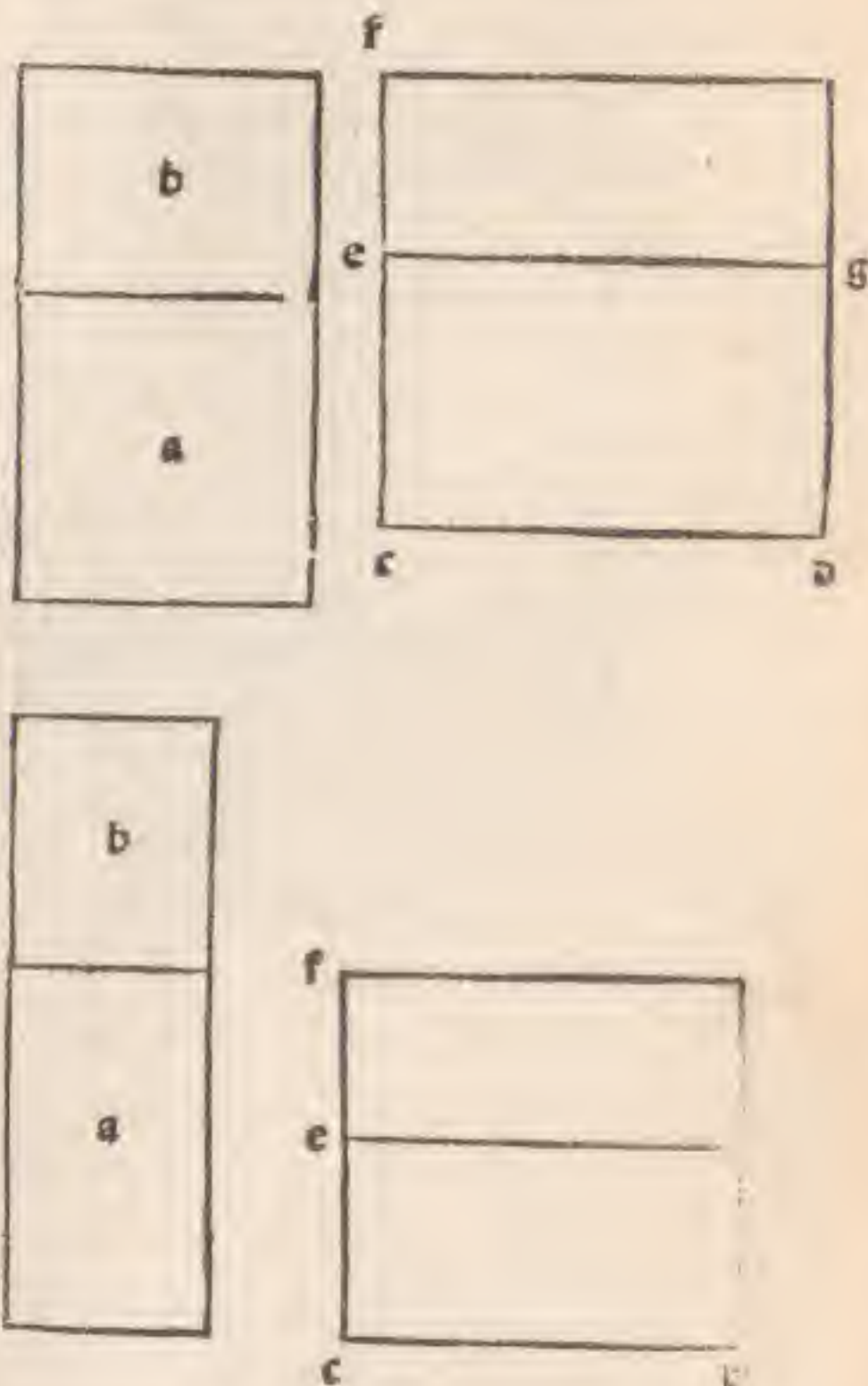
Propositio .23.



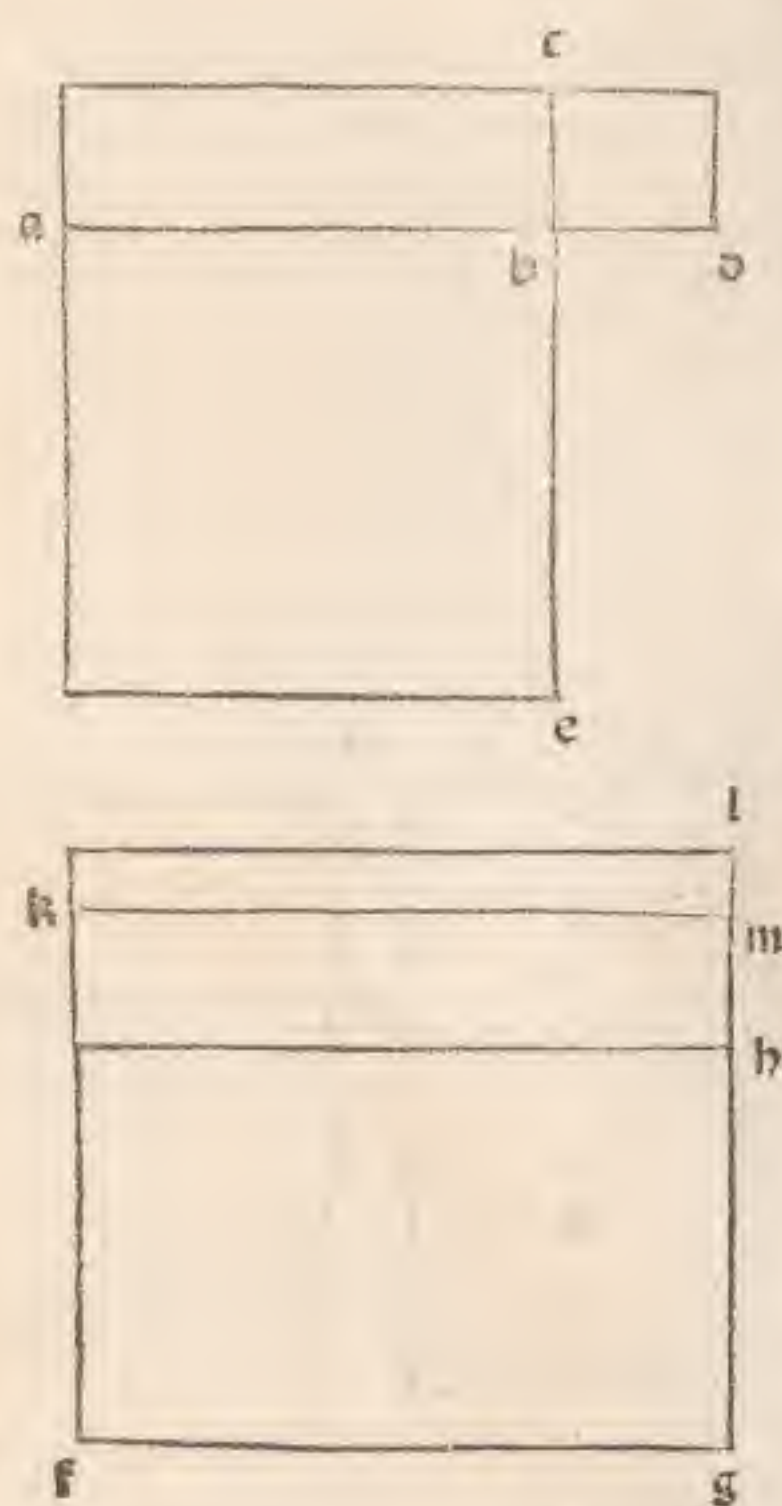
**O**mnis superficies quā cōtintē due linee mediales poten-  
 tialiter tantū cōicantes: aut rōnalis est aut medialis.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. mediales potentia tñ cōmunicātes: di-  
 co q. superficies. a. c. ab eis contenta aut est rōnalis aut medialis  
 Sint enim. c. d. quadratū linee. b. c. z. a. c. quadratū linee. a. b. erunt  
 q. ex ypothēsi hec duo quadrata cōmunicantia z erit per primam sexti superfi-  
 cies. a. c. medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur  
 linea. f. g. que sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. b. equa-  
 lis quadrato. a. c. z. b. k. equalis superficiei. a. e. z. k. l. equalis quadrato. d. c. erunt  
 q. hec tres superficies. f. b. b. k. z. k. l. continue proportionales sicut sunt sue eq. les

k







a. e. a. c. z. d. e. quare per primā sexti erunt etiam tres linee. g. b. b. m. z. m. l. q̄ sunt bases earum continue proportionales: z cuꝫ superficies. f. b. z. k. l. sint cōmunicātes sicut duo quadrata. a. e. z. c. d. eis equalia: sequitur per primā sexti z. 10. hui⁹ ut linea. g. b. sit cōmunicans cum. m. l. vtraqꝫ autem earum est rōnalis in potētia per 20. hui⁹: igitur sup̄ficies vnius eaz in alteram est rōnalis: omnis enī sup̄ficies quam continent due linee rōnales in potentia: cōmunicantes in longitudine nec cessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima pte. 10. hui⁹ z ex diffinitōe superficierum rōnālium: z quia ex prima pte. 16. quadratum linee. b. m. est equale superficiei ex. g. b. in. m. l. erit quadratū linee. b. m. rōnale. Si ergo linea. b. m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per 15. superficies. b. k. rōnalis: ideoqꝫ z sua equalis. a. c. si autē linea. b. m. sit irrōnalis in longitudine siue incōmensurabilis linee. k. m. que ē equalis linee. f. g. cū ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo q̄ suū quadratū est rōnale: erit ex. 19. superficies. b. k. medialis: quare z sua equalis. a. c. constat ergo propositū. ¶ Et nota q̄ si due linee. a. b. z. b. c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset sup̄ficies a. c. medialis tm̄: esset enim superficies. a. c. cōmunicans vtriqꝫ duoz quadratorū a. e. z. c. d. per primā sexti z per presentē ypothesim z per. 10. hui⁹: z ideo superficies. b. k. sibi equalis. a. c. esset cōmunicātes vtriqꝫ superficiei. f. b. z. k. l. igit per p̄ma sexti z. 10. hui⁹ linea. b. m. esset cōmunicans vtriqꝫ duaz linearū. g. b. z. l. m. z qz hee ambe sint rōnales in potentia tm̄: non cōicantes in longitudine linee. f. g. cēt quoqꝫ. b. m. rōnalis in potētia tm̄: nō cōmunicantes in longitudine linee. f. g. z iō nec cōmunicans linee. b. d. quare per. 19. erit superficies. b. k. medialis tm̄. z ideo etiam. a. c. sibi equalis: Si autē due linee. a. b. z. b. c. essent mediales neqꝫ in longitudine neqꝫ in potentia cōicantes: superficies. a. c. non esset rōnalis neqꝫ medialis si enim sic esset sc̄z q̄ due linee. a. b. z. b. c. essent mediales neqꝫ in longitudine in potentia cōicātes: cēt duo quadrata. a. e. z. c. d. incōmunicantia. itaqꝫ z due sup̄ficies. f. b. z. k. l. eis equalis quoqꝫ: cēt incōicātes: quare z due linee. g. b. z. m. l. essent incōmensurabiles per primā sexti z per scōdam pte. 10. z qz vtraqꝫ eaz ē rōnalis tm̄ in potentia p. 20. esset sup̄ficies vnius eaz ad alterā medialis per. 19. cū ergo quadratū linee. b. m. sit equale dicte superficiei que sit ex. g. b. in. m. l. per primā partē. 16. sexti cēt per. 19. linea. b. m. linea medialis: per. 15. ergo nō esset superficies. b. k. rōnalis: nec etiā per. 20. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

## Propositio 24.



Uas líneas mediales potentia tantum cōmunicantes sup̄ficiemqꝫ rōnalem continentes quarum longior sit potentior breuiore: augmento quadrati linee cōmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶ Cum omnes due linee mediales potentia tantū cōmunicantes cōtineant sup̄ficiem rōnalem aut medialem ut ex premissa patet: docet inuenire eas duas que continent sup̄ficiem rōnalem z eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas líneas mediales potentia tantum comunicantes: quarū longior possit amplius breuiori in quadratō alicuius linee sibi cōmunicantis in longitudine que contineant sup̄ficiem rōnalem. ¶ Ad hoc fm doctrinam. 17. Sumo duas líneas. a. z. b. potentia tantū rōnales comunicantes quarum longior que



fit. a. possit amplius breviori que sit. b. in quadrato alicuius linee secum comunicantis in longitudine: et ponam lineam. c. scdm doctrinā. 9. sexti medio loco pporionalem inter. a. et b. et ponam ut sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. qd qualiter fiat in. 10. sexti dictum est. Dico tunc duas lineas. c. et d. esse quas querimus: patet eni ex. 19. qd superficies qua continent due linee. a. et b. e medialis: et qd p primā ptē 16. sexti quadratū linee. c. est dicte superficiei equale erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Lū autē sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et b. comunicat cū. a. in potentia tm ex ypothesi: qd tam. a. qd b. rōnalis est in potentia sequitur per. 10. qd. c. quoq; cōicet cum d. in potentia tm. itaq; per. 21. cu; c. sit linea medialis: erit etiā. d. medialis: et per primā ptē. 12. erit linea. c. potentio: linea. d. in quadrato linee sibi comunicatis in lōgitudine. Si ergo due linee. c. et d. contineant superficiem rōnalē ipse sūt quales inquirimus. Eas autē cōtinere supficiē rōnalē sic habeto: cū sit. a. ad. b. si ut c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur est. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq; per primā partē. 16. sexti superficies qua continent due linee. c. et d. est equalis quadrato. b. est autē quadratū. b. rōnale per ypothē. cum ipsa sit rōnalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee. c. et d. est rōnalis: quare constat propositum.

Propositio .25.

**D**uas lineas mediales potentia tantū comunicātes superficiemq; rōnalē cōtinentes: quaz longior sit potentior breviori quadrato linee eidem longiori in longitudine in cōmensurabilis inueire.

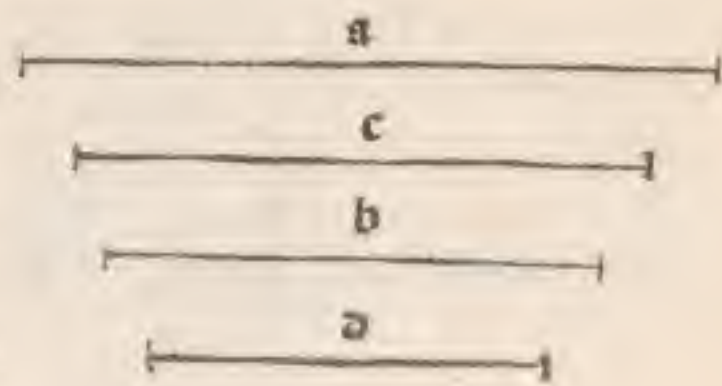
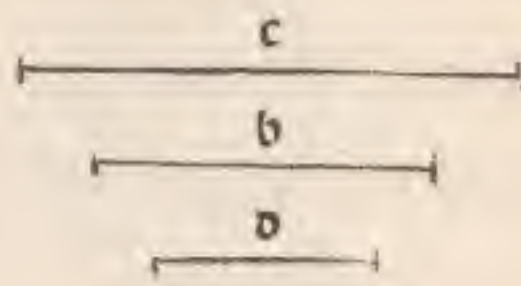
**P**ositis duabus lineis. a. et b. rōnalibus potētia tm cōicantibus quarum longior possit amplius breviori quadrato linee secum non comunicantis in longitudine: que quidē reperiunt fm doctrinā. 18. ceterisq; positionib; manentibus sicut in pmissa argumētando modo cōsimili: patebit duas lineas. c. et d. esse quales querimus. Et nota qd due linee quas hec et pmissa docent inuenire componunt bimediale primū: et minori earum abscisa de maiori que reliqua est: dicitur residuum mediale primū.

Propositio .26.

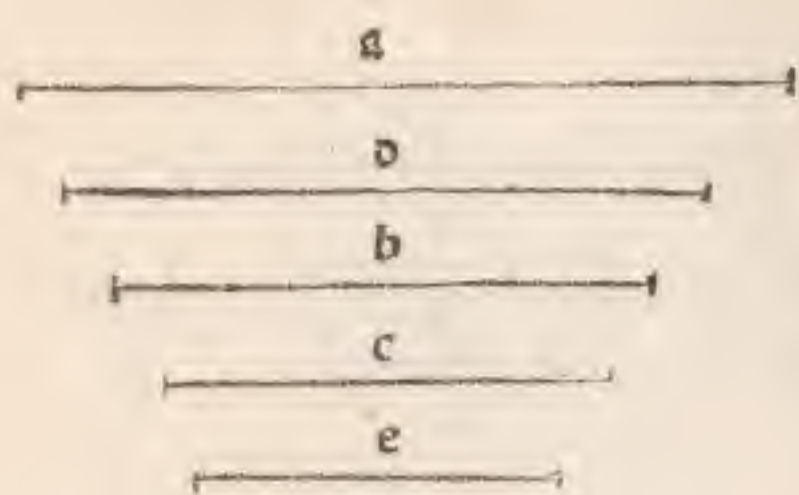
**D**uas lineas mediales potentia tantū comunicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior brevior et tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee nec incōmensurabilis ipsi longiori in lōgitudine inuenire.

**C**ū docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiēq; rōnalē continentes: quaz longior plus possit breviori in quadrato linee secum comunicantis in longitudine et secum incōmensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiemq; medialem continentes quaz longior sit potentior breviori in qdrato linee nō secum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres linee sumpte fm qd doctrinā. 18. a. b. c. potentia tm rōnales et i ea solū cōicantes. sitq; a. potentior. b. et c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine: et ponatur. d. medio loco pportionalis inter a. et b. ut docet. 9. sexti: et sit. d. et e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. et e. esse qles inquirimus. cum sit enim quadratū linee. d. equale superficiei que continetur sub. a

k 2





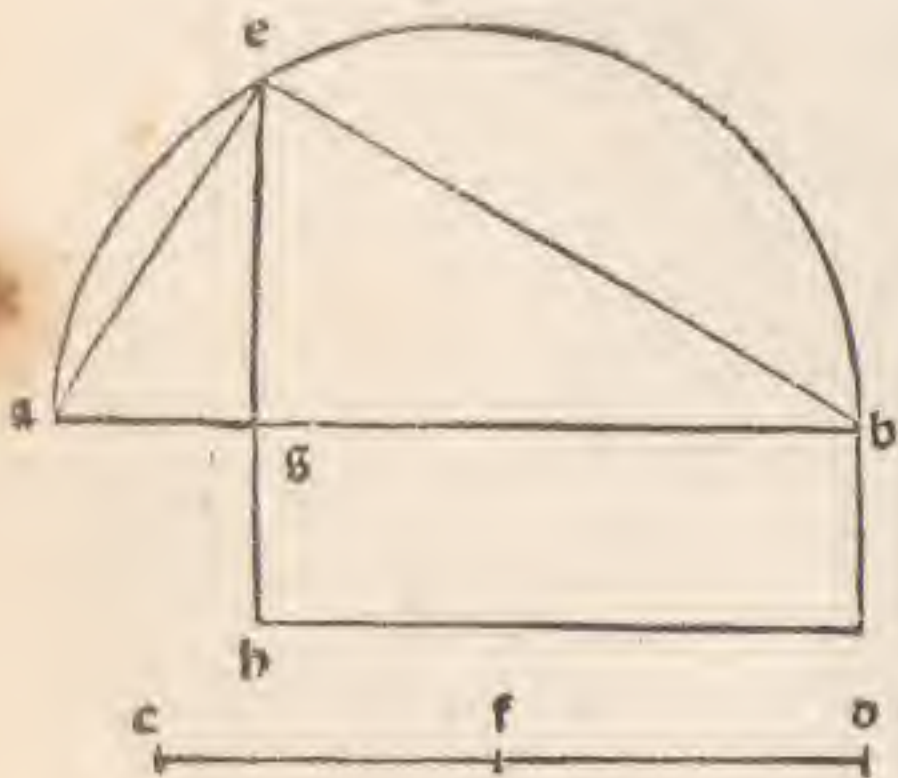


z. b. per primā partē. 16. sexti. Sitq; superficies contēta sub. a. z. b. medialis: ex. 19. cum. a. z. b. sint potentia tm̄ rōnales conicantes: erit ex eadem linea. d. mediali s. quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. cōmunicat autē. a. cū. c. in potentia tantū ex ypothēsi sequitur ex. 10. ut. c. quoq; cōmunicet cū. d. in potētia tm̄. Itaq; per. 21. erit. e. linea medialis. et etiā qz. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoq; p. 12. d. potētiō. e. q̄drato linee sibi icōmēsurable i lōgitudie Si igitur due linee. d. z. e. contineant supficiē mediale constat eas esse quales inquirimus: Eas autē continere superficiem mediale. sic habet: cum sit ex ypothēsi. a. ad c. sicut. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothēsim: itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primā partē. 15. sexti: superficies quā continēt. d. z. e. est equalis ei quā p̄tinēt. c. z. b. sed. b. z. c. continent superficiē medalem per. 19. cum ipsi sint rationales i potentia tm̄ cōicantes ex ypothēsi: itaq; d. z. e. continent superficiē mediale: qd̄ est propositū. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tm̄ cōmunicantes supficiēq; medalem continentes: quaz longior esset potentior breuiori quadrato linee secum cōicantis i longitudine: Sumemus tres lineas fm̄ doctrinā. 17. a. b. c. potentia tm̄ rationales z in ea solum cōmunicantes: z ponerem<sup>9</sup> lineam. a. esse potentiorē lineā. c. quadrato alicuius linee sibi cōmunicantis in longitudine: cetera vero manerent ut prius z argumentatione consimili concluderemus duas lineas. d. z. e. esse quales proponit inquirere. Et nota qd̄ due linee quas hic. 26. docet inuenire: cōponūt bimediale scdm̄ z minori earum abscisa de magiori que reliqua est dicitur residuū mediale secundū.

Propositio .27.

**D**uas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēq; medalem continentes quarū quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire:

¶ Propositum est inuenire duas lineas incōmensurabiles tam i potentia q̄z in longitudine que contineant superficiem medalem z quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalem: ad hec autē sumo per. 18. duas lineas. a. b. z. c. d. potētia tantū rationales cōmunicātes quaz longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius linee secū incōmensurabilis in longitudine z super lineā. a. b. describo semicirculum. a. c. b. z diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. z diuido lineam. a. b. ad punctum. g. itaq; lineā. e. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. z. g. b. et qualiter hoc fiat in. 13. dictū est: z pono qd̄ superficies. b. b. fiat ex. a. g. in. g. b. eritq; ex prima pte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superficiē. b. b. z quia quadratū. c. f. est equale quarte pti quadrati. c. d. ex quarta scōi: z qz supficiē. b. b. deest ad cōplendū lineam. a. b. superficies quadrata cu; a. g. sit equalis. g. b. z quia lineā. a. b. potentior est lineā. c. d. q̄drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine ex ypothēsi: erit ex scōa parte. 14. lineā. a. g. incōmensurabilis linee. g. b. educo igitur a puncto. g. perpendicularē super lineam. a. b. vsq; ad circūferentiam semicirculi que sit. g. e. z prorrobo lineas. a. e. z. e. b. quas dico esse quales querimus. erit enim. e. g. equalis. c. f. eo qd̄ vtraq; cadit medio loco proportionalis inter. a. g. z. g. b. prima quidem per primam partē conel. s. sexti. scōa vero per ypothēsim: propter qd̄ quadratum vtriusq; earum per primam partē. 16. sexti est equale superficiē. a. g. in. g. b. que est. b. b. ipsi igitur sūt





equales. At quia per quartā sexti pportio. a. e. ad. e. b. ē sicut. a. g. ad. g. e. sunt autē a. g. z. g. e. z. g. b. p. tinue pportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata sicut. a. g. ad. g. b. quare p. 18. sexti erit quadratū linee. a. e. ad quadratū linee. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. cum sit igitur. a. g. incōicans. g. b. erit per scōam ptem. 10. quadratū. a. e. incōicans quadrato. e. b. quare due linee. a. e. z. e. b. sunt incōmēsurabiles in potentia. Et qz p penultimā p. primi quadratū. a. b. ē cōle qdratis duaz lineaz. a. e. z. e. b. piter ac/ ceptis qdratū autē. a. b. ē rōale: cū. a. b. sit rōnalis ī potētia p p. p. the. erūt quoqz q/ drata duaz lineaz. a. e. z. e. b. piter accepta rōnale. Si vero hec due linee cōtinent superficiem medialem habitū ē ppositū. erat autē. c. d. rōnalis in potētia z in ea tm cōicans linee. a. b. quare z. c. f. z iō etiā. g. e. sibi equalis erit potentia rōnalis z tm in eadē cōicans cū. a. b. itaqz p. 19. superficies. a. b. in. g. e. est medialis: qz igit p quar tā sexti z per primā pte. 15. eiusdē superficies. a. e. z. e. b. ē sibi. f. superficies. a. b. in. g. e. equalis cōstat duas lineas. a. e. z. e. b. esse quales volumus. Et nota qz due linee quas docet hec. 27. inuenire cōponunt lineā maiore z minori eaz abscisa que reli/ qua est dicitur linea minor.

Propositio .28.

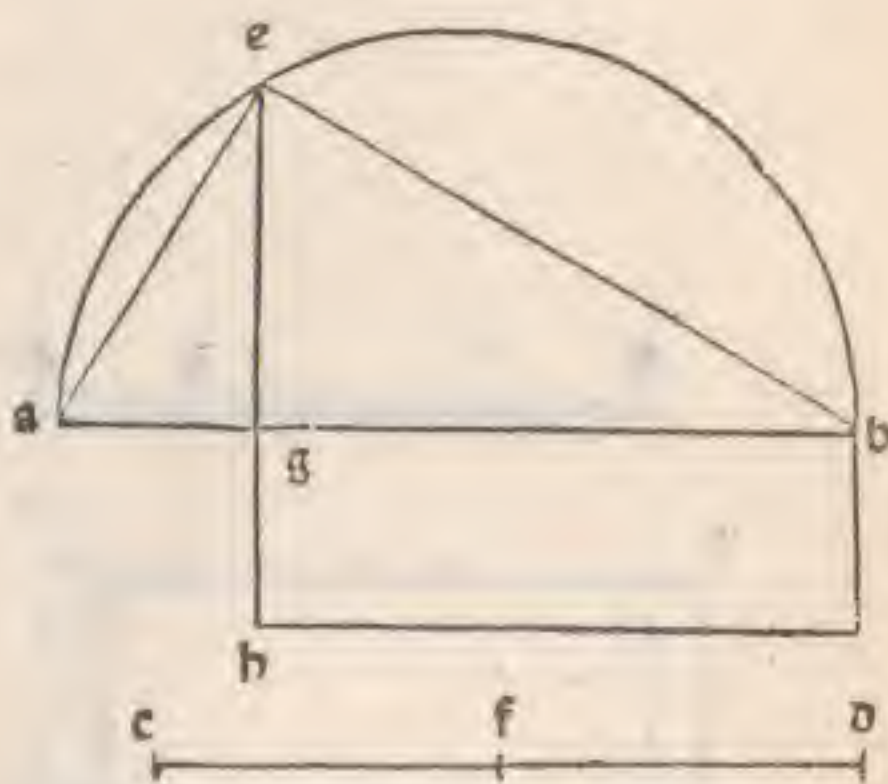
**D**uas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēqz racionalem continentes quaz ambo quadrata pariter ac/ cepta sint mediale inuenire.

**S**it hic prorsus eadē dispositio que prius in premissa. Sint autem due linee. a. b. z. c. d. quales pponit. 25. eruntqz simili argumētatiōe premissis due linee. a. e. z. e. b. quales hec. 18. proponit. Cum sit enī. a. b. linea me/ dialis erit eius quadratū mediale per. 19. z iō quadrata duaz lineaz. a. e. z. e. b. sunt mediale per penult. p. primi: z quia. a. b. i. c. d. p. tinet superficiē rōnalem: sequitur etiā ut. a. b. in. c. f. z ideo in. g. e. sibi equalē cōtineat superficiē rōnalem: utaqz z. a. e. in. c. b. patz ergo qd querit. Unde due linee quas hec. 28. docet inuenire cōponūt lineā potentē in rōnale z mediale z minori eaz abscisa de maiori que reliqua ē di/ citur linea que iuncta cum racionale componit totum mediale.

Propositio .29.

**D**uas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiēqz medialē continentes quaz quadrata ambo pariter acce/ pta sint mediale duplo superficies vnus in alterā incōmē/ surabile inuenire.

**H**uius quoqz dispositio a duaz premissaz dispositione non sit in quoquā diuersa. Sint autē linee due. a. b. z. c. d. quales. 26. pponit eruntqz pmissa argumentatione due linee. a. e. z. e. b. quas inquirimus. Cū enim. a. b. sit linea me/ dialis erunt quadrata duaz lineaz. a. e. z. e. b. pariter accepta mediale. at cum. a. b. z. c. d. contineat superficiem medialē. sequit ut. a. b. in. c. f. z ideo in. e. g. sibi equa/ lem contineat quoqz superficiē medialē: omnis enī superficies mediali cōmunicās medialis esse conuincit: que admodū in. 21. monstratū est: superficies igit. a. e. i. e. b. medialis est cū ipsa sit equalis superficies. a. b. in. g. e. Quia vero linea. a. b. ē incō/ mensurabilis linee. c. d. erit etiā incōmensurabilis linee. c. f. quare z linee. e. g. qua/ re per primā sexti z scōam pte. 10. huius: superficies. a. b. in. e. g. que est equalis su/ perficiē. a. e. in. e. b. erit incōmensurabilis quadrato linee. a. b. itaqz z quadratis duarum linearum. a. e. z. e. b. pariter acceptis: qd cū ita sit sequitur quoqz vt du/ plum superficies. a. e. in. e. b. sit incōmensurabile quadratis predictis duaz linearū





a. e. z. e. b. pariter acceptis z hoc erat mōstrandū. ¶ Due linee quas hec. 29. docet inuenire cōponūt lineā potentē in duo medialia z minori eaz absisa de maiori q̄ reliqua est dicitur linea que iuncta cum medialia facit totum mediale.

## Propositio 30.

**S** ¶ Due linee potentialiter tantū rōnales cōmunicantes in longum directumqz coniungantur: tota linea ex his composita erit irrationalis: diciturqz binomium.

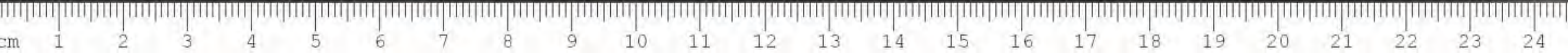
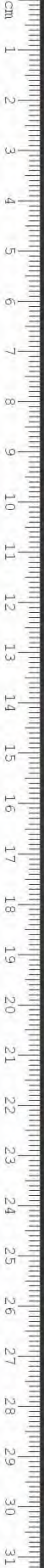
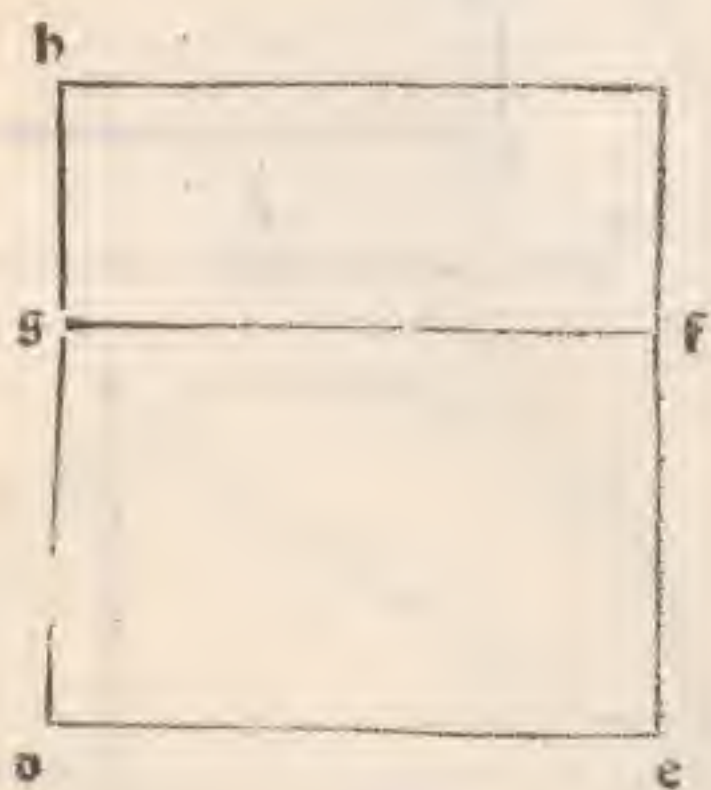
¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in cōtinuū directūqz cōiuncte rōnales in potentia tm̄ cōcantes: quas p. 17. z. 18. reperies: dico totā lineā. a. c. ex eis cōpositā esse irrōnalem z ipsa vocatur binomiu. Est enī per quartā secundi quadratū. a. c. equalē quadratis duaz lineaz. a. b. z. b. c. z duplo superficie vn̄ eaz in alterā: quadrata aut̄ ambaz faciunt superficiē rōnalem ex ypoth̄esi: duplū vero superficie vn̄ius eaz in alterā facit superficiē mediale ex. 19. itaqz quadrata ambaz pariter acceptaz faciunt superficiē incōmensurabilem duplo superficie vn̄ius earum in alterā. erit igit̄ ex. 9. quadratū. a. c. incōmensurable duobus quadratis duarum lineaz. a. b. z. b. c. p̄ter acceptis quare irrōnale p̄ diffinitionē cū duo illa quadrata faciāt superficiē rōnalem. ideoqz sum̄ latus tetragonici quod est. a. c. irrōnale quoqz p̄ diffinitionē: p̄stat ergo p̄positū. ¶ Propositio 31.

**S** ¶ Due linee mediales potentia tantū cōcantes superficiē qz rationalē continentes directe coniungant: tota linea ex his cōposita erit irrōnalis dicitqz bimediale p̄mū.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. i cōtinuū directūqz p̄iuncte quales proponuntur quas p. 24. z. 25. reperies: dico totam lineā. a. c. esse irrōnalem z ipsa vocatur bimediale p̄mū. Est enī duplū superficie. a. b. i. b. c. rōnale per ypoth̄e. duoqz quadrata duaz lineaz. a. b. z. b. c. p̄ter accepta faciunt mediale. cuius utrūqz quadratū sit mediale per ypoth̄esim z vnū eoz cōicans aliq̄: duplū igitur superficie vn̄ius eaz in alterā est incōicans duobus quadratis p̄ter acceptis: totum ergo aggregatū ex duplo superficie z duobus quadratis z ipsū ē quadratū toti. a. c. per quartā sc̄di ē incōmensurable duplo superficie vn̄ius eaz in alterā p. 9. huius cū itaqz duplū superficie sit rōnale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoqz z linea. a. c. qd̄ ē p̄positū. ¶ Idē aliter: sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungat̄ superficies. d. f. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a. b. z. b. c. eritqz superficies hec d. f. medialis cum utrūqz quadratū sit mediale per ypoth̄e. z vnū eoz cōicans aliq̄ quare per. 20. linea. d. g. est rōnalis in potentia tm̄: non cōicans in longitudine linee. d. e. rursus ad lineā. f. g. que est equalis. d. e. adiungat̄ superficies. f. b. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. eritqz. f. b. rōnalis per ypoth̄esim: quare per. 16. linea. g. b. erit rōnalis in longitudine: due itaqz linee. d. g. z. g. b. sunt potentialiter rōnales z in ea tm̄ cōcantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. b. est binomiu z irrōnalis: quare p. 16. a destructione p̄ntis superficies. e. b. ē irrōnalis. At quia p̄ quartā sc̄di latus ei⁹ tetragonici ē linea. a. c. ipsa erit irrōnalis p̄ diffinitionē qd̄ oportuit demonstrari. ¶ Propositio 32.

**S** ¶ Due linee mediales potentialiter tantum cōmunicantes superficiēqz mediale continentes directe coniungantur tota linea erit irrōnalis diciturqz bimediale secundum.

¶ Sint due linee. a. b. z. b. c. in cōtinuū directumqz p̄iuncte ut p̄ponit̄





quas per. 26. contingit reperiri: dico totā. a. c. ex eis cōpositā esse irrōnalem et ipsa vocatur binomiale scōm. Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū lineaz. a. b. et b. c. piter acceptis et quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cōicantia: et vtrūq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 20. linea. d. g. que est eius latus scōm est rōnalis in potentia tm̄: et linee. d. e. incōmensurabilis in longitudine: Kursus adiungat ad lineā g. f. que est equalis linee. d. e. superficies. f. b. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. erit q; etiā supfi. f. b. medialis: erat enī per ypothesim superficies. a. b. i. b. c. medialis. ergo duplū eius cui est equalis. f. b. erit mediale per. 20. igitur est linea. g. b. rationalis in potentia tm̄ et incōmensurabilis in longitudine linee. g. f. q; vero. a. b. et b. c. sunt potentialiter tm̄ cōicantes erit p primā sexti et per scōm ptem. 10. huius superficies vnus in alterā incōmensurabilis quadrato vtriusq;. At q; quadrata earū cōicant per ypothesim: erit dicta superficies quare et duplū eius incōicans duob; quadratis earū pariter acceptis: due ergo superficies. d. f. et f. b. sunt incōicantes: p primam itaq; sexti et scōm pte. 10. huius erit linea. d. g. incōmensurabilis linee. g. b. que cū sint rōnales in potētia: erit per. 30. rota linea. d. b. binomium et irrōnalis: ergo per. 16. a destructione pntis erit superficies. e. b. irrōnalis. Et q; latus eius tetragonī per quartā scōi est linea. a. c. sequitur per diffinitionē q; linea. a. c. sit irrōnalis: qd ppositū erat ostendere.

Propositio .33.

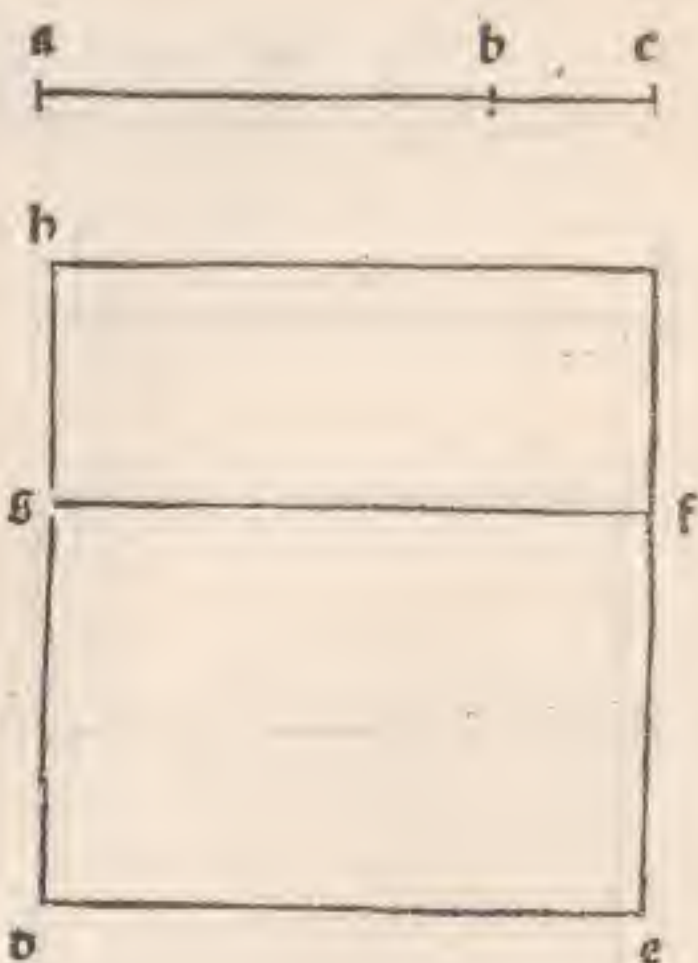
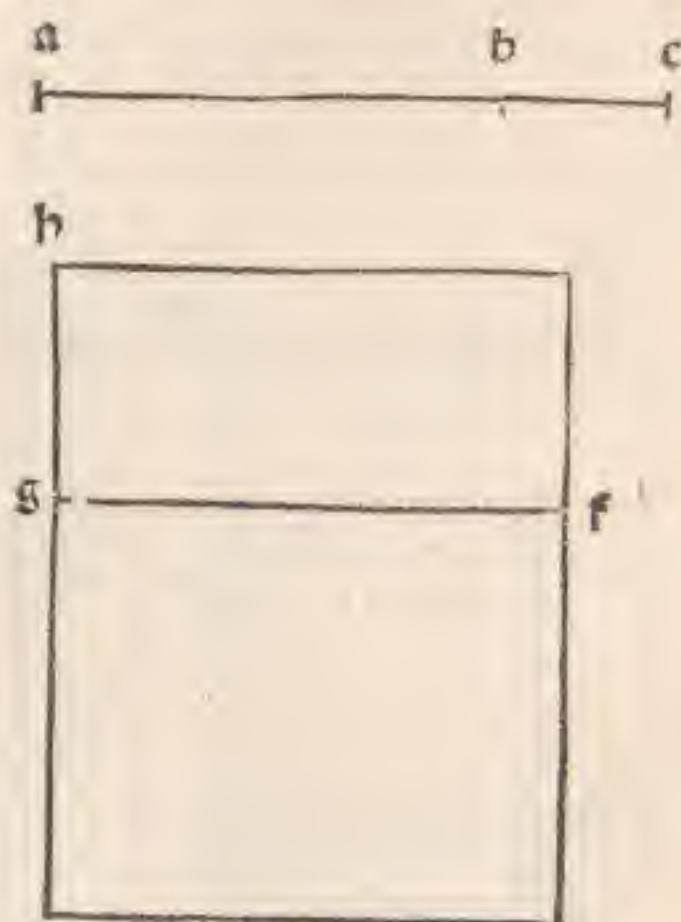


**C**um coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficieq; medialē continētes quaz ambo qdrata piter accepta sūt rōnale: tota linea erit irrōnalis diceturq; linea maior.

**S**int due linee. a. b. et b. c. sibi in continuum directumq; coniuncte sicut pponitur: quas cōtingit ex. 27. reperire: dico. a. c. ex eis cōpositā esse lineā irrōnalem et ipsa vocat linea maior. Cū enī ambo quadrata piter accepta sint rōnale superficies vero alteri in alterā quare et eius duplū medialis p ypothesim: erit totū ex duobus quadratis piter acceptis incōicans duplo superficie vnus in alterā. itaq; totū aggregatū ex duobus quadratis et duplo superficie et ipsū est equale quadrato a. c. per quartā scōi: erit p. 9. hui; incōmensurable duobus quadratis. a. b. et b. c. piter acceptis: per diffinitionē ergo ē quadratū linee. a. c. irrōnale et linea. a. c. irrōnalis qd ē propositū. **I**dem aliter sicut i pmissis ad lineā. d. e. que sit rōnalis in longitudine adiungat superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarū lineaz. a. b. et b. c. pariter acceptis eritq; rōnalis per ypothesim quare per. 16. latus eius scōm qd est. d. g. erit etiā rōnale in longitudine et cōicans linee. d. e. Kursus ad lineā. f. g. adiungatur superficies. f. b. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim: quare per. 20. linea. g. b. que est eius lat; scōm ē rōnalis in potentia rātū per. 30. igitur est linea. d. b. binomiū et irrōnalis: ideoq; per. 16. a destructione consequentis superficies. e. b. est irrōnalis quare latus eius tetragonī quod per quartā secūdi est. a. c. ē irrōnale per diffinitionem: qd volumus ostendere.

Propositio .34.

k 4





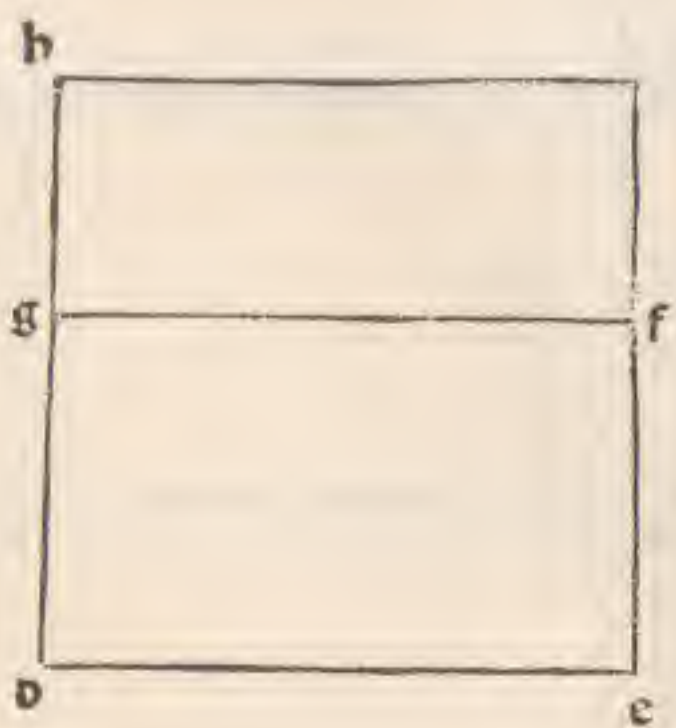
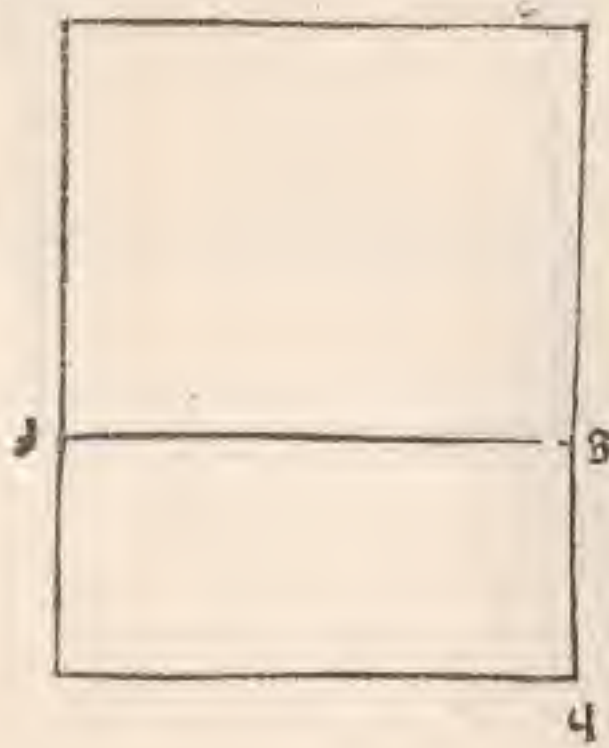
**C**um coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quaz ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq; potens in rōnale & mediale.

**S**int ut in premissis due linee. a. b. & b. c. in continuū directumq; coniuncte quales pponit: & ipse sunt ex. 28. sumende: dico q; tota linea. a. c. ex eis cōposita erit irrōnalis & illa vocatur linea potēs i rōnale & mediale. Lū sit enī superficies. a. b. in. b. c. rationalis per ypothesim. ideoq; & duplū eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartā secūdi & 9. huius quēadmodū in premissis q; quadratū totius. a. c. sit incōicans duplo superficiē. a. b. in. b. c. p diffinitionē igitur ipsū est irrōnale & linea. a. c. irrationalis qd ē propositū. **E**dē aliter: sit ut in premissis linea. d. e. rationalis in longitudine superficiesq; d. f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duaz lineaz. a. b. & b. c. erit q; medialis per ypothesim: p. 20. igitur: erit linea. d. g. rōnalis in potentia tm̄ nō cōmunicans in longitudine lineē. d. e. Sitq; superficies. f. b. adiuncta ad lineā. g. f. equalis duplo superficiē. a. b. in. b. c. eritq; rōnalis per ypothe. & iō p. 16. latus ei⁹ fm̄ quod ē. g. b. rōnale in longitudine quare per. 30. linea. d. b. ē binomium: & irrōnalis: & superficies. e. b. per. 16. a destructione p̄ntis est irrōnalis. Lūm itaq; lineā. a. c. sit eius latus tetragonici: per quartā sc̄di: sequit̄ ut. a. c. sit irrōnalis p̄ diffinitionem: p̄stat ergo propositū.

## Propositio .35.

**C**um coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialē cōtinentes quaz quadrata ambo p̄ter accepta sit mediale duplo superficie vni⁹ i alteram incommensurabilem tota linea erit irrōnalis dicetur q; potens in duo medialia.

**S**int quoq; due linee hic. a. b. & b. c. in cōtinuū directūq; cōiuncte ut proponit̄ que ex. 29. sumende sunt: dico q; linea. a. c. ex eis cōposita est irrōnalis & ipsa dicit̄ potens in duo medialia. Adiungatur enī ad lineā. d. e. que sit rōnalis in longitudine superficies. d. f. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a. b. & b. c. pariter acceptis: eritq; medialis per ypothesim quare per. 20. linea. d. g. erit rōnalis in potentia tantū & incōmensurabilis. d. e. lineē rōnali in longitudine. Rursus ad lineā. g. f. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. b. que sit equalis duplo superficie vni⁹ in alterā erit etiā ex ypothesi medialis quare per. 20. linea. g. b. erit rōnalis in potentia tm̄. at q; per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurable duplo superficie vni⁹ in alterā sequitur ut. d. f. sit incōmensurabilis. f. b. quare p̄ primam sexti & secundam partē. 10. huius linea. d. g. est incōmensurabilis. g. b. per 30. igitur est linea. d. b. binomium & irrōnalis. itaq; superficies. e. b. est irrōnalis & ei⁹ latus tetragonicum qd ē. a. c. ut in premissis: quare constat propositū. Si aut̄ duplum superficie. a. b. & b. c. non esset incōmensurable ambobus quadratis pariter acceptis esset linea. a. c. medialis. esset enī. d. f. cōicans. f. b. ideoq; linea. d. g. lineē. g. b. tota igit̄. d. b. esset rōnalis in potentia tm̄ & incōmensurabilis in longitudine lineē. d. e. per. 19. igit̄ esset superficies. e. b. medialis eiusq; latus tetragonicum qd ē. a. c. linea medialis. Ut aut̄ facili⁹ fiat doctrina sequentiū premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.





¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiē unius earū in alteram quantū ē quadratum eius lineae qua maior excedit minorem.

¶ Sit enī linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq; maior portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q; quadrata duarū linearum .a. c. z .c. b. sunt amplius duplo superficiē unius in alteram in quadrato lineae .d. b. nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarū linearū .a. c. z .c. b. est equalē ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum quadrato .d. b. eo q; vtraq; haec equalia sunt quadrato lineae .a. b. primum quidem per quartam secundi scōm vero per .8. eiusdem. Demptis itaq; vtrūq; equalibus videlicet eo qd fit ex .a. c. in .c. b. bis erūt residua q̄ sūt de primo quidē quadrata duarū linearū .a. c. z .c. b. de secundo vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est q; si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarū partium pariter accepta plus sunt duplo superficiē unius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.

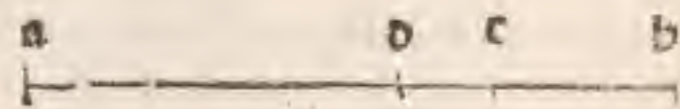
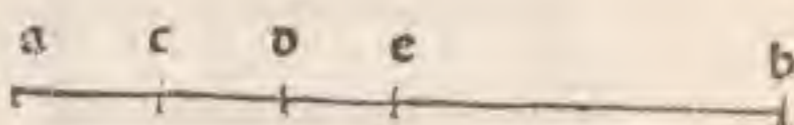
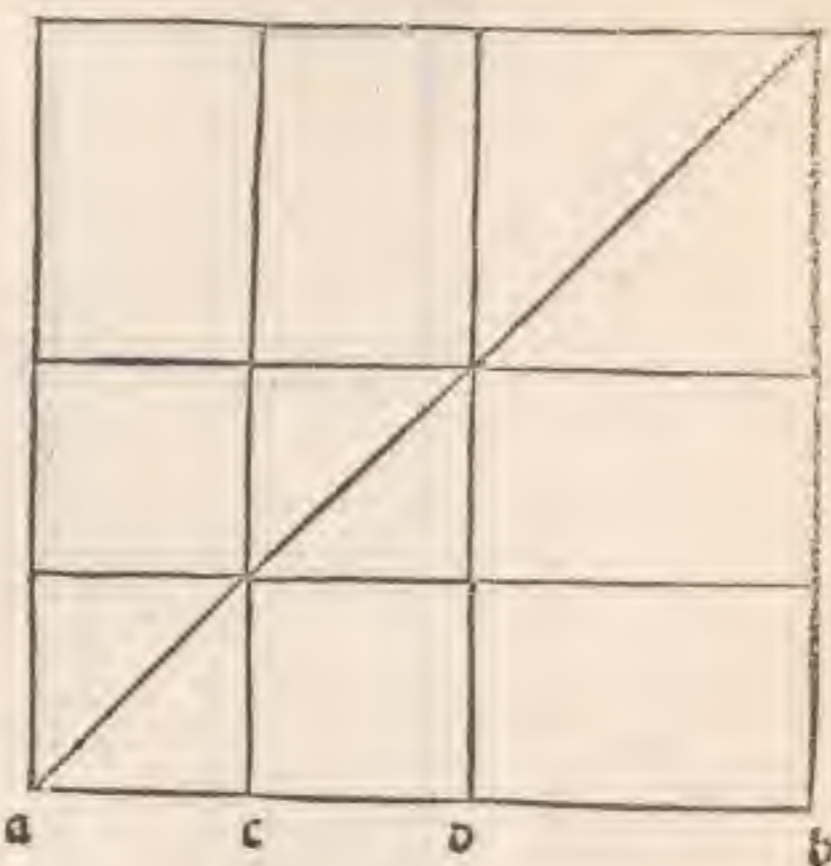
¶ Si aliqua linea per duo inequalia. itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius lineae que inter vtraq; ē sectiones z quadruplum eius qd fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium z punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq; per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia i .e. dico q; quadrata duarū partium magis inequalium que sunt .a. c. z .c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarū linearum minus inequalium que sunt .a. d. z .d. b. quantum est duplum quadrati lineae .c. d. z quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. sunt enim per .9. secūdi quadrata duarū linearum .a. c. z .c. b. pariter accepta dupla quadratis duarū linearum .b. c. z .e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secūdi quadrata duarū linearū .a. d. z .d. b. pariter accepta dupla sūt quadratis duarū linearum .b. c. z .e. d. pariter acceptis: itaq; quadrata duarū linearum .a. c. z .c. b. pariter accepta excedūt quadrata duarū linearum .a. d. z .d. b. pariter accepta in eo quo duplū quadrati lineae .c. e. excedit duplum quadrati lineae .d. e. hoc autē per quartam secūdi est duplum quadrati lineae .c. d. z quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q; quanto fuerint sectiones alicuius lineae magis inequales tanto erunt earū quadrata pariter accepta maiora: z hoc est propter quod istud premisimus.

Propositio .36.

**N** alias duas lineas sub earum termino ex quibus cōiunctum z nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq; ex .30. composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnalib<sup>9</sup> cōicantib<sup>9</sup> q̄ sint .a. c. z .c. b. dico q; impossibile ē eā diuidi i alias duas lineas sub hac dione videlicet q; ipi sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si enī pōt diuidat i .a. d. z .d. b. q̄ sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq; linea .e. f. rōnalis in lōgitudine cui adiungat superficies .c. g. que





fit equalis quadratis duarum linearum  $a.c.$  et  $c.b.$  pariter acceptis et superficies  $f.b.$  que fit equalis quadrato linee  $a.b.$  eritque superficies  $e.g.$  rationalis eo quod utrumque quadratorum linearum  $a.c.$  et  $c.b.$  pariter acceptis est rationale per ypothesim et superficies  $g.b.$  medialis per. 19. quoniam ipsa est equalis duplo superficiei  $a.c.$  et  $c.b.$  per quartam scdm. Sit igitur rursus superficies  $f.k.$  equalis quadratis duarum linearum  $a.d.$  et  $d.b.$  pariter acceptis que cum sint diuerse a duabus lineis  $a.c.$  et  $c.b.$  erit per scdm pdemonstratorum antecedentium superficies  $f.k.$  diuersa a superficie  $e.g.$  eorum ergo differentia sit  $k.g.$  eritque per quartam scdm excessus superficiei  $f.b.$  super  $f.k.$  qui sit  $k.l.$  equalis duplo ei quod sit ex  $a.d.$  et  $d.b.$  et propter hoc erit etiam superficies  $f.k.$  rationalis et superficies  $k.l.$  medialis: itaque superficies  $k.g.$  cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt  $e.g.$  et  $f.k.$  erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali et hoc dico definitione et 9. huius hoc confirmantibus. Eadem quoque cum ipsa sit differentia duarum superficierum mediarum que sunt  $g.b.$  et  $k.l.$  erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Propositio .37.

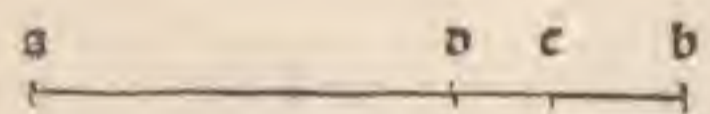
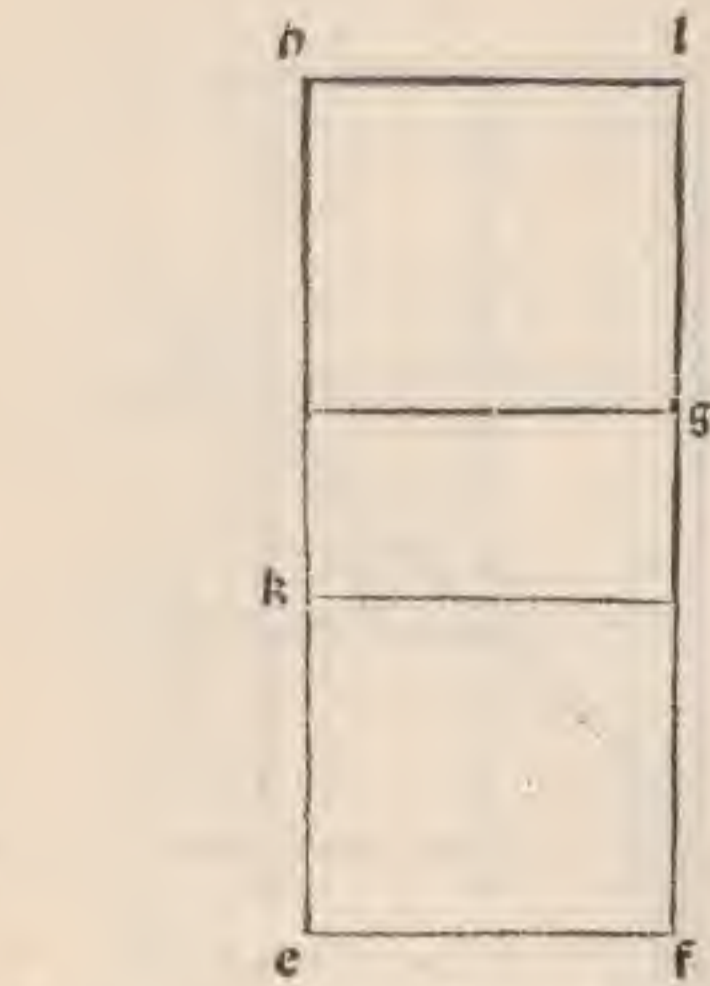
**B**imediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso: sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

Sit quoque hic linea  $a.b.$  bimedicale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum coincantes superficiemque rationalem continentes: ex quibus. 31. asserit eam componi que sint  $a.c.$  et  $c.b.$  dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub eorum definitione. Quod si possibile fuerit diuidam eam in puncto  $d.$  assumptaque linea rationali  $e.f.$  adiungatur ei  $e.g.$  equalis duobus quadratis duarum linearum  $a.c.$  et  $c.b.$  et superficies  $f.b.$  equalis quadrato  $a.b.$  et superficies  $f.k.$  equalis quadratis duarum linearum  $a.d.$  et  $d.b.$  eritque per quartam scdm  $g.b.$  equalis duplo superficiei  $a.c.$  et  $c.b.$  et per eandem erit  $k.l.$  equalis duplo superficiei  $a.d.$  in  $d.b.$  propter ypothesim quoque erit utraque duarum superficierum  $e.g.$  et  $k.f.$  medialis et utraque duarum linearum  $g.b.$  et  $k.l.$  rationalis. hoc autem impossibile: esset enim per primum superficies  $k.g.$  irrationalis ex. 22. per secundum autem eadem esset rationalis ex definitione et 9. quod est inconueniens.

Propositio .38.

**B**imediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

Sit ut prius linea  $a.b.$  bimedicale secundum diuisa in duas lineas  $a.c.$  et  $c.b.$  mediales: potentia tantum communicantes superficiemque mediam continentes: ex quibus. 32. proponit eam componi: dico quod impossibile est eam diuidi sub earum definitione in alias duas: Sin autem diuidatur in  $d.$  sintque ut prius superficies  $e.g.$   $f.b.$  et  $f.k.$  adiuncte ad lineam rationalem  $c.f.$  eruntque per presentes ypotheses utraque superficies  $e.g.$  et  $g.b.$  mediales quare per. 20. utraque duarum linearum  $f.g.$  et  $g.l.$  erit rationalis in potentia tantum non coincas in longitudine linee  $c.f.$  At quod due linee  $a.c.$  et  $c.b.$  erunt incommensurabiles in longitudine: sequitur per primam sexti et per secundam parte. 10. huius quod utrumque quadratorum linearum  $a.c.$  et  $c.b.$  sit incommensurable superficiei unius in altera: cumque dicta quadrata coincant: ex ypothesi sequitur ut ambo quadrata piter accepta sint incommensurable superficiei unius in altera. ideoque et eius duplo: quare superficies  $e.g.$  incommensurabilis est superficiei  $g.b.$  et linea  $g.f.$  linee





g. l. per primā sexti & scōam ptē. 10. huius: itaq; per. 30. linea. f. l. ē binomium diuisa  
 sa sūm suū terminū i pñcto. g. Et odēq; mō pbabit ipsā binomiu esse medianrib<sup>9</sup>  
 supficiebus. e. m. z. m. b. diuisam scōm suū terminū in puncto. m. qd est impossibi  
 le p. 36. Nō enī pōt dici q; linea. f. l. diuisa sit ad puncta. g. z. m. in partes consiles  
 sic enī esset linea. f. m. equalis. g. l. sed ipsa ē maior linea. m. l. ut patet ex pmo pte/  
 missoz antecedentiū h<sup>9</sup> z pma sexti cū. e. m. supficies sit maior. b. m. superficie: hu  
 ius aut demōstrationis modus potest esse cōis. 37. ceterisq; eam sequentibus.

**Propositio .39.**

**L**inea maior nisi in duas lineas tantū ex quib<sup>9</sup> constat sub  
 earum termino diuidi non potest:

**S**it quoq; hec linea maior. a. b. diuisa ad punctū. c. i duas lineas  
 potentialiter incōmensurabiles supficiēq; medialē cōtinentes quarū  
 ambo quadrata pariter accepta sint rōnale: ex talibus enī cōponitur  
 vt affirmat. 33. dico q; impossibile ē ad aliū punctum in alias duas lineas sub hac  
 diffinitione ipsā diuidi q; si pōt. sit hic ad. d. maneat sub bis eadē figura eademq;  
 yporbeses que prius z argue quēadmodū in. 36. supficiē. g. k. esse rōnale z irra/  
 tionalem: qd est impossibile.

**Propositio .40.**

**L**inea potens in rōnale z mediale nisi in suas duas lineas  
 tantum sub termino suo non diuiditur.

**H**ec quoq; .40. manentibus prioribus figura z positionibus exce/  
 proq; ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex  
 quibus. 34. dicit eā cōponi probabit: quēadmodū. 37. Si autē aliter  
 fuerit q; proponat erit supficies. k. g. rōnalis z irrōnalis: qd esse non potest.

**Propositio .41.**

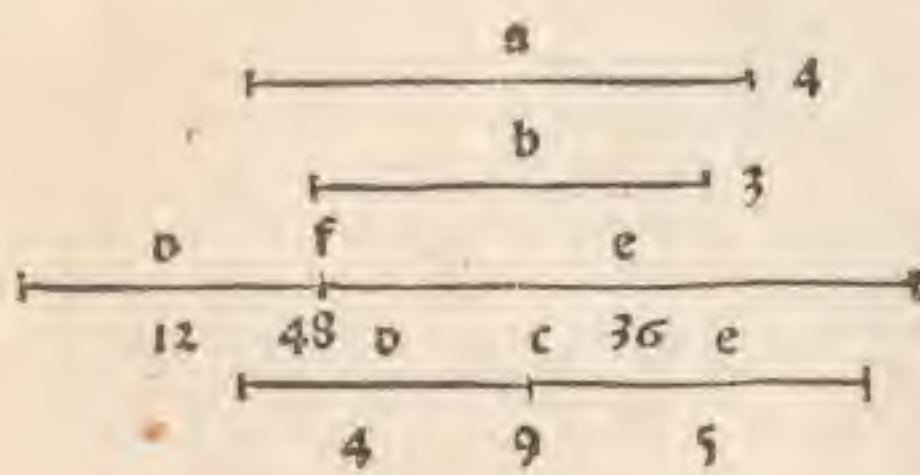
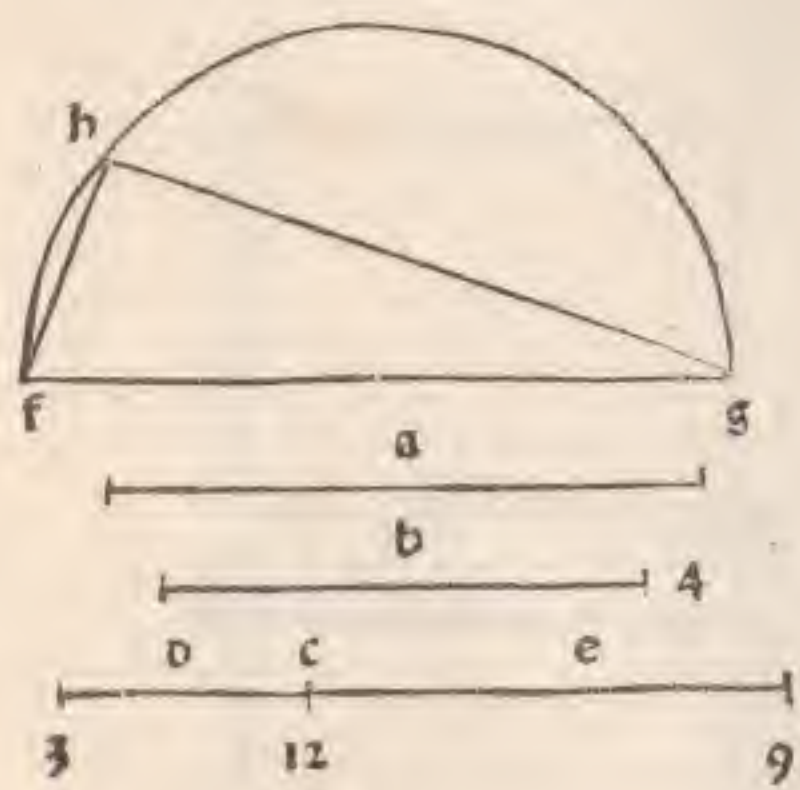
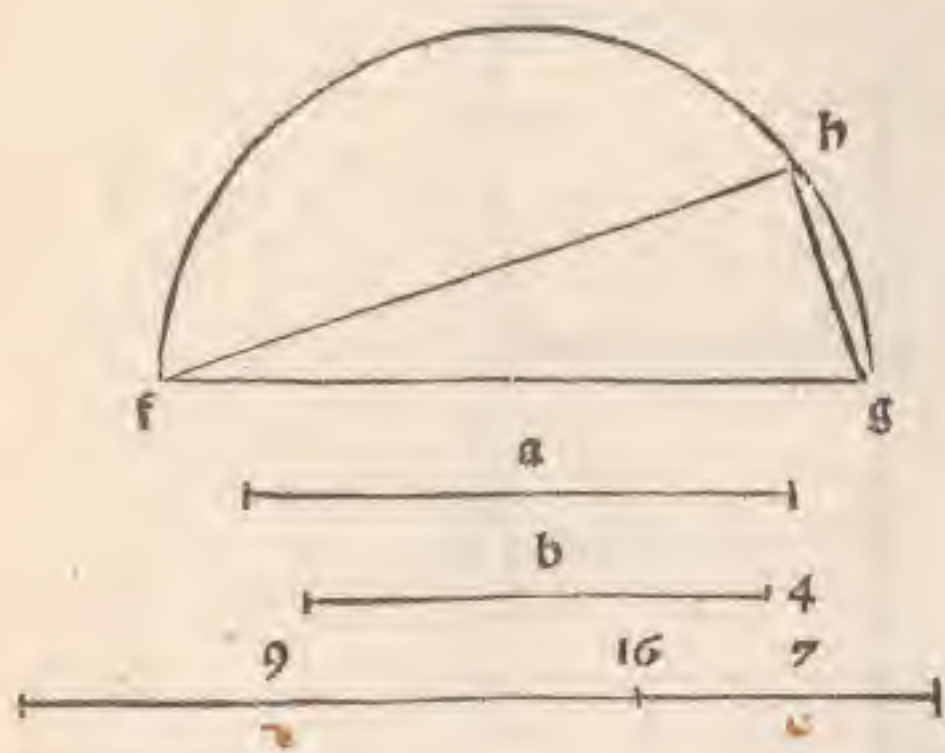
**L**inea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas  
 sub termino eaz ex quibus coniuncta est: sed in suas tantū  
 duas ex quibus componitur est diuisibilis.

**H**ec enī. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. i eas ex quibus. 35. as/  
 serit eam componi ceterisq; ut supra tam figura q; positionibus ma/  
 nerib<sup>9</sup> pbat sicut. 38. nā dato opposito ppositi. Seq̄t oppositū. 36. qd ē ipossibile

**S**i fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmēto q/  
 drati linee cōicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadē lō/  
 gior linee posite rōnali cōicans ipsū: vocabit binomiu primū. Si ve  
 ro breuior posite rōnali cōmunicet dicet binomiu scōm. Nō si neu/  
 tra portionū ei<sup>9</sup> posite rōnali cōicet appellabit binomiu tertiu. Itē  
 si longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratū alicu/  
 ius linee ipsi longiori icōmensurabilis i lōgitudie fueritq; lōgior por  
 tionū posite linee rōnali cōicās i lōgitudie ipsū nūcupabit binomiu  
 binomiu quartū. Si vero breuior posite rōnali cōicet i longitudine  
 quintū notabit. Si aut neutra portionū ei<sup>9</sup> posite rōnali cōicet i lōgi  
 tudine erit binomiu sextū. **Propositio .42.**

**B**inomiu primū inuenire. **S**it. a. linea rōalis posita: sumatq;  
 duo numeri qdrati .b. z. c. quoz. c. sit diuisibil i qdratū qui sit. d. z i  
 nō quadratum qui sit. e. ponatq; pportio quadrati linee. a. ad qdra  
 tum linee. f. g. sicut numeri. b. ad numez. c. critq; ex scōa pte. 7. linea





f.g. comunicans linee. a. rōnali posite i longitudine: super eā igitur lineetur. f.g. b. semicirculus: sitq; pportio quadrati linee. f.g. ad quadratū linee. f.b. sicut. c. ad. d. et ducatur linea. g. b. dico ergo duas lineas. f.g. et g. b. directe cōiunctas cōponere binomium primum. Est enim linea. f.g. que est longior potentior. linea. g. b. que est breuior in quadrato linee. f.b. per. 30. tertij et penultimā primi: coicat autem linea. f.b. linee. f.g. in longitudine per scōam ptem. 7. cum proportio quadratorum ipsaz. f.g. et f.b. sit sicut numerorū quadratorū qui sunt. c. et d. linea vero. g. b. conuincitur esse rōnalis in potentia tm̄: non cōicans linee. f.g. in longitudine. ideoq; neq; linee. a. rōnali posite: cum sit enim quadratum linee. f.g. ad quadratū linee. f. b. sicut numerus. c. ad numerū. d. erit per eversam pportionalitatē quadratum linee. f.g. ad quadratū linee. g. b. sicut numerus. c. ad numerum. e. cum itaq; c. sit numerus quadratus. e. vero nō qdratus: seq̄ per vlt. ptem. 7. ut linea. g. b. sit in cōmensurabilis linee. f.g. in longitudine: relinquē igitur ipsam. g. b. esse rōnalē in potentia tm̄ et a dione lineas. f.g. et g. b. pponere binomiū pm̄: qd̄ erat iueniēdū.

**B**inomium secundum reperire. **Propositio .43.**  
 Sit ut prius. a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadrat⁹ c. vero sit numerus nō quadratus diuisibilis in. d. nō quadratum et e. quadratū. ita tm̄ q; proportio totius. c. qui est nō quadratus ad. d. qui est etiā non quadratus sit sicut numerorū quadratorū: talis autem numerus est. 12. et 48. diuisibilis enī est. 12. in. 9. quadratū numerū 2. 3. non qdratum: estq; pportio. 12. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quorū vterq; quadratus eodē mō. 48. diuisibilis est in. 36. et 22. Tales autē numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quoq; sit vnitae minor: cuius quadratū sit. c. Et vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritq; ex prima incidentium noni. b. differentia. d. ad. c. ducatur idē. a. in. c. et pueniat. e. eritq; e. quadratus ex prima pte corol. scōi noni eo q; vterq; numerorum a. et c. est quadratus per ppothetis: fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritq; f. qualē querim⁹ est enim ex vltima parte predicti corol. numerus. f. non quadrat⁹: eo q; d. numer⁹ sit nō qdrat⁹. Si enī. d. numer⁹ esset qdrat⁹: esset quoq; b. qdrat⁹ ex. 2. pte eiusdē corol. 2. noni et ex. 22. octauis: et q; a. ē quadrat⁹ esset p. 16. eiusdē: tertius continue pportionalis inter. a. et b. qd̄ ē ipossibile cū sint sola vnitae distātes: nō est igit. d. quadratus quare nec. f. est enim. f. equalis. d. et e. qm̄ cum. b. sit differentia. d. ad. c. vt patet ex premissis: erit per primam incidentium noni qd̄ sit ex. a. in. d. equū his que sunt ex. a. in. b. et in. c. et quia ex. a. in. b. sit. d. et in. c. sit. e. sequitur ut. d. sit differentia. f. ad. c. et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatim. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Lūq; vterq; duorū numerorum. e. et c. sit quadratus manifestū ē numerū. f. eē qualē volumus. ē enī non qdrat⁹ diuisibilis i. d. nō qdratū et e. quadratū: cui⁹ pportio ad. d. ē sicut qdrati ad qdratū videlz. e. ad. c. cetera oia sint vt pri⁹: dico q; linee. f.g. et g. b. pponūt binomiū scōm. cū enī sit qdratū. a. ad qdratum. f.g. sicut. b. ad. c. rursusq; quadratum. f.g. ad quadratum. g. b. sicut. c. ad. c. erit per equā proportionalitatem quadratum. a. ad quadratū. g. b. sicut. b. ad. e. cū igit vterq; duorū numerorū. b. et c. sit qdrat⁹ erit p scōam pte et linea. g. b. cōmūcas in longitudine linee. a. rationali posite: de linea vero. f.g. constat q; ipsa sit rationalis in potētia tm̄ nō comunicans linee. a. rōnali posite in longitudine p vltimam partem. 7. que cum sit potentior linea. g. b. in linea. f. b. per. 30. tertij et penultimā primi: comunicet autē linea. f. b. linee. f.g. in longitudine p scōam pte. 7. eo q;



coꝝ quadrata sunt in pꝛoportione numeroꝝ .c. z .d. quoz est pꝛoportio sicut nume /  
 roꝝ quadratoꝝ per yꝛothesim: constat pꝛopositū. **U**ltiter quoqꝫ idem est linea .g. b  
 communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqꝫ .c. nu /  
 merus quadratus diuisibilis in quadratū .d. z non quadratū .e. sitqꝫ pꝛoportio qua  
 drati linee .g. b. ad quadratū linee .f. g. sicut numer⁹ .e. ad numez .c. eritqꝫ .f. g. in /  
 cōmensurabilis linee .g. b. in longitudine per vltimā ptem. 7. z potentior ea i qua /  
 drato linee .f. b. cui cōicat in longitudine: primo per conuersā deinde per euerfam  
 pꝛoportionalitatē: z per scōam pte. 7. ex diffinitione igitur linee .f. g. z .g. b. cōpo  
 nunt binomium scōm.

**Propositio .44.**

**B**

**Binomium tertium inuestigare.**  
**B**inomium quoqꝫ tertium sic reperit: posita ut pri⁹ linea .a. rōnali i lō  
 gitudine sit .b. numerus primus .c. vero quadratus diuisibilis in qua  
 dratum .d. z non quadratū .e. cetera oia sint vt prius: dico qꝫ due li  
 nee .f. g. z .g. b. cōponunt binomium tertium: neutra enī eaz est incom /  
 mensurabilis in longitudine linee .a. rōnali posite sed vtraqꝫ incōmensurabilis .f. g  
 quidē per vltimā ptem. 7. b. g. vero per equā pꝛoportionalitatē z vltimā partē. 7:  
 Est enī p equā pꝛoportionalitatē quadratū linee .a. ad qꝫdratū linee .g. b. sicut nume  
 rus .b. ad numez .e. mediantib⁹: hinc quidē quadrato linee .f. g. inde vero numero  
 c. numeri autē .b. z .e. nō sunt in pꝛoportione aliquoz quadratoꝝ: cū .b. sit numer⁹  
 primus. si enī essent in pꝛoportione numeroꝝ quadratoꝝ: necesse esset p. 16. octauī  
 z octauā eiusdē: tertium eis in cōtinua pꝛoportionalitate interesse. esset igitur per. 17  
 eiusdē numerus .b. superficialis qd ē impossibile cū sit primus p yꝛothe. incōmensu  
 rabilis est itaqꝫ linea .g. b. linea .a. rōnali posite ex vltima pte. 7. qz ergo linea .f. g.  
 potentior ē linee .g. b. in quadrato linee .f. b. ex. 30. tertij z penul. primi que cōicat  
 ei in longitudine ex scōa pte. 7. ex diffinitione binomij tertij: pꝫ nostra intentio

**B**

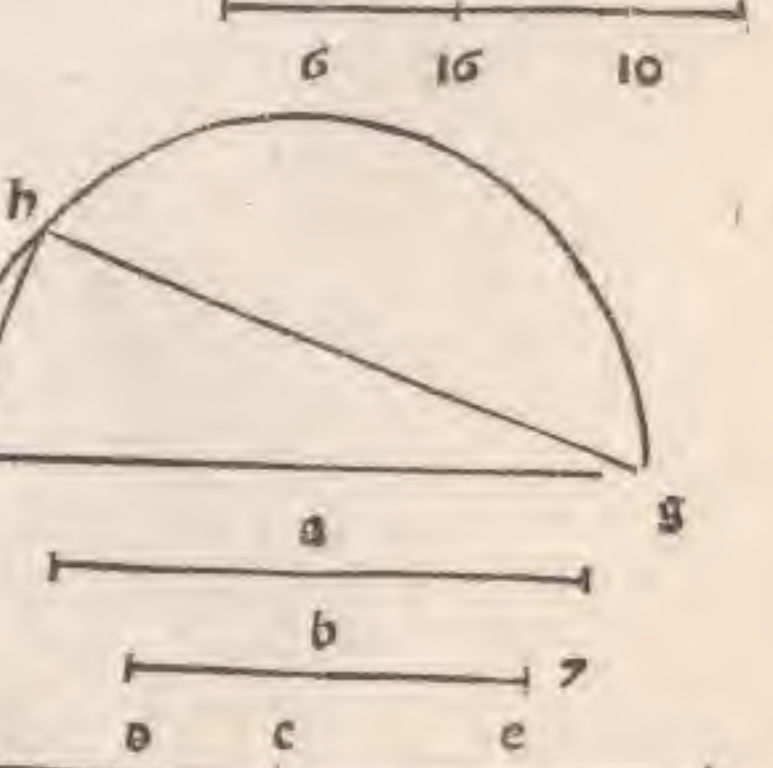
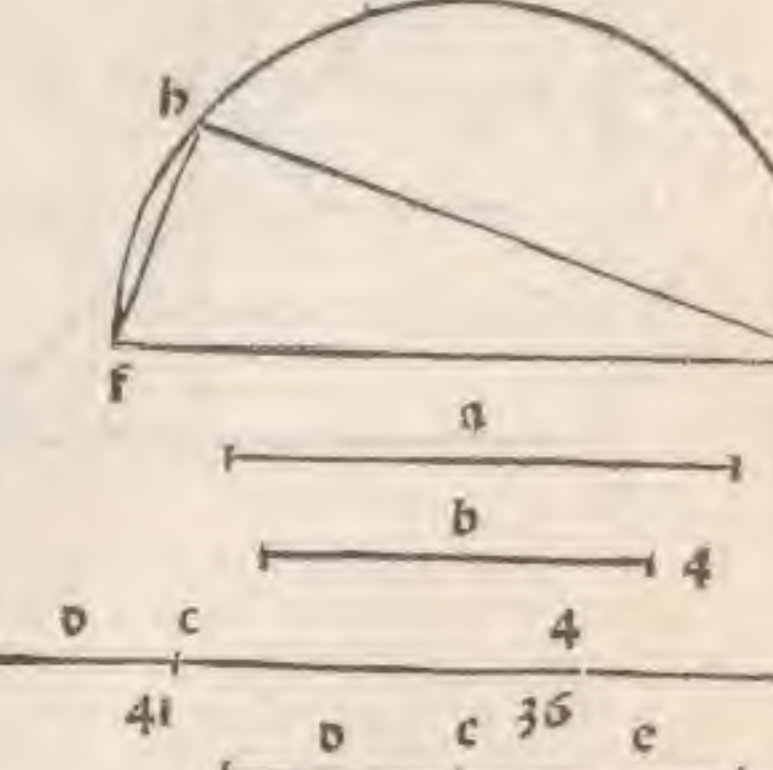
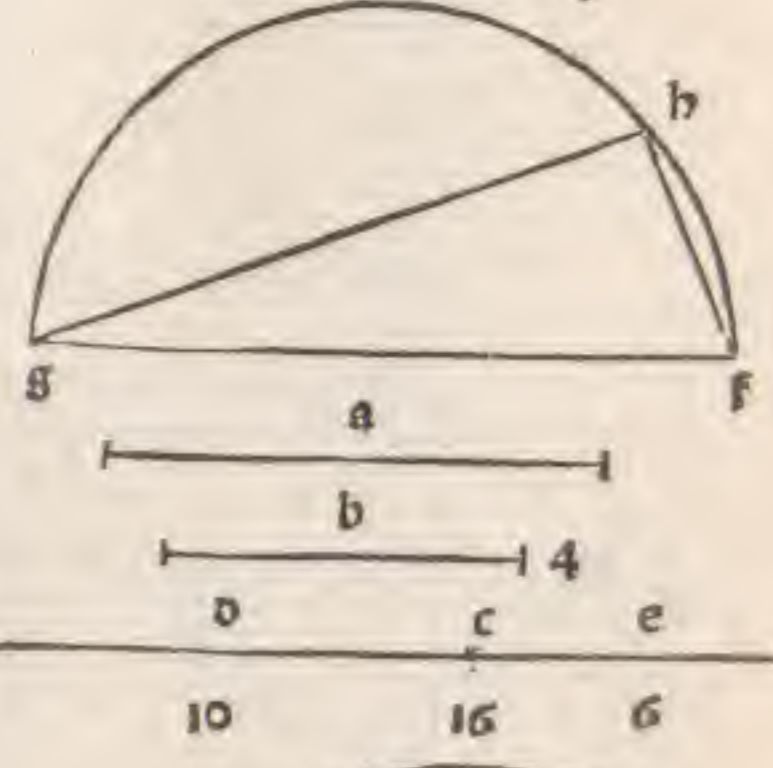
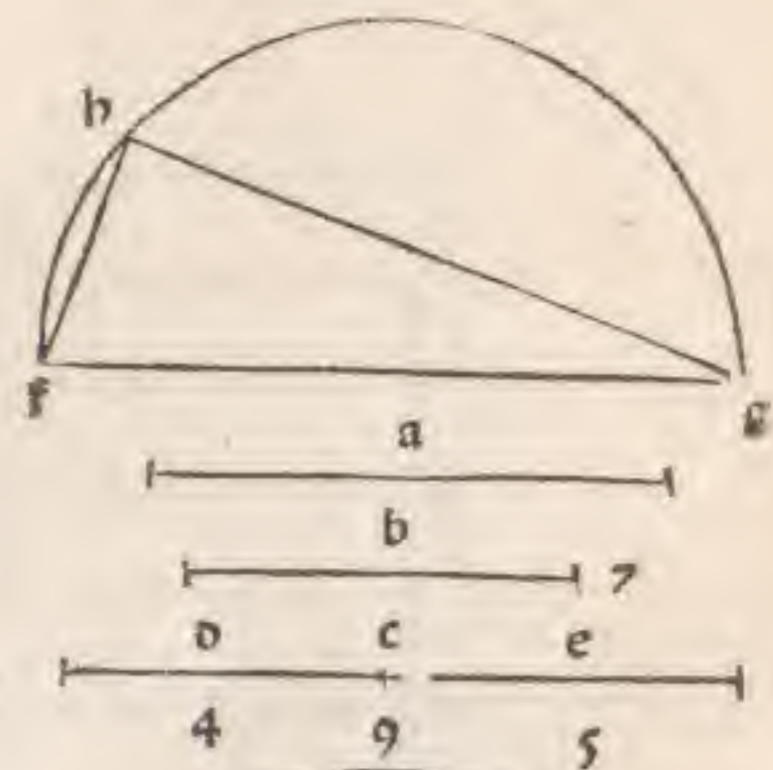
**Binomium quartum scrutari.** **Propositio .45.**  
**I**n inuentione binomij quarti eodē modo pꝛecedendū ē sicut in in /  
 uentione primi. excepto qꝫ qꝫdratus numerus .c. diuidat in duos nō  
 qꝫdratos qui sunt .d. z .e. cetera oia negocianda sunt hic ex diffinitio /  
 ne binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

**B**

**Binomium quintum querere.** **Propositio .46.**  
**H**uius inuentione sic ē sicut binomij scōi: excepto qꝫ numer⁹ .c. nō q /  
 dratus diuidet in .d. nō quadratū z .e. quadratū. ita tamē qꝫ pꝛopor /  
 tio .c. ad .d. nō sit sicut numeri qꝫdrati ad numez qꝫdratū. Cetera oia  
 sūt hic pꝫquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt  
 ex diffinitione binomij scōi. vel pone qꝫ linea .g. b. sit cōicās linee .a. rōnali posite i  
 longitudine: z pone numez .c. quadratū diuisū in duos nō qꝫdratos qui sūt .d. z .e.  
 pone itaqꝫ pꝛoportionē qꝫdrati linee .g. b. ad qꝫdratū .f. g. sicut numeri .e. ad numez  
 c. deinde astrue pꝛopositū ex vltima parte. 7. z pꝫiub⁹ yꝛothesib⁹ z conuersa z euerfa  
 pꝛoportionibus z iterū ex vltima parte. ex diffinitione binomij quinti.

**B**

**Binomio sexto demū oportet insistere.** **Propositio .47.**  
**B**inomium sextū  
 sicut tertium scrutādū ē z tñ erit hic nūer⁹ qꝫdrat⁹ .c. diuis⁹ i duos nō q /  
 dratos .d. z .e. cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomij .c. linea qꝫ pꝛoponūt





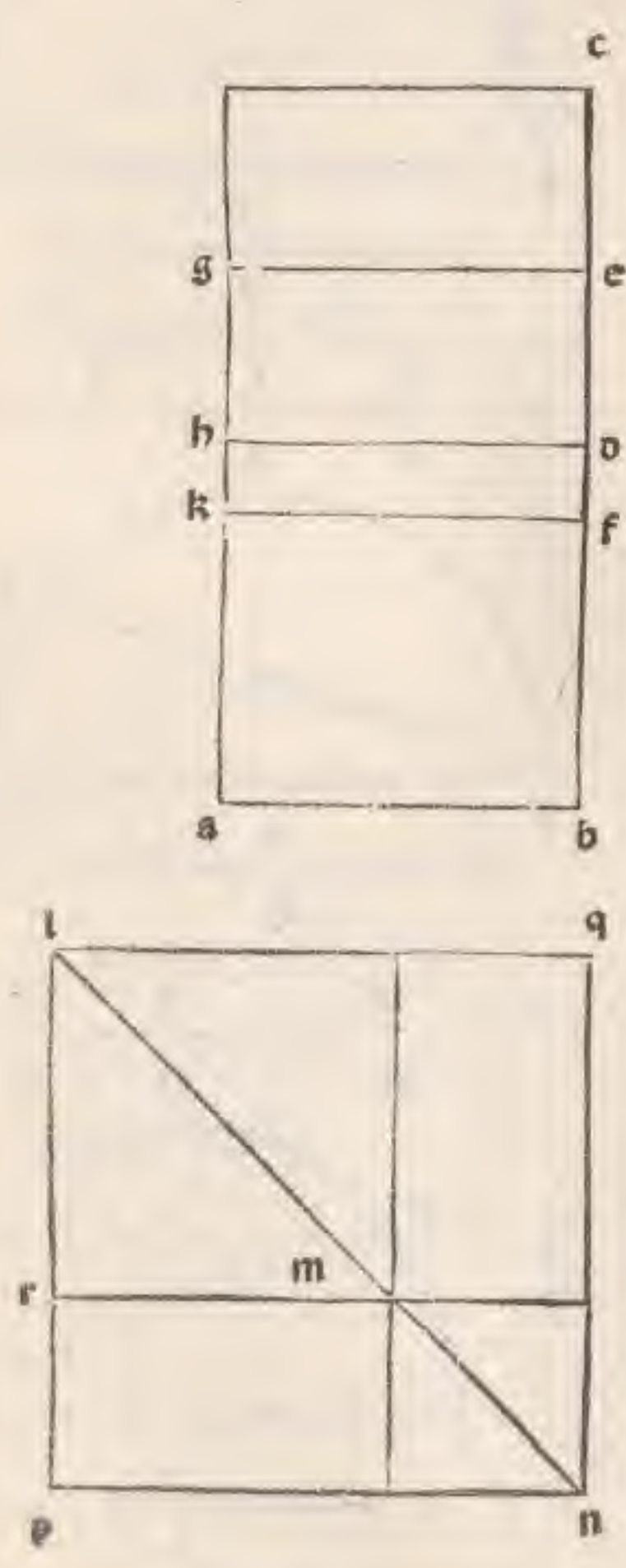
f. g. z. g. b. sibi inuicem directe cōiuncte binomiū sextū: qd̄ ē ppositum inuenire.

Propositio .48.

**S** fuerit superficies binomio primo lineaqz rationali contenta: latus qd̄ super eam potest binomium eē necesse est. **S**it superficies. a. c. contenta linea rōnali. a. b. z binomio primo qd̄ sit. b. c. dico qd̄ latus tetragoniciū superficiē. a. c. ē binomiū: Sit enī punctus. d. cōmunis termin⁹ duarū portionū binomij prim i: b. c. cuius maior portio sit. b. d. eritqz rōnalis i longitudine ex diffinitione: z cōmensurabilis lineē. a. b. rōnali posite. Diuidatur item minor portio que est. d. c. per equalia ad punctū e. lineaqz. d. b. diuidat̄ sub ea conditione ad punctū. f. qd̄ inter partes eius que sūt. b. f. z. f. d. cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in. 13. dictum est: ducantur autē lineē. c. g. d. b. f. k. equidistantes lineē. a. b. z quia ex diffinitione binomij primi lineā. d. b. est potentior lineā. d. c. in quadrato lineē sibi cōmunicantis in longitudine: sequitur ex scōa parte. 13. qd̄ due lineē. b. f. z. f. d. sint cōicantes: per. 9. igitur est vtraqz eaz cōmunicans toti lineē. b. d. quare p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine. ideoqz per. 15. vtraqz duarū superficiez a. f. z. f. b. est rōnalis: describatur itaqz quadratū. l. m. cuius latus. l. r. equale superficie. a. f. cui circūponatur gnomo protracta dyagonali. l. m. n. ad eam quantitates qd̄ ipsius gnomonis quadratū: qd̄ sit. m. n. sit equale superficie. f. b. duoqz ei⁹ supplementa sint. p. m. z. m. q. que necesse est esse equalia duabus superficiebus. d. g. et g. c. qd̄ sic collige: cū enim sit lineā. d. c. medio loco pportionalis inter lineas. b. f. z. f. d. erit superficies. d. g. ex prima sexti medio loco pportionalis inter superficies a. f. z. f. b. quare z inter quadrata. l. m. z. m. n. z quia supplementuz p. m. est etiam medio loco pportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur ut. p. m. sit equalis. d. g. ideoqz. m. q. g. c. igitur lineā. l. p. est latus tetragoniciū superficiē. a. c. hanc lineā dico esse binomiū: cū sint enī ambo quadrata. l. m. z. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due lineē. l. r. z. r. p. potentialiter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. sed. b. f. est incōmensurabilis. d. e. f. qz. b. f. est rationalis simpliciter vt probatum est. d. e. vero quia cōicat in longitudine. d. e. rōnale in potētia tantum eritqz ipsa rōnalis in potētia tantū per. 18. qd̄ ex pmissis ypothesibus manifestū est itaqz per scōam ptē. 10. superficies. a. f. est incōmensurabilis superficie. d. g. igitur z quadratum. l. m. supplemento. p. m. quare p primā sexti z scōam ptē. 10. lineā. l. r. ē incōmensurabilis lineē. r. p. ex. 30. igit̄ pstat lineā. l. p. esse binomiū qd̄ erat monstrandū.

Propositio .49.

**S** fuerit superficies linea rationali binomioqz secūdo cōtenta: latus eius tetragonicum erit bimediale primum. **S**it eadem figura eedemqz ypotheses q̄ in premissa: eritqz ex diffinitione binomij secundi lineā. d. c. rationalis in longitudine: quare per. 15. vtraqz duarū superficiez. d. g. z. g. c. ideoqz et duo supplementa. p. m. z. m. q. erit rationalis: lineā vero. b. d. erit rationalis in potētia tantum: et diuisa in duas lineas comunicantes. f. d. et. b. f. ex diffinitione binomij secundi z premissis ypothesibus z secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraqz duarū superficiez. a. f. z. f. b. ideoqz z vtrūqz quadratoz. l. m. z. m. n. mediale: itaqz ambe





linee. l. r. z. r. p. sunt mediales in potentia quoq; comunicantes: nã cum linea. b. f. cõicet linee. f. d. sequitur ut. a. f. comunicet. f. b. quare quadratũ. l. m. quadrato. m. n. ideoq; z linea. l. r. linee. r. p. in potentia: in longitudine autẽ non comunicat: qm̃ vna earum ad alterã est sicut. l. m. ad. m. p. Cum igitur. l. m. nõ comunicet. m. p. eo q; altera medialis videlicet. l. m. altera vero ronalis videlicet. m. p. sequitur ut. l. r. nõ comunicet in longitudine. r. p. q; igitur ipse continent superficiem rationalem que est. m. p. pstat lineam. l. p. ex. 31. huius esse bimediale primum.

**Propositio .50.**

**I**n binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur linea in eam potens erit bimediale secundum.

**D**ispositio z ypotheses mancant vt supra. Eritq; ex his ypothesibus z diffinitione binomij tertij z. 19. vnaqueq; quatuor supficiẽrũ in quas diuisa ẽ supficies. a. c. medialis: quare vtrũq; duoz quadratoz. l. m. m. n. z vtrũq; duoz supplementozũ. p. m. z. m. q. erit etiã mediale vtraq; igitur duaz linearũ. l. r. z. r. p. erit medialis. z cũ due superficies. a. f. z. f. b. sint cõmunicantes eo q; due linee. b. f. z. f. d. sint cõmunicantes per secundã partẽ. 13. erũt due linee. l. r. z. r. p. comunicantes in potentia in longitudine vero nõ: q; supficies l. m. non cõicat cũ superficie. m. p. eo q; neq; a. f. cõicat cum. d. g. Nam linea. b. f. nõ comunicat cum. d. e. cum igit ipsi p̃tineant superficiem medialem que est. p. m. cõstat ex. 32. lineã. l. p. esse mediale scõm: quod est propositum.

**Propositio .51.**

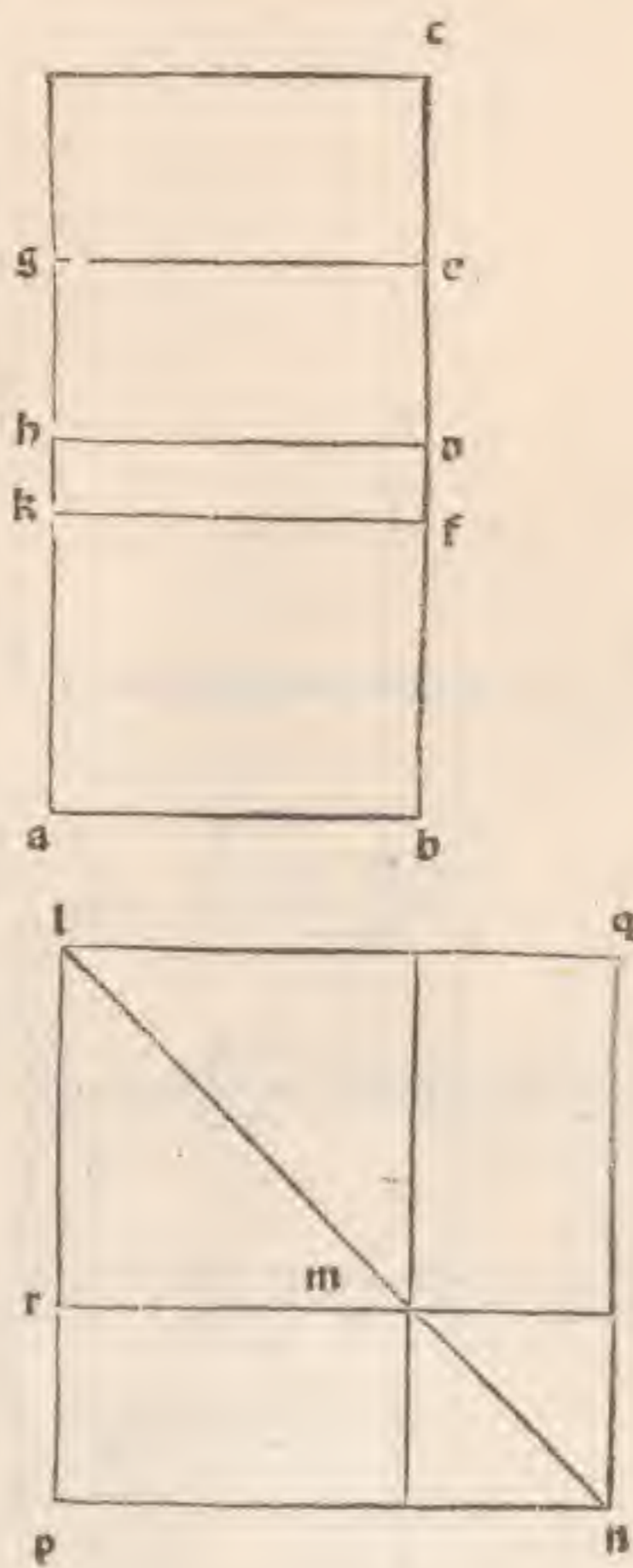
**I**n linea rationali binomioq; quarto superficies cõtineatur: que in eã superficiem potest est linea maior.

**C**unctis ut in premissis manentibus erit ex ypoth. z diffinitione binomij quarti z. 19. vtraq; duaz supficiẽz. d. g. z. g. c. quare z vtraq; duaz. p. m. z. m. q. medialis duoz quadrata. l. m. z. m. n. pariter accepta ronale eo q; superficies. a. d. ẽ ronalis per diffinitionẽ binomij quarti z. 15. Et quia. d. b. diuidit in puncto. f. in duo incõicantia per scõdam partẽ. 14. erit superficies. a. f. incõmensurabilis superficiẽi. f. b. Ideoq; z quadratum. l. m. quadrato m. n. due igitur linee. l. r. z. r. p. sunt incõmensurabiles i potentia que cũ contineãt superficiem mediale. p. m. z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale pstat per. 33. lineã. l. p. esse lineam maiorẽ quod erat monstrãdum.

**Propositio .52.**

**I**fuerit superficies linea rationali atq; binomio quinto contenta quecumq; in eam linea potest petens in rationale z mediale esse ex necessitate conuincitur.

**H**ec in hac quoq; ẽ aliquid ex priorum dispositione z positionib; mutandũ: eis eniz manentibus erit ex his que posita sunt in diffinitione binomij quiti z. 15. vtraq; duaz supficiẽz. d. g. z. g. e. quaz vtraq; duaz. p. m. z. m. q. ronalis totaq; a. d. quare z duo qdrata. l. m. z. m. n. piter accepta medialis ex. 19. cũq; ex scõda pte. 14. sit linea. f. b. icõmensurabilis linea. f. d. idq; supficiẽs. a. f. supficiẽi. f. b. z qdratũ. l. m. qdrato. m. n. erit linea. l. r. icõmensurabil i potẽtia linea. r. p. at q; ipse p̃tinet supficiẽ ronalẽ. p. m. z eaz qdrata abo piter accepta sunt mediale conclude ex. 34. lineã. l. p. esse potentem in rationale z mediale: quod promissum est.

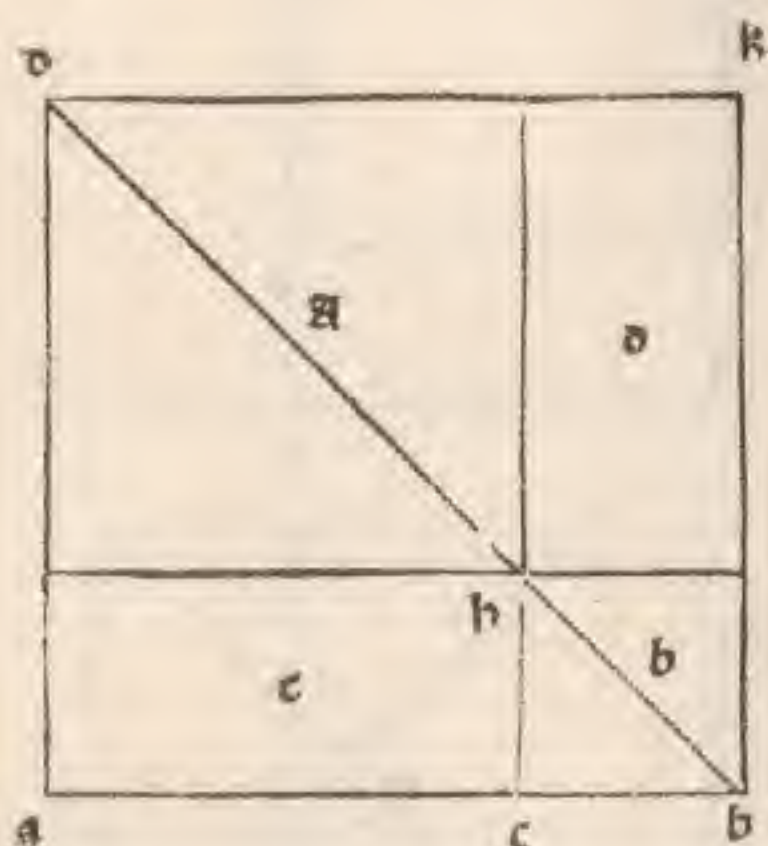




Propositio .53.

**I**n binomio sexto lineaq; rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

Hec .53. adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta enī est premisis dispositione z positionibus. Quib<sup>9</sup> stantibus necesse ē ex ipsis positis z dispositione. i. diffinitione binomij postremi z. 19. quālibet ex superficiebus. a. d. z. d. g. z. g. c. propter quod z ambo quadrata. l. m. z. m. n. pariter accepta z. p. m. z. m. q. esse medialia. Cumq; b. f. z. f. d. propter qd. a. f. z. f. b. ideo q; l. m. z. m. n. sint incōmensurabiles crunt due linee. b. c. z. r. p. incōmensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qd est duplo superficiē vnus in alterā incommensurable: qd ex eo probatur qd superficies. b. b. ē incōmensurabilis superficiē. b. c. propter hoc qd linea. d. b. est incōmensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo medialia.



Propositio .54.

**I**n linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scdm binomiu primū esse cōueniet.

Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē hui<sup>9</sup> autem est bec intentio. Sit linea. a. b. binomiu diuisa ad punctū. c. in duas lineas. a. c. z. c. b. fm suam diffinitionē aut termini eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. dico qd latus scdm: huius superficiē quod ē linea f. g. est binomiu primū. Diuidatur enī quadratū. b. d. in duo quadrata. b. b. z. b. d. que sint quadrata duarum portionū binomij: z in duo supplementa. a. b. z. b. k. quorum vtrūq; continetur sub duabus portionibus binomij: eritq; ex diffinitione binomij que habetur per. 30. vtrūq; istoz quadratoz rōnale. z per. 19. vtrunq; supplementū mediale. Ex superficie igitur. e. g. abscondatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. b. z. l. m. equalis quadrato. b. b. z. n. p. equalis vni duoz supplementoz. a. b. vel. b. k. eritq; p. g. residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. ex premisis aut manifestū est qd vtraq; duaz superficierum. e. l. z. l. m. z. iō tota superficies. c. n. est rōnalis Et vtraq; duarum equalum. n. p. z. p. g. z. ideo tota. m. g. medialis: quare per. 16. vtraq; duarum linearū. f. l. z. l. n. z. tota linea. f. n. rōnalis in longitudine: z linee. e. f. rationali posite cōmensurabilis: z per. 20. vtraq; duarū. n. q. z. q. g. z. tota. n. g. rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee. m. n. z. ideo linee. e. f. sibi cōli z per consequēs z linee. f. n. in longitudine: Si igit; linea. f. a. que est maior linea n. g. vt ex primo duoz antecedētū. 35. demonstrationi subiunctorū z prima sexti apparct: fuerit potentior linea. n. g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam. f. g. cē binomium primū. hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d. b. z. b. b. sit per primā sexti superficies. a. b. medio loco proportionalis: cōiunatur ex prioribus ypothesibus superficiem. m. q. esse inter superficies. e. l. z. l. m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea. n. q. que est medietas linee. n. g. est in medio loco proportionalis inter duas lineas. f. l. z. l. n. qd igitur fit ex. f. l. in





l.l.n. est quantū qđ ex.n.g. in se per. 16. sexti: ideoq; per. 4. scđi quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaq; per primaz ptē. 13. cum linea.f.n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali parte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita qđ ad cōplendā totam lineam.f.n. desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l. erit.f.n. potentior.n.g. in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Proposito 55.



**S** linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungat lat<sup>9</sup> ei<sup>9</sup> reliquū bionū scđm eē oportebit  
 ¶ Sit linea.a.b. bimediale primū diuisa ad punctum.c. scđm suū terminū. Cetera aut sint ut prius: dico lineā.f.g. esse binomium scđm erit enī superficies.m.g. rōnalis eo qđ ptes bimediales primi conti-  
 nent superficiem rōnalem 2 superficies tres.e.l.l.m. 2 rota.e.n. mediales cōicātes eo qđ portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm cōicantes ex. 31 per. 16. igitur erit linea.n.g. rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite. 7 per. 20. linea.f.n. rōnalis in potentia tantū que cū sit maio<sup>r</sup> linea. n.g. ex primo duoz antecedentiū demonstrationi. 35. adiunctoz 2 prima. 6. ea que potentior quadrato linee cōmunicantis scđi in longitudine ex prima pte. 13. erit a dif-  
 finitione linea.f.g. binomium scđm quod est propositum.

Proposito 56

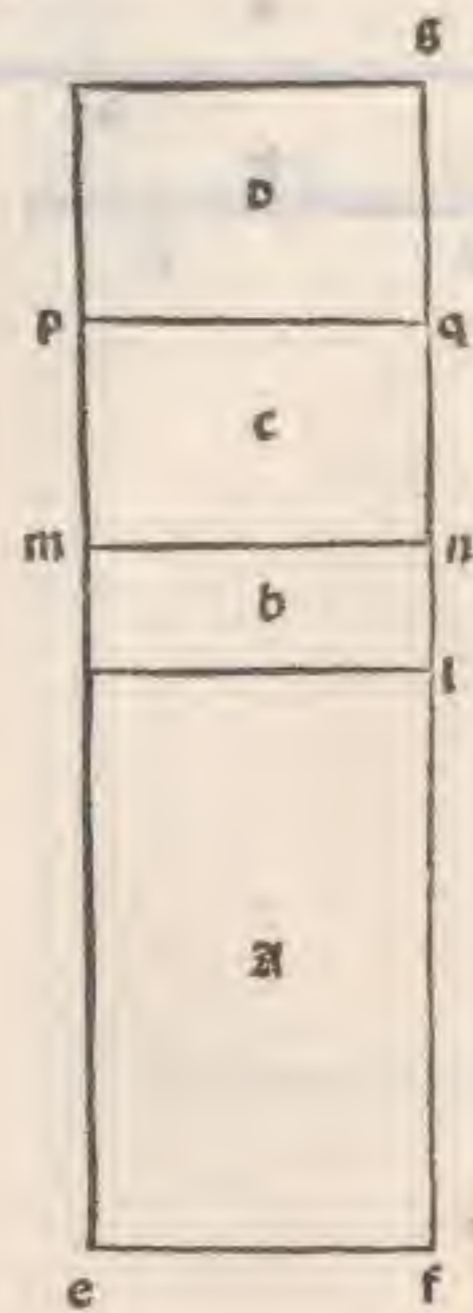
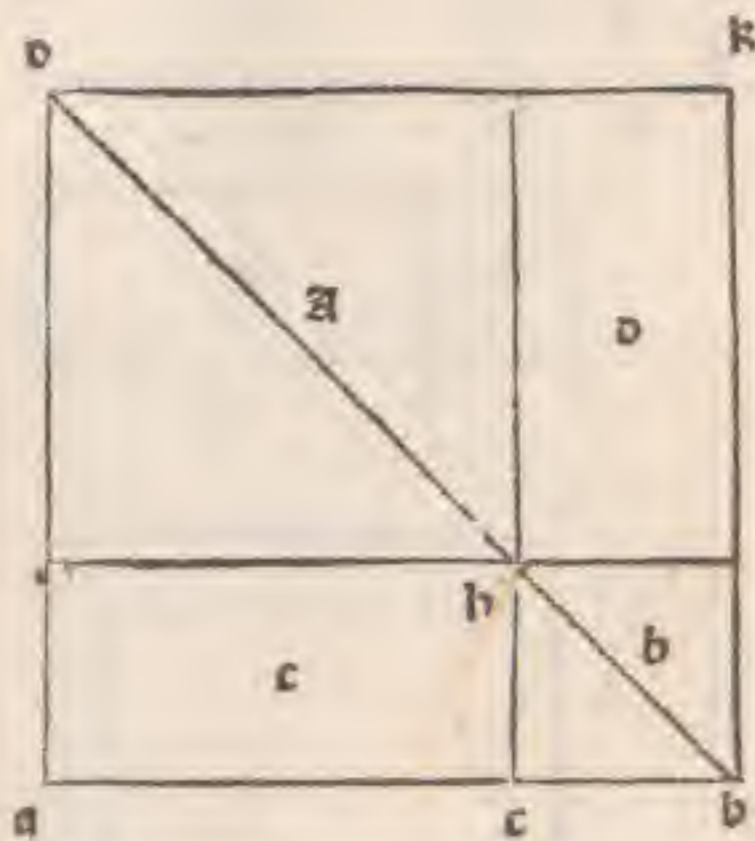


**C**um adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scđi lat<sup>9</sup> ei<sup>9</sup> secundum binomium tertium esse necesse est:

¶ Si fuerit linea.a.b. bimediale scđm diuisa per terminum suū ad punctū.c. reliqua vero oia fuerint ut prius: erit linea.f.g. binomium tertium. Erit enī ex. 32. 2 nostris positionibus vtraq; superficiez.e.n. 2.m.g. medialis: quare per. 20. vtraq; duaz lineaz.f.m. 2.n.g. erit rōnalis in potentia tantū. at qđ bimedialis scđi partes sunt cōicantes in potētia tm erit superficies.e.l. cōicans superficiei.l.m. 2 iō linea.f.l. linee.l.n. potentior: ergo ē p primā partē. 13. f.n. qđ sit n.g. in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine. Cūq; sint superficies.a.b. 2 quadratū.b.b. incōmensurabilia eo qđ linee.a.c. 2.c.b. incōmensurabiles: ideoq; 2 am-  
 bo quadrata pariter accepta ambobus supplementis piter acceptis. eo qđ quadrata sibi inuicē cōicant ex ypothēsi supplementa quoq; cū sibi inuicē sint eq̄ta: seq̄t vt superficies.e.n. sit incōmensurabilis superficiei.m.g. 2 iō linea.f.n. linee.n.g. p diffinitio-  
 nē igit ē linea.f.g. binomū tertū qđ ē ppositū. Proposito 57.



**S** linee rōnali rectāgulū equū qđrato linee maioris adiungat alterz se cōtinentium laterum erit binomium quartum  
 ¶ Si hec quoq; fuerit linea.a.b. linea maio<sup>r</sup> diuisa scđm terminū suū ad punctū.c. cunctaq; reliqua non fuerint aliter qđ prius: erit li-  
 nea.f.g. binomū quartū. Cū enī sint ambo quadrata portionū li-  
 nee maioris piter accepta rōnale erit superficies.e.n. rōnalis: ideoq; per. 16. linea.f.n. rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f. rōnali posite: superficies vero.m.g. erit medialis ppter illud qđ portiones linee maioris cōtinēt superficie medialē. itaq; per 20. linea.n.g. ē in potētia rōnalis tm: 2 qđ etiā portiones prefate linee.a. b. sūt po-  
 tentia lter incōmensurabiles superficies.e.l. incōmensurabilis erit.l.m. ideoq; linea f.l. linee.l.n. igitur per primā partē. 14. linea.f.n. est potentior linea. n.g. i qđrato





linee sibi incōmensurabilis: ex diffinitione igitur ē linea. f. g. binomium quartum: quod erat propositum.

**Propositio 58.**

**S** linee rōnali quadrato linee potentis supra rōnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

**P**roposita linea. a. b. ea que pōt supra mediale et rōnale diuisa sūm eius diffinitionē ad punctū. c. nihil inuicē de reliquis. sequiturq; lineā f. g. esse binomium quintū. Cū enim pres huius linee. a. b. contineat rōnale superficiē necesse est vt superficies. g. m. ideoq; p. 16. linea. n. g. sit rationalis. Eumq; ambo quadrata partium huius linee piter accepta sunt mediale erit superficies. e. n. medialis et per. 20. linea. f. n. rōnalis in potentia tm̄. at q; portiones predictae linee sūt incōmensurabiles in potentia: erit superficies. e. l. incōmensurabilis superficiē. m. l. ideoq; et linea. f. l. linee. l. n. potentior igit ē per primā pte. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linee sibi incōmensurabilis: per diffinitionē itaq; binomij quinti concludere propositum.

**Propositio 59.**

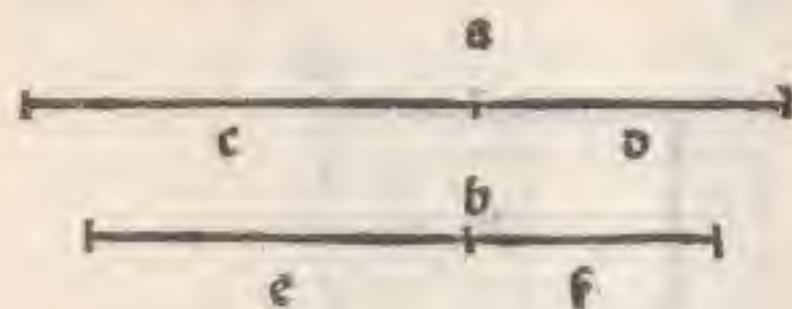
**Q**uotiens adiuncta fuerit linee rōnali superficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficiē latus scōm binomij sextum esse conuicitur.

**I**n hac. 59. sit linea. a. b. linea potens supra duo medialia: que autē preter hec sunt sicut supra manent et erit tunc linea. f. g. binomium sextū qd ignorare nō poteris si premissoz eiusq; qd. 35. pponit in memor nō fueris: et sic p; in hac nostra intentio.

**Propositio 60.**

**Q**uoniam linea cuiuslibet binomiorum cōmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

**S**it linea. a. binomium cuius vis speciei: sitq; linea. b. sibi cōicans in longitudine: dico lineā. b. eē binomij eiusdē speciei cuius. a. sint enī binomialia portiones. a. c. et d. eruntq; ambe rōnales in potentia tm̄ cōcantes per. 30. linea vero. b. diuidat per. 12. sexti sūm pportionē. c. ad. d. in. e. et f. eritq; per cōiunctam et euersam et permutatam proportionalitatem. c. ad. e. et d. ad. f. sicut. a. ad. b. cum sint igitur. a. et b. cōcantes: erunt etiā per primā partē. 10. c. et e. iteq; d. et f. cōcantes. si igitur fuerit. c. rōnalis in potentia tm̄ erit et. e. si autem in longitudine et. e. Eodēq; modo si. d. ē rōnalis in potentia tm̄ vel etiā in longitudine tm̄. erit quoq; et. f. sicut et ex. 12. si poterit ē. c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in lōgitudine vel si forte incōmensurabilis erit. et. e. potentior. f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiā incommensurabilis: necesse est ex diffinitione / b<sup>o</sup> sex speciez binomioz vt eiusdē speciei binomij sint. a. et b. Si autē linea. b. cōmunicet binomio. a. in potentia tm̄ erit etiā et sic linea. b. Binomium autē eiusdē speciei non est necessariū imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub scōa quarta vel quinta. s; necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnū enī eoz esse in aliqua ex tribus primis speciebus et aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. cum enī. a. cōicet cū. b. in potentia tm̄. c. quoq; cū. e. et d. cū. f. cōicabit tm̄ in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum. c. et d. fuerit rōnalis in longitudine non erit sua cōpar ex lineis. c. et f. rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt. a. et b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum





portionū binomij est rōnalis in longitudine. hec aut species sūt: prima 7 sc̄da quar-  
ta 7 quinta. At vero q̄ per .12. due linee .c. 7 .e. simul potentiores sunt duabus li-  
neis .d. 7 .f. in quadratis duarū lineaz sibi in longitudine cōmunicantiū aut incōi-  
cantium: necesse est vt ambo binomia .a. 7 .b. simul cadant sub primis tribus spe-  
ciebus binomioꝝ aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum speciez:  
Lineā aut .b. quid dubitas esse binomiū cū sint .eni .c. 7 .e. cōcantes i potentia tm̄  
sūt quoq̄ .d. 7 .f. sint aut .c. 7 .d. rōnales in potentia: cōuincitur .e. 7 .f. esse rōnales  
in potentia tm̄: que q̄ nō cōcant in longitudine sicut nec eis p̄portionales .c. 7 .d.  
ipse cōponunt indubitanter binomiū per .30. huius.

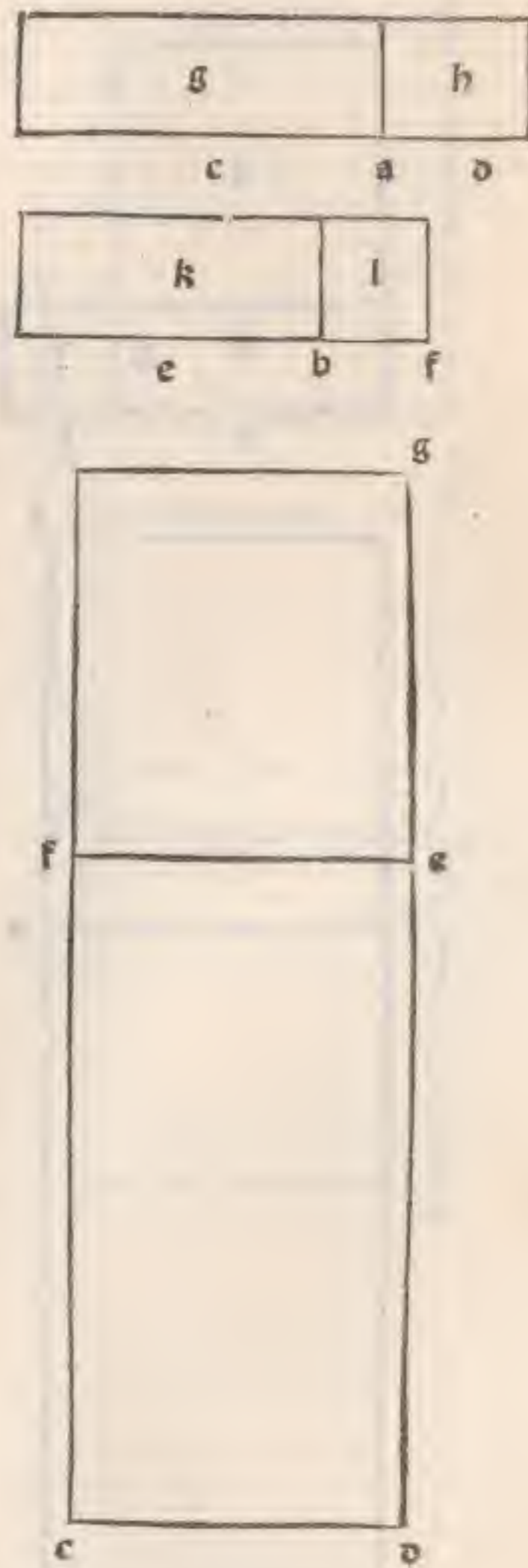
**Propositio .61.**



**Omnis linea alterutri bimedialiū cōmensurabilis: sub ea-  
dem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.**

**U**eritatē habet quod dicit sine in longitudine sine etiā in potentia  
tm̄ cōciet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint eni due linee cō-  
municantes .a. 7 .b. quouis duoz modoz predictoz. sitq̄ .a. bimed-  
iale primū vel sc̄dm̄ dico q̄ etiā .b. est bimediale primū vel sc̄dm̄ put fuerit .a. Diuiso  
eni .a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cōponitur per .31. 7 .32  
q̄ sint .c. 7 .d. b. quoq̄ diuisa i .e. 7 .f. b̄m̄ p̄portione .c. ad .d. vt docet .12. sexti posita  
q̄ .g. superficie contēta sub .c. 7 .d. 7 .k. sub .e. 7 .f. Et posito .b. quadrato .d. 7 .l. f. erit  
per cōiunctā 7 enersam 7 permutatā p̄portionalitatem quēadmodū in premissa .c  
ad .e. 7 .d. ad .f. sicut .a. ad .b. sicut igitur ex positione .a. 7 .b. sint cōcantes sine hoc  
sit in longitudine sine in potentia sic .c. 7 .e. itemq̄ .d. 7 .f. sūt erant cōmunicantes  
Et quia .c. 7 .d. sunt mediales potentia tm̄ cōcantes: sequitur ex .21. ut .c. 7 .f. sint  
etiā mediales 7 ex .10. potentia tantū cōcantes cū ipse per p̄p̄th̄ est p̄portio-  
nales .c. 7 .d. cūq̄ sit per primam sexti .g. ad .b. sicut .c. ad .d. 7 .k. ad .l. sicut .e. ad .f.  
erit .g. ad .b. sicut .k. ad .l. 7 permutatim .g. ad .k. sicut .b. ad .l. quia igitur .b. ē com-  
municans .l. eo q̄ duo eoz latera que sunt .d. 7 .f. cōcant in longitudine vel in po-  
tentia b̄m̄ q̄ .a. 7 .b. in alterutro eoz cōmunicant. sequit̄ ex .10. ut .g. 7 .k. quoq̄ sibi  
inuicem cōcēt et ita igitur .k. rōnalis aut medialis prout fuerit .g. ex diffinitione su-  
perficie rōnalis aut .21. In hoc eni tm̄ differt bimediale primū a bimediale secun-  
do q̄ portiones bimedialis primi in quas sc̄dm̄ suū terminū diuidit̄ continēt sup-  
ficiem rōnalem: bimedialis autē sc̄di mediale. Si igitur .a. fuerit bimediale primū  
erit superficies .g. rōnalis quare 7 .k. 7 iō .b. bimediale primū p. 31. Qd̄ si .a. fuerit bi-  
mediale sc̄dm̄ erit superficies .g. medialis ob hoc etiā .7 .k. b. itaq̄ p. 32. erit bime-  
diale sc̄dm̄ q̄re cōstat p̄positū. Idē aliter ad lineā rōnales .c. d. posita .a. alterutro  
bimedialiū 7 .b. sibi in longitudine vel potentia cōicante: adiungatur superficies .c. e  
equalis quadrato .a. 7 .f. g. equalis quadrato .b. eruntq̄ superficies .c. e. 7 .f. g. cōmu-  
nicantes eo q̄ quadrata eis equalia que sūt quadrata lineaz .a. 7 .b. sunt cōcantia  
ex p̄p̄th̄: ex prima igitur sexti 7 .10. hui⁹: necesse est duas lineas .d. e. 7 .e. g. esse  
cōcantes: 7 quia si .a. fuerit bimediale primū linea .d. e. erit binomium sc̄dm̄ p. 55.  
ideoq̄ .e. g. etiam binomium sc̄dm̄ per premissam quare latus tetragonici superfi-  
ciei .f. g. 7 ipsum est b. bimediale primū per .49. at vero si .a. fuerit bimediale sc̄dū  
linea .d. e. erit binomium tertium per .56. ideo .e. g. ē binomium tertium p̄ premis-  
sam quare 7 lat⁹ tetragonici superficiei .f. g. ipsū ē .b. bimediale sc̄dm̄ per .50. Vltimū  
festū ē igit̄ vtz eē qd̄ p̄ponit̄.

**Propositio .62.**







**Omnis linea cōicans linee maiori: est linea maior.**

**U**et hec quoq; veritatem habet. si utrolibet modo cōicans fuerit ali qua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cō municans modo: erit. b. linea maior. Divisa namq; a. i eas portiones ex quibus constat per. 33. que sunt. c. z. d. z. b. sin earum pportione in. e. z. f. positoq; q. g. sit superficies cōtenta sub. c. z. d. z. k. sub. e. z. f. z. m. z. b. sint quadrata. c. z. d. at. n. z. l. e. z. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scōam prē. 18. se/ xti z coniunctim. m. z. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. z permutatim. m. z. b. ad. n. z. l. sicut. b. ad. l. q; ergo. b. cōicat cū. l. eo q. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia put. a. cōicat cū. b. sequit ut ambo quadrata. m. z. b. pariter accepta com municent cū ambobus quadratis. n. z. l. pariter acceptis. cū itaq; duo prima pari ter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq; z duo postrema rōnale p diffinitio/ nem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialē sicut. g. ex. 21. lineasq; e. z. f. esse incōmensurabiles in potentia sicut. c. z. d. ex. 10. concluditur p. 33. lineā. b. esse lineā que dicitur maior qd est propositū. **U**de aliter. cum sit. a. linea maior cui. b. cōicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rōnali que sit. c. d. adiungatur superficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis qua/ drato linee. b. cū igit qdrata duaz lineaz. a. z. b. sint cōicaria ex pportione: erit supfi cies. c. e. cōicās superfici. f. g. iōq; p primā sexti. z. 10. b<sup>o</sup> linea. d. e. linee. e. g. i lōgi tudie. at q; ex. 57. linea. d. e. ē binomiū qrtū erit quoq; p. 60. lineā. e. g. binomiū qrtū: igit ex. 51. linea. b. potēs i superficie. f. g. ē linea maior. **Propositio 63.**

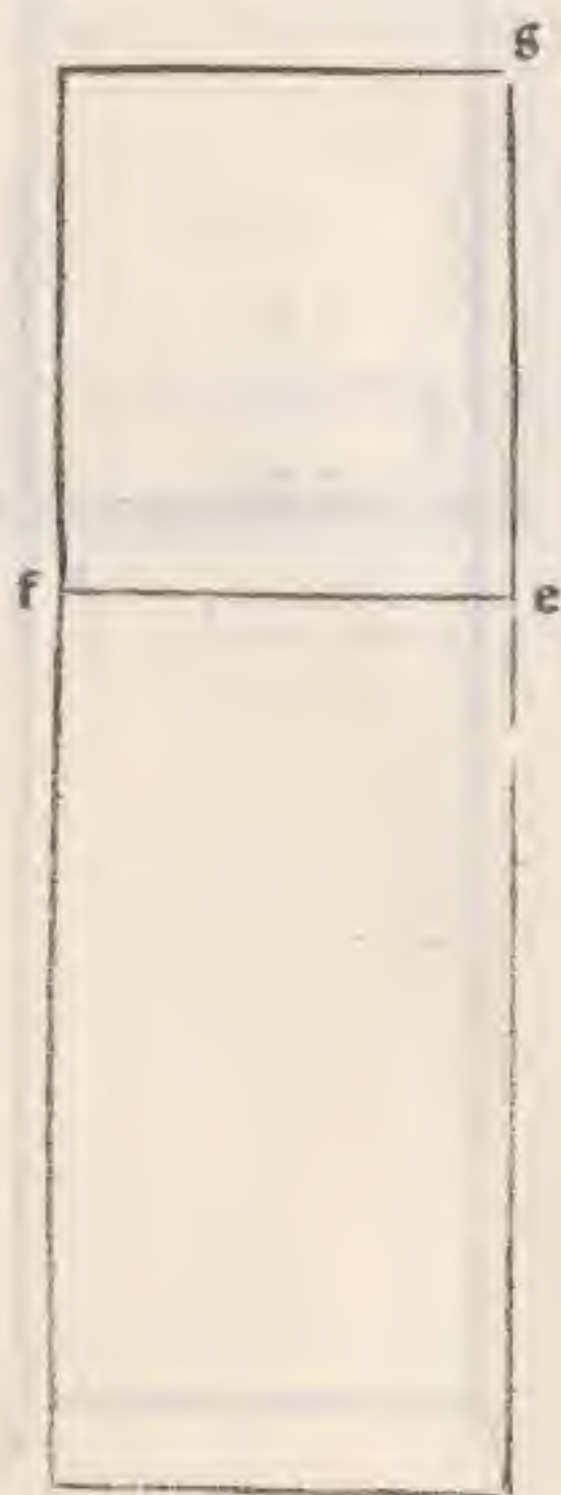
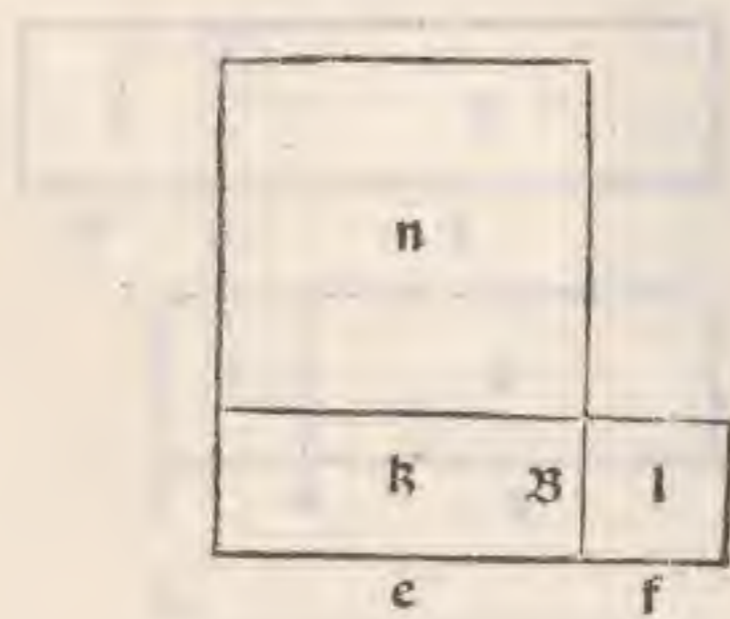
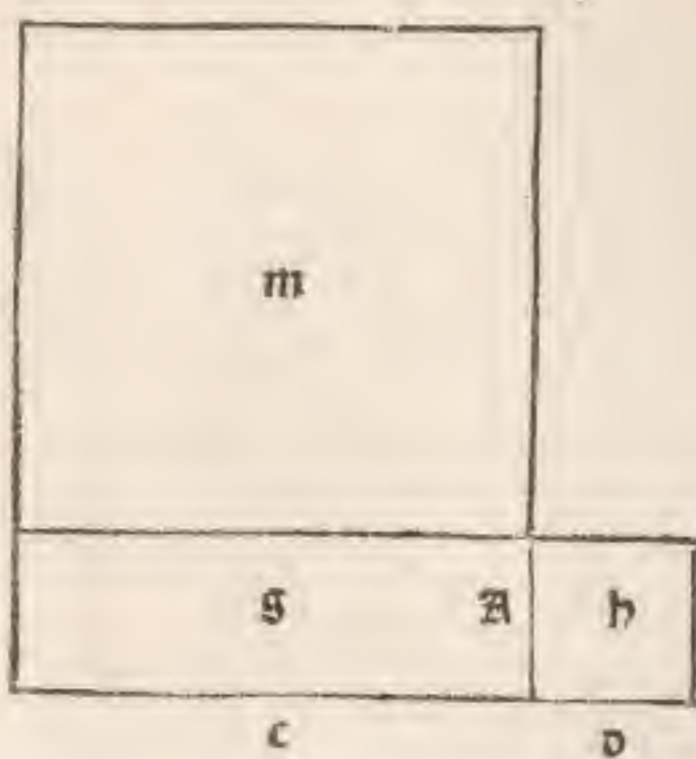
**I**n qua linea linee potenti in rationale z mediale p̄municet ipsa in rationale z mediale potens esse comprobatur.

**M**erū quoq; est q; qualitercūq; linea aliqua sit cōicans potenti in rationale z mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiā est potens in rōnale z mediale: qd sicut prius duplici modo pro/ batur: necesse est autē quantū ad primū modū ut sicut due linee. c. z. d. sint i po/ tentia incōmēsurable. ita sint etiā. e. z. f. p. 10. Et queadmodū. g. est superficies rōnalis: nā tale p̄inent portiones linee potentis in rōnale z mediale. ita etiā per diffinitionē sit. k. rōnalis z queadmodū duo quadrata. m. z. b. pariter accepta sūt mediale: sicut etiā per. 21. duo quadrata. n. z. l. p̄iter accepta erunt mediale: igit ex 34. b. ē potēs i rōnale z mediale. quātū aut ad scōm modū necesse ē ex. 58. ut linea d. e. sit binomiū quintū. iō. 3 z p. 60. linea. e. g. ē binomiū quintū: quare p. 52. lat<sup>o</sup> tetragonicaū superfici. f. g. qd est. b. erit linea potens in rōnale z mediale: quod ē p/ positum.

**Propositio 64.**

**O**mnis linea cōmunicans potenti i duo medialia: ipsa quo q; potens est in duo medialia.

**H**ec quoq; manentibus eisdem dispositione z positionibus eo du/ plici modo quo p̄missē: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cōmunicet linea. b. cū linea. a. potētī in duo media/ lia. Quantū eni ad primū argumētationis modū erit per. 35. superficies. g. medi/ als. ideoq; z. k. per. 21. cum cōicet ei: duo quoq; quadrata. m. z. b. pariter accepta erūt ex eadē. 35. mediale: ideoq; duo. n. z. l. pariter accepta p. 21. at q; duo quadra ta. m. z. b. pariter accepta ex p̄dicta. 35. sunt incōmensurable duplo superfici. g. eq̄ p. 10. z nostras positiones ut duo quoq; l. z. n. p̄iter accepta sint incōmēsurable





duplo superficiē. k. cum itaq; sint. e. z. f. incōmensurabiles in potentia quēadmodū c. z. d. erit ex. 35. linea. b. potens in duo medialia. quantū autē ad scōm solite argumentationis modū erit p. 59. d. e. binomiū sextū. ideoq; etiā p. 60. linea. e. g. erit binomiū sextam quare per. 53. latus tetragonici superficiē. f. g. qd est. b. erit potens in duo medialia quod est propositū. **Propositio .65.**



**S**ine due superficies quaz altera rōnalis altera vero media lis cōiungantur: linea potens in totā superficiem inde cōpositā aliqua erit quatuor irrationalium lineaz videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potēs in rationale z mediale:

**U**t si. a. sit rōnalis superficies z. b. medialis erit linea potens in totā. a. b. aliqua premisaz quatuor. Sit eni linea. c. d. rōnalis cui adiungat. c. e. equalis. a. z. f. g. equalis. b. eritq; ex. 16. linea. d. e. rōnalis in longitudine cōicans lineē. c. d. rōnali posite z ex. 20. linea. e. g. rōnalis in potentia tm z ex. 30. linea. d. g. binomiū cuius cum altera binomialiū portionū que est. d. e. sit rōnalis in longitudine cōicans lineē rōnali posite que est. c. d. ipsū erit ex diffinitione speciez binomij aut binomi um primum aut scōm aut quartū aut quintū: tertū aut aut sextū nō erit ex diffinitōne. itaq; ex. 48. 49. 51. z. 52. linea potens in totā. c. g. que ē equalis duabus simul a. z. b. erit aut binomiū aut bimediale primum: aut linea maior aut potens in rōnale z mediale: qd est propositū: bimediale vero secundū aut potens in duo medialia non erit: qm si esset bimediale secundum: esset ex. 56. linea. d. g. binomiū tertium qd si esset potens in duo medialia esset ex. 59. linea. d. g. binomiū sextū. sed neutz erat: vnde patet nostra intentio. **Propositio .66.**



**C**um coniuncte fuerint due superficies mediales incōmensurabiles linea potens in totam superficiē alterutra erit duarū irrōnaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

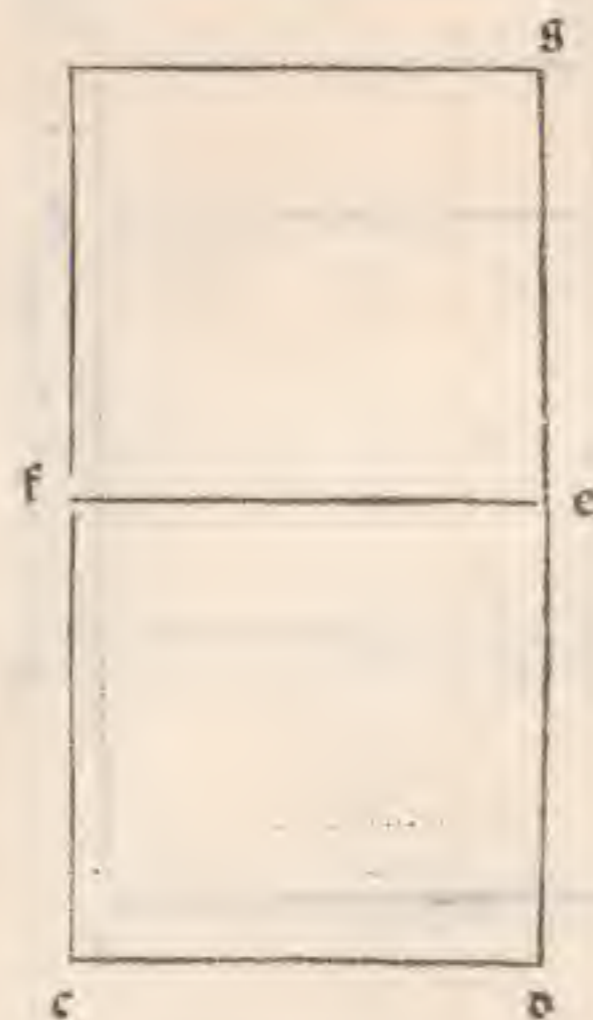
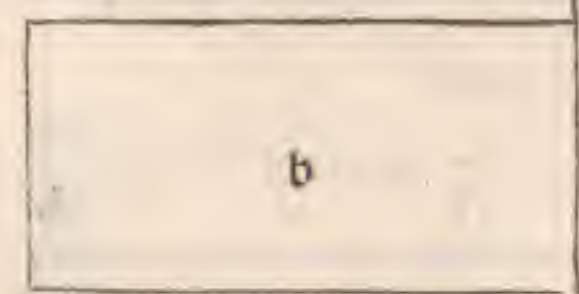
**U**t si. a. z. b. sint due superficies mediales incōmensurabiles. si enim cēt cōmensurabiles esset cōposita ex cis medialis ex. 9. z. 21. quare z linea potens in ea medialis ex. 19. dico qd linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimediale scōm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea. c. d. rōnalis: superficies vero sibi adiuncta. c. e. equalis. a. z superficies. f. g. equalis. b. eritq; ex. 20. linea. d. e. sit quoq; linea. e. g. rōnalis in potentia tm: cūq; superficies. c. e. z. f. g. sint incōmensurabiles sicut. a. z. b. eis equales. ideoq; lineē. d. e. z. c. g. ex prima sexti z. 10. huius: erit ex. 30. linea. d. g. binomiū cuius cū vtraq; binomialiū portionū que sunt. d. e. z. e. g. sit incōmensurabilis lineē rōnali posite que ē. c. d. ipsū erit ex diffinitione binomiū tertū aut sextū: linea ergo potēs i totā. c. g. eqlem pposite ex. a. z. b. erit ex. 50. z. 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

**Propositio .67.**



**C**um posita fuerit linea binomialis cetereq; irrationales sequentes eam: non erit eaz aliqua sub termino alterius.

**U**ult qd si linea aliqua ut .a. fuerit aliqua ex sex p̄habitis lineis irrōnālibus que sunt binomiū z eius quinq; comites ipsa non erit aliqua aliaz. Si enim quadrato eius equalis superficies adiūgatur ad lineā rōnalem. b. c. que sit. b. d. siquidem. a. fuerit binomium: erit ex. 54. linea. c. d.





binomiū primū: que si fuerit bimediale primū: erit. c. d. ex. 55. binomiū scdm: si aut bimediale scdm: erit. c. d. ex. 56. binomiū tertiu. Et si linea maior erit. c. d. ex. 57. binomiū quartū. At si potens in ronale & mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex. 58. c. d. binomiū quintū: aut ex. 59. binomiū sextū: et qz impossibile est. c. d. esse simul sub diuersis speciebus binomioꝝ a diffinitione ē ipossibile. a. esse simul sub diuersis speciebus sex phabitaꝝ lineaz irrationaliū: De linea aut mediali cōstat qz ipsa quoqz nō sit aliqua sex sequentiū videlicet neqz binomiū neqz aliqua ex ipsius comitibus. cū enī superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationale: latus eius scdm est ronale in potentia ex. 20. cum aut superficies equalis quadrato binomiū aut alicuius suaz comitū: latus eius scdm est binomiū aut pmū aut scdm & sic de ceteris per. 54. & 5. cā sequētes quare ipsū est irrationale et in longitudine & in potentia. per. 30. Cum igitur sit impossibile eandē lineā esse ronale in potentia & irrationalem tā in longitudine qz in potentia: nimirū impossibile lineam medialem esse bimediale aut aliquā ex quinqz suis comitibus.

**Propositio .68.**

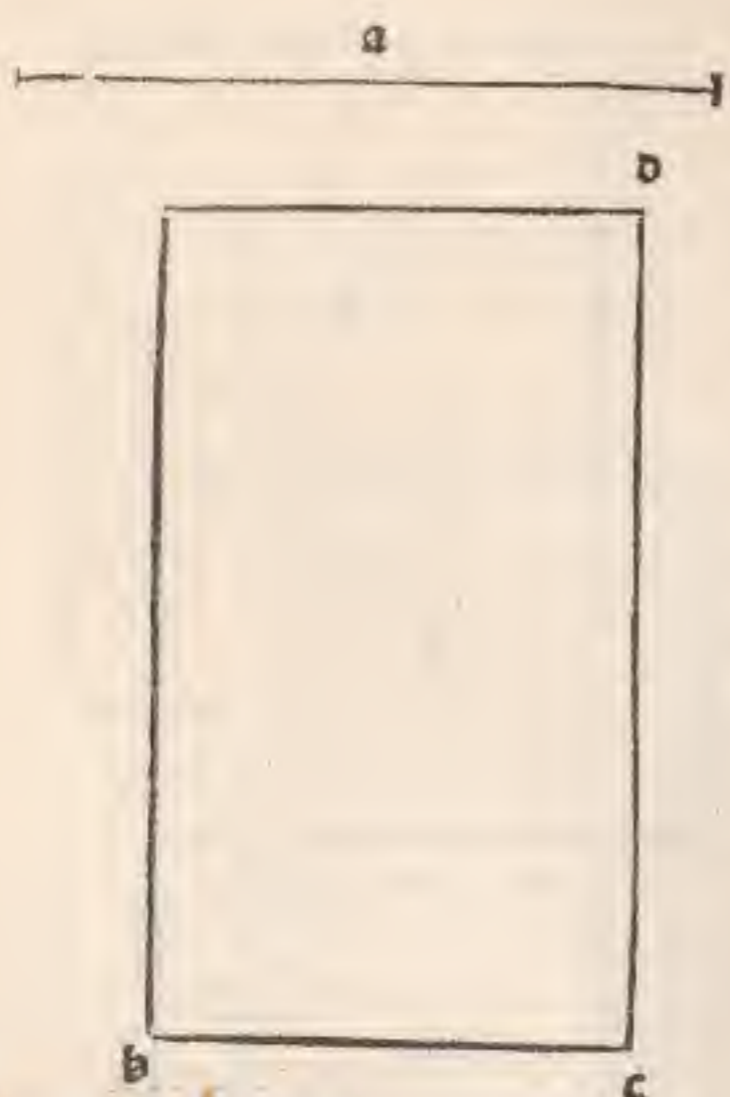
**S**i linea de linea abscindatur fuerintqz ambe potēialiter tantū racionales cōicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturqz residuum:

**S**it linea. b. c. abscisa ex. a. b. sintqz ambe ronale tantū potentia cōicantes quales docuit inuenire. 17. & 18. & hec sunt que cōponunt binomiū. dico qz. a. c. reliqua est irrōnalis & ipsa vocatur residuum. cōstat enim ex 7. scdi qz quadrata duaz lineaz. a. b. & b. c. piter accepta que cōponunt superficiem ronale ex ypothesi & diffinitione ronalis superficie & 9. huius tm sunt tantū duplum superficie. a. b. & b. c. cū quadrato. a. c. cūqz ex. 19. superficies. a. b. .i. b. c. sit medialis. ideoqz & duplum ei<sup>9</sup> mediale per. 21. & 10. irrōnale per 19. sequit<sup>r</sup> ut ambo quadrata duaz lineaz. a. b. & b. c. piter accepta sint incōmensurable duplo superficie vnus eaz in alterā: quare per. 9. & quadrato linee. a. c. ex diffinitione igit<sup>r</sup> quadratū linee. a. c. ē irrōnale cū ipsū sit incōmensurable ronalī videlicet duobus quadratis duaz lineaz. a. b. & b. c. piter acceptis: itaqz etiā ex diffinitione linea. a. c. ē irrōnalis quod est propositū. Exemplariter in figura esto superficies. c. g. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a. b. & b. c. piter acceptis: eritqz ronalis. itemqz sit superficies. d. f. equalis duplo superficie vnus in alterā: eritqz ex. 19. medialis & erit ex 7. scdi superficies. f. g. equalis qdrato linee. a. c. cūqz superficies. c. g. sit incōmensurable superficie. d. f. eadē erit ex. 9. incōmensurable. f. g. quare. f. g. irrōnalis & eius te tragoniū latus. a. c.

**Propositio .69.**

**S**i fuerit linea de linea abscisa fuerintqz ambe mediales potentialiter tantū cōicantes superficiemqz ronale cōtinētes reliq<sup>a</sup> linea erit irrōnalis dicetqz residuum mediale pmū.

**S**it linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. sintqz ambe quales pponitur quas ex. 24. & 25. reperies & hec sunt que cōiungūt bimediale primū. dico qz reliqua linea. a. c. erit irrōnalis & ipsa dicet<sup>r</sup> residuū mediale primū: Erūt enī ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplū vero superficie vnus in alterā ronale. itaqz ambo quadrata piter accepta incōmensurable sunt duplo superficie vn<sup>9</sup> i alterā qz itaqz abo quadrata piter accepta cōponunt<sup>r</sup> ex duplo superficie vn<sup>9</sup> i alterā & qdrato linee. a. c. sequit<sup>r</sup> p. 9. ut qdratū linee. a. c. sit incōmensurable



*Quid sit residuum*





duplo superficiesi vni<sup>9</sup> in altera quare tam ipsu quadratu qz latus ei<sup>9</sup>. a. c. e irrōna  
 le p diffinitionē pstat ergo ppositū Qd quēadmodū i pmissa si liber potes decla  
 rare exēplariter i figura **¶** Aliter idē sic: sit linea. d. e. rōnalis i lōgitudine: cui adiū  
 gatur superficies. d. f. equalis duplo superficiesi vnius in alterā z superficies. g. e. equalis  
 ambobus quadratis pariter acceptis. eritqz p. 7. scōi superficies. f. g. equalis quadra  
 to linee. a. c. cū itaqz. p. ypothēsi sit superficies. e. g. medialis erit p. 20. linea. d. g. rā  
 tionalis in potentia tm̄. Lū vero sit superficies. c. b. rōnalis p ypothēsim erit ex. 16.  
 linea. d. b. rōnalis in longitudine: itaqz per. 68. linea. g. b. est residuū z irrationalis  
 ideoqz p. 16. a destructione p̄ntis superficies. f. g. est irrōnalis z eius latus tetra  
 gonium quod est. a. c. est irrationale. Et sic patet ppositum.

**Propositio .70.**

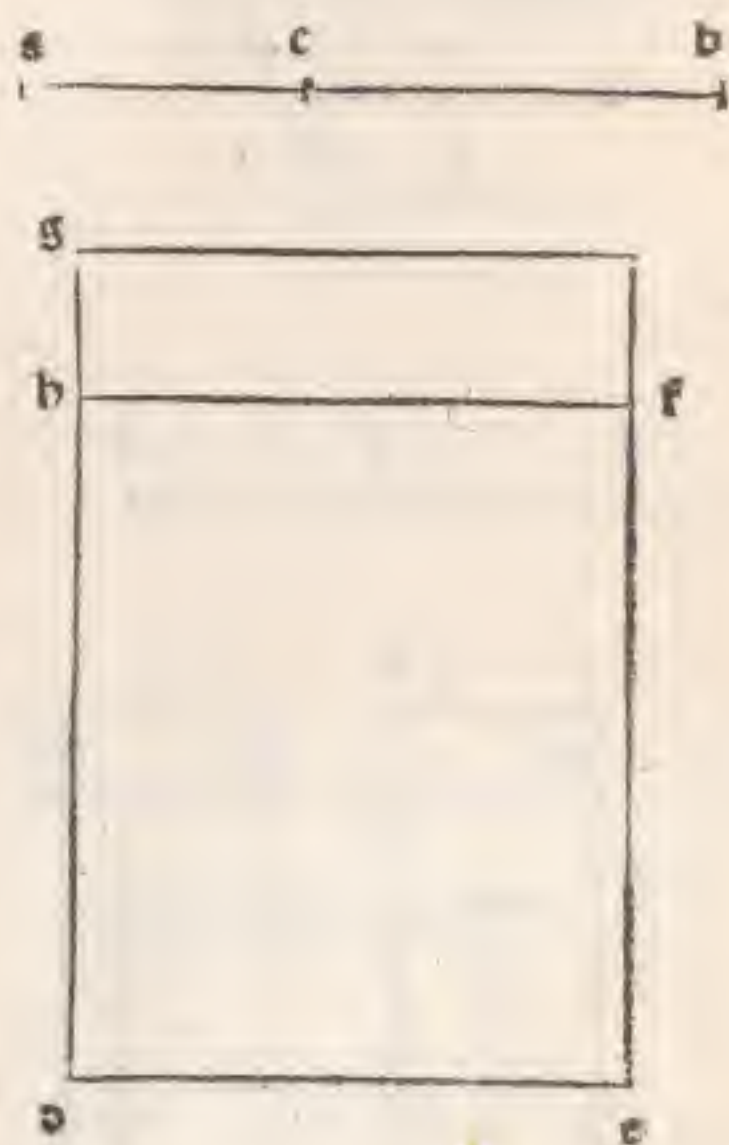
**S**i linea de linea secetur fuerintqz ambe mediales poten  
 tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesqz mediale: reliqua  
 linea erit irrōnalis diceſqz residuū mediale secundum.

**¶** Si hic quoqz linea. b. c. abscisa ex linea. a. b. vterqz antē. a. b. z. b. c.  
 c. sint vt proponitur z ipse p. 26. reperiunt z sunt que cōponunt bi  
 mediale scōm: dico qz linea reliqua que est. a. c. e irrōnalis z ipsa diceſ residuū me  
 diale scōm. Sunt enī ex ypothēsi z. 21. ambo quadrata duaz lineaz. a. b. z. b. c. pa  
 riter accepta mediale. silr quoqz duplū superficiesi vnius in alterā e mediale. Lūm  
 itaqz ex. 22. mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali: erit quadratum linee. a. c.  
 in quo p. 7. scōi duo quadrata. a. b. z. b. c. pariter accepta excedunt duplū superficiesi  
 vnius in alterā irrōnale quare z linea. a. c. irrōnalis. Figurali quoqz exemplo pa  
 tesieri pōt istud ut pat<sup>9</sup>. Si enī sit. c. g. eq̄lis ambob<sup>9</sup> quadratis. a. b. z. b. c. silr z. d. f.  
 duplo superficiesi vnius in alterā erit. f. g. p. 7. scōi equalis quadrato. a. c. que cum sit  
 differentia superficiesi vnius medialis. c. g. ad superficiē mediale. d. f. ipsa est irrationa  
 lis per. 22. z ei<sup>9</sup> tetragoicū lat<sup>9</sup>. a. c. irrōnale. **¶** Idē aliter Sit linea. d. e. rōnalis cui  
 adiungat superficies. d. f. equalis duplo superficiesi vnius in alterā z. e. g. equalis am  
 bobus quadratis piter acceptis. eritqz p. 7. scōi. f. g. equalis quadrato. a. c. qz vero  
 e. g. est medialis erit ex. 20. linea. d. g. in potentia tm̄ rōnalis. Silr quoqz. cū. e. b.  
 sit medialis erit ex eadē linea. d. b. rōnalis: silr in potentia tm̄. Et qm̄. a. b. z. b. c.  
 sunt incōmensurabiles in longitudine ideoqz quadratū vtriusqz eaz superficiesi vni<sup>9</sup>  
 in alterā: z propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothēsi com  
 municent. sūt quoqz incōmensurabiles duplo superficiesi vnius in alterā: sequit vt. e.  
 g. sit incōmensurabilis. b. e. qua ppter linea. d. g. linee. d. b. igit ex. 68. linea. g. b. e  
 residuū z irrōnalis. ideoqz per. 16. a destructione p̄ntis superficies. f. g. irrationalis.  
 z eius latus tetragoniciū. a. c. irrōnale.

**Propositio .71.**

**S**i linea de linea detrahatur fuerintqz ambe potentialiter in  
 cōmensurabiles cōtinentesqz mediale quadrataqz earum  
 abo piter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis voca  
 biturqz minor. **¶** Si sint. a. b. z. b. c. q̄les pponit que p. 27. repi  
 untur z pponit lineā maiorē erit linea. a. c. irrōnalis z ipsa est q̄ di  
 citur linea minor: qd qui pmissa firmiter tenuerit positionesqz diligenter attenderit  
 duplū modo vt antecedentes facile probabit.

**Propositio 72**





**S**i linea de linea demat fuerintq; ambe potentialiter icō-  
mensurabiles supficiemq; rōnalē cōtinentes quadrataq;  
earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit ir-  
ratiōalis diciturq; iuncta cū rōnali cōponēs totū mediale

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex-  
ciderint: qm̄ positis lineis. a. b. z. b. c. de qualibet pponit que z p. 28. reperiunt li-  
neā potētē in rōnale z mediale cōponunt: sit. a. c. reliqua irrōnalis ipsa dicitur que  
iuncta cū rōnali cōponit totū mediale. **Propositio. 73.**

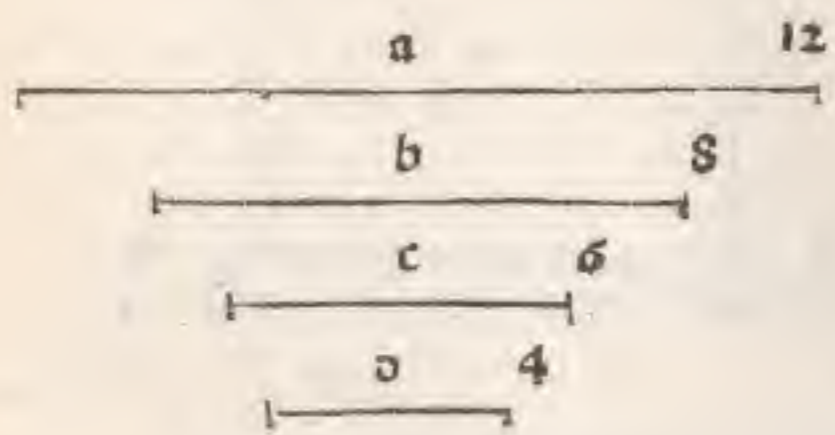
**S**i linea a linea detrahatur fuerintq; ambe potentialiter in-  
cōmensurabiles supficiēq; mediale cōtinentes quadrata  
q; eaz ambo piter accepta mediale duplo superficiēi alte-  
rius in alteram incōmensurable: reliqua linea erit irra-  
tionalis diciturq; iuncta cū mediale faciēs totū mediale:

¶ Sint etiā hic. a. b. z. b. c. quales pponitur que p. 29. reperiunt z ipsi sunt que com-  
ponunt lineā potētē in duo medialia eritq;. a. c. reliqua irrōnalis dicta que iun-  
cta cū mediale pponit totū mediale qd̄ vt facile p remissa duplici argumentatione  
concludas pcessū. 70. moneo diligenter attendas: ē aut̄ pmittēdū hic an̄s neces-  
sarium ad demōstrationes sequentiū qd̄ ē ppositū.

¶ Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quaz ad scōdam sit  
sicut tertie ad quartam: erit permutatim differētia prime ad tertiam  
sicut secunde ad quartā. ¶ Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo  
relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta cū vero mi-  
nor z minor. Exēpli grā sit d̄ria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico qd̄ erit. a. ad. c. sic. b. ad  
d. ē enī p hāc cōm ai pceptionē d̄ria extremoz cōposita ex differētijs ipsoz ad  
media d̄ria. a. ad. c. pposita ē ex ea que ē. a. ad. b. z ea que est. b. ad. c. at ea que est  
b. ad. d. p eandē pceptionē pponit ex ea que ē. b. ad. c. z ea que ē. c. ad. d. z quia ex  
ypothesi ē d̄ria. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero que est. b. ad. c. est cōis sequit p cōm  
sciam vt sit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. qd̄ ē ppositū. **Propositio. 74.**

**N**ulla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint  
ambe sub termino earum que erunt ante separationem

¶ Sit linea. a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa. b. c. ex. a. b. erunt  
q; a. b. z. b. c. rōnales tm̄ potentia cōicantes ex. 68. dico qd̄ ipsa. a. c.  
nulli alij linee q; b. c. poterit pponi sub hac diffinitione neq; maiori  
b. c. neq; minori. b. c. Si aut̄ pōt componat̄ eaz. c. d. ind̄nt̄ maiori aut̄ minori q; c.  
d. eruntq; ob hoc ambe linee. a. d. z. d. c. rōnalis in potentia tm̄ cōicantes: q; ergo  
ex. 7. scōi q̄drata ambaz lineaz. a. b. z. b. c. piter accepta excedūt duplū superficiēi  
vni<sup>9</sup> eaz i alterā i q̄drato. a. c. s̄l̄r quoq; q̄drata duaz lineaz. a. d. z. d. c. piter acce-  
pta excedūt duplū supficiēi vni<sup>9</sup> ipaz i alterā i q̄drato eiusdē. a. c. sequit ex p̄misso  
ātedēte vt d̄ria duoz q̄dratoz duaz lineaz. a. b. z. b. c. piter accepta ad duo qua-  
drata duaz lineaz. a. d. z. d. c. piter accepta sit sicut d̄ria dupli superficiēi. a. b. i. b.  
c. ad duplū supficiēi. a. d. in. d. c. cum aut̄ sint duo quadrata vtriusq; sectionis pa-  
riter accepta rōnale ex ypothēsi: duplū vero supficiēi vnius in alterā portionū vtri-  
usq; sectionis mediale per ypothē. z. 19. erit vna z eadē d̄ria duaz superficiēz rōna-  
liū z duaz medialiu: hoc aut̄ ē impossibile: rōales enī superficies nō differant nisi  
in rōnali superficiē: vt p; per diffinitionē rōnalis superficiēi z per. 9. medialis aut̄





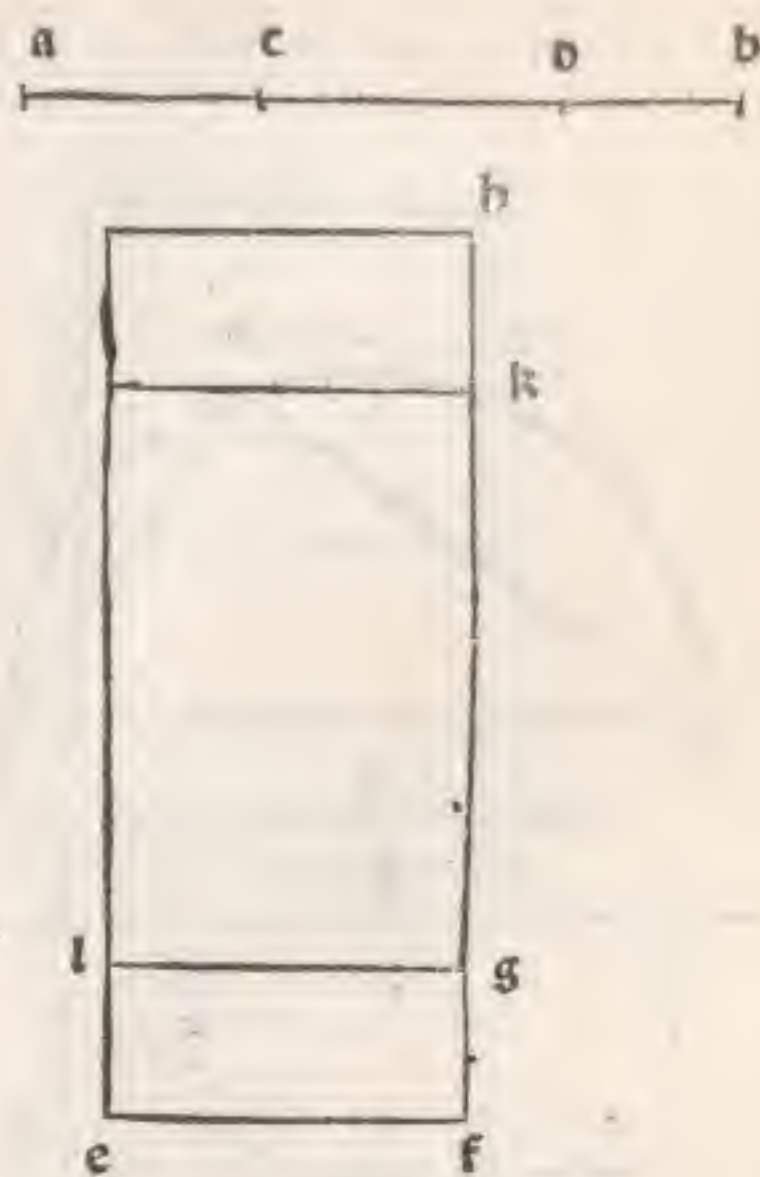
nō differt a mediāli nisi i rōnali superficie per. 22. hoc aut fit manifestius in figura sic. Sit enī supfcies. e. f. adiuncta ad lineā. e. g. equalis ambob<sup>9</sup> quadratis duaz lineaz. a. b. z. b. c. pariter acceptis. Et. g. b. sit equalis duplo superficiei vni<sup>9</sup> in alterā eritq; f. b. equalis quadrato linee. a. c. ex. 7. scōi: silt quozq; sit. k. l. adiuncta ad lineā. k. m. equalis duobus quadratis duaz lineaz. a. d. z. d. c. piter acceptis z. m. n. sit equalis duplo supfciei vnius in alterā: eritq; ex. 7. scōi. n. l. equalis quadrato linee. a. c. ideoq; etiam equalis. b. f. est itaq; differentia. e. f. ad. g. b. sicut. k. l. ad m. n. quare p̄ an̄s premissū erit p̄mutatim differentia. e. f. ad. k. l. z ipsa sit. p̄ sicut. g. b. ad. m. n. z q̄ vtraq; duaz lineaz. e. f. z. k. l. est rōnalis vtraq; vero duaz lineaz. g. b. z. m. n. mediālis: sequit̄ impossibile videlicet superficiem. p̄. esse rōnalem z irrōnalem.

Propositio .75.

**N**ulla linea nisi vna tm̄ residuo mediāli primo cōiungi pōt vt sint ambo sub termino eaz que erāt ante separationem. Hec quoq; pbabit̄ simili mō. Sint enī i vtraq; sectione ambo quadrata pariter accepta mediāle: duplū vero superficiei vnius in alteram rōnale z q̄ vt prius eadē ē differentia quadratoz vnius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplū superficiei alterius erit vna z eadem superficies differentia duarum mediāliū z duarum rōnaliū quod est impossibile.

Propositio .76.

**N**ulla linea residuo mediāli secūdo cōiungibilis est ut sub termino eaz fiant nisi tm̄ que ab ea ante separata erat. Sit enī. a. c. residuū mediāle scōm̄ que fuit residua abscisa. b. c. ex. a. b. erantq; ex. 70. due linee. a. b. z. b. c. mediāles potentia tm̄ cōicātes mediāle cōtinentes dico q̄ ipsa: a. c. nulli linee alij q̄z. c. b. sub hac definitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee. e. d. sitq; linea. e. f. rōnalis in longitudine ad quā cōiungatur superficies. e. b. equalis quadratis duaz lineaz. a. b. z. b. c. pariter acceptis z. e. k. eq̄lis quadratis lineaz. a. d. z. d. c. pariter acceptis a qua abscindatur. e. g. equalis quadrato linee. a. c. eritq; per. 7. scōi superficies. l. b. equalis duplo superficiei. a. b. i. b. c. z. l. k. per eandē sit equalis duplo superficiei. a. d. in. d. c. q̄ ergo quadrata ambaz partū prime sectionis sunt mediāle z duplū: etiā superficiei mediāle incōmensurabile duobus quadratis piter acceptis: que nescire diligens geometra nō poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e. b. mediālis cū ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis z superficies. l. b. mediālis cū ipsa sit equalis duplo superficiei vnius i alterā: per. 20. igitur ē vtraq; duaz lineaz. f. b. z. g. b. rōnalis in potentia tm̄. z q̄ vna est incōmensurabilis alij: eo q̄ superficies. e. b. est incōmensurabilis superficiei. b. l. sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex. 68. linea. f. g. residuū quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. b. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Silt̄ quoq; probabis eandē. f. g. cūz linea. g. k. componi eadē conditione mediātibz superficieibz. e. k. z. k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearū. a. d. z. d. c. pariter acceptis: z secunda duplo superficiei vnius in alteram: quod est impossibile per. 74. z hic modus demonstrationis potest esse communis. 75. ceterisq; quatuor sequentibus eam. l





Propositio .78.

**N**ulla linea minori coniungibilis est ut sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscissionem coniungebatur.

**I**ntellige quid sit linea minor: quod si oblitus es consule .21. et sine obiectione concludes propositum. Si quemadmodum i.74. processeris poterisque si libuerit quemadmodum i.76. procedere. **Propositio .78.**

**L**inea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest ut sub eorum termino fiant.

**Q**uid sit linea que proponitur ex .72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc .78. dicitur demonstrare a processu .75. in quoque non denias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris procedere

Propositio .79.

**L**inee que iuncta cum mediiali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant que erant ante separationem. **U**nius linee que iuncta cum mediiali componit totum mediale magis a .73. de qua quod hec .79. enunciat siccludere cogaris sicut de residuo mediiali scdo quod p.76. enunciatum est conclusisti.

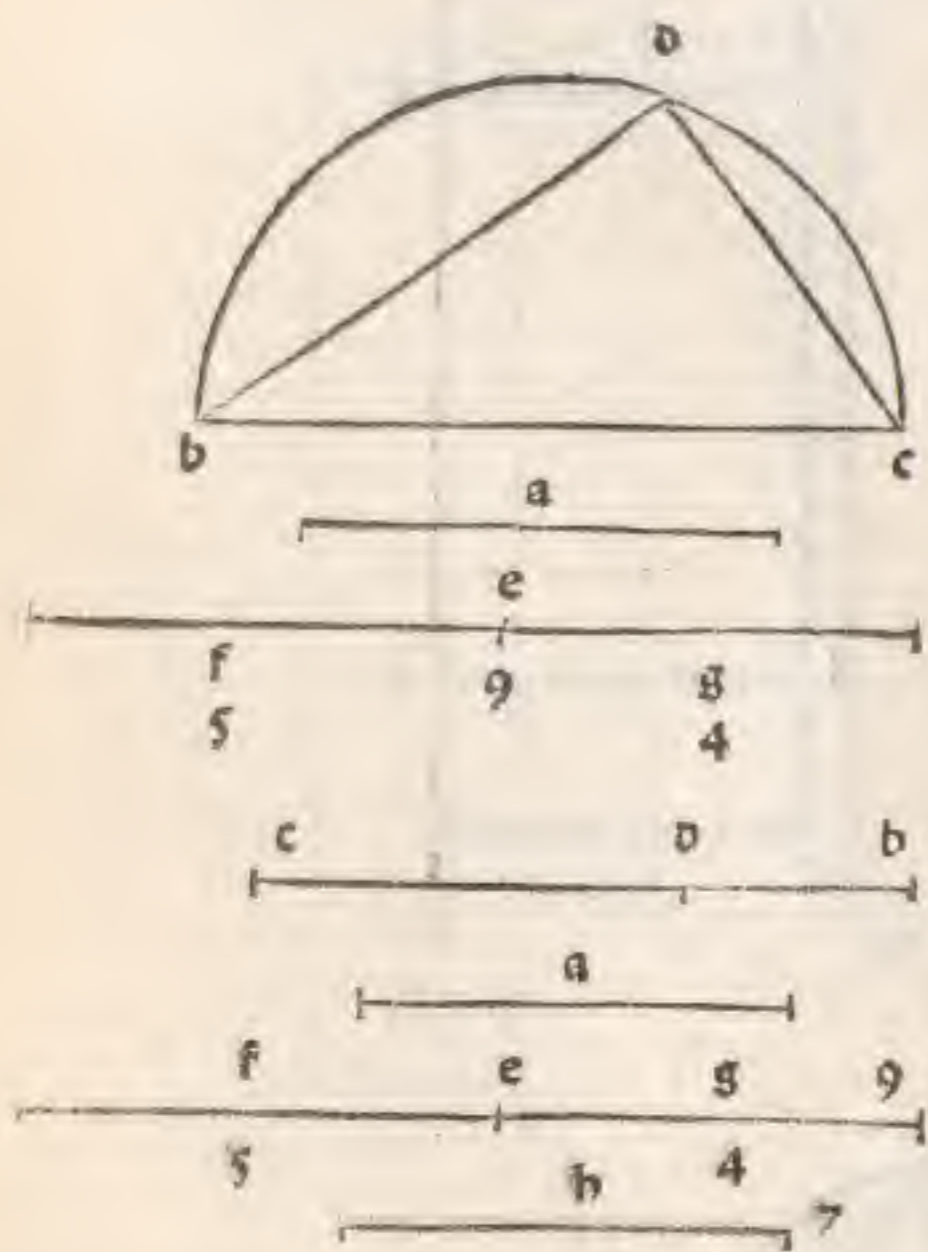
**P**ositis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta que ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti coincantis in longitudine: fueritque idem totum posite rationali linee in longitudine comensurabile quod positum erat dicetur residuum primum. Si vero linea adiecta posite rationali coincet in longitudine dicetur residuum secundum. Quod si fuerit utraque rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eademque tota posite rationali coincet in longitudine nuncupabitur residuum quartum: Si vero linea adiecta posite rationali coincet in longitudine vocabitur residuum quintum. Quod si fuerit utraque posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.

**R**esiduum primum investigare. **A**b inventionione omnium specierum residui facile nos absoluat inventio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomij si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex definitionibus tam binomij quam residuorum: proprijs tamen inventionibus residuorum insistentes sic inquiramus primum. Sit linea .a. rationalis posita cui comensurabilis in longitudine sumatur .b. c. sitque .e. numerus quadratus divisus in .f. non quadratum. et in quadratum .g. sitque proportio quadrati linee .b. c. ad quadratum linee .c. d. sicut .e. ad .f. eritque per ultimam partem .c. d. rationalis in potentia tamen. cum itaque sit .c. b. potentior .c. d. in quadrato linee sibi coincantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomij primi constat ex diffinitione linee .b. d. esse residuum primum.

Propositio .81.

**R**esiduum secundum patefacere. **A**d hunc residuum secundum sit .a. linea rationalis posita: eiusque coincas in longitudine .c. d. et sit quadratum .c. d. ad quadratum .b. c. sicut .f. ad .e. eritque .b. d. residuum secundum ex ratione: si dubitas aut possitas non seruas ypotbeses aut binomij secundi repetitione indiges.





Propositio .82.



Residuum tertium perscrutari.

Residuum tertium sic habetur: posita ut prius. a. rationali numeroq3 e. quadrato diuiso in. f. non quadratum. z. g. quadratum: assumpto q3. b. numero primo ac quadratum linee. a. ad quadratū linee. b. c. sicut. b. ad. e. sit quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. c. d. sicut. e. ad f. eritq3 ex diffinitione: de quo si besitas cōsule binomiū tertiū: linea. d. b. residuū tertium.

Propositio .83.



Residuum quartum inuenire.

Hic sicut in inuentione residui primi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus i. f. z. g. quorum sit vterq3 non quadratus: sitq3 quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. z. scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.



Residuum quintum demonstrare.

Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. cōmunicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: z. erit quadratus numerus. e. diuisus in. f. z. e. quorum neuter quadratus sicut in premissa: z. erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. ex quibus a diffinitione cōcludere licet: habita sufficienti noticia binomij quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.



Residuū sextum demum presto sit reperire.

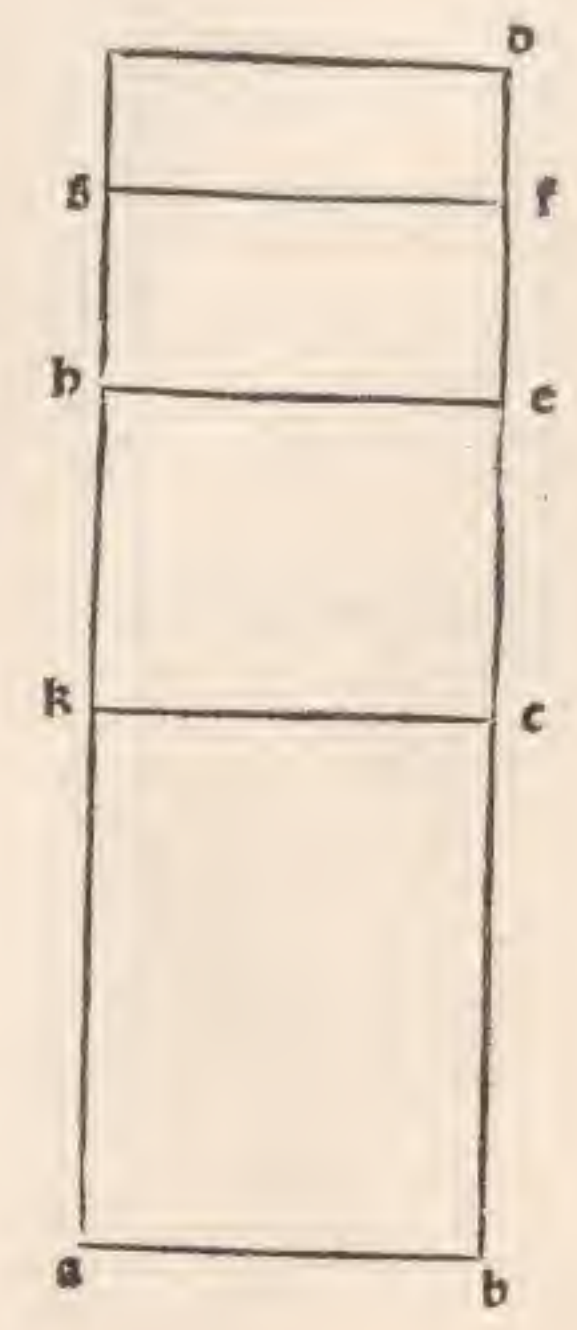
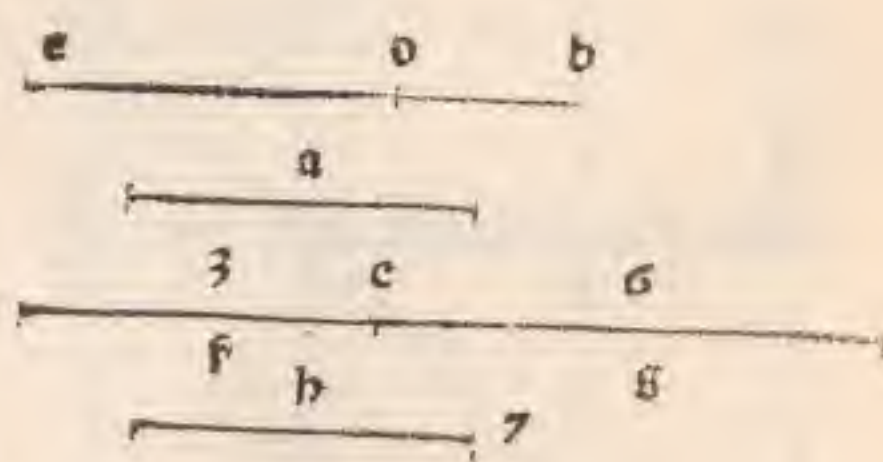
Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea. a. rationalis posita z. c. numerus quadratus diuisus in. f. z. g. non quadratos z. erit. b. numerus primus z. quadratum linee. a. ad quadratū linee. c. b. sicut. b. ad e. At vero quadratū. b. c. ad quadratū. c. d. ut. e. ad. f. eritq3 ex diffinitione linea. d. b. residuum sextum. cui si nō plane animus tuus assenserit exerce ri te conuenit in inuentione binomij sexti.

Propositio .86.

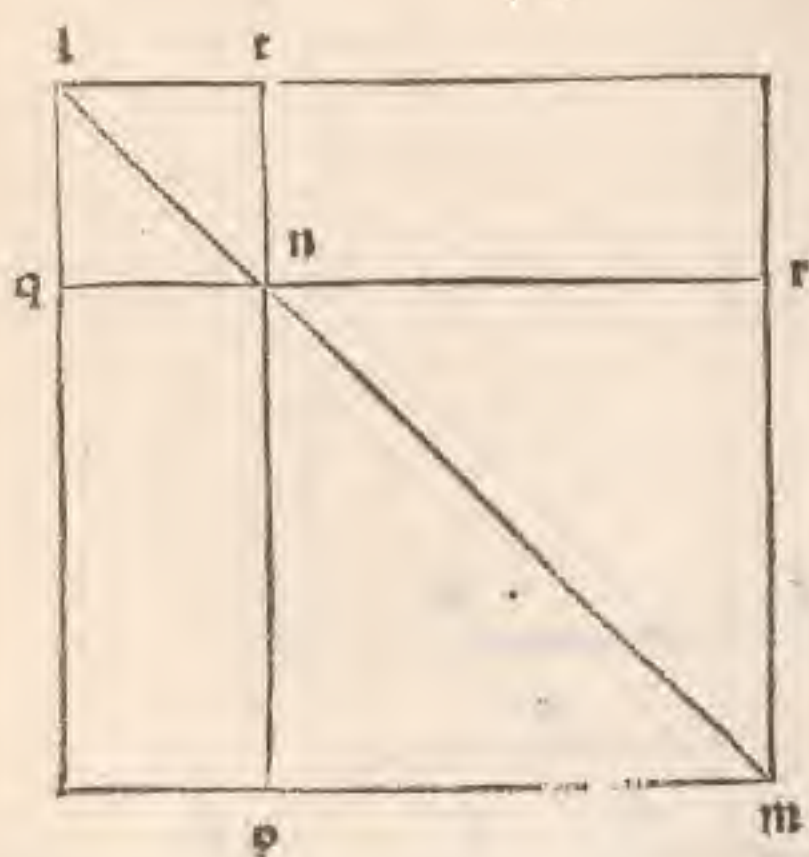


Si fuerit superficies linea rationali atq3 residuo primo cōtenta latus eius tetragoniciū necesse est esse residuum:

Sit superficies. a. c. cōtēta linea rationali. a. b. z. residuo primo. b. c. dico latus tetragoniciū superficie. a. c. eē residuū: adiungat enī ad lineā b. c. linea. c. d. sitq3 illa cuius deiractione. b. c. fuit residuū primum. Eratq3 ex vione. b. d. rationalis ex longitudine z. c. d. in potentia tm̄. b. d. quoq3 erit potētiō. d. c. i. qdrato linee secū cōicantis i. lōgitudine. diuidat igit. d. c. p. cōtia i. e. z. tota. b. d. diuidat ea pditione in. f. q. inter. b. f. z. f. d. sit. e. d. medio loco ppositi onalis: eritq3 ex scōa pte. 13. b. f. cōicans in lōgitudine. f. d. p. 9. igit vtraq3 eaz cōicat cū tota linea. b. d. qre p diffinitionē ambe sunt rōnales in longitudine: ducant itaq3 linee. f. g. e. b. z. c. k. equidistantes. a. b. eritq3 p. 15. vtraq3 duarū superficie. a. f. z. g. d. rōnalis: sit quadratū ergo. l. m. cōle superficie. a. f. eritq3 rōnale z. lat⁹ eius rōnale i. potētia. intra illud qdratū ptracta dianogali linea. l. m. describat qdra / tum. l. n. equale superficie. g. d. eritq3 ipsum rōnale z. ei⁹ latus rōnale in potentia







protrabantur aut due linee.  $m.p.$   $q.n.$  vel equidistanter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.  $p.r.$  esse equale superfici.  $a.c.$  et eius latus quod est.  $n.p.$  est residuum. Cum enim linea.  $d.e.$  sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter.  $b.f.$  et  $f.d.$  erit ex prima sexti superficies.  $d.b.$  medio loco proportionalis inter duas superficies  $a.f.$  et  $g.d.$  ideoque et inter duo quadrata.  $l.m.$  et  $n.l.$  cumque ex prima sexti sit superficies  $l.p.$  medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit.  $l.p.$  equalis.  $d.b.$  et etiam.  $b.c.$  et quadratum.  $l.n.$  est equale.  $g.d.$  erit.  $t.r.$  equale.  $g.e.$  totus itaque gnomon circumscribitur quadrato.  $m.n.$  est equalis.  $c.g.$  et quadratum.  $l.m.$  erat equale.  $a.f.$  relinquatur  $m.n.$  equale.  $a.c.$  quod autem.  $n.p.$  latus quadrati.  $m.n.$  sit residuum sic collige. Est enim vtraque duarum.  $p.r.$  et  $t.n.$  rationalis in potentia eo quod vtriusque quadratum.  $l.m.$  et  $n.l.$  est rationale vnaque earum est incomensurabilis alij per primam sexti et. 10. huius: eo quod quadratum  $l.m.$  est incomensurabile.  $l.r.$  superfici. sicut superficies.  $a.f.$  superfici.  $b.d.$  de quibus manifestum est quod ipse sunt incomensurabiles: est enim per primam sexti vna earum ad alteram sicut linea.  $b.f.$  que est rationalis in longitudine ad lineam.  $d.e.$  que est rationalis in potentia tantum ex. 68. igitur linea.  $p.n.$  que potest in superficiem.  $a.c.$  est residuum: et hoc est quod intendimus.

## Propositio .87.



**S**uperficies aliqua linea rationali residuoque secundo continetur: linea in eandem potens erit residuum mediale primum. In hac quoque argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi et secunda parte. 13. et nona et decimanona et. 15. et. 69.

## Propositio .88.



**S**uperficies aliqua linea rationali residuoque tertio continetur: linea super eam potens residuum mediale secundum. Priori demonstrationi insiste et facile concludes propositum ex diffinitione residui tertij et secunda parte. 13. et. 9. et. 19. et. 70.

## Propositio .89.



**S**uperficies aliqua linea rationali residuoque quarto continetur: linea super eam potens erit linea minor. In hac quoque non aliter procedas quam prius. facile enim erit ibi propositum concludere. si premissam non despicias ex diffinitione residui quarti et secunda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 71. et sic patebit propositum.

## Propositio .90.



**S**uperficies aliqua linea rationali residuoque quinto continetur: latus eius tetragonum erit cum rationali componens mediale: Mitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti et secunda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 15. et. 72. quod propositum est concludere.

## Propositio .91.



**S**uperficies aliqua linea rationali residuoque sexto continetur: latus tetragonum quod super eam potest cum medialibus constituens totum mediale esse comprobatur. Nunc quoque ultimum quod per hanc dicitur premissis modo satage concludere ex diffinitione residui sexti et secunda parte. 14. et. 9. et. 19. et. 73.



in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primam earum et pfe/cte didiceris et memoriter teneris : et quid quoque supponat solerter attenderis. Quid si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit: et patebunt tuo ingenio.

Propositio 92:



**S**ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicet: alterum lat<sup>9</sup> residuum primum esse necesse est.

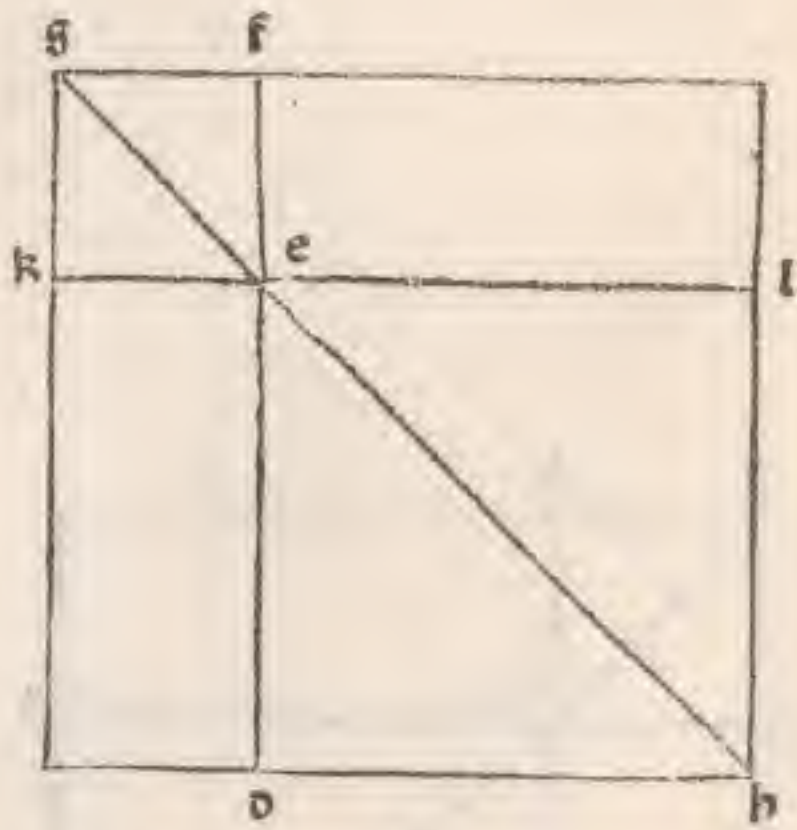
Hec sex sequentes sunt puerse sex pcedentiu p ordinem. hui<sup>9</sup> aut pme bec est intentio qd si sit superficies. a. c. adiuncta ad lineam ronalē. a. b. equalis quadrato residui qd sit. d. e. erit eius latus scdm qd est. b. c. neces/ sario residuum primum. Adijciatur eni linee. d. e. que proponitur esse residuum : linea p cuius abscisionem ipsa fuerit residuum: sitq; ei adiuncta. e. f. eritq; ex. 68. vtraq; duaru lineaz. d. f. et f. e. ronalis in potentia et vna eaz incmensurabilis alij: describatur ergo quadratum linee. f. e. qd sit. e. g. et quadratum. d. e. que posita est esse residuum qd sit. e. b. et adijciant supplementa. d. k. et f. l. eritq; quadratum. g. b. tanq; quadratum linee. d. f. et quadratum. e. b. erit sicut superficies. a. c. erit etia vtrūq; quadratoz. g. b. et g. e. ronale. Sit igitur superficies. a. m. adiuncta ad lineam. a. b. equalis qdrato g. b. eritq; ob hoc ronalis: quare per. 16. linea. m. n. est ronalis in longitudine: superficies vero. p. n. sit equalis quadrato. e. g. que etia ppter hoc erit ronalis et p. 16. linea. m. n. ronalis in longitudine. itaq; tota linea. b. n. est ronalis p. 9. diuidat aut c. n. per equalia. m. q. et ducat. q. r. equidistans. a. b. eritq; ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero e qd cu tota superficies. a. n. sit equalis duobus quadratis g. b. et e. g. pariter acceptis que sunt quadrata duaz linearum. d. f. et f. e. et superficies a. c. sit equalis quadrato linee. d. e. qd est. e. b. erit per. 7. scdm superficies residua ex a. n. que est. c. f. equalis duplo superficiē ex. d. f. in. f. e. quare et horum dimidia que sunt. r. n. et d. g. necesse est esse equalia. cumq; igitur ex prima sexti sit superficies. d. g. medio loco pportionalis inter duo quadrata. g. b. et g. e. eritq; superficies. r. n. medio loco pportionalis inter duas superficies. a. m. et p. n. ideoq; per primam sexti erit et linea. q. n. medio loco pportionalis inter duas lineas. b. m. et m. n. cumq; sit q. n. dimidiu linee. n. c. et linea. b. n. diuisa p punctum. m. in duo cōicantia iter que cadit. q. n. medio loco pportionalis: sequit ex prima pte. 13. qd linea. b. n. sit potentior linea. n. c. in quadrato linee secū cōicantis i longitudine: qd ergo superficies. d. g. est medialis ex. 19. ex ypothesi aut superficies. c. r. sibi equalis medialis et linea. c. q. ronalis in potentia tm per. 20. ideoq; etia duplu ei<sup>9</sup> qd e linea. n. c. e. ronalis tantu i potentia: qd ergo. b. n. e ronalis in longitudine cōicans linee. a. b. posite ronalis et potentior. n. c. i quadrato linee sibi cōmunicatis i longitudine: sequitur ex diffinitione lineam. b. c. eē residuum primum: qd e ppositu.

Propositio 93:



**C**um adiancta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

Hic erit linea. d. e. residuum mediale primum et linea. e. f. erit linea illa per cuius abscisionem. d. e. fuerat residuum mediale primum: dico qd b. c. erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationem promissam quousq; eam solido amplectaris habitu institeris et quales lineas oporteat esse. d. f. et f. e. vigilanter attenderis: de quo si dubitas. 69. requirenda erit.





Propositio 94



Si superficies equalis quadrato residui medialis scdm appli-  
cata fuerit ad lineam ronalē: alterum latus eius residuum  
tertium esse conueniet.

Ubi etiā erit. d. e. residuū mediale scdm z sequetur ut sit. c. b. residu-  
um tertiu: qd ut facile pcludas prime demonstratiōni insistas z qles li-  
neas pueniat esse. d. f. z. f. e. ex. 70. collige.

Propositio 95



Am adiuncta fuerit linee ronalī superficies equalis qua-  
drato linee minoris latus eius scdm erit residuū quartum:

Si fuerit. d. e. linea minor asserit bec. 95. q. b. c. erit residuū quar-  
tū: est aut sumendū ex. 71. quales lineas esse necesse sit. d. f. z. f. e. cum  
d. e. fuerit linea minor: z est astruendum ppositū pmissio modo: exce-

pto q in hac z duabus sequentibus necesse est lineā. b. n. diuidi ad punctū. m. in  
duo incōmensurabilia que in tribus premissis diuidebat necesseario i duo cōmensu-  
rabilia: nam in tribus pmissis fuerant due linee. d. f. z. f. e. cōicantes i potentia tm  
z ideo earum quadrata cōicantes: propter qd z superficies. a. m. z. p. n. quadratis ea-  
rum equales cōicantes. Quapropter etiā z due linee. b. m. z. m. n. ideoqz fuit i tri-  
bus premissis linea. b. n. potentior linea. n. e. in quadrato linee secum cōmunican-  
tis in longitudine ex prima pte. 13. In hac aut z duabus sequentibus sunt due linee  
d. f. z. f. e. incōmensurabiles in potentia ut apparet ex. 71. z. 72. z. 73. z ideo earum  
quadrata ppter qd z superficies. a. m. z. p. n. incōmensurabiles ppter qd z due li-  
nee. b. m. z. m. n. incōmensurabiles. ideoqz per primā pte. 14. tam in hac qz in dua-  
bus sequentibus necesse est lineā. b. n. esse potentiorē lineā. n. e. in quadrato lin ee  
sibi incōmensurabilis i longitudine: cetera perquire ut prius.

Propositio 96



Ad lineam rationally quadrato linee cum rationali cō-  
stituentis mediale equale superficies adiungatur: lat<sup>9</sup> eius  
secundum erit residuum quintum.

Pone similiter hic lineā. d. c. esse illā que iuncta cū ronalī pponat  
totū mediale z attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. z. f. e.  
z concludes sine offendiculo si prius habite demonstratiōni oportune institeris li-  
neam. b. c. esse residuum quintū.

Propositio 97



Ad lineā rationally superficies equalis quadrato linee  
cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius  
alterum erit residuū sextum.

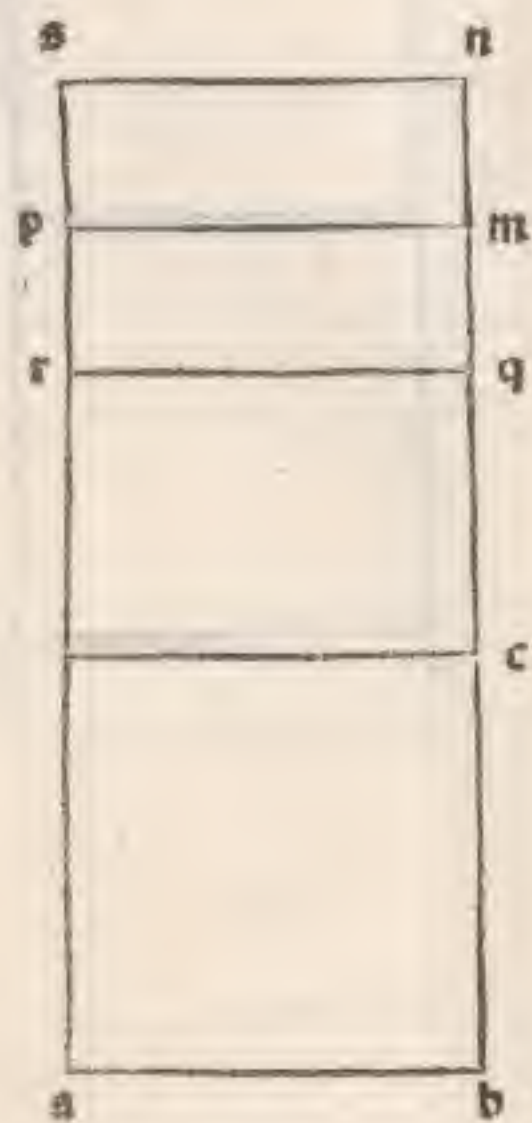
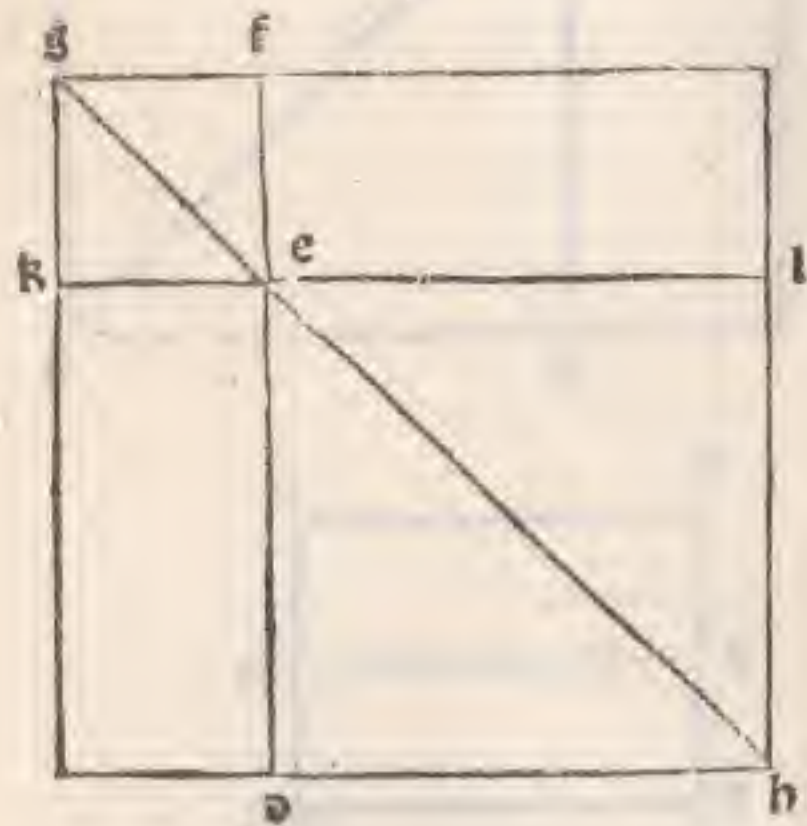
Nunc ultimo conuenit lineā. d. c. esse illam que iuncta cum media-  
li cōponit totum mediale cui adiuncta linea. e. f. que videlicet sit illa  
per cuius abscisionem linea. d. e. fuerat que proponitur si quales lineas. d. f. z. f. e.  
esse oporteat ex. 73. didiceris priorē argumētationē firma mente tenueris sine obi-  
ce quoqz lineā. b. c. esse residuū sextū cōcludere poteris. si aut fortassis in aliquo re-  
bilitate ptigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. b. ad sibi equalē superficie. a. n

Propositio 98



Ad nis linea residuo pmesurabilī ipsa quoqz i termino z or-  
dine ē idē residuū

Qd .60. z. quatuor. eā sequētes de binomio eiusqz comitib<sup>9</sup> qnqz  
pposuerūt bec. 98. z. quatuor. eam sequentes de residuo suisqz qnqz









c. e. f. g. cōicantes quēadmodū & quadrata linearum. a. & b. eis equalia. ideoq; p primam sexti & 10. huius. d. e. & e. g. sunt cōicantes in longitudine: & quia si. a. est residuum mediale primū: est. linea. d. e. est residuum scōm per. 93. & si. a. est residuum mediale scōm: linea. d. e. est residuum tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum scōm linea. e. g. est etiam residuum scōm & cū illa ē tertium: sicut & hic est tertium per. 98. sequitur itaq; ex. 87. & 88. vt. b. sit residuum mediale primū aut secundū prout fuerit. a. et sic patet quod intendimus.

## Propositio .100.

**S**i linea aliqua linea minori cōmunicet. ipsa quoq; erit linea minor.

**F**acile est hanc probare duplici modo sicut pmissam: siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aut appposito quātū ad primū modū q; cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda pte. 18. sexti quadratū. f. ad quadratū. d. sicut quadratū. e. ad quadratū c. & coniunctim quadrata duarū linearum. f. & d. ad quadratū. d. sicut quadrata duarum linearum. e. & c. ad quadratum. c. & permutatim quadrata duarū linearum. f. & d. ad quadrata duarū linearum. e. & c. sicut quadratū. d. ad quadratum. c. cōicat autē quadratū. d. ad quadratū. c. ergo duo quadrata duarū linearū. f. & d. pariter accepta cōicant cū duobus duarū linearū. e. & c. piter acceptis: & quia ex. 17. quadrata duarum linearū. e. & c. pariter accepta sunt rōnale: erit aut per diffinitionē & duo duarū linearū. f. & d. pariter accepta rationale. Cūq; sit superficies. k. medialis erit etiā. l. sibi communicans medialis: igitur ex. 71. b. est linea minor. Quātū autem ad scōm modū erit per. 95. linea. d. e. residuum quartum: ideoq; per. 98. & linea. e. g. erit etiam residuum quartum. ideoq; etiā per. 89. linea. b. est linea minor.

## Propositio .101.

**O**mnis linea cōmunicans linee cum rōnali componēti mediale est cum rationali componens mediale:

**H**anc quoq; duplici predicto modo nō est difficile probare: siue de communicantia in longitudine siue de cōicantia in potentia tantum intelligatur: sed quantum ad primū modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. & d. pariter accepta mediale per. 21. quēadmodū sunt duo quadrata duarū linearū. e. & c. piter accepta ex. 72. quibus ipsa cōmunicant & superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem quēadmodū est superficies. k. ex. 72. cum ipsa cōmunicat: igitur ex. 72. b. est cum rationali componens mediale: quātū ad scōm modū: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq; & e. g. ex. 98. quare. b. est cū rōnali componens mediale. per. 90.

## Propositio .102.

**O**mnis linea cōmēsurabilis linee cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

**H**ic quoq; pone lineā aliquā cōicare cum ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tñ put volueris: & duplici modo pmissio sine difficultate pcludes eā quoq; cū mediali pponere mediale. erit etiā quātū ad primū modū superficies. l. medialis quēadmodū & k. & duo quoq; quadrata duarū linearū. f. & d. piter accepta mediale sicut & duo quadrata duarū. e. & c. & q; duo quoq; duarū linearū. e. & c. ad. k. sicut duo duarū. f. & d. ad. l. cū duo prima non cōmunicēt cū duplo. k. ex. 73. necq; duo secūda



ed'cabunt cū duplo .i. ex. 10. igitur ex. 73. b .est cū mediali cōponēs mediale. quan-  
tum autē ad scōm modū erit. d. e. residuū sextū ex. 97. ideoq3 z. e. g. ex. 98. quare. b  
est cū mediali cōponens mediale ex. 91. **Propositio .103.**

**S** de superficie rationali superficies medialis abscindatur  
linea i reliquā superficiem potens erit alterutra duarum  
irrationalium aut residuum aut linea minor.

**S**it eni tota superficies constans ex. a. z. b. rōnalis a qua detraha-  
tur. b. que sit medialis: dico qd linea potens in. a. residuū aut ē residu-  
um aut linea minor. Esto nanq3 linea. c. d. rationalis superficiesq3. c. e. sibi adiu-  
cta sit tāq3. a. z. f. g. tāq3. b. z. tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq3. c. g. rōnalis. ideoq3 p  
16. linea. d. g. rōnalis in longitudine z. f. g. erit medialis. ideoq3 per. 20. e. g. rōna-  
lis in potentia tm̄: est igit ex diffinitōe line a. d. e. residuū primū aut quartū: ergo  
per. 86. z. 89. linea potens in superficie. c. e. z iō in superficie. a. sibi equalem est resi-  
duū aut linea minor: qd ē ppositum. **Propositio .104.**

**S** de superficie mediali superficies rōnalis detrahatur li-  
nea in reliquā superficiem potens erit alterutr a duarum  
irrationalium linearum aut residuum mediale p̄imū: aut  
cum rationali componens mediale.

**H**ec quoq3 sicut p̄missa p̄bat. Erit eni tota. a. b. m edialis. b. aut  
rōnalis: z tunc dico qd in. a. residuum p̄t: aut est residuū mediale p̄imū aut cum  
rōnali cōponens mediale. Eū eni. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 20. linea. d. g. rōna-  
lis in potentia tm̄: z cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rōnalis in longitu-  
dine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuū scōm aut quintū quare per. 87. z. 90.  
latus terragonicū superfici. c. e. z ideo superfici. a. est residuū mediale p̄imum  
aut cum rationali componens mediale: quod est p̄positum nostrum.

**Propositio .105.**

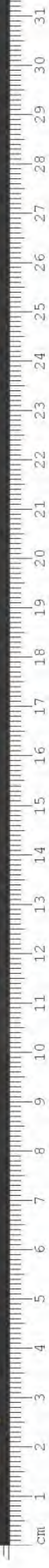
**S** superficies medialis superficiei mediali detrahatur fue-  
ritq3 reliqua toti incōmensurabilis que in ipsam reliquā  
potest: alterutra erit duarū irrōnaliūz videlicet aut residu-  
um mediale scōm aut cum mediali componens mediale

**S**i a duarū p̄missarū demonstratiōe non devias concludes sine  
difficultate p̄positū. Sint eni tota. a. b. z. b. mediales z sit. a. reliqua incōmensu-  
rabilis toti: aliter eni esset. a. medialis ex. 21. z eius lat<sup>9</sup> terragonicū mediale ex. 19  
tunc dico qd linea potens in. a. est residuū mediale scōm aut cū mediali cōponens  
mediale. nam cū sit. c. g. equalis. a. b. erit p. 20. linea. d. g. rōnalis in potentia tātū  
per eandē quoq3 cum sit. f. g. equalis. b. erit etiā. e. g. rōnalis in potentia tm̄ z cum  
sit. a. incōmensurabilis toti. a. b. erit. f. g. incōmensurabilis. c. g. ideoq3 per p̄imā  
sexti z. 10. huius erit etiā. e. g. incōmensurabilis. d. g. igit a diffinitione linea .d. e.  
erit residuū tertiuū aut sextū: q̄re p. 88. z. 91. latus terragonicū superfici. c. e. z iō su-  
p̄fici. a. ē residuū mediale scōm aut cū mediali componēs mediale.

**Propositio .106.**

**L**inearū irrōnaliū que sunt residuū z post ipsam subsecute  
vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est resi-  
duo quoq3 binomij terminū vel ordinē cōvenire non est  
possibile. **U**lt aut p̄ hanc. 106. qd residuū z alie quinq3 linee

m







irrōnales eam sequentes differunt specie et dione abinvice et nulla linea vna potest esse sub duabus neq3 sub pluribus speciebus hanc sex lineaz irrōnaliū que sunt residuum et eius quinq3 comites: et qd oēs spēs residui differunt ab oibus speciebus binomij nec ē possibile lineā vnā simul esse residuū et binomiū cuiuscūq3 speciei residui vel binomij: Pars prima sic ostendit: qm superficies equalis quadratis residui et suaz quinq3 comitū cū adiungant ad lineā rōalē habet scda latera necessario diuersa ab inuicem ex. 92. et quinq3 eā sequentibus. sunt autē scda latera residuū primū et secundū et deinceps vsq3 ad sextū. Scda ps ostendit hoc modo: si eadē linea pōt esse simul residuū et binomiū. sit. a. cui⁹ quadrato adiungat ad rōalē lineā. b. c. sitq3. b. d. erit q3 ex. 54. linea c. d. binomiū primū et ex. 92. residuū primū. inquantū ergo binomiū primū diuidat in suas binomiales portiones ad punctū. e. sitq3 maior portio c. e. q̄ erat rōalis i lōgitudine p̄ diffinitionē: iquātū autē ē residuū primū adiungat ei d. g. p̄ c̄ abscisione fuerat residuū primū: eritq3 etiā ex dione. c. g. rōalis i lōgitudine. Et itaq3 sit vtraq3 duaz lineaz. c. g. et c. e. rōalis i lōgitudine erit et p. 9. linea. e. g. rōnal i lōgitudine: at qd linea. d. e. ē rōnalis i potētia tm̄ cū ipsa sit p̄ p̄p̄tbe. minor portio binomij p̄mi: erit per. 68. linea. d. g. residuū et qd ipsa erat rōalis i potētia tm̄ cū per eius abscisione cēt linea. c. d. residuū sequit impossibile p. 68. Qd ut clarius pateat: esto superficies. b. d. adiuncta ad lineā rōalē. b. c. equalis q̄drato linee. d. g. cū itaq3 linea. d. g. sit rationalis in potētia erit per. 16. linea. c. d. rōnalis in longitudine. at cū etiā linea. d. g. sit residuū erit ex. 92. linea. c. d. residuū p̄mū quod esse nō potest cum linea que dicitur residuum sit irrōnalis per. 68.

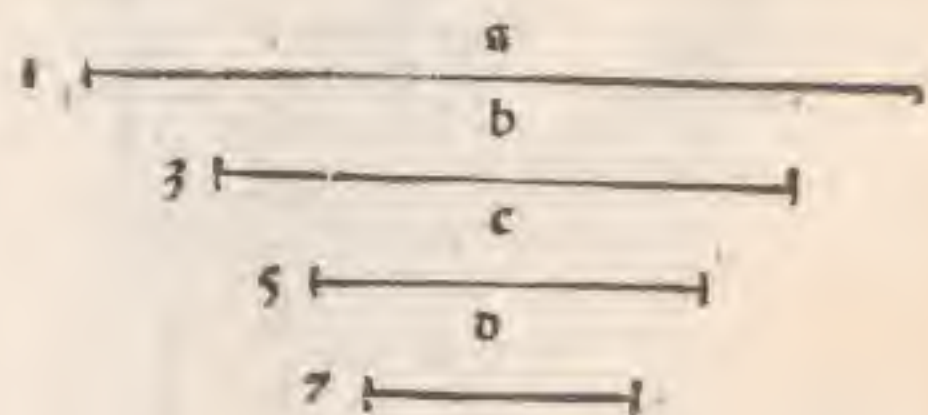
**Propositio .107.**

**L**inea que residuū dicit vllave irrōnaliū que post eam sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino et ordine vllius ceteraz lineaz irrōnaliū que binomiū subsequuntur: cum autē possibile sit lineaz irrōnaliū seriē in infinitum produci non est possibile vllā earum cum ea que precesserit in termino et ordine conuenire.

**M**ult per hanc ultimā libri. 10. qd. 13. irrōnales linee de quib⁹ in hoc decimo demonstratū ē et ipse sunt linea medialis binomiū et ei⁹ quinq3 comites residuū et ei⁹ quinq3 comites sint abinvice singule a singulis specie differentes: et qd nulla linea vna pōt esse simul sub duabus aut pluribus speciebus eaz: et qd spēs lineaz irrōnaliū p̄nt i infinitū p̄duci q̄ nulla cū alia puenit i dione et ordine. Qd autē hec. 13. linee videlz medialis binomiū et ei⁹. 5. comites residuū et ei⁹. 5. comites sint irrōales demonstratū esse superius memento: de mediali quidē ex. 19. de binomio autē et eius quinq3 comitib⁹ ex. 30. et quinq3 eā sequētib⁹: at vero de residuo suisq3 quinq3 comitibus ex. 68. et quinq3 eā sequētib⁹. Nullā autē hanc. 13. lineaz irrōnaliū posse puenire in specie cū aliqua aliaz lineaz sic collige. Esto enī vt ad vnā eadēq3 lineā rōalē in longitudine adiungant superficies equales quadratis predictaz. 13. lineaz irrōnaliūz fm̄ qd ordine se inuicē sequunt: eritq3 ex. 20. secundū latus prime istarum. 13. superficierum et quinq3 eam sequentiū rationale in potētia tm̄. scda autē latera scde istaz. 13. superficierum et quinq3 eam sequentiū erūt omnes spēs binomiorum p̄ ordinē videlicet binomiū primū scdm̄ et deinceps vsq3 ad sextū ex. 54. et quinq3 eā sequētib⁹ demonstratū esse memineris. scda vero latera octauę superficiē et quinq3 eā sequentiū sunt spēs residuorum in ordine videlicet residuū primū et residuū



secundū et deinceps vsq; ad sextū qđ ex. 92. et quinq; eā sequētibus didicisti. Cum  
 igit̄ ip̄a linea rōnalis i potētia tm̄ nō cōueniat cū aliq̄ specie binomioꝝ aut cū ali  
 qua residuoꝝ quoniā omne binomiū p. 30. et oē residuū p. 68. ē linea irrōnalis et i lō  
 gitudine et i potētia. Et cū nulla spēs residuoꝝ cōueniat cū aliqua spē binomiorū  
 ex secūda pte penul. b<sup>o</sup> decimi: sequit̄ ut oīa scōa latera hāz. 13. superficies sunt ab  
 inuicem diuersa: ideoq; p primā sexti et ipse. 13. superficies sunt diuerse cū eaz om  
 nium altitudo sit vna quare etiā bec. 13. linee irrōnales pposite sunt singule a sin  
 gulis diuerse. ¶ Possunt aut̄ hāz. 13. lineaz irrōnaliū species in infinitū p̄duci. in  
 finite enī sūt spēs lineaz medialium. infinite quoq; binomioꝝ et sic de singulis Qđ  
 hoc modo pstat: esto linea. a. medialis. sumaturq; vnitas et quotlibet numeri p̄mi  
 vt. 3. 5. et. 7. et sunt totidem linee. b. c. d. quot sunt sūpti numeri primi. sintq; q̄drata  
 istaz lineaz. b. c. d. ad quadratū. a. sicut bi numeri primi ad vnitatē: cruntq; linee  
 b. c. d. mediales ex. 21. qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea. a. mediali. oēs autē erūt  
 diuerse in longitudine ab. a. et a seinnicē p vltimā pte. 7. qm̄ nullius istorum nume  
 roꝝ ad vnitatē nec alicuius eoz ad alteꝝ per. 16. et. 8. et correlariū scōe octauī et pte  
 sentis yporthesis ē pportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo  
 a. et omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaz medialium. b. vero et  
 oēs sibi cōicantes in longitudine sub scōa. c. aut̄ et oēs eidē cōicantes vel cōmensu  
 rabiles sub tertia. d. quoq; et oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: et q; nu  
 meri primi sunt infiniti vt ex. 21. noni didicisti: necesse ē spēs lineaz medialium ēe in  
 finitas. Qđ autē ē dictū de linea mediali itellige de binomio suisq; 5. comitib<sup>o</sup>: et re  
 siduo suisq; 5. comitib<sup>o</sup>: nā sicut oīs linea cōicans mediali ē medialis siue cōicet  
 ei in longitudine siue in potētia ut probatū est in. 21. ita etiam omnis linea com  
 municans binomio aut alicui suaz quinq; comitū vel etiā residuo aut alicui suaz  
 quinq; comitū in longitudine vel in potētia est secū sub eadē specie vt probatum  
 est in. 60. et quatuor eam sequentibus et. 98. et quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄  
 species hāz. 13. lineaz irrōnaliū infinite quaz nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordi  
 ne vel dione. Conuenit quoq; dñe aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas  
 nam omne latus tetragoniciū superficiē dicte a numero nō quadrato est irrōnale  
 p vltimā pte. 7. et p diffinitionē. cum itaq; tales numeri sunt infiniti: erunt etiā spe  
 cies hāz lineaz irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit scōam ptem huius vlti  
 me condusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali i po  
 tentia tantū infinitas lineaz irrōnaliū spēs produci quaz nullā cum aliqua earuz  
 que ip̄a p̄cesserint: possibile est in diffinitione et ordine conuenire. Verbi gratia  
 Sumatur aliqua sup̄ficies rōnalis dicte a numero nō quadrato ut quīq; crīq; la  
 tus eius tetragoniciū irrōnale in longitudine: qm̄ ip̄sū ē incōmensurable lateris te  
 tragonico superficiē rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte. 7. dico ergo  
 q; hui<sup>o</sup> lateris latus. itemq; scōi lateris latus et rursus huius tertij lateris latus et  
 sic in infinitū: sunt linee irrōnales tam in longitudine q̄ in potētia: et q; nulla  
 earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā p̄cesserit in ordine. estq;  
 latus tetragonicum p̄missē superficiē quecumq; dicte fuerit a numero non qua  
 drato earum omnium sicut radix et principium et quelibet ipsaz est principū oim  
 ipsam sequentiuz: et quecumq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiē  
 proficiscuntur diuerse sunt in longitudine et potētia ab omnibus que a quoquam  
 alio tetragonico latere talis superficiē generantur et hoc dico cum ipsaz sup̄ficies

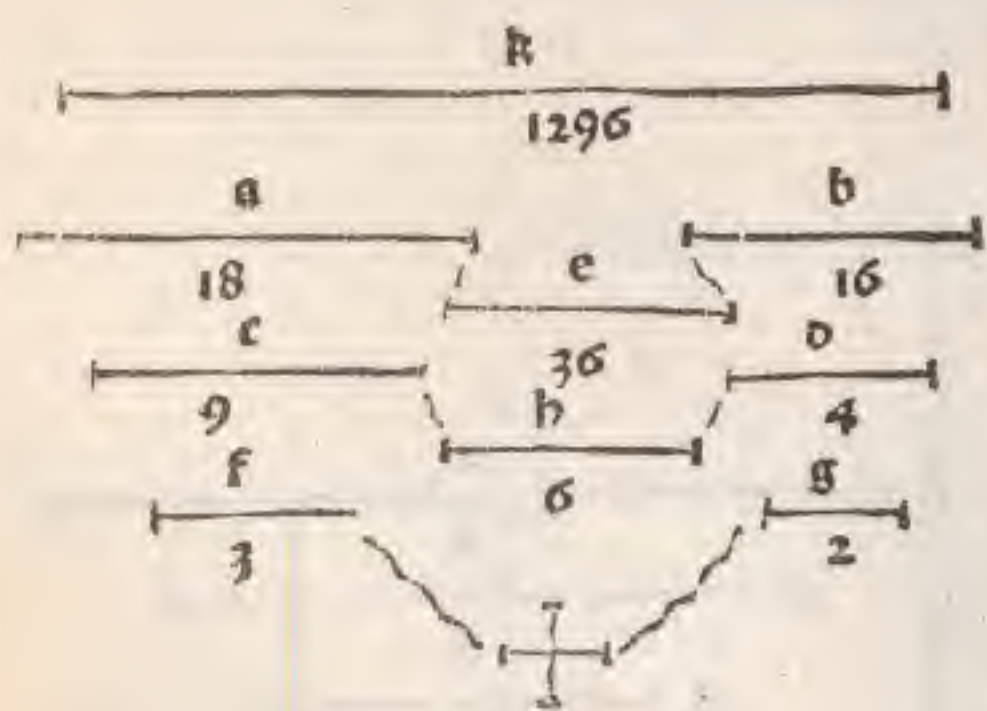




non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitque istud.

**Q**uibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonum laus ipsius producti produces.

**U**erbi gratia sit ut ex. a. in. b. sit. k. ad. c. z. d. sint latera tetragonica. a. z. b. fiat autem. e. ex. c. in. d. sintque itez. f. z. g. latera tetragonica. c. z. d. z. fiat. b. ex. f. in. g. dico quod b. est latus tetragonici. e. z. quod e. rursus est latus tetragonici. k. cum enim ex. f. in se z. in. g. fiant. c. z. b. erit. c. ad. b. sicut. f. ad. g. sed z. sit. b. ad. d. sicut. f. ad. g. eo quod ex. g. in. f. z. in se fiant. b. z. d. sint igitur. c. b. d. continue proportionales itaque ex. b. in se quantum ex. c. in. d. quare. b. est latus tetragonici. e. eadem quoque ratione cum ex. c. in se sit. a. in. d. sit. e. z. ex. d. in se sit. b. erunt etiam. a. c. b. continue proportionales in proportione. c. ad. d. cum igitur ex. a. in. b. sit. k. sequitur etiam ut ex. e. in se sit. k. quare. e. est latus tetragonici. k. constat itaque quod dicitur. restat itaque demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies. a. rationalis dicta a numero non quadrato. ut. 5. sitque linea. a. ei tetragonici latus z. sumantur quotlibet linee rationales in longitudine que sint. b. c. d. e. Sint quoque dicte a numeris quorum quisque precedens sit tetragonici latus proximo sequentis: ut si. b. sit z. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad has autem lineas rationales in longitudine adiungatur superficies equalis. a. eruntque scilicet latera singulorum rationalia in longitudine per. 16 ut scilicet latus. b. 2. z. dimidium: secundum. c. unum z. quarta: secundum vero. d. una quarta z. una. 16. at vero superficiem. e. secundum latus erit una. 64. z. una. 256. sit ergo. f. tetragonici latus. b. g. vero sit tetragonici latus scilicet lateris superficiem. b. eruntque per premissam autem ut ex. f. in. g. sit. a. rursus sit. b. tetragonici latus secundi lateris c. k. quoque sit tetragonici latus. b. eruntque per predictum autem ut ex. b. in. b. sit. a. z. ex. f. in. k. sit tetragonici latus. a. quod sit. l. sit itez. m. tetragonici latus secundi lateris superficiem. d. sed cum. n. sit tetragonici latus. m. z. p. tetragonici. n. eruntque per predictum antecedens ut ex. c. in. m. fiat. a. z. ex. b. in. n. l. z. ex. f. in. p. tetragonici latus l. quod sit. q. Amplius autem sit. r. tetragonici latus lateris secundi superficiem. e. sit quoque. s. tetragonici. r. z. f. z. t. f. sit et. u. tetragonici. t. sequitur que per dictum antecedens ut ex. d. in. r. fiat. a. z. ex. c. in. f. l. z. ex. b. in. t. sit. q. z. etiam ex. f. in. u. tetragonici latus. q. quod sit. x. z. sic in infinitum: dico ergo has lineas. a. l. q. x. quare. a. est tanquam radicale principium esse irrationales. a. quidem in longitudine tantum: cetera vero in longitudine z. in potentia z. dico quod nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. Luz enim ex. f. in. g. z. k. fiant. a. z. l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. z. quod ut patet ex dictis hypothesebus. g. z. k. sunt incommensurabiles in longitudine z. in potentia. sequitur etiam ut. a. z. l. sint incommensurabiles in longitudine z. in potentia: eadem ratione. a. z. q. est enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. z. propter eandem causam etiam. a. z. x. cum sint sicut. g. z. u. z. hac via quoque necesse est ut. l. z. q. sint simpliciter incommensurabiles tam in longitudine quam in potentia. cum enim ex. f. in. k. z. p. fiant. l. z. q. erit. l. ad. q. ut. k. ad. p. at. k. ad. p. nec commensurabiles sint in longitudine nec in potentia. Si enim sint erunt. b. z. n. commensurabiles. sed non sunt: at vero. l. z. x. oportet esse utroque modo incommensurabiles: est enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo quod ex. f. in. k. z. u. sunt. l. z. x. sunt autem. k. z. u. utroque modo incommensurabiles. Sin autem acciderit. d. z. b. esse commensurabiles quod est inconueniens: q. vero z. x. quod sint quoque incommensurabiles potentia z. longitudine ex eo patet quod e. q. ad. x. sicut. p. ad. u.



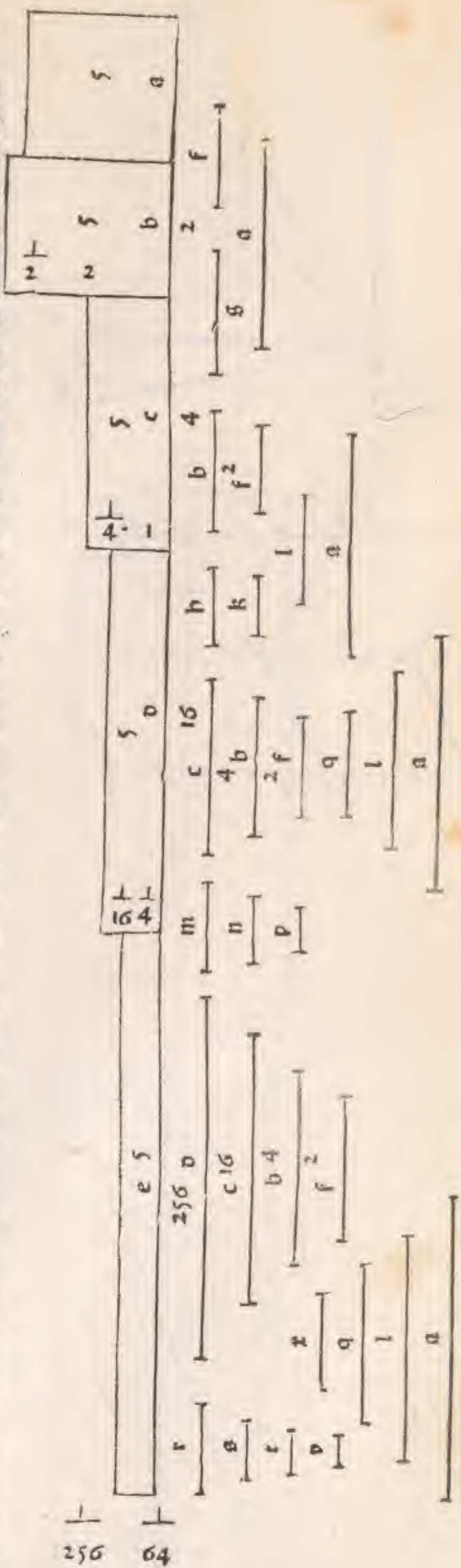


constat autē q. p. z. u. sunt incōmensurabiles. nam si nō erunt. n. z. c. cōmensura-  
 biles. ideoq. m. z. s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq. infinitas lineas irra-  
 tionales in longitudine z in potentia incōmensurabiles z ideo diffinitōe z spe-  
 cie differētes produci ex linea. a. rōnali in potentia tantū. Restat autē nunc ostende-  
 re q. quēcūq. irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via ge-  
 nerantur: diverse sunt ab omnibus tam in longitudine q. in potentia que a quali-  
 libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratū prioris nō sit  
 sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt: hoc quo-  
 q. sic constat. Sint. a. z. b. rōnales in potentia tm̄ sine tetragonica latera duarū  
 superficierum dictarum a numeris non quadratis. sitq. ut illi numeri nō sint i p/  
 portione aliquorum numerorum quadratorū: linee quoq. que procedunt hac via  
 ab. a. sint. c. d. e. z. a. b. procedant. f. g. b. dico q. nulla ex lineis. c. d. e. communicat  
 in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis. f. g. b. cum enim sint. c. z. f. tetra-  
 gonica latera. a. z. b. ar. d. z. g. tetragonica latera. c. z. f. z. e. z. b. tetragonica. d. z.  
 g. nō est possibile vt aliqua ex. c. d. e. cōicet cum sua cōpari ex. f. g. b. vi longitudi-  
 ne vel potētia. Si enim alterutro modo cōmunicet. e. cum. b. sequitur ut. d. cōmu-  
 nicet cum. g. z. c. cum. f. quare z. a. cum. b. ctiam in longitudine quod est cōtraypo-  
 thesim. Univerſaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq. modo in-  
 cōmensurabilem cuilibet istarū. Dato namq. q. d. communicet cum. b. etiam i  
 potentia tantum. sequitur ut. c. quoq. cōicet cum. g. z. a. cum. f. quod nō ē possibi-  
 le. Attendere autem oportet q. cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q. latus  
 superficierum denominatē a latere prioris. vnde tetragonicum latus linee. a. voco li-  
 nearum illam que potest in superficiem dictam a linea. a. talis autem superficies est  
 quā continet linea. a. z. linea rōnalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inve-  
 nire tetragonicum latus cuiuslibet linee. sit linea. a. cuius tetragonicu lat<sup>o</sup> volo in-  
 venire. b. vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab unitate z ipsa est minima  
 omnium linearum rōnālium numeratarum ab integris medio loco proportiona-  
 lis inter eas. sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonicum latus. a. idem enim sit ex. a.  
 in. b. z. ex. c. in. c. At vero ex. a. in. b. sit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quo  
 libet in vnum ducto producit ab eo qd vnum multiplicat denominatur. Et no-  
 ta q. cum. c. fuerit latus tetragonicum linee. a. indifferenter contingit lineam. c.  
 esse maiorem linea. a. z. minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor. Expli-  
 cit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



**D**orsus est qd longitudinem z latitudinem z  
 altitudinē habet cui<sup>o</sup> termini sunt superficies  
 Linea erecta supra superficiē ē que cū singulis  
 sibi pterminalibus lineis in ea superficie expā-  
 sis angulos rectos facit. linea autē hec supra  
 eā superficiē perpendicularis esse z ad eādē  
 orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligat eni linea. a. b. exurgere supra planū: ita  
 q. pūctus. a. imaginei i aere z. b. in plano z a pūcto  
 b. ducant plures linee in eodem plano ut. b. c. b. d. z  
 quotlibz alie. Si igit ita fuerit q. linea. a. b. cū linea  
 b. c. z cū linea. b. d. z cū qualibet alia linea ptracta a puncto. b. i plano illo angulū





rectū cōtineat ipsa dicitur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua p̄tracte sūt  
beelinee videlicet .b.c. z .b.d. z alie cū quibus ipsa ponit continere angulū rectū.

**S**uperficies autē erecta sup̄ superficiē est quoties puncto vno eodem  
linee que est cōmunis terminus illarū superficiē due perpendicularares  
cōterminales sup̄stant que rectū cōtinentes angulū in eisdē superficiei-  
bus site sunt. **V**erbi grā imaginemur superficiē .a.b.c.d. exurgere superficiē vero .c  
d.e.f. iacere: z intelligamus lineam .c. d. esse communem terminum ambarum  
in ea itaq; signet̄ punctus .g. a quo ad lineā .c. d. extrahant̄ due linee perpendicu-  
lars vna vidz̄ i superficiē .c. d. e. f. que sit .g. k: z alia i superficiē .a. b. c. d. que sit .g. b  
si igitur angulus que continent hec due linee perpendicularares videlicet .g. b. z .g. k.  
erit rectus superficies .a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiē .c. d. e. f.

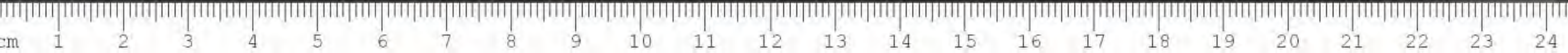
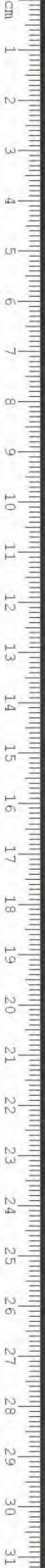
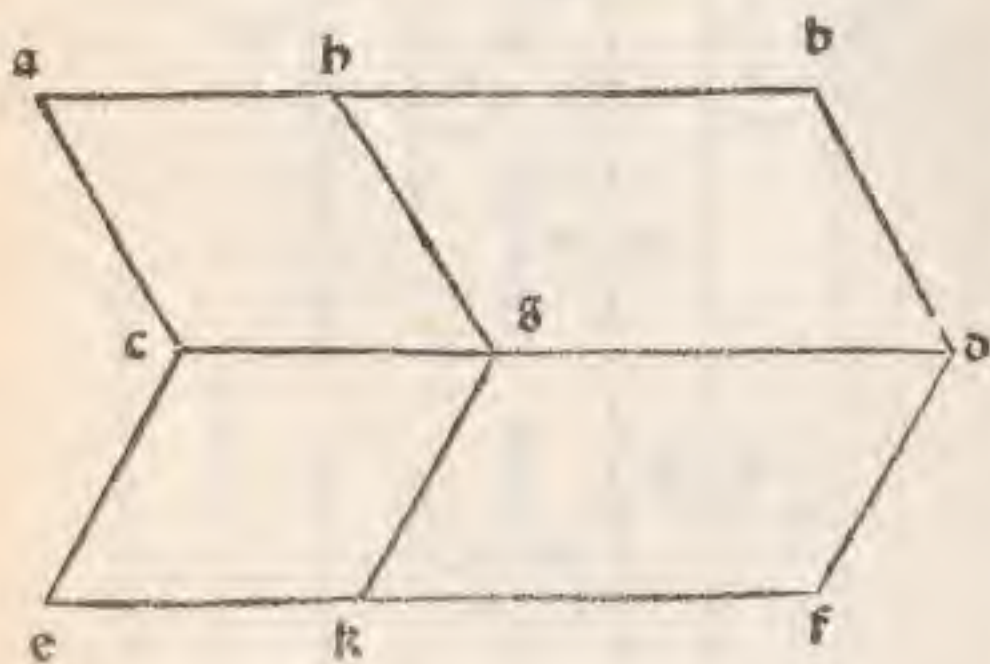
**S**uperficies equidistantes sunt que in vtrālibz̄ partem p̄tracte nō  
concurrent et si in infinitum producantur. **I**ntellectum est quod dicit̄.  
Scire tamē debes q̄ omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut  
in omnē partē p̄tracte cōcurrent alicubi z super rectā lineā se secabunt lineas autē  
rectas nō ē necessariū v̄l eē equidistantes v̄l in vtrāq; p̄tez p̄tractas concurrere  
Quippe que in eadē superficiē nō sunt nec equidistant ab inuicē nec tñ quantūlibet  
p̄tracte cōcurrent.

**E**qua corpora sunt atq; similia quorū termina-  
les superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint at  
q; similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero  
equalibus continentur. **S**i has duas diffinitiones de corporibus equa-  
libus z similibus nō intelligis ad diffinitionē similitudinū superficiez positā in princi-  
pio sexti recurre. **C**orpus sciatilis dicitur qd̄ quicq; superficiebus qua-  
rum tres parallelograme sunt due vero triangule continentur.

**D**omui quatuor parietes equidistantes habenti rectū vnico fastigio supremis  
duarum parietum lateribus equali z equidistanti suppositum sciatilis corporis  
expressam similitudinem gerit. **S**pera est transitus arcus circūferentie  
dimidij circuli quotiens sumpto vel suppremo semicirculo lineaq; di-  
ametri fixa donec ad locum iuum redeat arcus ipse circūducitur.

**S**uper quālibet lineā semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota re-  
volutione circūducatur corpus quod describitur spera nominat̄ cuius centrū con-  
stat esse centrum semicirculi circūducti. **P**iramis laterata est figura cor-  
porosa quā cōtinent superficies ab vna quaz̄ relique sunt ad vnū op-  
positum punctū sursum erecte. **I**n omni laterata piramide cuncte superfici-  
es ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnū punctū subleuātur qui conus pirami-  
dis dicitur suntq; omnes hec laterales superficies triangule: basis vero frequēter nō  
est triangula. **P**iramis rotunda est figura solida: estq; transitus tri-  
anguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continē-  
tium fixo z donec vsq; ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo  
ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale  
erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breui⁹  
obtusiangula erit. Axis aut̄ ipsi⁹ figure ē latus fixū. Basisq; sua cir-  
culus dicitur autem figura hec piramis columnę rotunde.

**S**it trigonus .a. b. c. rectū angulū habens qui sit .b. figuratq; alterz̄ duoz̄ laterū  
ambiētū rectū angulū .b. sitq; latus .c. figurat̄ .a. b. quo fixo circūducatur trigon⁹ quo-

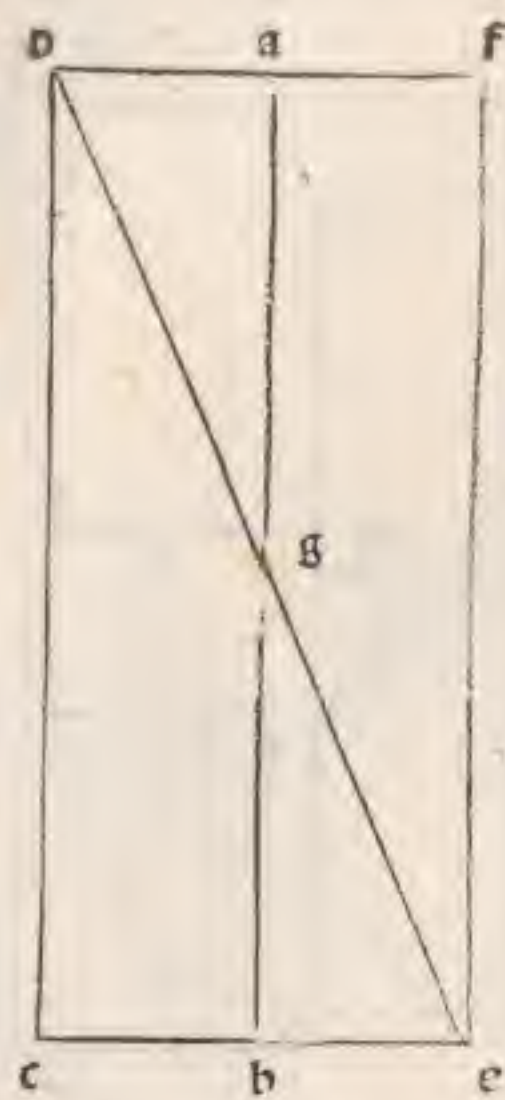
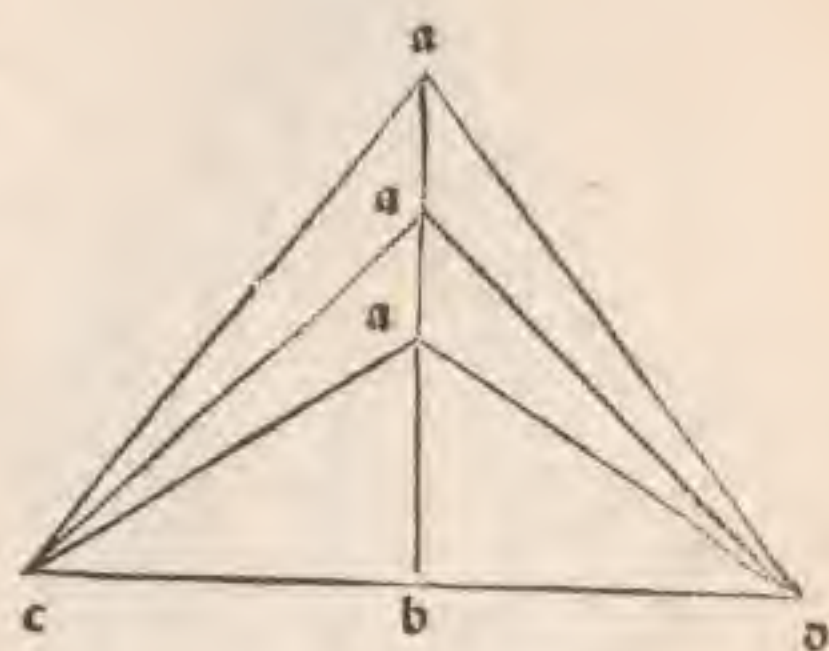




usq; ad locū vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni mo-  
tu describitur rotunda piramis appellat: cui<sup>9</sup> tres sūt dñe. Alia enī est reclangula  
alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidē ē qñ latus. a. b. lateri. b. c. fu-  
erit equale. Esto enī ut linea. b. c. cū rotatu trigoni puenit ad suū linee. b. d. ita q  
punct<sup>9</sup>. c. cadat sup pūctū. d. fiatq; linea vna. hoc ē vt ipsa tunc pūngat̄ situi a quo  
moueri cepit scōm rectitudinē: eritq; linea hic q̄si. b. c. d. et q2 ex. 32. p̄mi et 5. eiusdē  
angulus. c. a. b. ē medietas recti erit angulus. c. a. d. rectus. ideoq; piramis hec di-  
citur reclangula. Si autē latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutianguli: erit enī  
tunc ex. 32. p̄mi et 19. eiusdē angulus. c. a. b. minor medietate recti. ideoq; totus  
angulus. c. a. d. ē mior recto et acutus: quare piramis acutiangula. Qd si latus. a. b.  
fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. d. maior medietate recti ex. 32. p̄mi et  
19. eiusdē et totus. c. a. d. qui ē duplus ad ipsū. c. a. b. maior recto et obtusus. igitur  
et piramis cōuenienter tūc dicit̄ obtusiangula. Axis autē huius piramidis dicit̄ li-  
nea. a. b. basis vero eius circulus que describit̄ linea. c. b. super centz. b. dicit̄ quo-  
q; hec piramis colonne rotunde illi<sup>9</sup> videlicet quā motu suo describeret palelogra-  
mum pueniens ex. a. b. et b. c. latere. a. b. manente fixo.

¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extre-  
mitaribus et crassitudine idest altitudine equales est transitus paralel-  
logrami reclanguli latere rectū angulum continente fixo iplaq; sup-  
ficies donec ad locū suū redeat circūducta diciturq; hec figura co-  
lumna rotūda. Columne itaq; rotunde atq; spere circuliq; vnū atq; idē est centrū.  
¶ Sit palelogramū reclangulū. a. b. c. d. figurat̄q; latus. a. b. et  
eo fixo totū palelogramū quousq; ad locū suū cadat vel redeat circūducat̄: corpo-  
rea ergo figura huius palelogrami motu descripta rotunda columna nominatur  
cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus. b. alter vero est quem motu suo  
designat linea. d. a. et eius centrum est punctus. a. Axis autem. huius colonne  
dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu palelogrami. Qd si imaginari lucrimus  
palelogram m. a. b. c. d. cum peruenerit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. comun-  
gi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plane: vt scilicet  
totū sit vnū palelogramū. d. c. e. f. et protraximus in eo diametrū. d. e. erit quoq;  
diameter. d. e. diameter colūne. Qd autē dicit̄ colūne et spere et circuli: idem esse  
centrū: intelligi d; cū horū vna ē eadēq; diameter. Verbi grā diximus enī q. d. e. ē  
diameter istius colūne Sperā igit̄ atq; circulū quoz diameter est linea. d. e. neces-  
se est idē centz habere cū centro pposite colūne. Sit enī vt linea. d. e. secet lineam  
a. b. in puncto. g. eritq; .g. centz colūne: diuidit enī axem colūne p equalia et dia-  
metz colūne p equalia qd p; p. 25. p̄mi nam angul. qui sunt. a. d. g. sunt equales  
ex. 15. p̄mi et anguli qui sunt ad. a. et b. recti ex ypothesi: linea quoq; a. d. ē equa-  
lis linee. b. c. itaq; d. g. est equalis. e. g. et a. g. equalis. g. b. cunq; anguli. c. et. f. sint  
recti si super punctū. g. scōm spaciū. d. g. ac super lineā. d. e. circulus describat̄ trā-  
sibit ex cōuersa prime ptis. 30. tertij per puncta. c. et. f. itaq; punctum. g. est centrū  
circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq; et spere: quare manifestum est  
omni palelogramo reclangulo circulum omniq; colūne rotunde speram esse  
circūscriptibiles. Sicq; patet qd voluit istud theorema.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani  
plures q; duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem





conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulam continentis in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis que ad modum duas rectas lineas plani perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari. ¶ Similes sunt figure corporee rotunde siue sit colune siue earum pyramides quarum axes diametris suarum basium sunt proportionales. ¶ Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis unius earum ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due colonne aut pyramides similes ad inuicem esse dicuntur.

Propositio .1.

**N**ee recte partem esse in plano et partem in sublimi est impossibile.

¶ Sit linea .a. b. .recta. dico quod non est possibile ut pars eius sit in plano et pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est .a. c. sita in plano et pars eius que est .c. b. in sublimi posita et protrahatur directe .a. c. in plano in quo ipsa sita est usque ad .d. eritque ut vni eademque linee que est linea .a. c. due linee penitus diuersae que sunt linee .c. b. et .c. d. ex eadem parte directe adijiciantur quod est impossibile. ex .13. primi.

Propositio .2.

**O**mnes linee due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnesque triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due linee recte .a. b. et .c. d. se inuicem secantes in puncto .c. dico eas esse in superficie vna et omnem triangulum dico esse in superficie vna totum. signetur enim punctus .f. in linea .c. d. et punctum .g. in linea .a. b. et ducatur linea .f. g. Quia igitur impossibile est propter triangulum .e. f. g. esse in plano et partem in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum unius aut plurium pars similiter sit in plano. et pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam erit quoque impossibile de triangulo. itaque totus triangulus .e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte et premissa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.

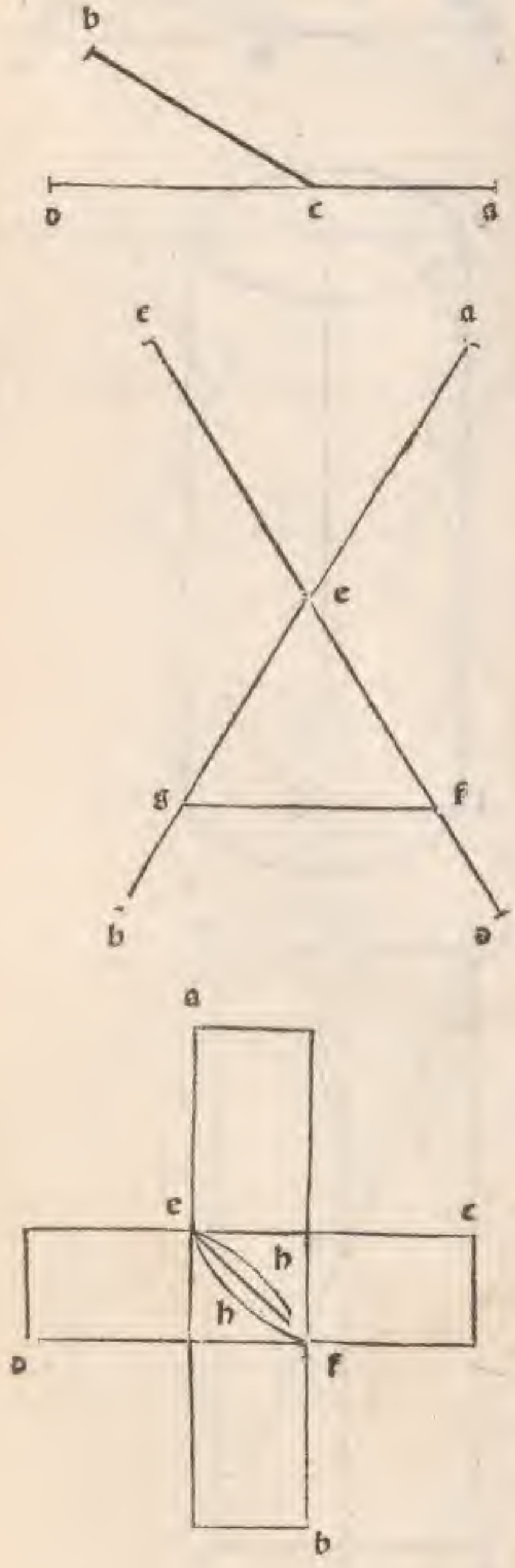
**O**mnium duarum superficierum se inuicem secantium communis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige et verum erit quod dicitur. Sint itaque due superficies plane .a. b. et .c. d. se inuicem secantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. et .f. termini communis sectionis earum que continentur per lineam rectam que sit .e. f. si igitur linea .e. f. est in vtraque duarum superficierum .a. b. et .c. d. stat propositum: at vero si in neutra aut si non in altera: cum ambo puncta .e. et .f. sint in vtraque superficie .a. b. et .c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit .c. b. f. erunt igitur due recte linee .e. f. et .c. b. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiem quod est contra petitionem ultimam primi libri.

Propositio .4.

**S**i fuerit linea orthogonaliter ab intersectione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiem perpendicularis erit.

¶ Sit linea .a. b. orthogonaliter erecta super intersectionem duarum linearum





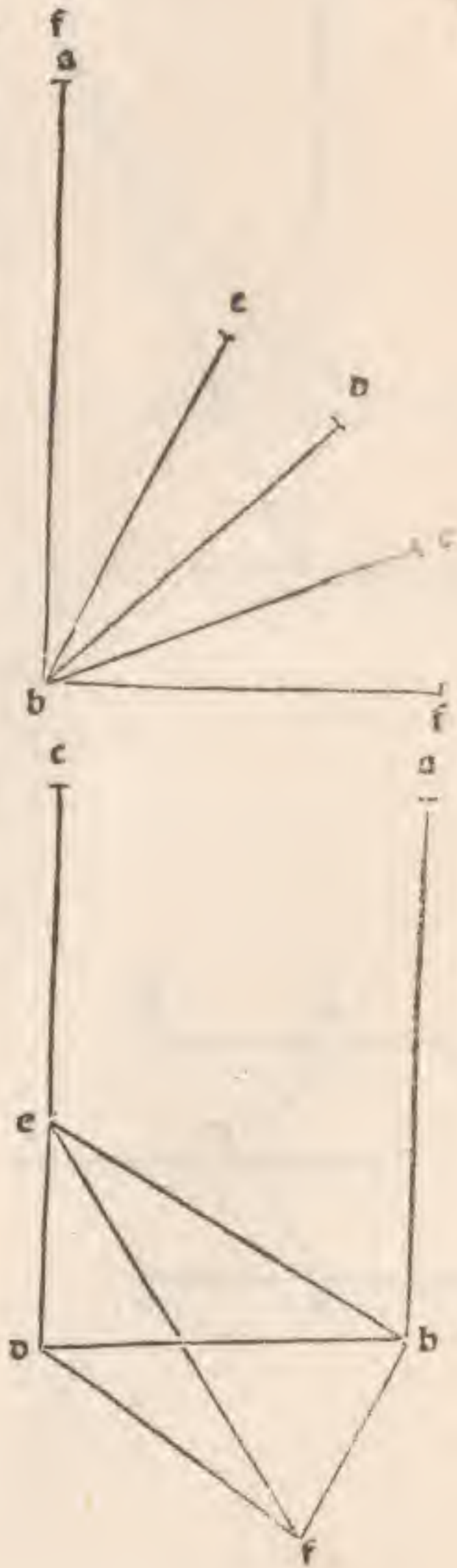
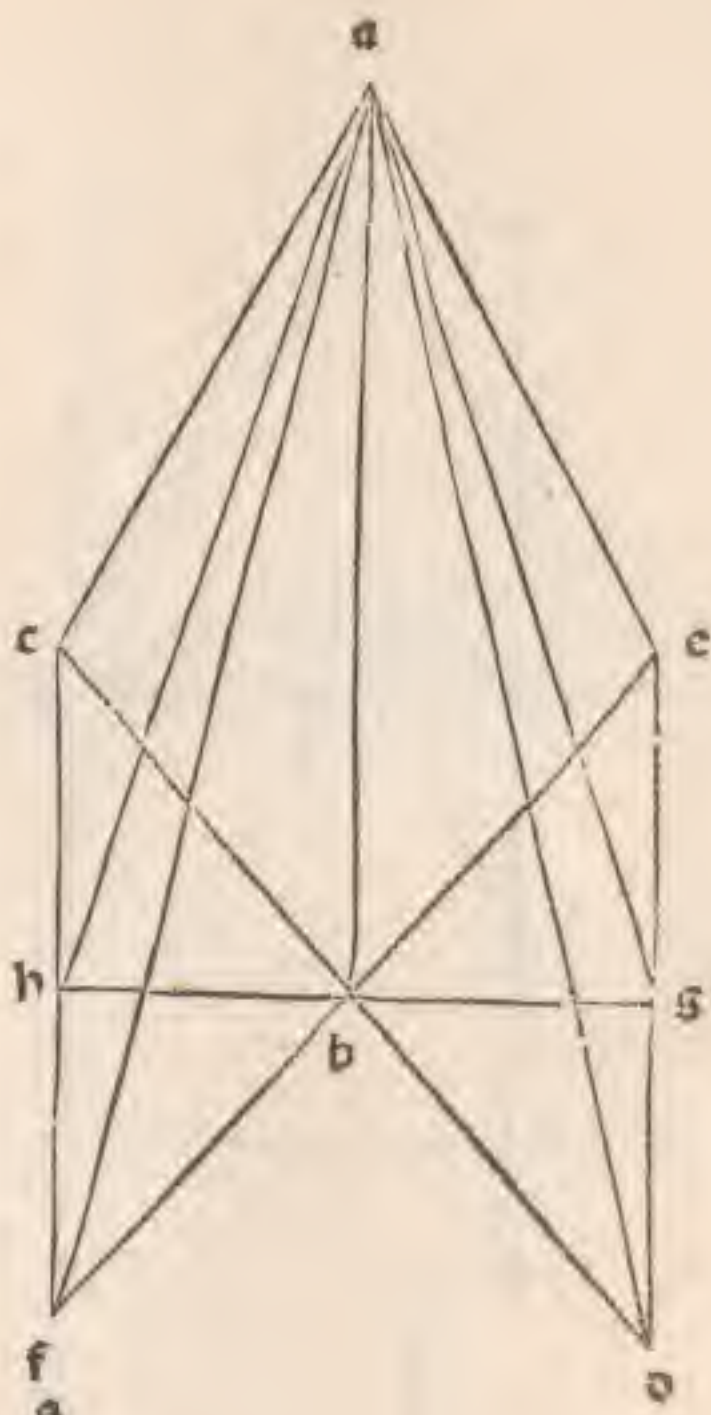
e. d. z. e. f. secantia se in puncto. b. de quibus constat p antepremissa q ipse sunt site in vna superficie dico q linea. a. b. ppendicularis e ad ipsaz superficie. Sint eni. c. b. z b. d. equales at vero. f. b. z. b. e. equales z pprabant linee. e. d. z. c. f. que crut equales per. 4. primi z equidistantes p. 27. eiusde. Signato itaqz puncto aliquo i linea e. d. qui sit. g. duca lineam. g. b. b. eritqz ex. 26. primi. e. g. equalis. f. b. igit a puncto a. vel quouis puncto linee. a. b. demittant ppothemisaliter linee. a. c. ad. a. e. a. f. a. g. a. b. eritqz ex. 4. primi. a. c. equalis. a. d. z. a. c. eqlis. a. f. Itē p. s. eiusde eqlis crit agulus. a. e. d. eqlis agulo. a. f. c. ergo per. 4. ipsi<sup>9</sup> erit. a. g. eqlis. a. b. z ideoqz p. s. eiusdem erit angulus. a. b. g. equalis angulo. a. b. b. quare ex diffinitione vterqz e rectus z linea. a. b. ppendicularis ad lineam. g. b. Simili quoqz mo pbabis eade esse ppendicularē ad oēs lineas ptractas a puncto. b. in superficie duaz lineaz. c. d. z. c. f. igit ex dione constat lineam. a. b. e ppendicularē ad superficie i qua site sūt due linee c. d. z. e. f. seinuicē secates qd e ppositū.

**Propositio .5.**

**S**uper tres lineas coterminales coi eaz termino erecta linea quedā orthogonaliter insinat eedē tres linee i vna superficie site erunt. **S**it linea. a. b. orthogonaliter erecta super cōem terminū triū lineaz. b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto. b. quaz nulla aliū directe applicetur qd idem e ac seinuicem secant in puncto. b. protracte eni se secabunt dico q tres linee. b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. Constat autē de quibusqz eaz duab<sup>9</sup> q ipse sunt in vna superficie site per scōam hui<sup>9</sup> vel p primā ptē. 2. hui<sup>9</sup>. si igit linea. b. d. nō fuerit in superficie duaz lineaz. b. c. z. b. e. sed ille duo i plano; hoc autē in sublimi; erit vt hec superficies in qua site sunt due linee. a. b. z. b. d. si protrahatur z p illud qd notū est sup quartā secet illā in qua site sunt. b. c. z. b. e. eritqz per. 3. huius cōis eaz sectio linea recta z ipsa sit. b. f. qz igitur ex premissa linea. a. b. e ppendicularis ad superficie duaz lineaz. b. c. z. b. e. sequit ex diffinitione vt ipsa sit ppendicularis ad lineam b. f. quare angulus. a. b. f. est rectus cunqz etiā angulus. a. b. d. sit rectus ex ppothēsi. sequitur ipossibile videlicet ptē suo totū e equalē.

**Propositio .6.**

**S** fuerint due linee super vnā superficie ppendiculares eas eadistates eē necesse est. **S**int due linee. a. b. z. c. d. ppendiculares ad vnā superficie dico eas esse equidistantes: protrahat enim linea. b. d. eruntqz ex dione duo anguli. a. b. d. z. c. d. b. recti. si igit due linee. a. b. z. c. d. sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p scōaz partē. 28. primi: ipsas autem esse in superficie vna sic collige: a puncto. b. super lineam. b. d. in plano cui perpendiculariter insistant. a. b. z. c. d. pprabe orthogonaliter lineam. b. f. z ex linea. c. d. sume. d. e. equalem. b. f. z protrabe lineas. e. b. z. e. f. erunt igit duo latera. e. d. z. d. b. trianguli. c. d. b. equalia duob<sup>9</sup> lateribus. f. b. z d. b. trianguli. f. d. b. z angulus. e. d. b. equalis angulo. f. d. b. cū vterqz sit rect<sup>9</sup>. itaqz per quartā primi linea. b. e. e equalis linee. d. f. iteqz cū duo latera. e. b. z. b. f. trianguli. c. b. f. sint equalia duobus lateribus. f. d. z. d. e. trianguli. f. d. e. z basis. e. f. cōis crit p. s. primi angulus. e. b. f. equalis angulo. f. d. e. cū vterqz sit rect<sup>9</sup>: qz igit angul<sup>9</sup>. f. d. e. e rect<sup>9</sup> a dione erit etiā angul<sup>9</sup>. e. b. f. rect<sup>9</sup>: itaqz linea. f. b. ppendiculariter e erecta sup cōem terminū triū lineaz. b. a. b. d. b. e. se ptingentiū angulariter i puncto. b. qre p pmissā ipse sūt i superficie vna: cū igit ex pma parte b<sup>9</sup> scōe linea. c. d.





sit in eadem superficie. cum vtraq; linearum. e. b. z. b. d. sequitur. a. b. z. c. d. esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

## Propositio .7.



**I**n duabus lineis equidistantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoq; in eadem sitam esse necessario comprobatur.

**S**int due linee. a. b. z. c. d. equidistantes de quibus constat per definitionem quod ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta. e. z. f. z. producatu linea recta. e. f. dico itaq; lineam. e. f. esse sitam in superficie linearum. a. b. z. c. d. Sin autem sit. e. f. in alia superficie vt in sublimi dependens q; superficies si protrahatur secabit necessario superficiem in qua site sunt due linee. a. b. z. c. d. eritq; per. 3. huius communis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile. sic eni due recte linee concluderent superficiem.

## Propositio .8.



**I**n idem planum due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculararem esse conueniet.

**H**ec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a. b. z. c. d. equidistantes et sit earum altera vt. c. d. erecta perpendiculariter super superficiem quolibet: dico reliquam earum que est. a. b. esse perpendiculararem ad eandem superficiem. Siat enim prorsus eadem dispositio que in sexta: eritq; ut ibi vterq; duorum angulorum. f. d. b. z. f. b. c. rectus: primus quidem per positionem. secundus autem per. 8. primi: quare per. 4. huius linea. f. b. c. perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b. d. z. b. e. cumq; per premissa due linee. a. b. z. c. d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b. d. z. b. e. sequitur lineam. f. b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. b. a. a definitione igitur erit angulus. f. b. a. rectus z. q; etiam angulus. d. b. a. est rectus per ultimam partem. 29. primi: sequitur per quartam huius lineam. a. b. esse perpendiculararem ad superficiem in qua site sunt due linee. b. d. z. b. f. quare constat propositum.

## Propositio .9.



**I** due linee vni non in vna superficie equidistant eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

**S**it vtraq; duarum linearum. a. b. z. c. d. equidistantes linee. e. f. nec sint omnes in superficie vna: dico quod eadem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum est per. 30. primi: at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que intelligatur sursum erecta i sublimi. restat hoc loco probandum. signetur itaq; in ea punctus. g. a quo educantur due perpendicularares ad duas lineas. a. b. z. c. d. que sint. g. b. z. g. k. eritq; per. 4. huius linea. e. f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee. g. b. z. g. k. itaq; per premissa bis assumpta vtraq; illarum duarum linearum. a. b. z. c. d. perpendicularis e ad eandem superficiem videlicet ad illam in qua site sunt dicte due linee. g. b. z. g. k. per sextam huius igitur ipse sunt sibi inuicem equidistantes quod est propositum.



Propositio .10.

**S**ue linee se angulariter contingentes duabus alijs se cōtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint : nō aut in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

**S**int due linee .a .b .z .a .c .se angulariter contingentes in puncto .a equidistantes alijs duabus que sunt .d .e .z .d .f .se quoq3 angulariter contingenti- bus in puncto .d .nec sint cum eis i superficie vna : dico angulū .a .esse equalē angulo .d .Esto eni linea .d .e .equalis linee .a .b .cui ipsa posita est esse equidistans . z .d .f .equalis .a .c .cui etiā ipsa equidistare ponit z ducant linee .d .a .z .e .b .z . f .c .eritq3 ex .33 .primi bis assumpta vtraq3 duarū lineaz .b .e .z .e .f .equalis z equidistans li- nee .a .d .per conceptionē igitur z premissam eedē sunt equales z equidistantes si- bi inuicem . z itaq3 per .33 .primi denuo repetitā due linee .b .c .z .e .f .sunt etiā equales z equidistantes : igit per .8 .primi cōstat ppositū.

Propositio .11.

**D**ucto in aere assignato ab eo ad datam superficiem per- pendicularem ducere

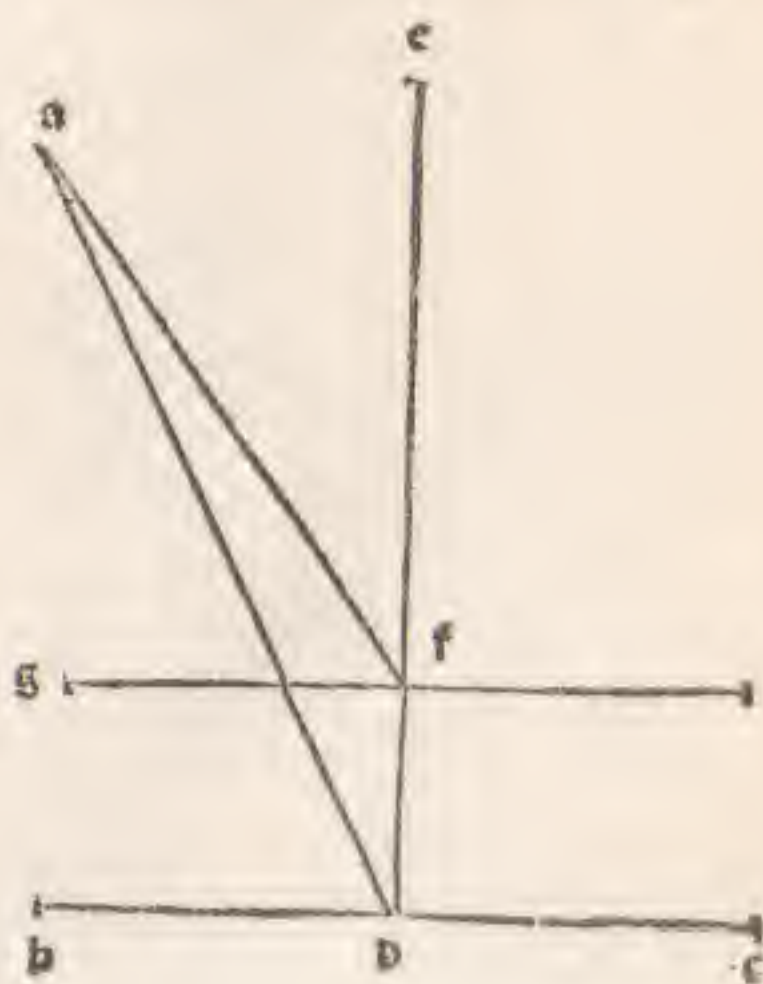
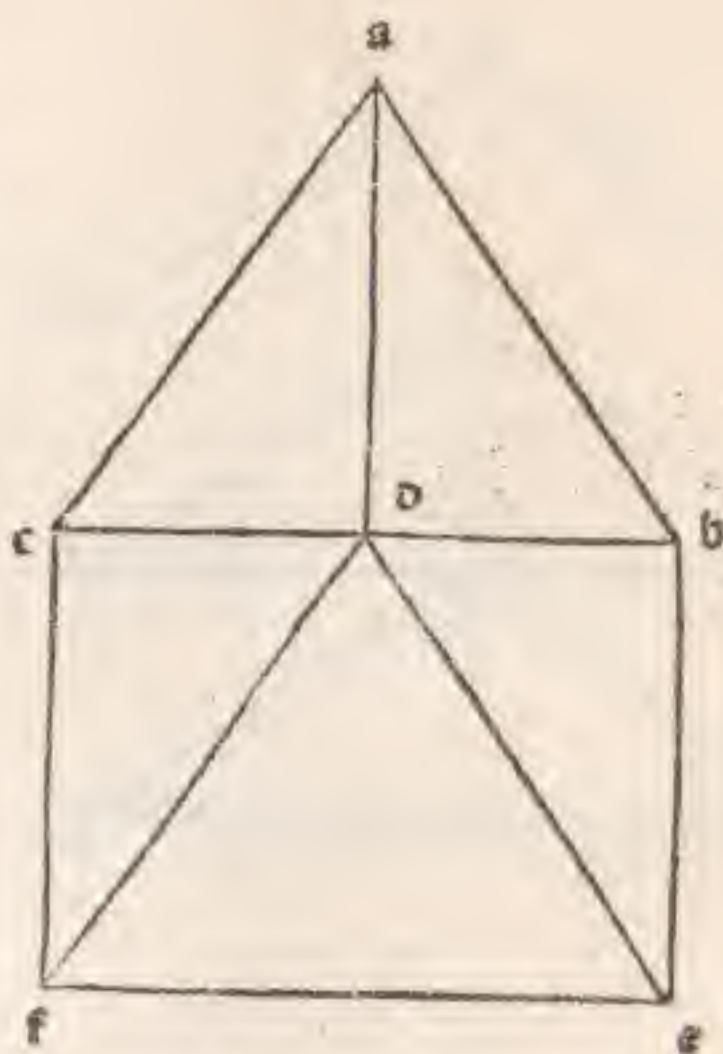
**S**it punctus .a .sursum in aere a quo volumus ad superficiē subia- centem perpendicularem ducere : ducant igitur in plano illo : linea .b .c .vtrūq3 cōtingerit ad quā ab ipso puncto .a .ducant perpendiculis .a .d .scōm doctrinā .12 .primi rursusq3 a puncto .d .in plano illo ad qd ducenda est per- pendicularis a puncto .a .extrahat linea .d .e .que sit perpendicularis ad lineā .b .c .vt docet .11 .primi .Ad hanc quoq3 lineā .d .e .ducant alia linea perpendicularis a pun- cto .a .que sit .a .f .hanc dico esse eā quā intēdim⁹ . Sit eni linea .f .g .equidistās linee .b .c . z qz vterq3 duoz anguloz .b .d .a .z .b .d .f .est rectus : erit ex quarta hui⁹ linea .b .d .perpendicularis ad superficiē in qua est triangulus .a .d .f .ideoq3 etiā p .8 .hui⁹ erit linea .g .f .ppendicularis ad eandē superficiē : igit a diffinitione erit angulus .g .f .a .rectus : cūq3 etiā angulus .d .f .a .sit rectus : sequit ex quarta huius lineā .a .f .esse ppendiculare ad superficiem in qua sunt due linee .d .f .z .f .g .qd est ppositum

Propositio .12.

**S**uperficie pposita punctoq3 in ea assignato ab eo puncto ad datam superficiē lineā orthogonaliter erigere . **C**ū a pun- cto quolibet in superficie pposita assignato ppendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandē superficiē ppendicare quēadmodō pmissa docuit demittere que si i assi- gnatū punctū ceciderit ipsa ē quā queris . Sin aut ab ipsa assignato pūcto ad de- missā perpendiculare equidistantem ducito : eā q3 per .8 .huius probabis eē quam queris.

Propositio .13.

**D**uas lineas super pūctū vnu ad superficiē vnā orthogonaliter insistere ē impossibile . **S**i eni possibile ē vt due linee vni eidē q3 superficiē sup punctū vnu ppendiculariter insistāt superficies i q ipse ppendiculares site sūt intelligat pducī quousq3 secet superficiē cui dicte linee ppendiculariter insistūt eritq3 per .3 .hui⁹ cōmunis eaz sectio linea recta : z qz ex diffinitione vtraq3 illaz duarū perpendiculariū cū cōmuni sectione cōtinet an- gulum rectū sequitur ut angulus rect⁹ sit ps anguli recti qd est impossibile . Quēad- modū aut demonstratū est impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem





duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodemq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex. 6. huius qd est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. Constat igitur ex hac qd si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet et ab aliquo puncto secantis superficiem ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in comuni eorum sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiem ad comunem earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet. 12. primi et a puncto in quo incidit cum comuni sectione alia perpendicularis ad eandem comunem sectionem in superficie secta educatur ut docet. 11. primi: eritq; ex diffinitione superficiem super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartam huius prima harum perpendicularium etiam est perpendicularis etiam ad superficiem sectam. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandem superficiem quod est impossibile: relinquatur itaq; propositum nostrum.

## Propositio .14.



**S**i linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur nunquam concurrerunt.

**P**osita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere in eorum communi sectione que per. 3. huius erit linea recta: punctusq; quocunq; modo signet a quo due linee in illis duabus superficiebus ad lineam illam que ipsis perpendiculariter insistat protrahantur: eritq; constitutus triangulus ex his duabus lineis et perpendiculari huius itaq; trianguli uterq; duorum angulorum qui superperpendiculariter consistunt est rectus ut patet ex diuisione linee supra superficie perpendiculariter stantis hoc autem est impossibile per. 32. primi.

**C**onuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam. **P**ositis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri carum perpendiculariter insistat: dico qd eadem linea relique superficiem perpendiculariter insistat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq; communi sectione huius superficiem secantis et alteri sectarum videlicet illi cui linea penetrans ponit perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diuisione linee perpendicularis ad superficiem: si igitur alia communi sectione ipsi superficiem secantis et reliquarum sectarum cum eadem linea penetrante non contingat angulum rectum erit ex vltima petitione primi ut ille due communi sectiones in alterutra parte protracte necessario concurrant quare et superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrerunt. et quia hoc est impossibile erit ille angulus rectus eodemq; modo erit de qualib; alia superficie eadem superficies equidistantes secante super eandem lineam: igitur ex quarta huius et ex ista. 14.



constat verum esse quod diximus. **P**ropositio .15.  
**S**i fuerint due linee se contingentes angulariter equidistantes alijs duabus se contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantumcumq; producantur possunt concurrere.



¶ Sint due linee. a. b. z. a. c. se angulariter contingentes in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. z. d. f. se angulariter contingentibus in puncto. d. z. nō sint in superficie vna: dico eaz superficies i quacūq; ptē z quātūcūq; protrahant nunq; concurrere: protrahatur z enī a puncto. d. put docet. 5. huius perpendicularis ad superficiē duaz lineaz. a. b. z. a. c. sitq; d. g. z a puncto. g. ducatur. g. b. equidistantis. a. b. z. g. k. equidistantis. a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duoz angulorum. d. g. b. d. g. k. rectus z per. 9. erit linea. d. f. equidistantis linee. g. k. z linee. d. e. equidistantis linee. g. b. quare p vltimā ptem. 29. primi vterq; duoz angulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus: ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit ppendicularis ad superficiem duaz lineaz. d. e. z. d. f. cūq; ipsa eadem sit etiā ex ppothēsi perpendicularis ad superficiē duarum linearum. a. b. z. a. c. igitur ex pmissa liquet quod ē ppositum

Propositio .16.



¶ Si duas superficies equidistantes vna superficies secet cōmunes eaz sectiones equidistantes erunt.

¶ Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascūq; duas superficies equidistantes secante cōmunes earum sectiones erunt due linee recte: que cū sint ambe site in superficie secante. si ipse nō fuerit equidistantes ponantur ad quolibet vnum punctum concurrere: erit itaq; vt vn<sup>9</sup> atq; idē punctus sit in vtraq; illaz duaz sectionū cōmuniū cūq; vna illaz cōmuniū sectionū sit in vna duaz superficiez sectaz z reliqua in altera. sequit superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erūt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est ppositū. ¶ Ex hac z pmissa potes elicere conclusionē vnā similem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicē equidistantes. Positis enī tribus superficiebus quarum vtraq; duaz extremarū equidistet medie dico q; necesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secantur omnes illi tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: erūtq; ex hac. 16. cōmunes sectiones duaz extremaz superficiez equidistantes sectionibus medie: quare ex. 30. primi ipsi etiā sectiones duaz extremaz superficiez erant equidistantes adinuicē. Et quia ipse contingant se in cōmuni sectione duaz superficiez tres positas superficies secantium ex pmissa euidenter constat quod diximus.

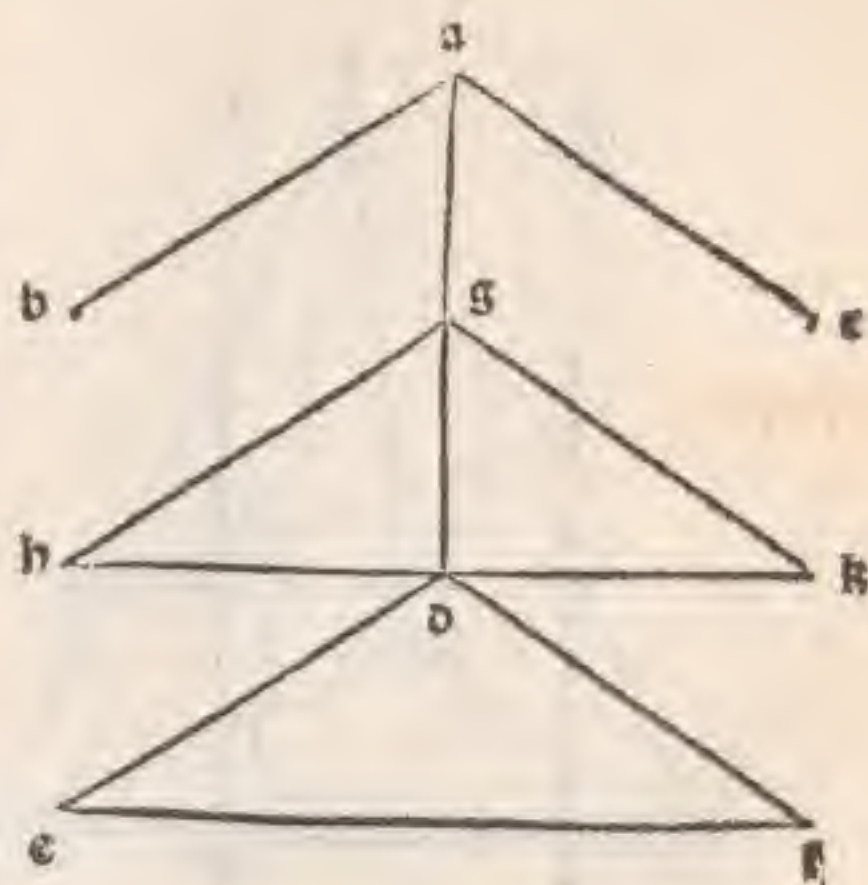
Propositio .17.



¶ Si superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secet illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

¶ Intelligant enī due recte linee penetrantes qualitercūq; cōtigerit tres superficies equidistantes aut etiā plures tribus. dico itaq; duas portiones illaz linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus superficiebus interceptis. Coniungant enī due extremitates illaz duaz lineaz ducta inter eas linea vna diagonalis: eritq; hoc diagonalis cū vtraq; illarū duaz lineaz penetratiū superficies ppositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secate. si ergo haz superficiez cōes sectiones q; p pmissa erūt equidistantes cogitatōe protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit ppositum.

Propositio .18.





**S** in superficie assignata orthogonaliter steterit: linea ois superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

**S**it eni linea .a.b. erecta perpendiculariter sup assignatā superficiē z a linea .a.b. pducat superficies quorsū libuerit: quā dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cōmunis sectio linea recta ex .3. huius. sitq; .b.d. in hac ergo cōmuni sectione signato puncto quolibet qui sit .d. extrahatur ab eo In superficie que producta est a linea .a.b. linea quedā ppendicularis ad lineā .b.d. que sit .d.c. critq; ex secunda pre. 28. primi linea .c.d. equidistans: linec. a.b. ideoq; ex .8. huius linea .c.d. est etiā perpendicularis ad superficiē propositā: quia ergo hoc modo quolibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee .b. d. ad ipsam lineam .b.d. in ipsa superficie que producta est a linea .a.b. est perpendicularis ad propositā superficiem ex diffinitione superficiē supra superficiē orthogonaliter erecte: cōstat vez esse qd propositū est.

**Propositio .19.**

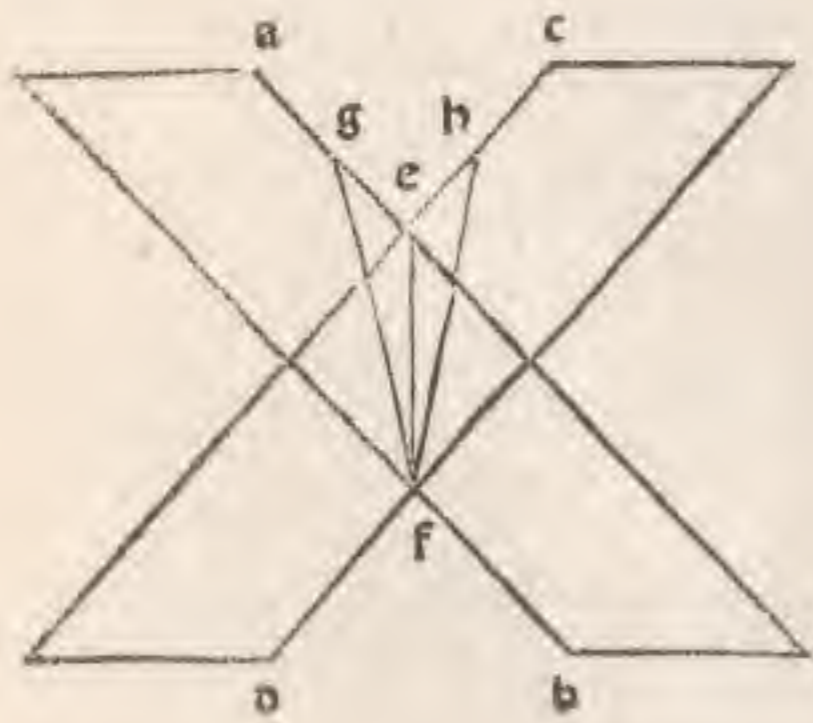
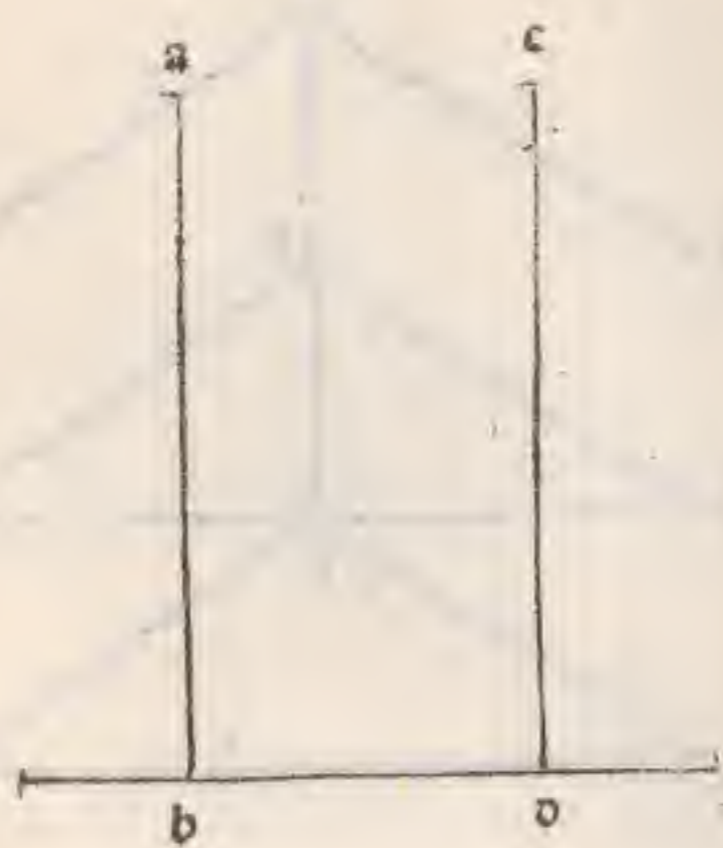
**S** due superficies se inuicē secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

**S**int due superficies .a.b. z .c.d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatā superficiē: sitq; cōmunis eaz sectio linea recta .e.f. hanc dico esse perpendicularē ad assignatā superficiem. alioquin a puncto .f. qui est cōis termin<sup>9</sup> sectionū duaz superficiez secantiū: z tertie superficie secte pducat vna linea recta que sit .f.g. in superficie .a.b. perpendicularis ad superficie assignatā. itēq; ab eodē pūcto ducat alia perpendicularis ad eandē superficie que sita sit in superficie .c.d. z ipsa sit .f.h. eruntq; due linee .f.g. z .f.h. orthogonaliter insistentes super punctū vnū ad superficie assignatā: hoc aut impossibile per. 13. huius Tales aut líneas posse prabi a puncto .f. in vtraq; duaz superficiez .a. b. z .c. d. cū .e.f. nō fuerit perpendicularis ad assignatā superficiē dubitare nō cōcinit. Intel ligat quidē linea .f.b. cōis sectio superficiei .a. b. z superficie assignate z linea .f.d. superficiei .c. d. z superficie assignate. Si igit linea .e.f. fuerit ppendicularis ad vtraq; duaz lineaz .f.b. z .f.d. ipsa etiā erit perpendicularis ad superficie assignatā ex q̄ta huius. si aut ad neutrā sit .f.g. ppendicularis ad .f.b. z .f.h. perpendicularis ad .f.d. deinde a puncto .f. prabe in superficie assignata vnā lineā ppendicularē ad lineā .f.b. q̄ ex dione superficie sup aliā superficie orthogonaliter erecte cū linea .f.g. ptinebit angulū rectū: p quartā igit hui<sup>9</sup> erit linea .f.g. ppendicularis ad superficie assignatā. Eodē quoq; mō ptracta alia linea a puncto .f. i superficie assignata q̄ sit perpendicularis ad lineā .f.d. sequet ex dione predicta z ex quarta hui<sup>9</sup> lineā .f.b. cē ppendicularē ad superficie assignatā qd ē impossibile p. 13. huius. Qd si pfitcare lineā .e.f. esse ppendicularē ad lineā .f.b. sed nō ad lineā .f.d. sequet modo consimili duas líneas .e. f. z .f. b. esse ppendiculares ad superficie assignatam: qd nihil minus ē impossibile.

**Propositio .20.**

**S** tres anguli superficieales solidū angulū ptineat illoz triū angulorum quiq; duo piter accepti reliquo sūt maiores.

**S**int tres linee .a.b. a.c. a.d. pyramidaliter erecte supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficieales angulos ex quib<sup>9</sup> solidus





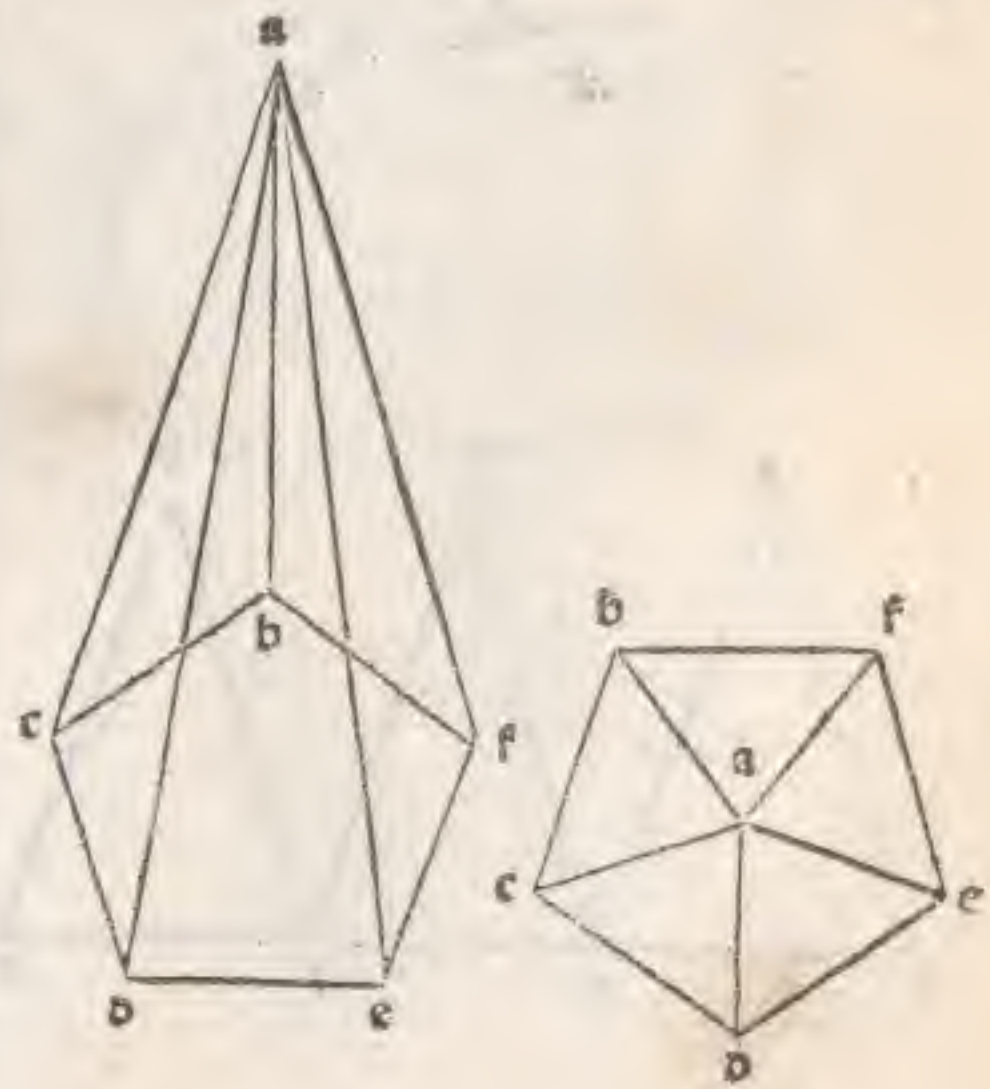
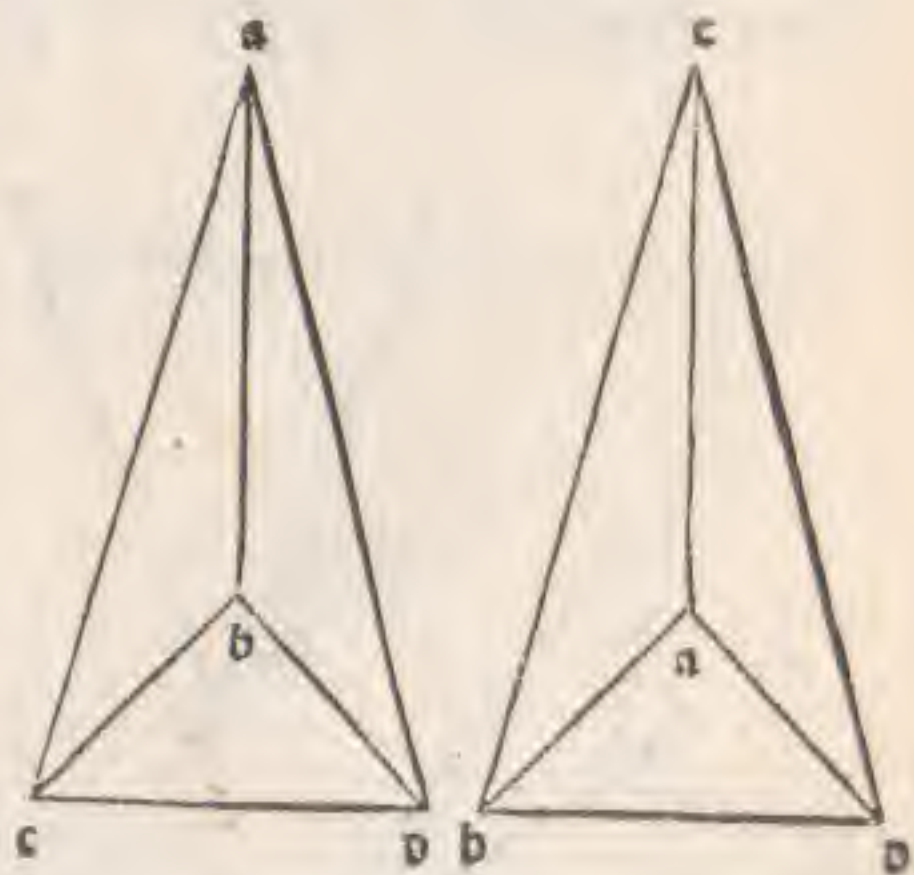
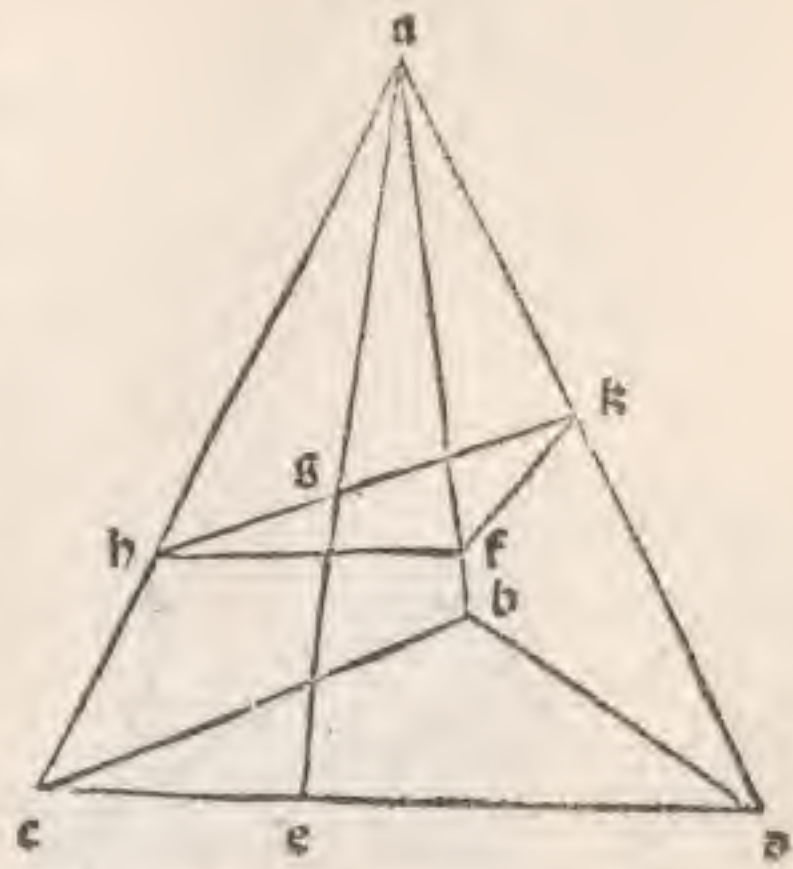
perficitur angulus in puncto. a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto. a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales: aut si duo tantum equales tertio exite minore utrolibet duorum equalium: constat per eandem scientiam verum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit sine illi duo ponantur equales sine non equales: adhuc constat illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiorem. Sed et illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulus. c. a. d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum. c. a. d. equalem in angulo. b. a. d. protracta linea. a. e. et sumam ex hac linea. a. e. lineam. a. g. et ex linea. a. b. lineam. a. f. quas ponam esse equales et protraham lineam a puncto. g. qualitercumque contingat in superficie duarum linearum. a. c. et a. d. quousque secet. a. c. in puncto. b. et a. d. in puncto k. et ipsa sit. b. g. k. et producam lineas. f. b. et f. k. cum sit igitur. a. f. equalis. a. g. posita. a. k. communi erit per quartam primi. f. k. equalis. k. g. et quia ex 20. prime due linee b. f. et f. k. sunt maiores linea. b. k. erit per conceptionem. b. f. maior. b. g. ideoque per 25. primi cum sit linea. a. f. equalis lineae. a. g. erit angulus. f. a. b. maior angulo. b. a. g. per conceptionem igitur constat duos angulos. b. a. f. a. k. pariter acceptos esse maiores angulo. b. a. k. quod erat demonstrandum.

Propositio .21.

Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.



Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsius solidi continentium quantitate determinatur: hac ergo. 21. proportionaliter proponitur quoque quoslibet superficiales angulos solidi quolibet continentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit enim triangula pyramis a. b. c. d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum hic tamen sit. a. de quo dico quod tres superficiales anguli ipsius. a. continentes sunt minores quatuor rectis. Constat enim ex. 32. primi. 9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium et ipsi sunt. a. b. c. a. c. d. a. d. b. esse equales sex angulis rectis: de tribus autem angulis basis cuiusque est triangulus. b. c. d. constat quoque per eandem quod ipsi sunt equales duobus rectis. cum igitur sex anguli trium triangulorum predictorum hanc nostram pyramidem de cuius supremo angulo disputamus circumstantium: qui in quibus sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidi pyramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex. noue. igitur angulis trium triangulorum pyramidem circumstantium his sex angulis demptis erunt ex communi scientia reliqui tres et ipsi sunt qui constituunt solidum angulum. a. minores. 4. rectis. Si autem angulus. a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quam tribus contineatur quod erit secundum multitudinem angulorum sue basis: cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circumstantium pariter accepti sint ex. 32. primi tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum sue basis duplicatus: eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerit anguli sue basis. Quibus omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quantum est numerus angulorum suorum duplicatus: demptis inde. 4. ut in. 32. primi demonstratum est. Quibus igitur omnes an-





guli trianguloꝝ pyramidē circūdatiū qui sup latera basis ipsiꝝ pyramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidenter constat ex premissa toties quot angulos basis habuerit repetita. ad huc necessario sequitur ex cōscia superficialis angulos solidū angulū. a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquā minores quo oēs anguli trigonoꝝ pyramidem circūdantium qui sup latera basis statute pyramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos. **Propositio .22.**

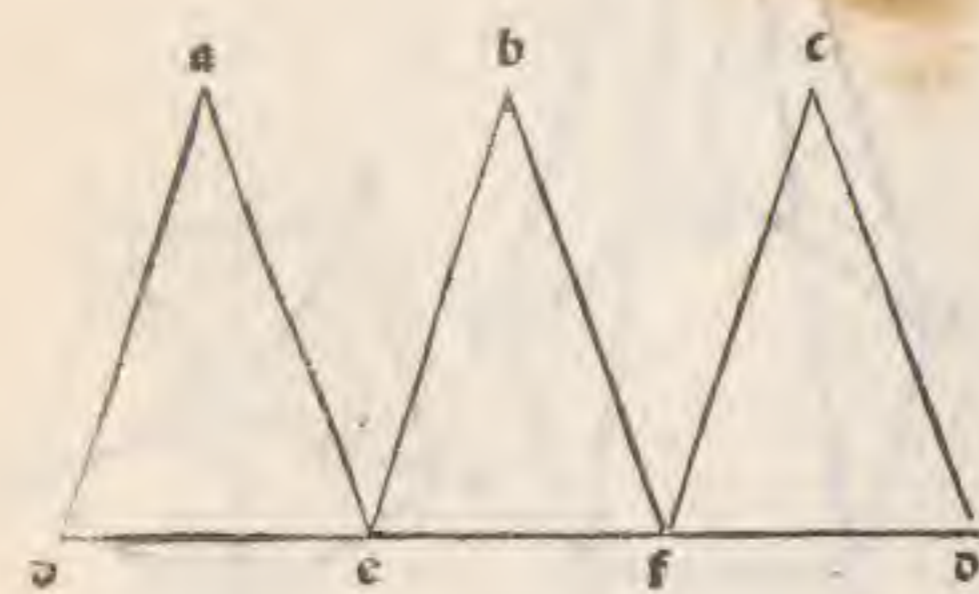
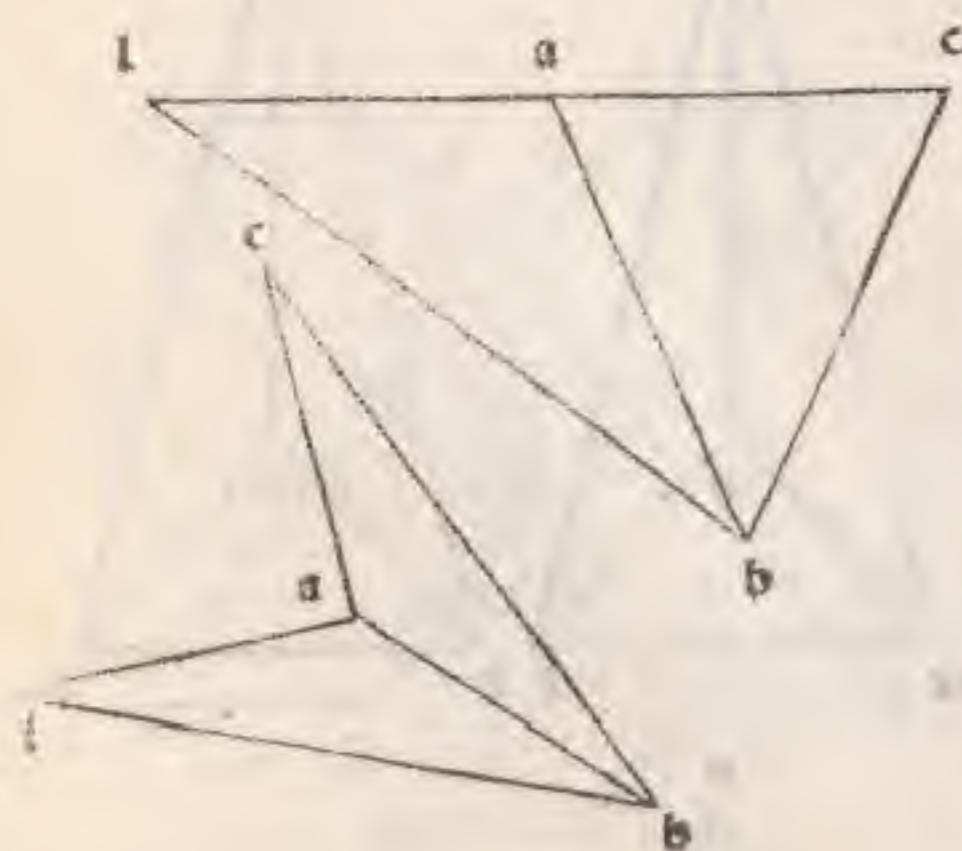
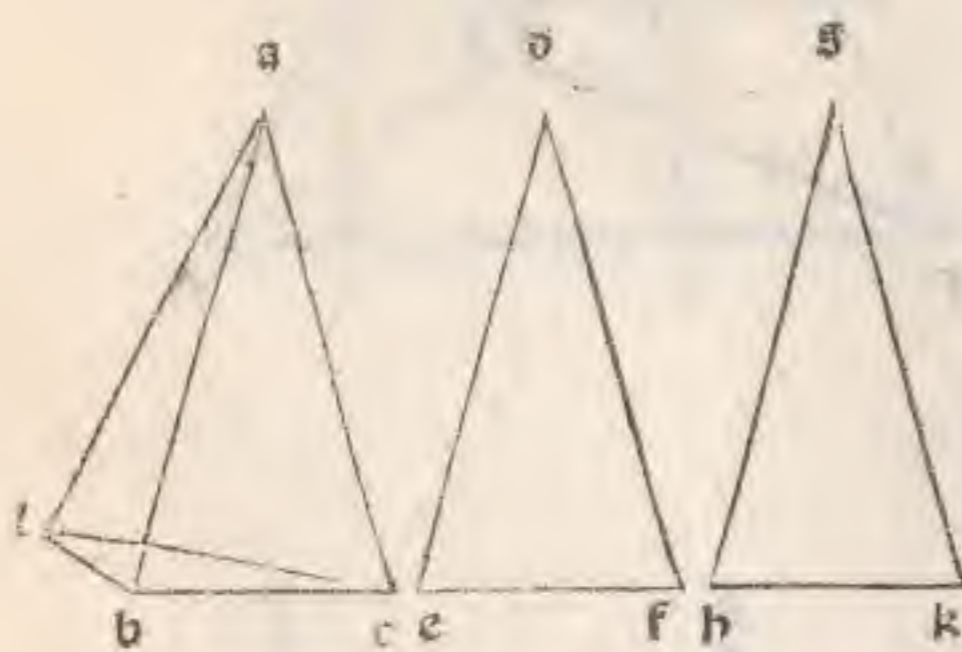
**S** tres anguli superficiales quoz quinqꝝ duo pariter accepti tertio sint maiores cunctis ibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsaz lineaz equalium terminis subtendēbus triangulum substitui vel constitui possibile est:

**S**int tres superficiales anguli. b. a. c. e. d. f. b. g. k. vt pponit: tales videlicet ut qui qꝝ duo conꝝ tertio sint maiores. sintqꝝ sex latera eos continentia equalia que sint a. b. a. c. d. e. d. f. g. b. g. k. z subtēdant eis tres bases que sint. b. c. e. f. b. k. Ex his ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse. Esto enī angulus. b. a. l. equalis angulo. d. z linea. a. l. linee. d. e. z protrabatur. l. b. l. c. eritqꝝ ex. 4. primi linea l. b. equalis linee. e. f. ex ypothesi vero pstat to talem angulū. a. esse maiorem angulo. g. erant enī quiqꝝ duo ex tribus angulis. b. a. c. d. z. g. tertio maiores igif ex. 24. primi linea. l. c. linea. b. k. ē maior. cumqꝝ sint ex. 20. primi due linee. l. b. z. b. c. maiores linea. l. c. sequitur duas lineas. l. b. z. b. c. esse multo fortius maiores linea. b. k. quia igitur. l. b. est equalis. e. f. erunt due linee. b. c. z. e. f. maiores linee. b. k. Non stat itaqꝝ hoc modo quasqꝝ duas lineas ex tribus lineis. b. c. e. f. b. k. esse longiores tertia: igif ex. 22. primi constat verum esse qd dicitur: hoc dūtaxat addito qd si duo anguli. b. a. c. z. d. pariter accepti sint equalis duobus rectis erunt due linee l. a. z. a. c. ex. 14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis. g. b. z. g. k. que ex. 20. primi longiores sunt linea. b. k. cumqꝝ ex eadē linee due. l. b. z. b. c. sint longiores linea. l. c. sequitur vt prius. b. c. z. e. f. piter acceptas eē longiores b. k. At vero si duo predicti anguli sint maiores duobus rectis: erunt ex. 21. primi due linee. a. l. z. a. c. ideoqꝝ z due. g. b. z. g. k. breuiores duabꝝ qꝝ sūt. l. b. z. b. c. quare vt prius. b. c. z. e. f. pariter accepte sunt longiores linea. b. k.

**Propositio .23.**

**T**ribus angulis superficialibus propolitis quoz quiqꝝ duo piter accepti tertio sint maiores omnes aut tres simul quomoz rectis angulis minores: ex tribus illis equalibꝝ qualescunqꝝ sint solidum angulum constituere.

**S**int ppositi tres anguli superficiales qui sunt. a. b. c. de tribus illis equalibus volumus vnū solidū angulū constituere oportet: igif ex. 21. bꝝ vt quiqꝝ duo eoz pariter accepti tertio sint maiores z ex. 21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaqꝝ sint hec posita: latera vero eos continentia cuncta adinuicem sint equalia eisqꝝ subtendantur tres bases z ipse sint d. e. e. f. z. f. d. eritqꝝ ex premissa possibile de tribus lineis his basibus equalibꝝ triangulum constitui. Sit igif ex eis cōstitutꝝ vn̄ doctrinā. 22. primi triangulus. d. e. f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribatꝝ circulus. d. e. f. supra centrum. g. z pꝝtrabāt: g. d. g. e. g. f. que cū sint adiuicē cōles ex dione circuli lateraqꝝ

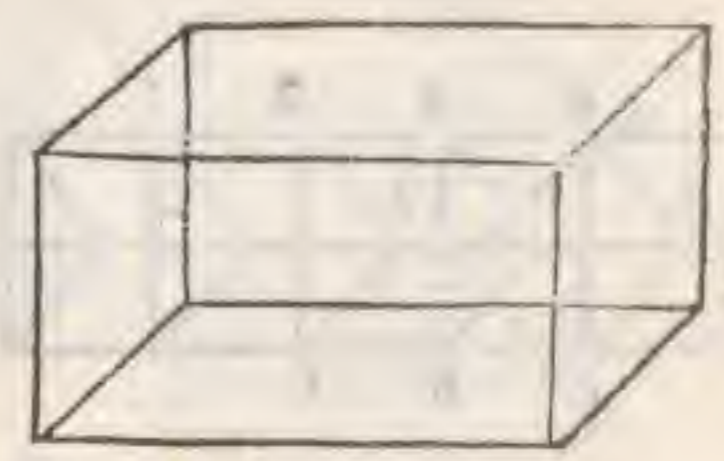
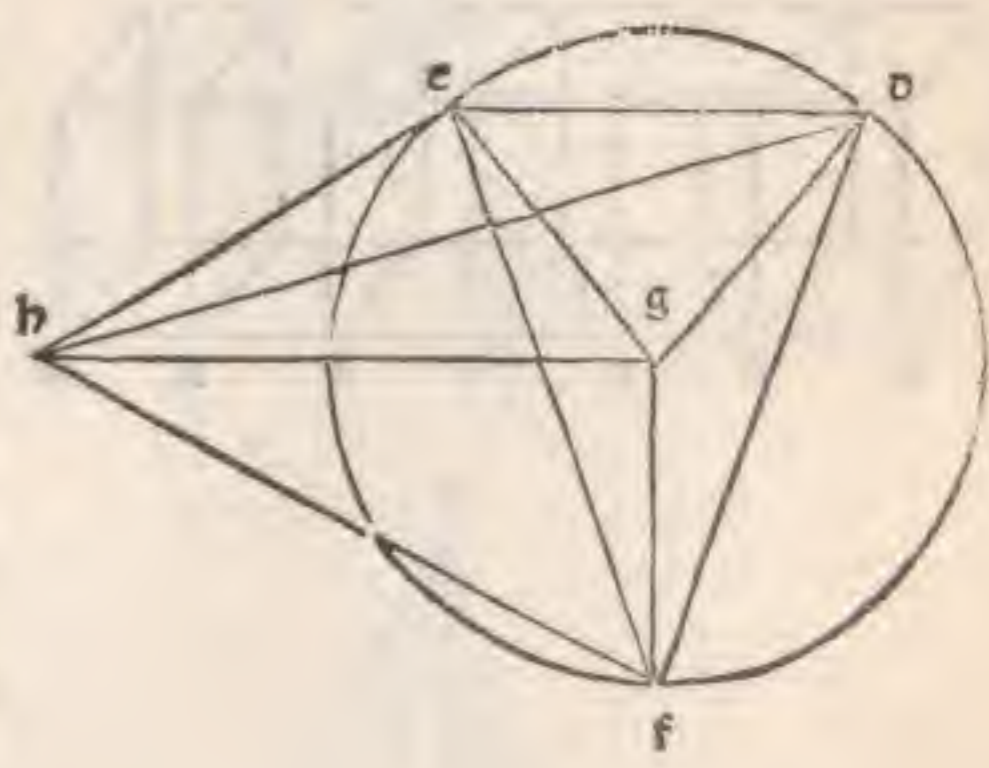




tres ppositos angulos ambientia equalia ex ypothefi necesse est vt eaz quelibet quolibet illorum lateru sit minor equalē aut aut maiorē esse est impossibile Si enī linea exiens a centro .g. ad circūferētiā circuli .d.e.f. eſſet equalis alicui lateri .a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d. ſequeretur propterea que poſita ſūt annuente .s. primi tres angulos .a.b.c. ppoſitas eſſe equalis tribus angulis .d.g.e.g.f.f.g.d. cūq; hi tres ſint equalis quatuor rectis angulis vt facile p; ex. 13. primi; protracta pauliſp vna lineaz exentiū a centro ad circūferētiā in continuum ⁊ directū: eſſent etiā tres anguli .a.b.c. equalis etiā quatuor rectis qđ eſt cōtra poſita. Qđ ſi eſſet maior ſu/ perpoſitis tribus triangulis quorum ſunt anguli .a.b.c. trib<sup>9</sup> triangulis diuidenti/ bus triangulam .d.e.f. vnoquoq; illi cū quo cōicat in baſi itaq; baſes ſupponant baſibus equalis videlicet equalibus ⁊ anguli .a.b.c. cadant ad ptem puncti .g. ſe/ queret ex. 21. pmi tres āgulos .a.b.c. eſſe maiores trib<sup>9</sup> qui ſūt .d.g.e. e.f.g.f. g.d. eēt itaq; maiores qtuor rectis qđ ē ampli<sup>9</sup> p; rariū poſitis Relinquit itaq; vnū/ quodq; ex ſex lateribus tres ppoſitos angulos ābientibus maior eſſe linea egredi/ ente a centro .g. ad circūferētiā .d.e.f. ideoz etiā potentius. Sit igitur potentius i linea .g. b. que ſit ſcōm. 12. b<sup>9</sup> orthogonaliter erecta ſup ſupficiē anguli vel circuli d.e.f. demittaturq; tres ypothemiſe .b.d.b.e.b.f. quas dico cōtinere angulos tres ſuperciales equalis tribus ppoſitis conſtituentes angulū ſolidum in puncto .b cū enī quadratū lineę .a.d. ſit equalis duob<sup>9</sup> quadratis duaz lineaz .d.g. ⁊ .g.h. ex ypothefi At quadratū lineę .d.b. ſit equalis eiſdē ex penultima primi necelle eſt li/ neā .a.d. eſſe equalis lineę .d.b. eodēq; modo ⁊ lineā .a.c. lineę .c.b. igit<sup>9</sup> ex .8. pmi cū baſes etiā ſint equalis erit angulus .a. equalis angulo .d.b.c. ſilr quoq; nō erit angulus .b. equalis angulo .e.b.f. ⁊ angulus .c. equalis angulo .f.b.d. quare cōſtat factū eē quod facere diſpoſuimus.

**Propoſitio .24.**

**S**uperficiebus equidistantibus ſolidum cōtineatur eius oppoſite ſupficies ſibi inuicē equalis ſunt ⁊ equidistantiū laterum. Quicquid dicant alij ſolidū equidistantibus ſupficie/ bus contentum ſupficiebus paribus necelle eſt cōtineri que ſicut eē nō poſſunt pauciores ſex ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſe/ narium excedente. Conſtat enī columnā exagonā poſſe .8. ſupficiebus que binez bine oppoſite ſibi inuicem equidistant contineri: ſic quoq; octogonā .10. ⁊ decago/ nam .12. ⁊ ad iſtaꝝ ſimilitudinē in infinitū. ſ; hozz omnū ſolidoz equidistantibus ſupficiebus contentoz que infinita eſſe pronuncio ſolū illud dicit parallelogra/ mū cuius omnes ſupficies ipſū ambienteſ palellograme ſunt ⁊ iſtud ſex ſupfer/ ciebus duntaxat necelle eſt ambiri: de tali itaq; qđ ſex tm̄ ſupficiebus ambiē dico debere itelligi qđ hec .24. pponit: ſic igit<sup>9</sup> tale ſolidum corpus .a.b. cuius omnino ſupficies ſac vt ſolido habitu mente cōp; hendas: patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis ſecare cuius quatuor latera cum ſint cōmunes ſectiones ipſius ſecantis ⁊ quatuor ſectaz. Sint autē ille quatuor ſecte bine ⁊ bine ſm qđ adinuicem opponunt equidistantes ex ypothefi: ſequit<sup>9</sup> ex. 16. bis aſſumpta ut quatuor latera hui<sup>9</sup> ſupfiei ſecantis ⁊ quatuor ſectaz ſint adinuicē bine ⁊ bine equidistantia. Cō/ ſtat itaq; ſcōm. At vero ex. 34. primi manifeſtū ē oia latera oppoſita iſtaꝝ ſex ſup/ ficieꝝ eē equalia: erūt igit<sup>9</sup> bine latera angulū planū cōtinētia cuiuſq; eaz equalia binis lateribus angulū planū in ſupficie ſibi oppoſita p; tinentib<sup>9</sup>. anguli quoq; ab illis binis ⁊ binis lateribus p; tenti equalis p. 10. b<sup>9</sup>: igit<sup>9</sup> ex pueria penultime cōis



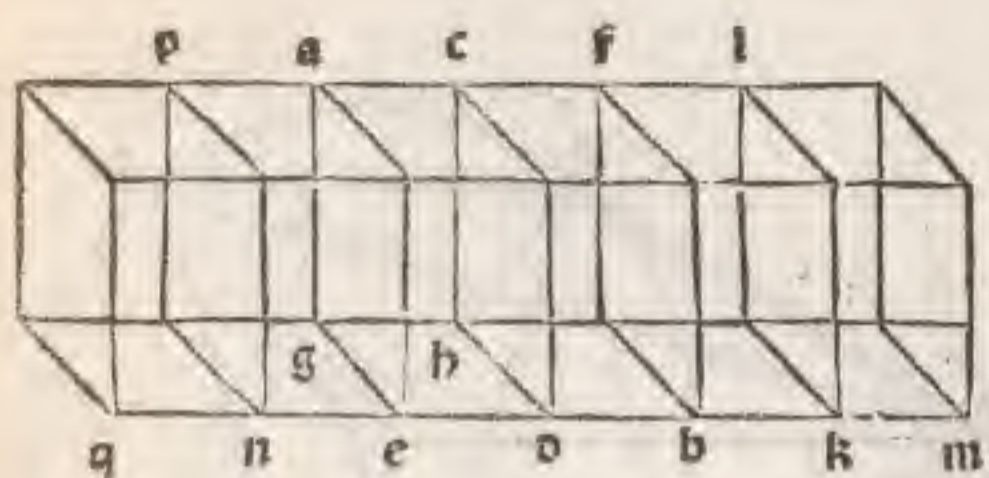


scie in primo libro posite necesse est quasq; duas superficies in solido .a.b. oppo-  
sitas esse sibi inuicē equales qđ est propositū. **Propositio .25.**



**S**i superficies quedā secet solidū parallelogramū equidistā-  
ter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partia-  
lia corpora que ad illam secantē superficiē velut ad cō-  
munē terminū copulant suis basibus iunt proportionalia

**S**it corpus .a.b. solidū palellogramū et secet ipsum superficies .c.d.  
equidistāter duabus eius oppositis superficiebus que sunt .a.e. et .f.b. et sit superficies  
g.b. basis ipsius solidi .a.b. de qua constat per premisā qđ ipsa sit equidistantium  
latez et sit cōis sectio duaz superficiez .c.d. et .g.b. linea .b.d. de qua constat p. .bu-  
ius qđ ipsa sit linea recta et p. 16. huius qđ ipsa sit equidistans .g.e. ideoq; sunt due  
superficies .g.d. et .b.b. equidistantiū latez et ipse sunt bases duoz prialiū corpoz  
in que superficies .c.d. diuidit solidum .a .b. dico itaq; qđ pportio solidi .a.d. ad soli-  
dū .b.c. ē sicut basis .g.d. ad basim .b.b. protrahant eni vtrinq; quātū libuerit. qua-  
tuor linee penetrantes superficie .c.d. sup eius angulos et ipse sunt .a.f. et .e.b. cū dua-  
bus reliquis sibi equidistantibus. Sumantq; ex cis omnib<sup>9</sup> portiones ex pte pun-  
cti .b. quot libuerit que ponant singule eāles linee .b.d. et ex parte puncti .e. alie sūt  
quot libuerit que ponant equales linee .e.d. sup quas vtrinq; pstituant solida palel-  
lograma scđm suaz longitudinē exigentiū. Sintq; ex pte puncti .b. solida .f.k. et .l.  
m. et ex pte puncti .e. solida .a.n. et .q. a. critq; ex dione corpoz equaliū atq; simi-  
liū vnūqđq; solidoz .f.k. et .l.m. equale solido .e.b. et vnūqđq; .a.n. et .p.q. ē equale  
a.d. fiat igit argumētū queadmodū i prima sexti ē eni solidū .c.m. ita multiplex so-  
lidi .b.c. sic basis .b.m. basis .b.b. et solidū .q.c. ita multiplex solidi .a.d. sic basis .q.b.  
basis .g.d. et si basis .b.m. ē eālis basi .q.b. solidū .e.m. est eāle solido .q.c. ex dione  
corpoz equaliū atq; similiū et si basis ē minor basi et solidū ē min<sup>9</sup> solido et si maior  
mai<sup>9</sup> qđ p; ex dione eadē reserata maiori basi ad eālitatē minoris et descripto sup  
eam solido palellogramo. itaq; ex dione icōtinue pportionalitatis pportio solidi  
a.d. ad solidū .c.b. sicut basis .g.d. ad basim .b.b. qđ est ppositū. Qđ si superficies  
aliqua secet corpus seratile equidistāter duabus eius triangularibus superficiebus  
oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficiē velut ad cōem termi-  
num copulant suis basibus erūt proportionalia. **S**it eni .a.f. corpus seratile cuius  
sint due trigone superficies .a.b.c.d.e.f. **C**ōstat igit ex dione seratilis vnāquāq; tri-  
um superficiez que sunt .a.b. d.e. b.c. e.f. a.c.d.f. ē parallelogramū: secet igit superfi-  
cies .g.h.k. istud seratile equidistāter duabus eius oppositis superficiebus q; sunt  
a.b.c.d.e.f. dico qđ pportio seratilis .a.k. ad seratile .g.f. ē sicut basis .a. k. ad ba-  
sim .g.f. qđ sicut de solidis palellogramis pbat ptractis eni in vtrāq; pte lineis .a  
d.b.e.c.f. factisq; inter eas ex pte puncti .e. seratilibus equalibus seratili .g.f. et ex  
pte puncti .b. alijs equalibus seratile .a.k. vtrinq; quouis numero ex dione inco-  
tinue pportionalitatis. si cuncta vigili mente plustres nō crit tibi difficile cōclude-  
re quod diximus.



**S**uper datum punctū date linee angulo solido proposito  
equalē angulū solidū constituere.

**S**olidus angulus  
propositus sit .a. qui cōtineat tribus lineis .a.b.s.c.a.d. tres super-  
ficiales angulos ipsū solidū pficientes cōtinentib<sup>9</sup> cui sup punctū .e.  
linee .e.f. pposite que ad libitū pponentis iaceat: aut in sublimi cōsurgat iubeant



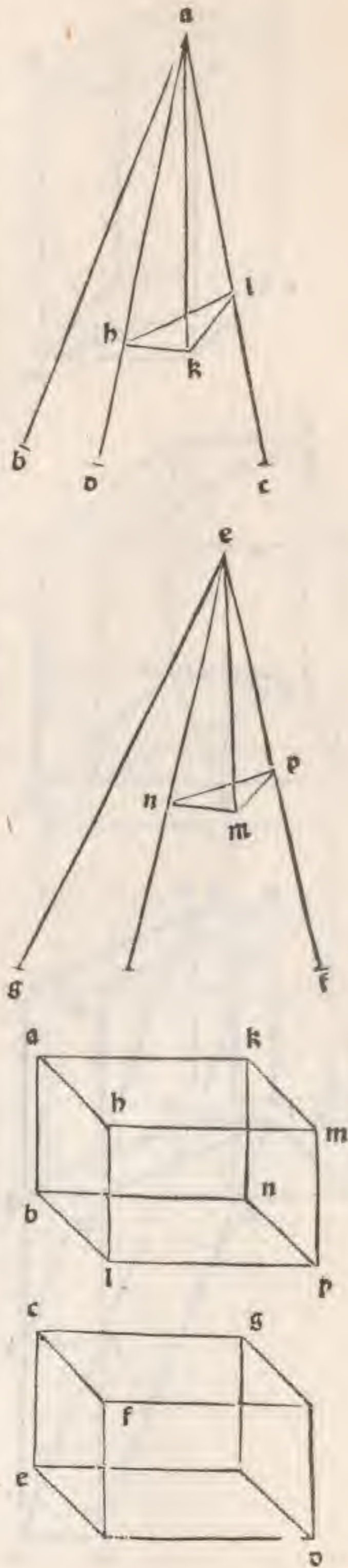
equalē angulū solidū cōstituere qualiscūq; sit situs linee. e. f. a puncto. g. vbi cūq; volueris signato: p̄ducato lineā. g. e. eruntq; ex sc̄da b<sup>o</sup> due linee. e. f. z. g. e. i sup̄ficie vna. in hac itaq; superficie super punctū. e. datū in assignata linea sc̄dm p̄silūz 23. primi cōstituē angulū equalē angulo. b. a. c. z ipse sit. f. e. g. debinc ex linea. a. d. abscinde lineam. a. b. sicut volueris z a puncto. b. producito perpendicularē b. k. ad superficiē in qua sunt due linee. a. b. z. a. c. qd̄ qualiter faciendum sit. i. i. hu ius docuit: nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil enī refert vtz p̄pendicularis b. k. occurrat sup̄ficie in qua sunt due linee. a. b. z. a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eaz altera ducito tñ lineā. a. k. positoq; puncto. l. in linea. a. b. vbi cūq; volueris p̄trabe lineas. k. l. z. l. b. z pone angulū. f. e. m. in sup̄ficie lineaz. e. f. z. e. g. equalē angulo. b. a. k. z lineā. e. m. equalē linee. a. k. z ex linea. e. f. sume lineā .e. p. equalē linee. a. l. z a puncto. m. educ lineā. m. n. p̄pendicularē ad superficiē in qua sunt due linee. e. f. z. e. g. z pone eā equalē. b. k. z protrabe lineas. e. n. n. p. z. p. m. dico igit̄ tres lineas. e. f. e. g. e. n. cōtinere angulū solidū in puncto. e. equalē angulo. a. p̄posito: cū sint enī ex ypot̄bēsi duo latera. a. k. z. k. b. triāguli. a. k. b. equalia duobus lateribus. e. m. z. m. n. triāguli. e. m. n. z anguli qui sunt ad. k. z ad. m. recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra superficiē erunt ex quarta p̄mi due linee. a. b. z. e. n. equalēs: per eandē quoq; erunt due linee. k. l. z. m. p. equalēs. ideoq; etiā p̄ eandē. b. l. z. n. p. equalēs: cum sint. b. k. z. k. l. equalēs. m. n. z. m. p. z anguli. b. k. l. z. m. n. p. recti p̄. s. igit̄ p̄mi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. b. a. l. Simili quoq; modo p̄babis angulū. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. constat itaq; nos effecisse qd̄ volumus: hinc si studiosus institeris quotcūq; lateribus a. solidus angulus p̄positus cōtineat̄ qd̄ a te petiē sine offēdiculo perficere poteris

**Propositio .27.**

**S**uper assignatā lineam dato solido equidistantium sup̄fici erum simile solidum constituere. ¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ vtrū in plano iacet vel sursum exurgat nihil curet: sitq; assignatū palellogramū solidū corpus. c. d. cui sup̄ lineā. a. b. iubemur simile solidū fabricare. Sint igit̄ tres linee p̄tinentes superficiales angulos ex quibus ponit̄ solidus angulus. c. inscripte litteris. c. e. c. f. e. g. At sc̄dm p̄cepta p̄missa super punctū. a. linee. a. b. cōstituā angulus solidus equalis. c. que cōtineat̄ tres linee. a. b. a. h. a. k. z auxilio. 10. sexti sit p̄portio. c. e. ad. a. b. z. e. f. ad a. b. z. g. c. ad. a. k. p̄portio vna: debinc a trib<sup>o</sup> punctis. b. b. k. p̄traban̄ sex linee b. l. equidistans linee. a. b. z. b. m. equidistans linee. a. k. itez. b. l. equidistans linee a. b. z. b. n. equidistans linee. a. k. rursus quoq; k. n. equidistans. a. b. z. k. m. equidistans. a. b. amplius aut̄ p̄traban̄. m. p. equidistans. b. l. z. p. l. equidistans. b. m. p̄trabat̄ quoq; z lineā. p. n. eritq; cōpletū solidū palellogramū. a. p. quod dico cē simile solido. c. d. hoc aut̄ ex dione silium sup̄ficiēz z dione silium corpōz si earum memineris facile cōcludes.

**Propositio .28.**

**S**up̄ficies aliqua solidū palellogramū sup̄ duas quasilib; oppositas sup̄ficies eius terminales z sup̄ eaz duas diametros secet eādē sup̄ficiē corp<sup>o</sup> illud p̄ equalia secare necesse est. ¶ Sit corpus. a. b. solidū palellogramū de quo sit positum q̄ sup̄ficies. a. b. c. d. secet ipsū sup̄ diametros duaz superficierū oppositaz ipsū solidū terminatiū q̄ sint .a. d. z. c. b. dico q̄ ipsa diuidit istud solidū





ppositū per equalia. cōstat enī q̄ ip̄a diuidit illud solidū in duo seratilia quoz sup  
ficies quadrilateras binas z binas ad inuicē relatas scōm q̄ ip̄e sunt opposita la/  
tera solidi ppositi manifestū ē ex. 24. hui⁹ eē equales cū solidum de quo loquimur  
positū sit esse pallelogramū: ex eadē quoq; z. 41. primi cōstat trilateras supficies di  
ctoz seratiliū esse equales: igit a diuisione solidoz equaliū liquet quod propositum est

## Propositio .29.



**C**uncta solida equidistantium superficierū eque alta atq; ī  
eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia.

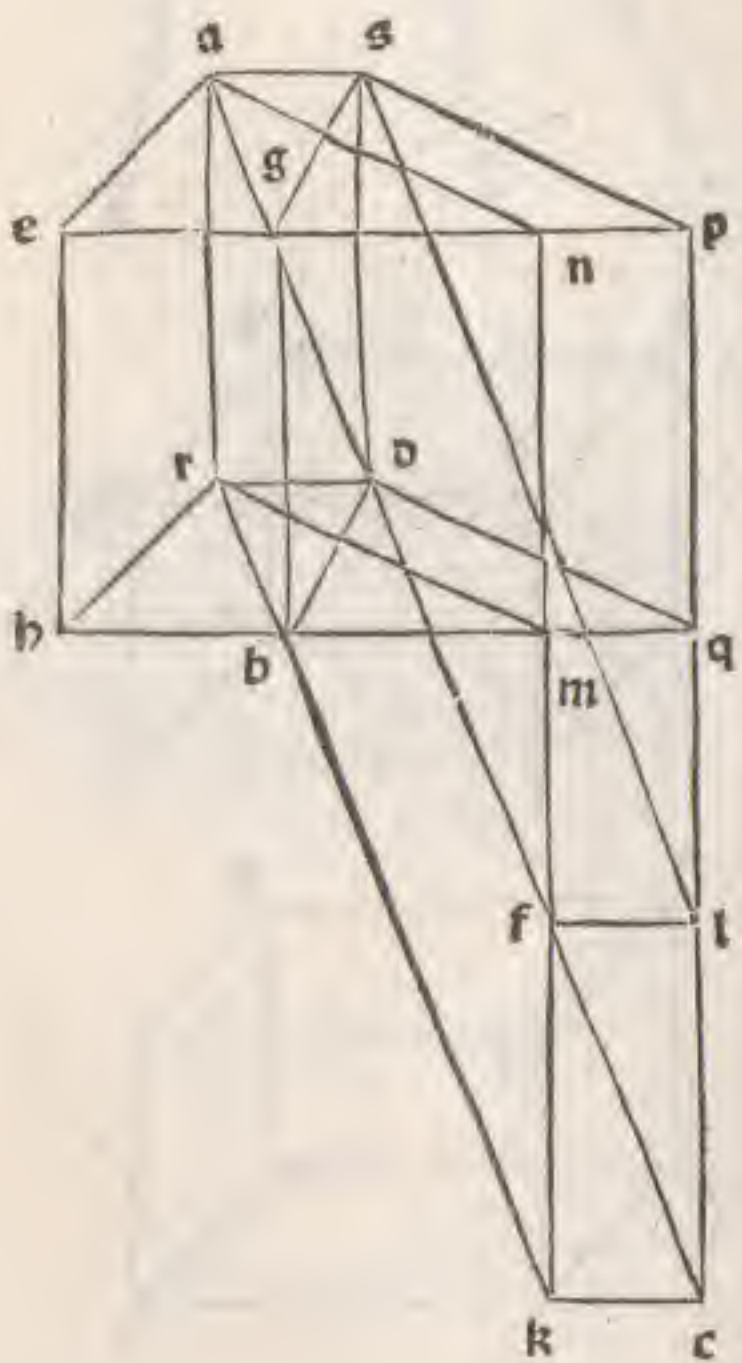
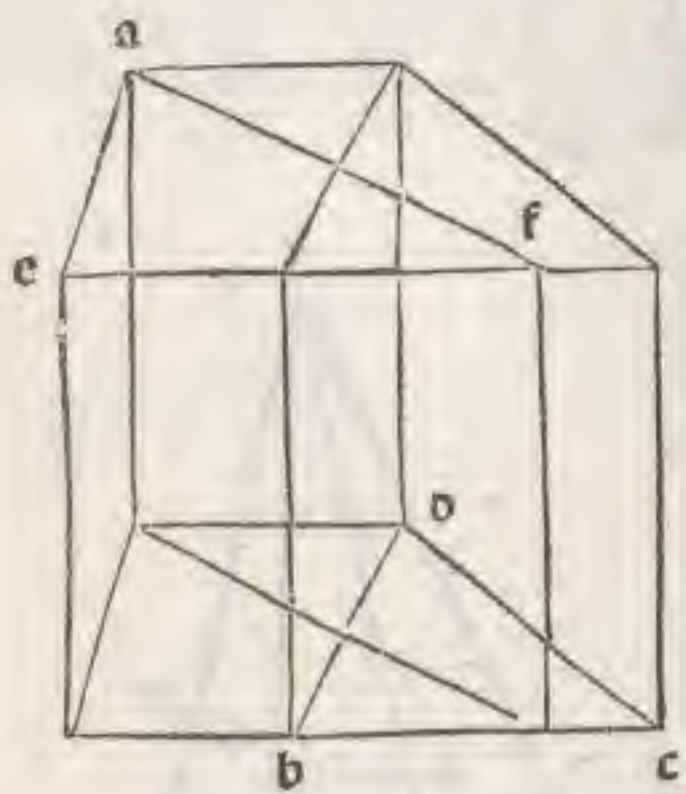
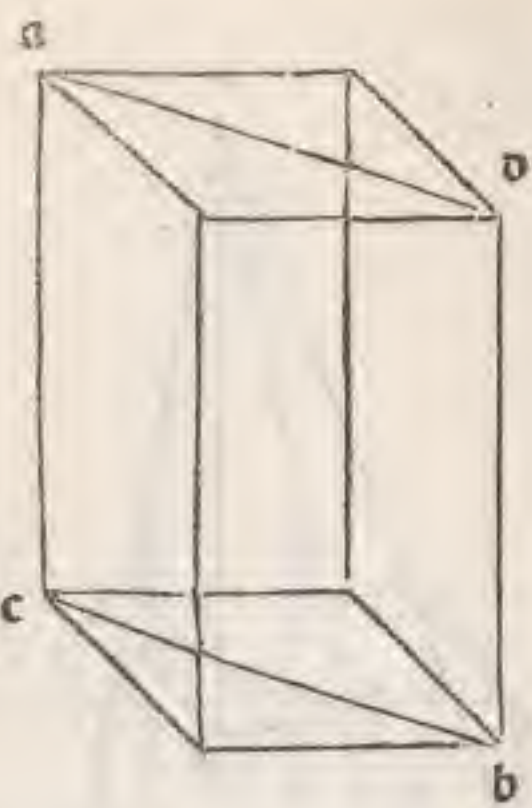
**C**eterū ē q̄ solida equidistantiū latez eque alta siue inter supficies eq̄  
distantes super vnā z eadē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si/  
cut de superficierū equidistantiū latez super vnā basim z inter line  
as equidistantes pstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidoz que  
dā dicunt cōstitui super lineā vnā z sunt illa quoz suppremax supficies duo op/  
posita latera sunt hui⁹ rectitudinē ptracta lineā vnā: z de talibus hec. 29. proponit  
demonstrandū ip̄a oia esse equalia adinuicem. sunt autē eoz alia que nō dicuntur  
cōstituta super lineā vnā z sunt illa quoz suppremax superficierū duo latera oppo  
sita quecūq; sumant hui⁹ rectitudinē ptracta nō sunt lineā vnā z de talib⁹ sequens  
demonstrandū pponet ip̄a quoq; oia eē adinuicē equalia. Sint itaq; duo solida  
pallelograma eque alta siue inter supficies equidistantes. a. b. z. a. c. cōstituta sup  
vnā basim que sit. a. d. quoz suppreme supficies sint. e. b. z. f. c. Sintq; hāz suppre/  
max superficierū duo latera opposita cū scōm rectitudinē ptractant lineā vnā z ip̄a  
sunt. c. f. z. b. c. dico itaq; q̄ solida. a. b. z. a. c. sunt equalia: hoc autē si figurā ei⁹ hui⁹  
q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaueris z queadmodū in. 35. primi processeris  
idem faciens hic de seratilibus qd̄ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur/  
runtq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficierū occurrisse nouisti

## Propositio .30.



**C**uncta solida equidistantiū superficierū eque alta que ī eadē  
basi nō autē sup lineā vnā fuerint pstituta pbant esse equalia.

**S**int nūc duo solida pallelograma eque alta siue inter supficies eq̄  
distantes sintq; sup vnā z eadē basim sed nō sup lineā vnā pstituta:  
dico itez ea eē equalia. Esto enī duo solida pallelograma. a. b. z. a. c.  
eque alta siue inter supficies equidistantes pstituta sup vnā basim que sit. a. d. s; nō  
super vnā lineā: sintq; eoz suppreme supficies. e. b. z. f. c. quaz opposita latera hui⁹  
rectitudinē ptracta nō erūt lineā vnā. cūq; ip̄a ex ypothesi sint ī vnā superficie eo  
q̄ solida proposita sunt inter superficies equidistantes: necesse ē vt duo latera vni  
us earum ptracta scōm rectitudinē secēt duo alterius eaz ptracta scōm rectitudi/  
nē: protrahāt itaq; duo opposita latera superficierū. e. b. que sint. e. g. z. b. b. z duo  
opposita superficierū. f. c. que sint. k. f. z. c. l. z secent se sup quatuor pūcta. m. n. p. q  
eritq; superficies. m. n. p. q. equidistantiū latez equalis vnicuiq; triū superficierū.  
quaz vnā ē basis ppositis solidis cōis z ip̄a ē. a. d. z due relique sūt suppreme su/  
perficies eorundē solidoz z ip̄e sunt. e. b. z. c. f. ductis itaq; lineis a quatuor pun/  
ctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scōm directā habitudinē relatos/  
q̄ sit. n. a. m. r. p. f. q. d. perfectū erit solidū pallelogramū. a. q. ī eadē basi cū vtro  
q; duoz prioz z eque altū z sup lineā vnā cū vtroq; ipsoz: per premisaz igit vtrū/  
libz duoz solidoz ppositoꝝ que sūt. a. b. z. a. c. ē equale solido. a. q. p̄ceptionem





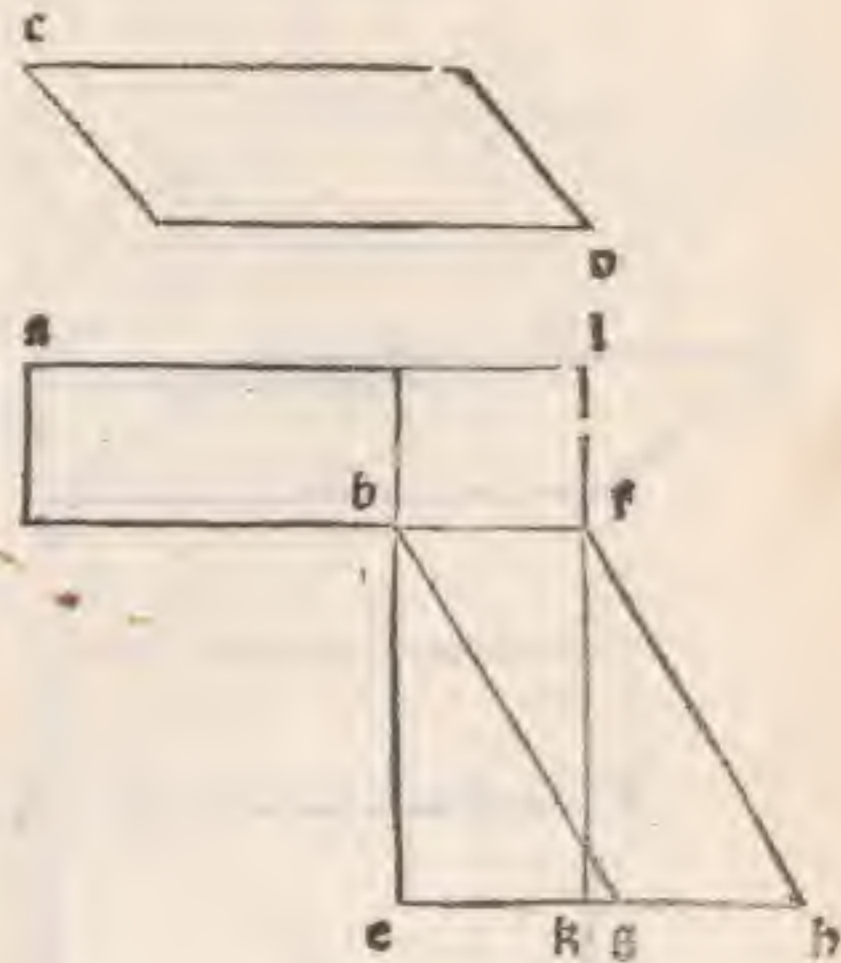
ergo est solidū .a. b. eque solido .a. c. q̄re constat p̄positū. ¶ Notes quoq; p̄uerfas huius z p̄missē p̄bare si libet ducendo ad impossibile: pones enī quelibet duo solida parallelograma eē eqlia z p̄stituta super eandē basim equidistātia z demōstra / bis ea eē eque alta. Erūtq; hec z p̄missa tue demōstrationis mediū: impossibile autē ad quod duces erit: partē suo toti esse equalē: qd̄ euidenter patebit si de illo soli do qd̄ altius eē mentif aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia z sup eandē ba sim cōstituta vnū solidū parallelogramū eque altū demissiori abscideris: hoc autē abscisum equeale esse demissiori cōuincēs ex hac z p̄missa. ideoq; z toti illi a quo ipsum abscideris ex cōi scia.

**Propositio .31**



**S**olida equidistantiū superficiēz in basibus equis cōstituta si fuerint eque alta lineeq; eius angulares supra bases or thogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; vez ē q̄ oīa solida parallelograma in equis basib<sup>9</sup> atq; inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficiēb<sup>9</sup> equidistantiū laterū super equales bases z in / ter lineas equidistātes constitutis in .36. primi probatū ē. At taliū solidoz alia sūt quoz angulares lineę super suas bases orthogonaliter erigunt de quib<sup>9</sup> hec .31. p / ponit demōstrandū esse ea eē equalia. Alia vero sunt quoz angulares lineę super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte: de quibus sequēs demōstrādū proponit ea eē equalia: intelligant itaq; super duas bases .a. b. z .c. d. que sint equalēs z equi distantiū latez nō in vnus creationis. sed sit .a. b. tetragonus longus. z .c. d. simi le belmuaym duo solida equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; lineę erecte super angulos p̄positaz basiū p̄pendiculares ad ipsas. dico hec duo solida ad in / uicē esse equalia prorrabant itaq; duo latera basis .a. b. z sint illa que cōtinēt an / gulum .b. f. q; ad .f. z .e. z fiat angulus .f. b. g. equalis angulo .c. b. f. z sumāt / due lineę .b. f. z .b. g. equalēs duobus lateribus basis .c. d. que cōtinēt angulū .c. z / perfiat superficies equidistantiū laterum .b. b. que erit equalis z silis basi .c. d. debine p̄trabat .b. e. equidistans .b. f. z .f. k. equidistans .b. e. eritq; quadrilatera superficies .b. k. equidistantiū laterū equalis .b. b. ex .35. primi: cūq; .b. b. sit equa / lis .c. d. erit per cōceptionē .b. k. equalis .a. b. Cōpleat itaq; superficies equidistan / tiū laterum .b. l. prorracta lineā .k. f. quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus conti / nentibus angulū .a. in p̄ncto .l. age ergo super tres superficies equidistantiū late / rum que sunt .b. b. .b. k. .b. l. cōstituātur eque alta solida solido cōstituto super basim .a. b. sintq; lineę omniū solidoz istoꝝ erecte super bases perpendicularēs ad ip / sas z appellentur bases z solida super eas cōstituta eisdē nominibus .manifestum est ergo ex diffinitione solidoz equalium atq; similium q̄ duo solida .b. b. z .c. d. equalia atq; similia sunt: de solidis autē .b. b. z .b. k. constat ex .29. q̄ ipsa sūt equa / lia: sunt enī eque alta z cōstituta super vnā z eandē basim z ipsa ē superficies ere / cta super lineā .b. f. z super lineā vnā: ē autē p. 25. proportio solidi .a. b. ad solidum .b. l. sicut basim .a. b. ad basim .b. l. z per eandem solidi .b. k. ad solidum .b. l. sicut ba / sis .b. k. ad basim .b. l. cūq; sit vtriusq; duarum basium .a. b. z .b. k. ad basim .b. l. vna proportio: ex prima parte .7. quinti erit vtriusq; duoz solidozum .a. b. z .b. k. ad solidum .b. l. proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo soli / da .a. b. z .b. k. equalia: at quia solidū .b. k. est equeale solido .b. b. solidūq; .b. b. so / lido .c. d. sequit ex cōi scia solidum .a. b. eē eqlie solido .c. d. quod est p̄positum.





## Propositio .32.

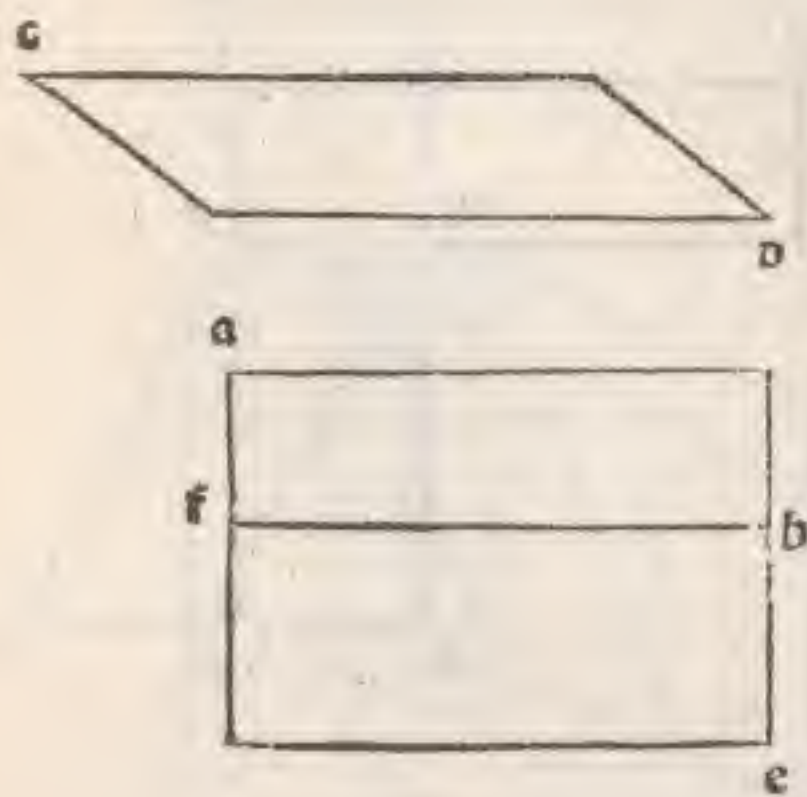


**S**olida equidistantiū superficiēz in equis basibus con-  
stituta eque alta fuerint linee autē angulares supra bases  
orthogonaliter nō steterint: ipsa eē equalia necesse est.

**C**onstructis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̄ sint equi-  
distantiū terminoz ⁊ eque alta ⁊ sup bases equas perpendiculariter  
nō autē super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor  
angulis supremaz superficiēz ipsoz ad bases suas perpendiculariter ducantur q̄ ex  
6. erūt singulares equidistantes ⁊ etiā ex ypothēsi singule singulis equales ipse enī  
solidoz ppositoz altitudinē diffiniunt: ⁊ si inter eas solida equidistantiū laterum  
pstant constabit ex pmissa hcc duo solida vltimo constituta esse adinuitē equa-  
lia. Cūq; duoz prioroz ⁊ duoz posterioroz sint eodem bases videlicet eoz superficiēz  
supreme: constat ex. 29. vel. 30. et hac cōmuni sciētia: quēcūq; equalibus sūt equa-  
lia sibi inuicē sunt equalia vtz esse qd̄ ppositū est. Ex his potes cōuersas huius ⁊  
pmissē eisdē mediantib⁹ indirecte demonstrare si libet eodē mō ⁊ ad idē icōueniēs  
sicut in cōuersis duaz istas antecedentiū deducēdo: pones enī duo solida paralel-  
lograma eē equalia ⁊ sup equales bases ⁊ cōvinces ea esse eque alta vel pones ea  
eē eque alta ⁊ eālia ⁊ cōvinces ea eē sup bases eāles. **Propositio .33.**



**O**mnia solida equidistantiū superficiēz eque alta suis ba-  
sibus sunt proportionalia. **C** Sint duo solida equidistantiū sup  
ficiēz eque alta cōstituta super duas bases. a. b. ⁊ c. d. dico qd̄ ppor-  
tio illoz duoz solidorum vnus ad alterum est sicut pportio suarū  
basium que sūt. a. b. ⁊ c. d. vni⁹ ad alterā. **C**ōstat quidē ex. 24. vtrāq;



haz duarū basiū esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita ⁊ equidistā-  
tia in superficie. a. b. p̄trahant ⁊ inter ea fiat superficies equidistantiū lateroz que  
sit. f. e. equalis. c. d. dehinc supra superficiē. f. e. cōpleatur solidum palellogramum  
eque altū ei qd̄ cōstitutū est sup basim. a. b. sitq; amboz cōis terminus illa surficiē-  
es que exurgit sup lineā. b. f. hec autē solida ⁊ sue bases eisdem nuncupent nomi-  
bus. q; igitē basis. f. e. ē equalis basi. c. d. crit ex. 31. vel. 32. solidū. f. e. equale solidū. c.  
d. At q; totale solidū. a. e. secat superficies exurgens super lineā. b. f. equidistanter  
duobus lateribus oppositis: erit ex. 25. pportio solidi. f. e. ad solidū. a. b. sicut ba-  
sis. f. e. ad basim. a. b. cūq; sint. c. d. ⁊ f. e. tam bases q; solida equalia: bases qui-  
dē ex ypothēsi: solida autē ex. 31. vel. 32. Sequitur ex. 7. quinti bis assumpta semel  
p basibus ⁊ semel p solidis q; solidoz. a. b. ⁊ c. d. basiumq; a. b. ⁊ c. d. sit ppor-  
tio vna qd̄ demonstrare volumus: huius quoq; cōuersam eadē ipsa mediāte demō-  
strare quēcūmodū cōuersas p̄cedentiū nō ē difficile. pones enī duo solida para-  
llograma eē suis basibus pportionalia ⁊ cōvinces ea eē eque alta abscoq; ab eo  
qd̄ alti⁹ metiet aduersari⁹ vno solido palellogramo eque alto demissiori erūt absco-  
si ⁊ demissi⁹ suis basib⁹ pportionalia ex ypothēsi ⁊ ex hac. 33. cūq; etiā eēt tota  
le alti⁹ a quo ptiale abscidisti ⁊ ipsū demissi⁹ eisdē basib⁹ pportionalia ex ypothēsi  
sequit ex p̄ma pte. 9. quinti totale qd̄ aduersari⁹ dicit alti⁹ ⁊ ptiale qd̄  
ab eo abscidisti esse equalia. **Propositio .34.**



**S** duo solida equidistantiū superficiēz lineis altitudinum  
super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eozq;  
bases eozū dē altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint



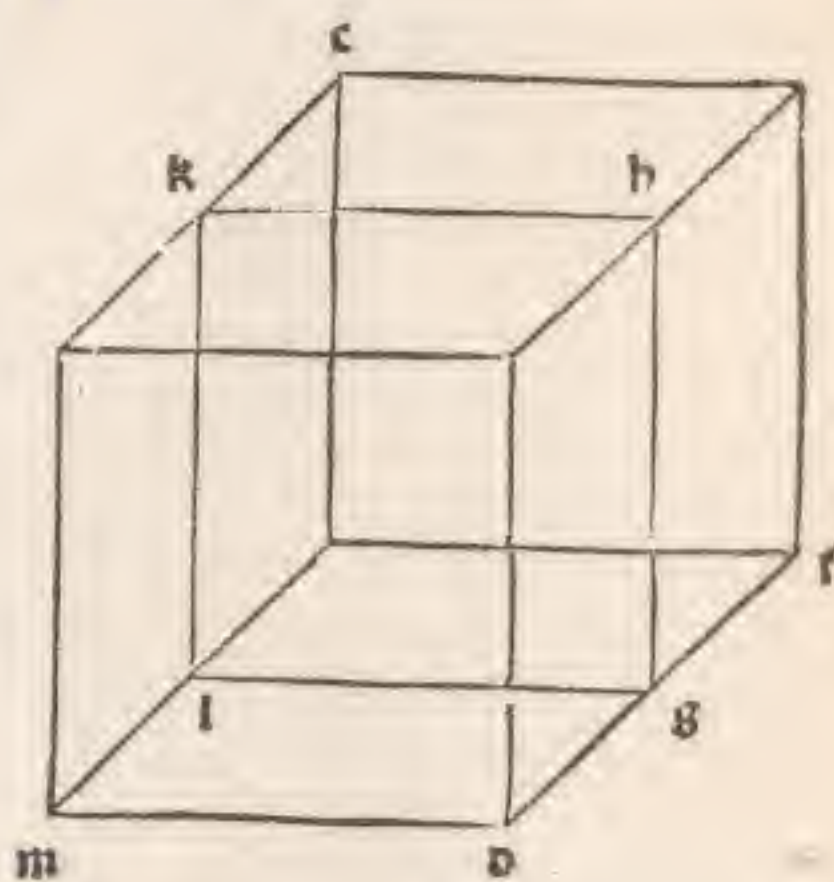
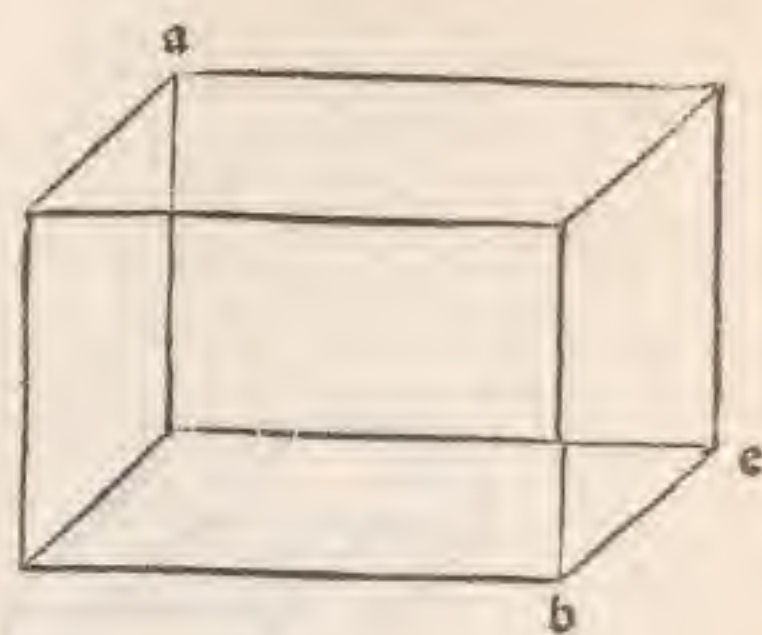
due bases suis altitudinib<sup>9</sup> mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse ne-  
 cesse est. Quocunq<sup>3</sup> sint duo solida equidistantiū superficiēz equalia eoz ba-  
 ses z altitudines necesse est esse mutue alias z e conuerso que admodū de superficie/  
 bus equidistantiū laterē equiangulis. 13. sexti p<sup>o</sup>posuit. At tamē hac. 34. istud demō-  
 strandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis  
 basib<sup>9</sup> palellogramis orthogonaliter insistant. ea vero que sequit<sup>r</sup> p<sup>o</sup>ponit idē de ce-  
 teris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a. b. z. c. d. equalia quoz bases sint  
 a. e. z. c. f. linee q<sup>3</sup> altitudinū ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte z sit  
 altitudo solidi. a. b. linea. c. b. z solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due linee. e. b.  
 z. f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq<sup>3</sup>  
 solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eoz que sunt. a. e. z. c. f. eq<sup>3</sup>  
 les. ideoq<sup>3</sup> bases z altitudines erunt mutue: sicq<sup>3</sup> cōstabit p<sup>o</sup>positi prima ps. z eō/  
 uerso cōstabit scōa vt si altitudines z bases sint mutue: ponant<sup>r</sup> altitudines equa-  
 les erūt quoq<sup>3</sup> bases equales. ideoq<sup>3</sup> p. 31. z solida equalia z sic cōstat secunda ps.  
 At vero si linee. e. b. z. f. d. nō fuerint equales sit. f. d. maior z ex ea refect<sup>r</sup>. f. g. ad  
 equalitatē. e. b. tribusq<sup>3</sup> ceteris lineis que sunt altitudinis sol di. c. d. ad eādē men-  
 surā in punctis. h. k. l. refectatis perficiat solidū palellogramū. c. g. eque altū solido  
 a. b. eritq<sup>3</sup> ex p<sup>o</sup>missa. a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. cū itaq<sup>3</sup>. c. d. sit equale. a. b. erit  
 ex prima pte. z. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. p<sup>o</sup>missā autē ē p<sup>o</sup>portio. c. d.  
 ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. qd<sup>o</sup> p<sup>3</sup> si vna ex lateralib<sup>9</sup> sup<sup>o</sup>ficiēb<sup>9</sup> solidi. c. d. z ipsa sit. f.  
 m. intelligat<sup>r</sup> basis ipsi<sup>9</sup>. at per primā sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. ideoq<sup>3</sup> per  
 z. quinti. sicut. d. f. ad. b. e. igit<sup>r</sup>. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. cōstat itaq<sup>3</sup> prima ps.  
 Scōam pte cū sit cōuersa prime cōuerso mō p<sup>o</sup>babit: sit enī eadē dispositione ma-  
 nente p<sup>o</sup>portio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. z. c. d. eē equalia:  
 erit enī ex. z. quinti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex p<sup>o</sup>missa ē. a. b. ad. c. g. sicut  
 a. e. ad. c. f. igit<sup>r</sup> ē a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima autē sexti ē. d. f. ad. f. g. sicut  
 m. f. ad. f. l. z ex p<sup>o</sup>missa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq<sup>3</sup>. c. d. ad. c. g. sicut. a. b.  
 ad. c. g. igit<sup>r</sup> ex. 9. 5. a. b. z. c. d. sūt eq<sup>3</sup>lia: qd<sup>o</sup> ē p<sup>o</sup>positū.

**Propositio .35.**

**S**i duo solida equidistantiū terminoz fuerint equalia eoz  
 bases eozū dē altitudinibus erūt mutue Si vero bases sue  
 altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equi-  
 distantium superficiērum probātur esse equalia.

Quō p<sup>o</sup>missa p<sup>o</sup>posuit de solidis palellogramis quoz linee altitu-  
 dinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. p<sup>o</sup>ponit indistincte de om-  
 nibus: demōstrare autē cōuenit hāc ex p<sup>o</sup>missa que admodū demonstrauim<sup>9</sup>. 32. z  
 33. fabricatis enī duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq<sup>3</sup> si linee altitu-  
 dinū suis basibus orthogonaliter insistant: cōstat vez esse qd<sup>o</sup> dicit<sup>r</sup> ex p<sup>o</sup>missa. Sin  
 autē a quatuor angularib<sup>9</sup> punctis sup<sup>o</sup>remaz sup<sup>o</sup>ficiēz in vtroq<sup>3</sup> solido quaterne  
 linee demittant<sup>r</sup> perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum  
 sup<sup>o</sup>ficiēz quaterne erigant<sup>r</sup>: iter quas duo solida palellograma pficiant<sup>r</sup> eque alta so-  
 lidis prioribus. eruntq<sup>3</sup> ex. 29. z. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equa-  
 lia. cum igitur horum z eozū sint eedē bases z eedē altitudines: sit autē ex p<sup>o</sup>missa  
 de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

**Propositio .36.**

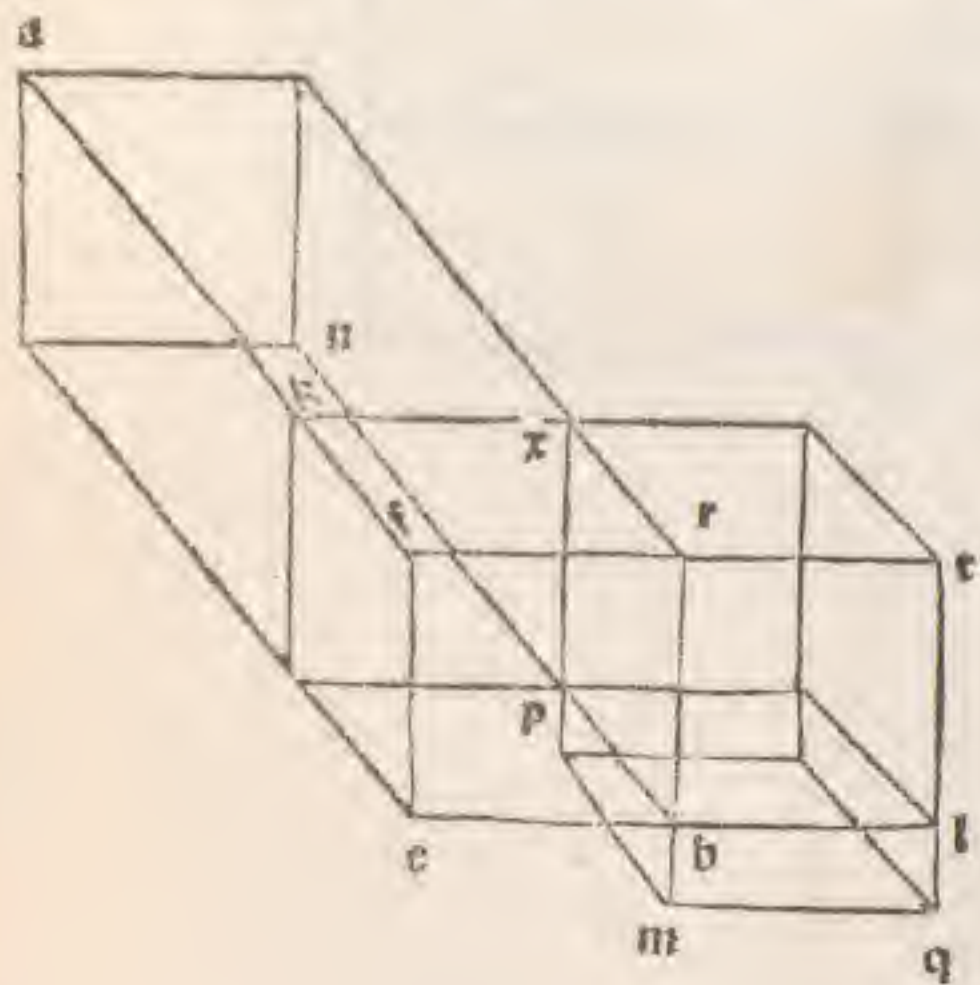
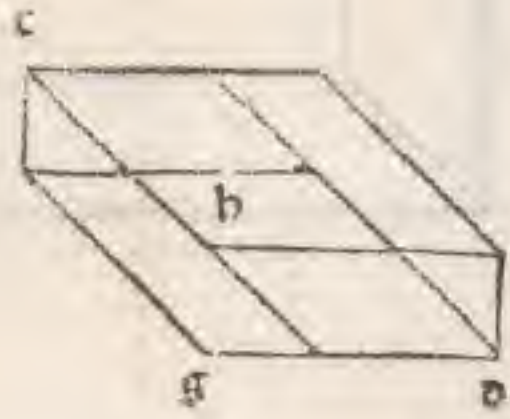






**S** duo solida equidistantium superficierum fuerit similia proportio erit vtriusq; ad alteru tanq; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

**S**int eni duo solida .a. b. z. c. d. parallelograma z silia: dico q; ppor-  
tio vnius eoz ad alteru e sicut vnius lateris eius ad vnu latus alteri?  
qd sibi i referit pporatio triplicata: que admodu duaz superficier silium pporatio est si  
ent suoz relatiuoz latez pporatio duplicata ut in. 18. sexti demonstratu e. na si soli  
da. a. b. z. c. d. fuerint equalia cu ipsa ponant silia erunt ex diffinitionib; siliu eoz/  
poru z similiu superficier cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri?  
ideoq; cu duaz quantitatum equaliu pporatio triplicata aut quotienslibet sumpra  
no efficiat nisi equalitatis pporatione: constat in hoc casu vez ee qd proponit. Si  
autem inequalia: sit .a. b. maius cuius longitudo sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a.  
basis. c. r. z suprema superficies. a. n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo  
g. b. altitudo. b. c. constat itaq; ex dione similiu eoz z ex diffinitione similiu sup  
ficeru z p serti ypothesi q; pporatio. a. f. ad. c. b. z. f. e. ad. b. g. z. e. b. ad. g. d. sit p/  
poratio vna. sumat igit ex linea. a. f. qua manifestu e ee maiore. c. b. linea. f. k. equa  
lis. b. c. ceteraq; tres determinantes altitudinem solidi. a. b. referentur ad equalita  
tem eius z inter eas copleatur solidu parallelogramu. k. b. eque altu solidi. c. d. z p/  
trabant due linee basis. e. b. vsq; ad. l. z. r. b. vsq; ad. m. sitq; b. l. equalis. g. d. z. b.  
m. equalis. b. g. z perficiat superficies equidistantiu lateru. m. l. que erit equalis z si/  
milis. b. d. sup ea igit erigat solidu parallelogramu .p. q. fm altitudinem prescisam ex  
altitudine solidi. a. b. eritq; p. q. equale z sile solidi. c. d. rursusq; inter lineas. r. b.  
z. b. l. pficiat superficies equidistantium laterum. b. t. sup qua quoq; erigatur soli  
du parallelogramu. x. l. eque altu vtriusq; duoz solidoz. k. b. z. p. q. replendo alteru  
trum duoz anguloz byantium inter ea: cu aut duo solida. a. b. p. q. sint silia eo q;  
abo posita sint silia solidi. c. d. corpa vero vni z eidem corpa silia iter se sunt silia  
vt p; ex dione silium eoz z. 20. sexti manifestum e ex. 25. ter assumpta q; inter  
duo solida. a. b. z. p. q. fm continua pporationalitate cadunt duo solida. k. b. z. x. l.  
opportune ergo constituta vel constructa figura: ypotesibusq; memorie firme con/  
mendatis ex prima sexti facile pcludes propositu. Excutite corpa z diligenter atte  
de sciesq; ex. 25. huius pporatione solidi. a. b. ad solidu. k. b. ee sicut superficier. a. r.  
ad superficier. k. r. idq; ex prima sexti sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. z pporatione soli  
di. k. b. ad solidu. x. l. sicut superficier. k. r. ad superficier. x. t. idq; sicut linee. f. r. ad line  
am. r. t. z pporatione solidi. x. l. ad solidu. p. q. sicut superficier. r. l. ad superficier. l. m.  
ideoq; sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. Ex ypothesi vero liquet q; pporatio linee. f. r.  
ad lineam. r. t. z linee. r. b. ad lineam. b. m. e sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. itaq; ex rione  
pporationis triplicate posita in pbenio quinti: constat q; pporatio solidi. a. b. ad so  
lidum. p. q. ideoq; etiã ad solidu. c. d. e sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata z q;  
linea. k. f. posita est equalis linee. c. b. p; vez esse quod dicit. Scire aut oportet q;  
quicquid p hanc. 36. z p. 7. ea cotinue precedentes demonstratu e de solidis parallelo  
gramis. idẽ quoq; vez e de seratilibus quoz bases coiter sunt trigone aut comuni  
ter terragone. hoc aut ex. 28. z hac. 36. z. 7. ea cotinue precedentibus constabit ige  
nioso inspectori. Si eni fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandẽ basim vel sup  
bases equales coiter in trigonas aut coiter terragonas cum ipsa sint dimidia soli  
doz parallelogramoz suarum altitudinẽ. ex. 28. ipsa erũt equalia ex. 29. z trib;

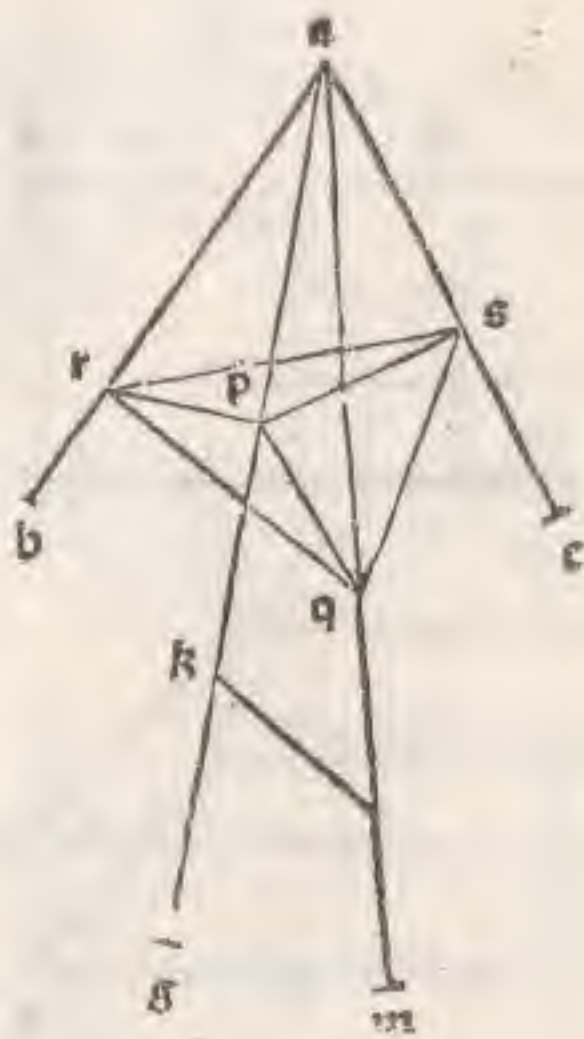




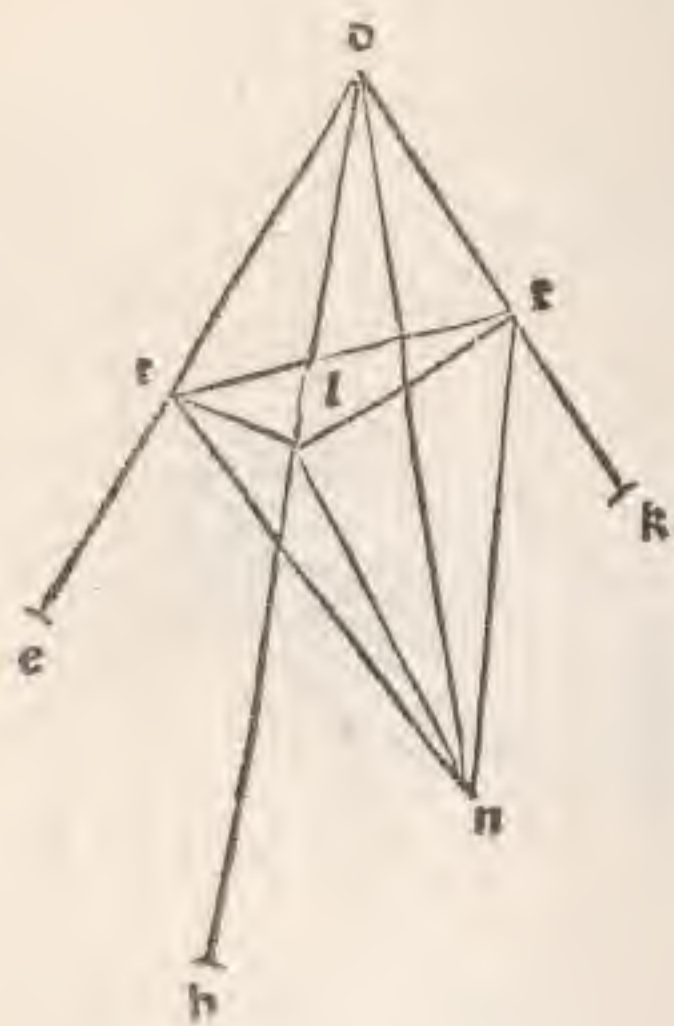
ca sequentibus: ex his enim constat solida parallelograma ipsis seratilibus dupla esse equalia. Si vero quoque si fuerint duo seratilia super bases cõiter eõgonas aut cõiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus pportionalia quẽadmodũ de solidis parallelogramis ex. 33. habet ipsa enim sunt ex. 28. dimidia solidorum parallelogramorum sue altitudinis: solidorum autem parallelogramorum sue altitudinis eorumque basium est una pportio ex. 33. cum itaque sit solidorum parallelogramorum pportio sicut seratiliũ quod sicut simplũ ad simplũ sic duplũ ad duplũ ex. 15. quinti atque basium solidorum parallelogramorum est pportio sicut basium seratiliũ: aut enim eedẽ erũt bases seratiliũ et solidorum parallelogramorum: et hoc quidẽ erit cum bases seratiliũ fuerit tetragone tunc enim ex seratilibus super easdẽ bases erũt solida parallelograma cõplenda: aut bases seratiliũ erũt subduple ad bases solidorum parallelogramorum: et hoc quidẽ erit cum bases seratiliũ fuerint cõmuniter trigone: tunc enim erunt ex seratilibus solida parallelograma cõplenda adiunctis ad bases seratiliũ superficiibus trigonis ut fiant bases seratiliũ cum eõgonis adiunctis superficiebus: superficies equidistantiũ laterũ. scilicet ut sit pportio seratiliũ sicut suarum basium. Eodẽque modo si seratilia fuerint eõlia fueritque cõmuniter super bases trigonas vel cõiter super bases tetragonas: bases eorum altitudinibus ipsorum mutue erunt. Quod si bases eorum suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quẽadmodũ de solidis parallelogramis. 34. et 35. pponunt: hoc autem facile patet ex his que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerint adinuicẽ similia: erit pportio unius ad alterũ. sicut pportio lateris unius ad sumum reliquum latus alterius pportio triplicata: quẽadmodũ de solidis parallelogramis. 36. pponit quod ex eadem 36. facile tibi patebit. si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: quod ex definitione similitudinũ corporum et similitudinũ superficialium et ex hoc quod seratilia ponunt adinuicẽ similia ex. 34. primi leue est negociari.

**Propositio 37.**

**S**i fuerint duo anguli plani equales super quos due hypothemise in gere statuant cum lateribus angulorum subiacentium singulos singulis equos angulos continentes atque in illis hypothemisis duo puncta signentur a quibus punctis due ppendiculares ad superficies angulorum propolitoz demittantur a punctis autem super que ppendiculares ceciderit ad eisdẽ duos angulos planos due recte linee ducantur duo anguli qui ab illis duabus lineis atque duabus hypothemisis continentur equi sibi inuicẽ esse pbantur. **S**int duo anguli plani. a. et d. equales contenti lineis. a. b. et a. c. et d. e. et d. f. et super eos erigantur due linee hypothemisaliter. a. g. et d. b. sitque angulus g. a. c. equalis angulo. b. d. f. et angulus. g. a. b. equalis angulo. b. d. e. atque in duabus hypothemisis. a. g. et d. b. signentur quomolibet duo puncta. k. et l. a quibus sim ppendiculares demittantur ad superficies angulorum. a. et d. due ppendiculares que sint. k. m. et l. n. et protrahantur due linee. a. m. et d. n. dico igitur angulum g. a. m. esse equalem angulo. b. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur ppendicularis ad superficiem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur quod punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius et definitione linearum equidistantium quod necesse est esse in superficie una facile constat studioso intuenti debet: a puncto. q. ducantur ppendiculares due una ad lineam. a. b. que sit. q. r. et alia ad lineam. a. c. que sit. q. s. Si r







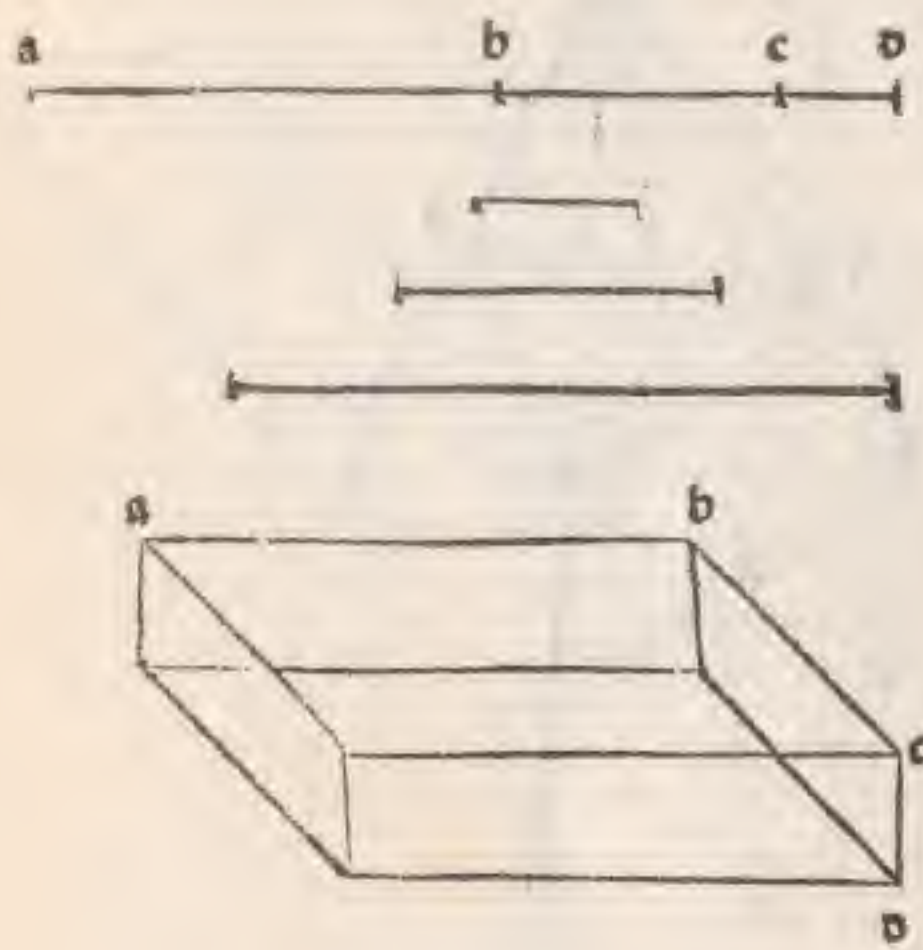
quoq; a puncto .n. ducantur due alie perpendiculares vna ad lineam .d.e. q̄ sit .n. t. z alia ad lineam .d.f. que sit .n. x. z prabant .r.f. z t.x. iterumq; a punctis .p. z .l. demittantur ypothemic. p.q.p.r. p.s. z .l.n.l.t.l.x. his itaq; positis figuraq; prudēt disposita demonstrationē ppositi sic collige: constat ex penultima primi qd quadratum lineae .a.p. ē quale quadratis duarū lineaz .a.q. z .p.q. ac ex eadē qd quadratū .a.q. ē quale quadratis duarū linearū .a.f. z .f.q. itaq; quadratū .a.p. ē quale quadratis triū linearū .a.f. f.q. z .p.q. Sed ex eadē quadratū .f.p. ē quale quadratis duarū linearū .f.q. z .p.q. ergo quadratū .a.p. ē quale quadratis duarū lineaz .a.f. z .f.p. ideoq; ex vltima primi angulus .a.f.p. ē rectus: siliq; mō pbabis vnūquēq; triū anguloz .d.x.l. a.r.p. d.t.l. ē rectū. cū igitur ex ypothēsi sit angul⁹ .f.p.a. equalis angulo .x.d.l. z linea .a.p. lineae .d.l. erit ex .26. primi linea .d.x. equalis .a.f. z .x.l. eq̄lis .f.p. eodē quoq; mō cū ex ypothēsi sit angulus .r.a.p. equalis angulo .e.d.l. erit ex eadē linea .a.r. equalis .d.t. z .r.p. equalis .t.l. quare p quartā primi linea .r.f. erit equalis lineae .t.x. z angulus .a.r.f. equalis angulo .d.t.x. z angulus .a.f.r. angulo est enim ex ypothēsi angulus .a. equalis angulo .d. a cōceptione igitur erit angulus .f.r.q. equalis angulo .x.t.n. z angulus .r.f.q. angulo .t.x.n. sunt enī residui duorū rectorū demptis equalibus necesse ē itaq; ex .26. primi vt linea .r.q. sit equalis .t.n. z .q.f. equalis .n.x. Et q; ex penultima primi quadratū lineae .r.p. sit equalē qdratis duarū linearum .r.q. z .q.p. z quadratum lineae .t.l. equalē quadratis duarū linearum .t.n. z .l.n. sint autem due linee .r.p. z .t.l. equales: duo quoq; que sunt .r.q. z .t.n. equales: sequitur ex communi scia duas que sunt .p.q. z .l.n. ēē equales Eodē mō cū quadratū lineae .a.p. sit equalē quadratis duarū linearū que sūt .a.q. z .p.q. sūt quadratū lineae .d.l. quadratis duarū linearū que sūt .d.n. z .n.l. si aut .a.p. equalis .d.l. z .p.q. equalis .l.n. sequit̄ ex cōi scia .a.q. ēē equalē .d.n. ex .8. igit̄ primi cōdudo ppositū videlicet angulū .p.a.m. ēē equalē angulo .l.n.d.

Propositio .35.



**S**olidū tribus lineis pportionalibus cōtentum equū erit solido qd a medie lineae equis lateribus continet. si angulū sui ambozum sibi inuicem equales fuerint.

**D**e solidis pallelogramis intelligat: de his enī qualiacūq; sint dū tamē equiangula verū ē qd cōtentū a tribus lineis pportionalibus equalē ē ei qd a media earū cōtinet quēadmodū de superficiebus rectangulis probatum est in .16. sexti z de non rectangulis dicitur euidenter ex secunda pte. 13. cuius dē Sint igit̄ tres linee .a.b.c. z .c.d. continue pportionales fiatq; ex cis vnus angulus solidus ad libitū z pficiat̄ solidū equidistantiū laterū cui⁹ linea .a.b. sit lōgitudō .b.c. vero altitudo .sed .c.d. latitudo z ipsum solidum dicatur. a.d. sumpta quoq; alia linea qualibet equali .b.c. que etiā vocetur .b.c. sup ipsius extremitatē q̄ ē .b. pstituat̄ angulus solidus equalis angulo solido. a. sūm qd docet .26. lineaeq; ceterē solidū angulū .b. cōtinētēs refecēt ad equalitatē lineae .b.c. z pficiat̄ solidū equidistantiū superficie rū cuius longitudo latitudo z altitudo sit linea .b.c. z ipsum appellet̄ .b.c. dico itaq; duo solida .a.d. z .b.c. ēē equalia. manifestum ē enī qd cuncte superficies vnus sunt equiangule suis relatiuis superficieb⁹ alteri⁹ qd ex .34. pmi patere pōt. nā cū solid⁹ angul⁹ .b. ponat̄ eq̄lis solido angulo .a. necesse ē vt vn⁹ angul⁹ vnuscuusq; superficiei solidi .a.d. sit eq̄lis vni angulo sue relatiue superficiei in solido .b.c. itaq; per .34. primi eoz oppositi erunt equales. At q; vnuscuusq; superficiei

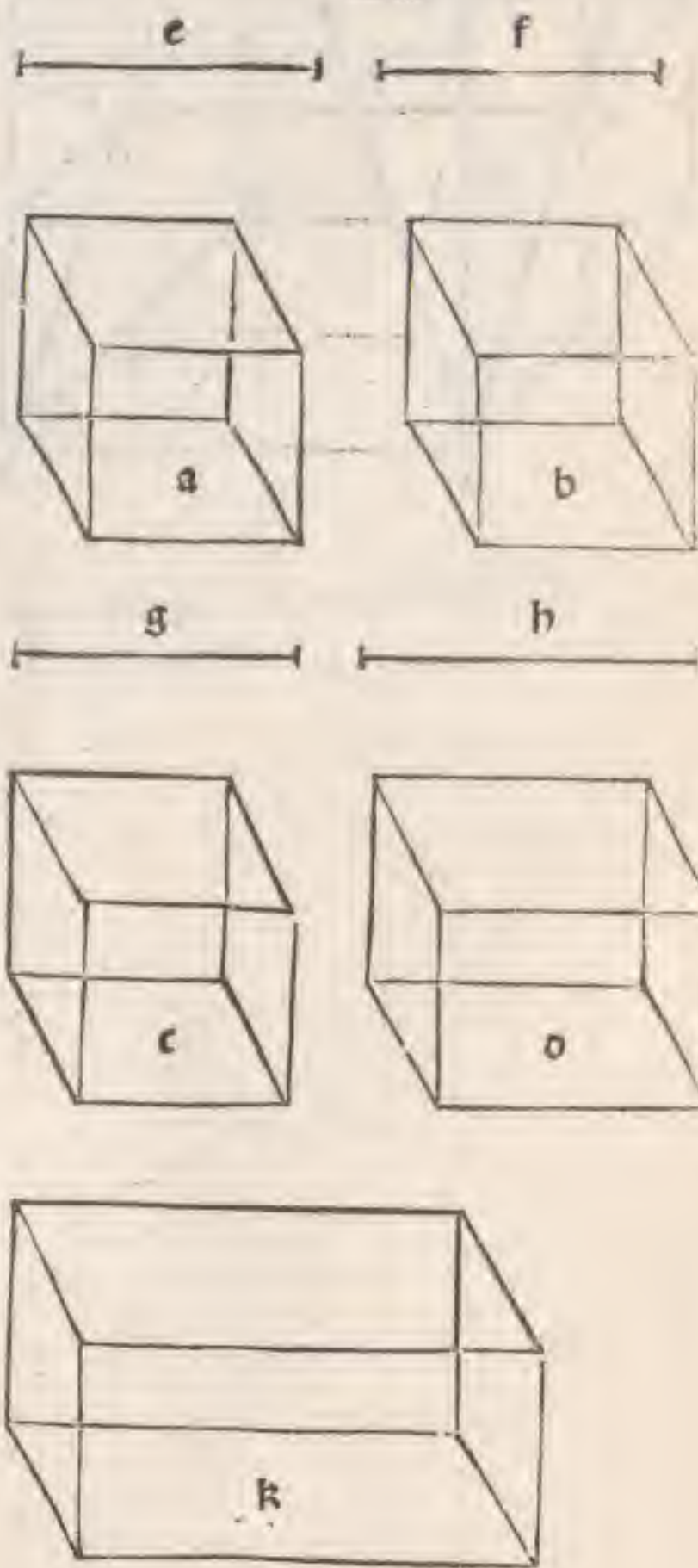
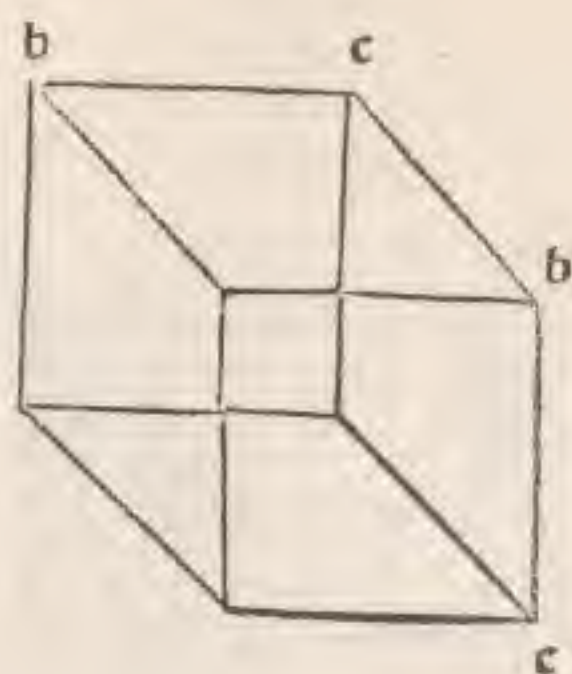




quadrilatero oēs anguli sunt equales quatuor rectis ex. 32. primi: necesse ē dīros re-  
 liquos vnius esse equales duobus reliquis sue relative. cumq; ipsi duo reliqui in  
 qualibet sint etiā adinvicē equales cōvincitur necessario vt vnāq; ex superficiebus  
 solidi. a. d. sit equiangula sue relative i solido. b. c. quare ex scda pte. 13. sexti bases  
 duoz solidoz ppositoꝝ erunt eōles. sūt enī equiangule z laterū mutuoꝝ. Si itaq;  
 linee altitudinū super bases ipsoꝝ orthogonaliter insunt constat ex. 31. ipsa esse  
 equalia. cū enī hee linee sint equales z ipse determinant altitudinē solidozū erunt  
 solida eque alta. At si linee altitudinū ipsoꝝ nō insunt suis basibus orthogona-  
 liter ab ipsaz sūmitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex pmissa  
 hee ppendiculares adinvicē equales ipse enī erūt sicut erant z in pmissa demon-  
 strationis figura due linee. p. q. z. l. n. quas demonstrauimus oportere eē equales.  
 Quia igit omniū solidozū altitudo ex ppendicularibus a sūmitatibꝝ ipsoꝝ ad suas  
 bases descēditibꝝ diffinit erūt ex. 32. duo solida. a. d. z. c. b. equalia. Cōuersa quo-  
 e; huius possumus si delectat cōuerso mō pbare vt si pallelogramū corpus. a. d.  
 sit equale z equiangulū corpori pallelogramo. b. c. z corpus. b. c. cōtineat a media  
 triū linearū cōtinentiū corpus. a. d. erunt tres linee cōtinētes corpus. a. b. cōtinue  
 pportionales. cū enī duo solida pallelograma. a. d. z. c. b. sint equalia z eque alta  
 ex ypothēsi ipsa erūt super bases equales p cōuersas. 31. z. 32. z q; ipse bases eozū  
 sunt equiangule sequit ex prima pte. 13. sexti q; ipse sunt mutuoꝝ laterū itaq; pro-  
 portio. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. d. quare cōstat ppositum.

Propositio .39.

**S** fuerint quotlibet linee pportionales solida quoq; sua  
 equidistantiū atq; similitū vniuscuiusq; creationis su-  
 perficieꝝ erūt pportionalia. si vero solida equidistantiū  
 atq; similitū vniuscuiusq; creatiōis superficieꝝ fuerint ppor-  
 tionalia linee quoq; a quibus ipsa solida continent erunt  
 pportionales. Si se pponit vigesima prima texti de superficiebus.  
 Sint enī 4. linee. a. b. z. c. d. pportioales z sup has fabricent quatuor solida pa-  
 llelograma eisdē noibus dicta q; sint. exp̄sse filia. duobus enī ad libitū fabricatis su-  
 per duas líneas. a. z. c. cetera sūm p̄cepta. 27. cōstituenda erūt. dico hec. 4. solida eē  
 pportionalia z ecōuerso. subiungant enī duabus lineis. a. z. b. in continua ppor-  
 tione due: q; sunt. e. z. f. quēadmodū docet. 10. sexti ex duabus lineis. c. z. d. alie due  
 que sint. g. z. h. constat igit ex. 36. et ex diffinitione pportionis triplicare que po-  
 sita ē in principio quinti z ex hac ypothēsi q; solida. a. z. b. sibi inuicem z solida. c.  
 z. d. sibi adinvicē sunt exp̄sse filia q; pportio solidi. a. ad solidū. b. ē sicut pportio  
 linee. a. ad lineā. f. solidi quoq; c. ad solidū. d. sicut linee. c. ad lineā. b. z quia p. 22.  
 quin. i pportio linee. a. ad lineā. f. est sicut linee. c. ad lineā. b. erit ex. 11. quinti soli-  
 dū. a. ad solidū. b. sicut solidū. c. ad solidū. d. pstat igitur prima pars. Secunda sic  
 sint duo solida. a. z. b. sibi adinvicē duoq; que sint. c. z. d. sibi adinvicē exp̄sse si-  
 milia. Sintq; cuncta pallelograma z ponāt pportionalia. dico q; linee. a. b. z. c. d.  
 sup q; sūt pstituta sūt pportioales. sit enī ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineā. b. ita  
 linea. c. ad lineā. k. z fiat sūm. 27. b. sup lineā. k. solidū exp̄sse sile solido. d. qd etiā  
 dicat. k. eritq; ex diffinitionibꝝ filiusz corporū z filiusz superficieꝝ z. 20. sexti corpꝝ. k.  
 exp̄sse sile corpi. c. idq; p primā pte huius. 39. iā pbataz erit pportio solidi. a. ad  
 solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. k. z quia eadem erat solidi. c. ad solidum. d.



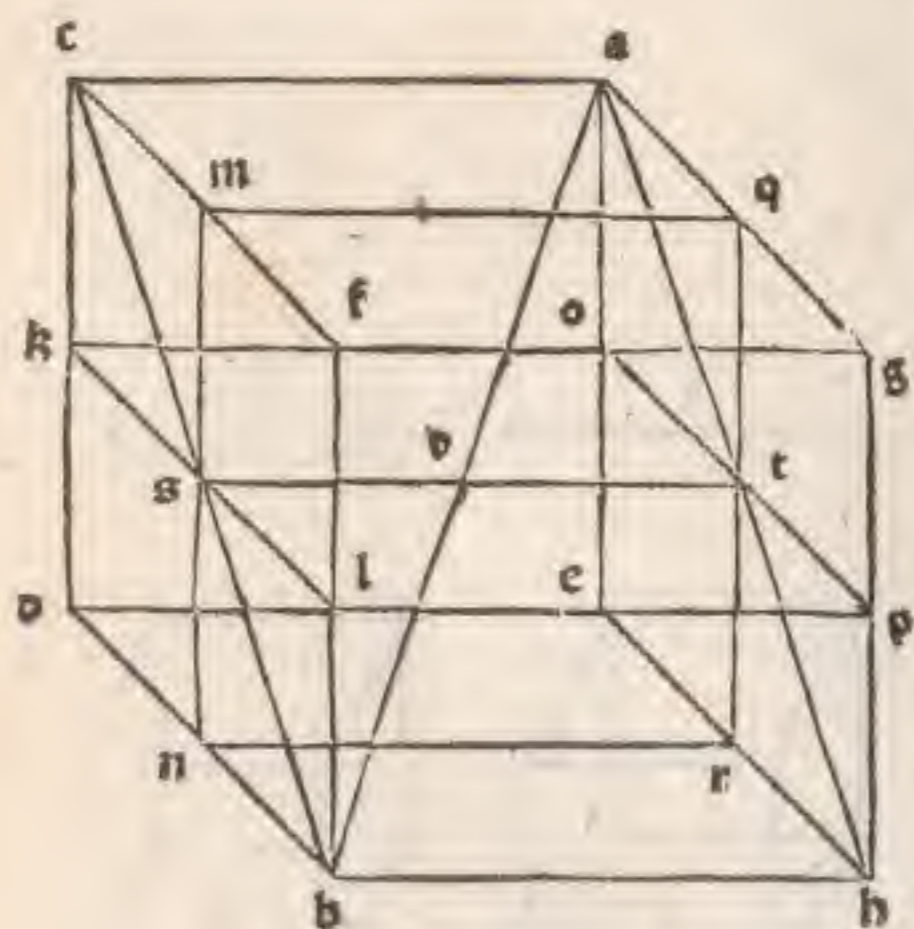


erit ex secunda parte noni quinti solidum. k. equale solido. d. cumq; esset sibi ex-  
 presse simile sequitur lineam. k. esse equalem linee. d. Equalitas enim non pro-  
 ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali:  
 igitur ex scda pte. 7. quinti constat etiā h<sup>o</sup> mōi ps scda. decipis aut si arbitraris opor-  
 tere vnūquodq; quatuor solidoz. a. b. c. d. eē sile cuilibet alioz: necesse ē enī duo so-  
 lida. a. z. b. sibi adinuicem. itēq; duo. c. z. d. sibi adinuicē eē similia: solida aut. c. z.  
 d. solidis. a. z. b. esse similia contingens est: necessariū autē nō. Idē ex hac. 39. de  
 feratilib<sup>9</sup> facile poteris concludere.

## Propositio .40.



**S**in scisa fuerint latera duarū oppositarū superficieum cubi  
 vnūquodq; in duo media: exierintq; a punctis sectionum  
 due superficies se vicissim secantes z cubum cōem earū sectio-  
 nē diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa diametro  
 versauice per equalia secare necesse est.



**S**tatue cubū qui sit. a. b. de quo constat per dionem qd omnes linee ipsū conti-  
 nentes sint equales z ei<sup>9</sup> superficies rectangule: tale enī: corpus cubū dicim<sup>9</sup>: hui<sup>9</sup>  
 igitur basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra ve-  
 ro eius superficies sit. a. e. g. b. sinistra aut superficies sit. b. f. c. d. ceteroz quoq; sit  
 d. e. b. b. sed vltior. a. c. g. f. eiusq; diameter sit. a. b. diuidant itaq; oia latera dua-  
 rū quarūlibet superficiez oppositarū ei<sup>9</sup> per equalia: z sint nūc superficiez quaz latera  
 diuidat dextra atq; sinistra: diuidant in quā quatuor latera: dextre quidē sup qua-  
 tuor puncta que sunt. o. p. q. r. sinistre vero super quatuor que sunt. k. l. m. n. z pū-  
 gant puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. z. q. r. que secant se i  
 puncto. t. itēq; k. l. z. m. n. que secant se in puncto. s. z perficiantur due superfi-  
 cies secantes se inuicē z cubū: ptractis itē lineis. o. k. z. p. l. q. m. z. r. n. sitq; harū du-  
 arū superficiez cōis sectio linea. s. t. dico igit qd linea. s. t. diuidit diametru. a. b. et  
 diuidit ab eadē diametro p equalia: qd p vtraq; enī eaz transit p centru cubi. **A**lt  
 vero puenit qd ppositū ē demonstrare pducant enī due linee. t. a. z. t. b. z item due  
 s. c. f. b. eritq; ex. 4. pmi. a. t. equalis. t. b. z. s. c. equalis. s. b. cōstat aut ex prima pte  
 29. pmi: qd angulus. p. t. q. ē equalis angulo. a. q. t. z ex. 4. pmi angulus. b. t. p.  
 ē equalis angulo. t. a. q. itaq; ex. 32. pmi totus angulus. b. t. q. cū angulo. q. t. a.  
 valet duos rectos quare ex. 14. pmi linea. a. b. erit linea vna: sllr quoq; linea. a. b.  
 erit linea vna **A**t qd ex. 9. h<sup>o</sup> linea. a. c. ē equidistans linee. b. h. vtraq; enī ē equidi-  
 stans linee. d. e. cūq; ipse sint equales qd latera cubi: sequit ex. 33. pmi duas lineas  
 a. b. z. c. b. esse equales z equidistantes. idcoq; p cōceptionē eaz medietates que sūt  
 a. t. z. b. s. erunt equales: ex. 7. aut huius manifestū ē qd linea. s. c. ē i superficie dua-  
 rū lineaz. a. b. z. b. c. z ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. ē etiā diameter sup-  
 ficiei parallelograme. a. c. b. h. itaq; linea. s. t. secat diametru. a. b. secet ergo ipsam  
 i pūcto. u. dico ergo lineā. s. u. esse equalē linee. u. r. z linea etiā. a. u. linee. u. b. intel-  
 ligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quozū anguli qui sunt ad. t. z. s. sunt equales  
 adinuicem: similiter anguli eozūdem qui sūt ad. a. z. b. equales adinuicem ex pma  
 parte. 29. pmi: ppter id qd linea. a. t. equidistat linee. s. b. z quia etiā ipse sūt adi-  
 uicē equales: sequit ex. 26. pmi qd ppositū ē. **I**dē quoq; eodē mō cōcludat z si  
 solidum. a. b. nō sit cubus sed solidū corpus parallelogramū siue equalibus lineis si-  
 ue nō equalib<sup>9</sup> cōtentū fuerit siue quoq; sup basim orthogonaliter erectū siue etiā



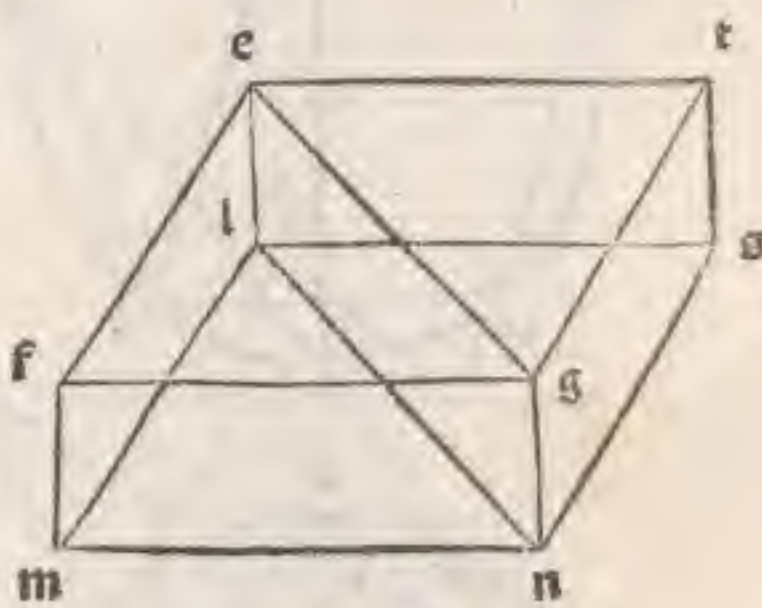
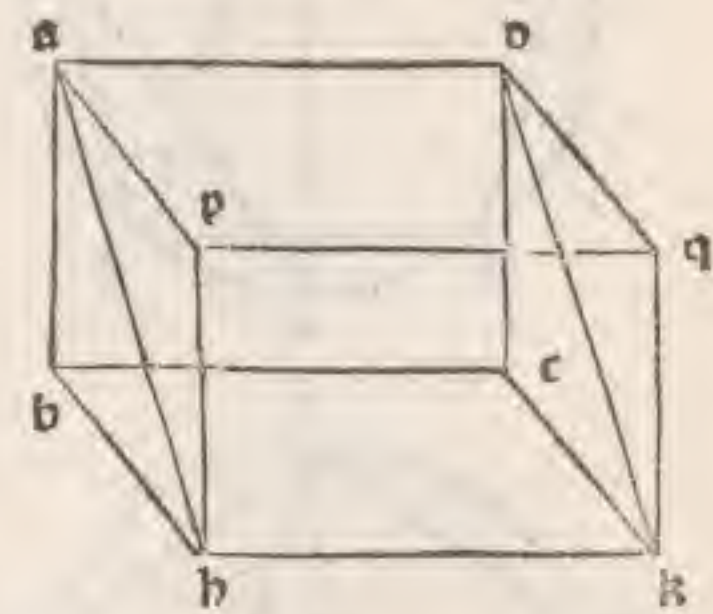
et super ipsa inclinatum. Unde ampliat in hac. 40. figuratio cubi ad oēs figuras parallelogramas solidas.

Propositio .41.



**S** duo corpora seratilia quorum altera basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse ē eē equalia.

Sit superficies. a. b. c. d. equidistantiū laterū dupla trilaterae superficiei. e. f. g. et super has duas superficies fiat duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile qd est supra basim qdrangulā. a. b. b. d. c. k. cuius basis est superficies equidistantiū laterū pposita. a. b. c. d. alta eius superficies equidistantiū laterū ē. a. b. d. k. tertia vero ē. b. b. c. k. due autē eius triangulares superficies sūt altera quidem triangulus. a. b. b. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē qd est super basim triangulā. e. f. g. sit. e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilaterarū superficiez ē basis predicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. triū autē superficiez eius equidistantiū laterū: prima quidē ē. e. f. l. m. scōa vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. dico itaq; hec duo seratilia pposita esse adinuicē equalia: perficiant enī duo solida parallelograma adiungendo vtriq; duorum ppositorum seratiliū aliud seratile sibi equalē: primo quidē seratili super eandē basim sitq; adiunctū seratile. a. p. b. d. q. k. cuius due trilaterae superficies sunt. a. p. b. d. q. k. tres autē quadrilaterae: prima quidē. a. b. d. k. quae terminus cōis sibi et ei cui adiungit: scōa vero. a. d. p. q. scia quoq; p. q. b. k. scōo aut seratili adiungat aliud seratile sibi equalē hoc modo: adiungat primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita qd tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantiū laterū et super hunc triangulū fiat seratile. e. g. l. r. l. n. f. qd cū illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramū huius seratilis adiuncti: due trilaterae superficies sunt. e. g. r. l. n. f. tres autē parallelograme sunt: prima quidē. c. l. r. f. scōa. e. l. g. n. et ipsa ē cōmunis terminus sibi et ei cui adiungit: tertia vero. g. r. n. f. manifestum igitur ex diffinitione solidorum equalium atq; similitū qd duo seratilia parallelogramū cōponentia solidū. a. k. sibi inuicem. itaq; duo cōponentia solidum parallelogramum. e. n. sibi ad inuicē sūt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. b<sup>o</sup> duo solida. a. k. et e. n. sunt sibi inuicē equalia: qd ergo horum solidorum medietates sunt seratilia pposita per cōm sciam pstat ea esse equalia: quaequaq; enī fuerint equalia eorum medietates necesse ē esse equalia: liquet itaq; qd ppositū ē. *Explicit liber Undecim<sup>o</sup> Incipit liber Duodecim<sup>us</sup>.*



*hic finit liber duodecim<sup>us</sup> conclusio 1.*

Propositio .1.



**O**mnium duarū superficiez siliū multiangularū inter duos circulos descriptarū ē pportio alterius ad alterā tāq; pportio qdratorū q ex diametris circuloz eas circūscribētū pueniunt. Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quib<sup>o</sup> inscribātur due quelibet figure polygonie q ponant adinuicē sitēs: sintq; nūc pentbagone inscripte vt docet. n. qrti et ipse sint. a. b. g. b. k. aliud pentbagonū. d. e. l. m. n. diametri quoq; circuloz sint. a. c. et d. f. dico itaq; qd pportio pentbagoni. a. b. g. b. k. ad pentbagonū

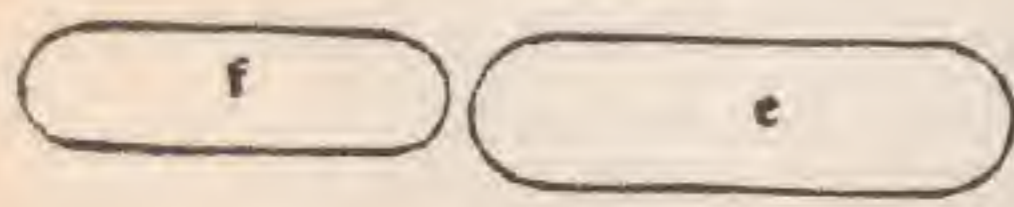
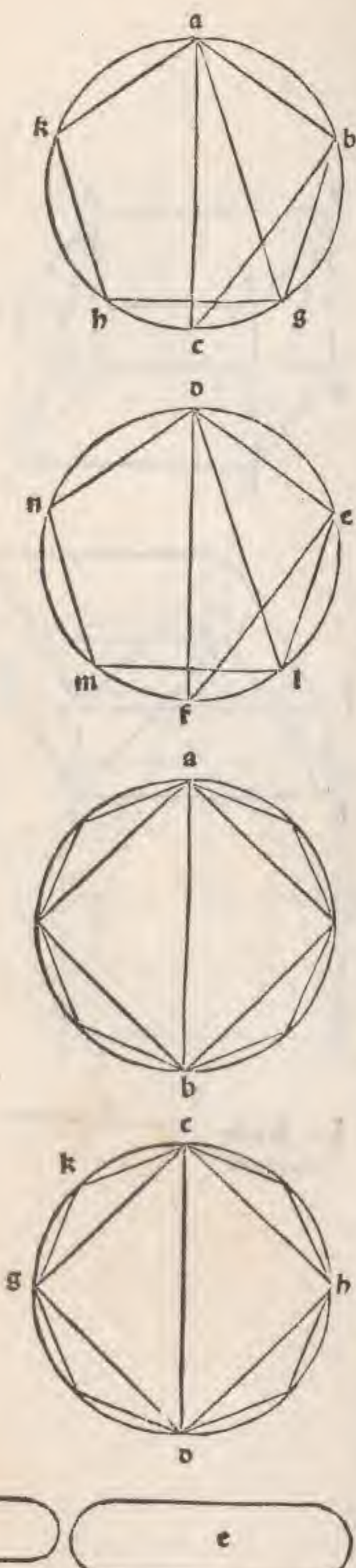
d. e. l. m. n. ē. sicut qdratū diametri. a. c. ad quadratū diametri. d. f. protrahantur enim in vtroq; circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris pentbagoni diametro nō conterminalis se inuicē cancellantes infra ipsum



pentagonū i hoc quidē. a. g. z. c. b. i illo ar. d. l. z. f. e. eritq; ex. 6. sexti triangul<sup>o</sup>. a. b. g. equiangularis triangulo. d. e. l. nā cū pentagoni ponant adinnicē siles erūt ex difinitione siliū superficieꝝ angulus. b. equalis: angulo. e. z. latera ipsos continentia pportionalia videlicet pportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. g. ad. e. l. cū sint autem ex. 20. tertij duo anguli. f. z. l. sibi inuicē equales. Itēq; duo alij. c. z. g. sibi inuicē equales erunt duo qui sunt. c. z. f. adinnicē equales ex hac cōi scia: que equalibus sunt equalia sibi quoq; equa esse necesse est. Et q; ex prima pte. 30. tertij vterq; duoz anguloꝝ. a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex. 32. primi duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartā sexti pportio diametri. a. c. ad diametꝝ. d. f. ē sicut lateris. a. b. ad latus. d. e. pportio duplicata z per eandē. cū itaq; ex scōa pte. 18. sexti pportio duoz pentagonoz ē sicut pportio lateris. a. b. ad latus. d. e. pportio duplicata z p eandē pportio quadrati diametri. a. c. ad quadratū diametri. d. f. sit sicut diametri. a. c. ad diametꝝ. d. f. duplicata per hanc cōem sciam: quoz dimidia sunt equalia ipsa quoq; adinnicē esse equalia. manifestum est qd̄ propositum est.

Propositio .2.

**Q**uoniam duoꝝ circuloꝝ ē proportio alterius ad alterū tanq̄ pportio quadrati lue diametri ad quadratū diametri alterius. Sit duo circuli. a. b. z. c. d. quoz diametri quoq; dicā. a. b. z. c. d. dico itaq; qd̄ pportio circuli. a. b. ad circulū. c. d. ē sicut qdrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. manifestū enī ē ex hac cōmuni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam qd̄ pportio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. est sicut circuli. a. b. ad superficiem aliquā que sit. e. cuiuscūq; figure aut forme ponat: hanc autem impossibile ē maiore esse a t minore circulo. c. d. Si enī est possibile ipsā eē minore circulo. c. d. sit itaq; minor i superficie. f. itaq; circulus. c. d. sit equalis duabus superficiebus. e. z. f. piter acceptis constat igit̄ ex prima. 10. qd̄ toriens possit ex circulo. c. d. suisq; residuis subtrahi minus dimidio quousq; relinquat̄ quantitas aliqua minor. f. inscribatur ergo sibi vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. b. de quo constat qd̄ ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enī quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vt patz ex penultima primi z. 7. quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati piter accepte fuerint minus superficie. f. sufficit. Sin aut̄ quatuor arcus ex stentes super dicta latera per equalia diuidantur z puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus lateꝝ cōtinent per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidat̄ per equalia in puncto. k. z. p̄trahant̄ linee. k. c. k. g. sicq; de ceteris. Erit q; quilibz trianguloꝝ descriptoz sup latera qdrati maior medietate portionis i q̄ existit eo qd̄ ois triangul<sup>o</sup> isochles ē medietas pallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq; portiones existentes super latera octogonij inscripti piter accepte minus superficie. f. si enī nondū hoc esset: nō cessarē diuidere arcus quoz latera vltime descripte figure sunt corde per equalia: z inscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius dimidio quousq; p̄mā. 10. portiones super latera alicui<sup>o</sup> talis figure circulo inscripte existētes p̄i accepte erūt min<sup>o</sup> superficie. f. sint ḡ nūc q̄ dicte sūt: eritq; ex pceptiōe octogonū. c. d. maius superficie. e. in circulo igit̄. a. b. eadeꝝ via inscribat̄ sile octogonum: quod dicatur. a. b. sitq; ex pmissa pportio octogoni. a. b. ad octogonum





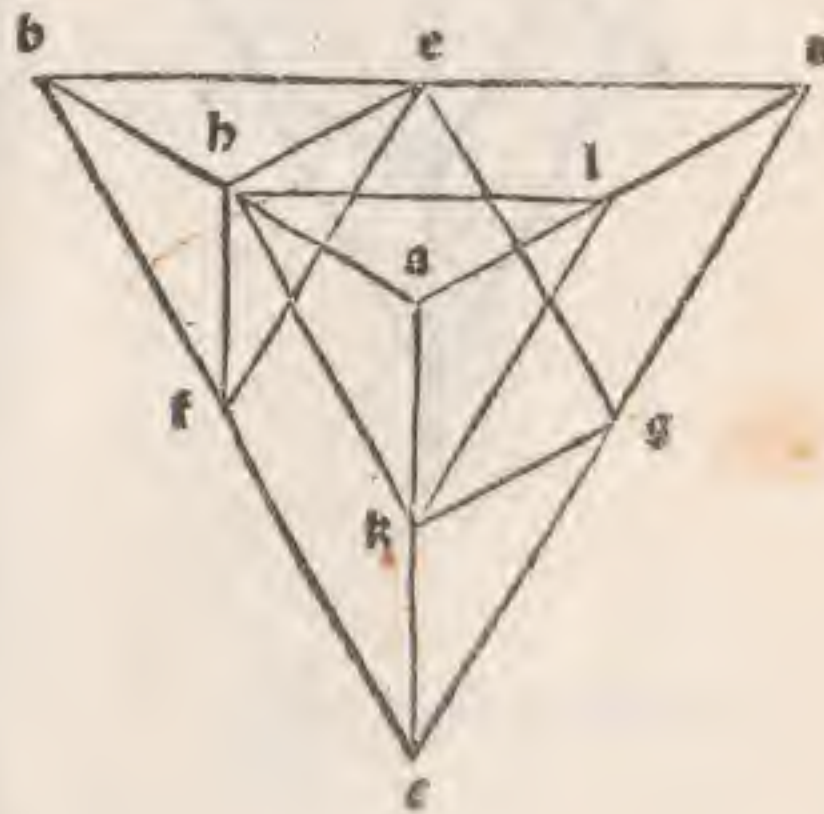
c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. idēq; p. 11. quinti sicut pportio circuli. a. b. ad supficiē. e. itaq; pmutatim poligonij. a. b. ad circulū. a. b. sicut poligonij. c. d. ad supficiē. e. cūq; sit poligonū. c. d. maius supficiē. e. erit poligonū. a. b. maius circulo. a. b. hoc autē ipossibile nō ē: ergo supficiēs. e. minor circulo. c. d. Sed nec maior. Esto enī si possibile sit: cū igit sit pportio qdrati diametri. a. b. ad quadratū diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad supficiē. e. erit ecōverso quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. sicut supficiē. e. ad circulū. a. b. z pstat ex cōi scia in principio huius demonstrationis posita q; cadē ē circuli. c. d. ad aliquā supficiē que sit. f. eritq; ex. 14. quinti supficiēs. f. minor circulo. a. b. itaq; pportio quadrati diametri. c. d. ad quadratū diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad supficiē. f. minorē circulo. a. b. sed ex hoc demōstramus paulo ante sequi impossibile videlicet poligonū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies e. nō pōt esse minor circulo. c. d. ita nec maior: erit: ergo necessario equalis quare p scōam partē. 2. quinti liquet qd ppositū ē.

**Propositio .3.**

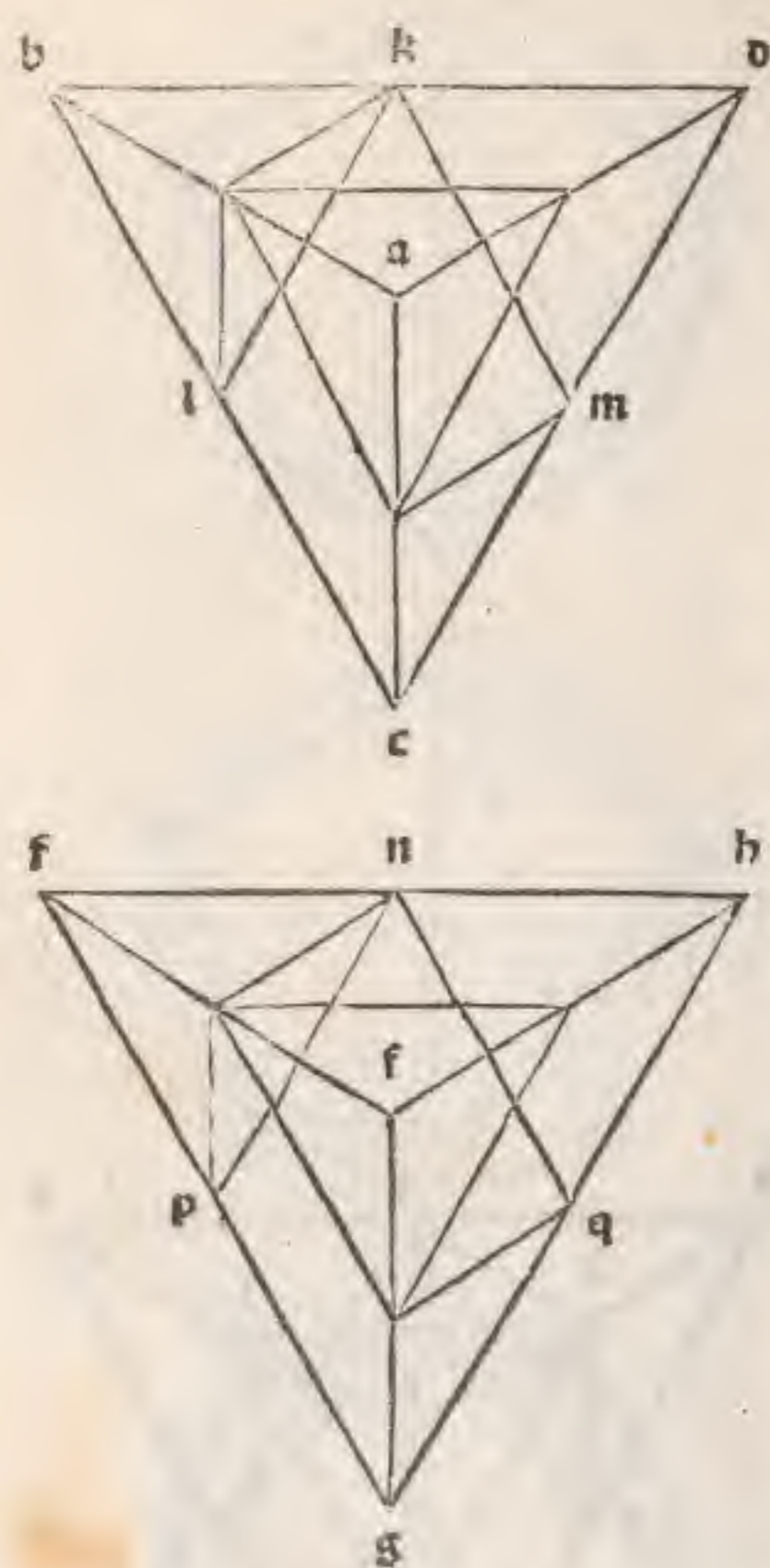
**S**olis pyramis cuius basis triangula scindi pōt in duas equas pyramides sibi inuicem totiq; pyramidi sil'es vnaq; in duo seratilia q; ambo piter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora. **S**it pyramis. a. b. c. d. sup basij triangulū. b. c. d. cuiusq; vertex solidus angulus. a. a quo demittat tres ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis: z diuidant oia latera basis p equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ypothemise per eq̄lia in tribus punctis. b. k. l. z prortabant in basi due linee. e. f. z e. g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quaz due sunt duo trianguli. b. e. f. e. g. d. quos ex scōa parte scōe sexti z dione silium superficies pstat eē sil'es sibi inuicē z totē basi z equales ad inuicem ex. 8. pmi scia ē tetragona: pallelograma z ipa ē. e. f. g. c. quā pstat eē duplā ad triāglū. c. g. d. ex. 40. z. 41. pmi: demittant ergo rursus a pūcto. b. due ypothemise. b. e. f. b. z a pūcto. k. ypothemise. k. g. z prortabant linee. b. k. k. l. z. l. b. diuisa ē itaq; tota pyramis a. b. c. d. in duas pyramides que sint. b. b. e. f. z. a. b. k. l. z duo seratilia quoz vnū ē. e. b. f. g. k. c. z ē super basim quadrangulā. c. f. g. e. z aliud ē. e. g. d. b. k. l. z est super basim triangulā. e. g. d. de duabus autē pyramidib; b. b. e. f. a. b. k. l. q; ipse sūt eq̄les ad inuicē sibiq; z toti pyramidi. a. b. c. d. sil'es: pstat ex dione cozpoz equaliū z silium z ex. 10. 11. libri z ex scōa parte. 2. sexti: de duob; aut seratilib; q; ipsa sint eq̄lia. pstat ex vltiā. 11. libri. Qd vero ambo seratilia piter accepta sint mai; medietate toti; pyramidis: ex hoc manifestū ē q; vtrūq; illoz diuisibile ē i duas pyramides quaz altera triāgula eq̄lis vni duaz in quas z seratilia totalis pyramidis diuiditur. altera vero quadrangula q; dupla ē ad reliquā quare p; ambo seratilia pariter accepta tres quartas eē totalis pyramidis diuise: hāc pportionē si scire desideras. sextā huius. 12. libri p̄sule. sed sufficit tibi scire quantū ad ppositū illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas z seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quātalibet quātitatē excedere.

**Propositio .4.**

**S**olis pyramides eque alte quaz bases triāgule singule i binas pyramides eq̄les sibi inuicē ac toti similes binaq; seratilia eq̄lia diuidant erit pportio basis vni; ad basim alteri; tāq; pportio duoz seratiliū suoz ad duo seratilia alteri;. eritq; palā oia seratilia q; fuerit in vtralib; illaz







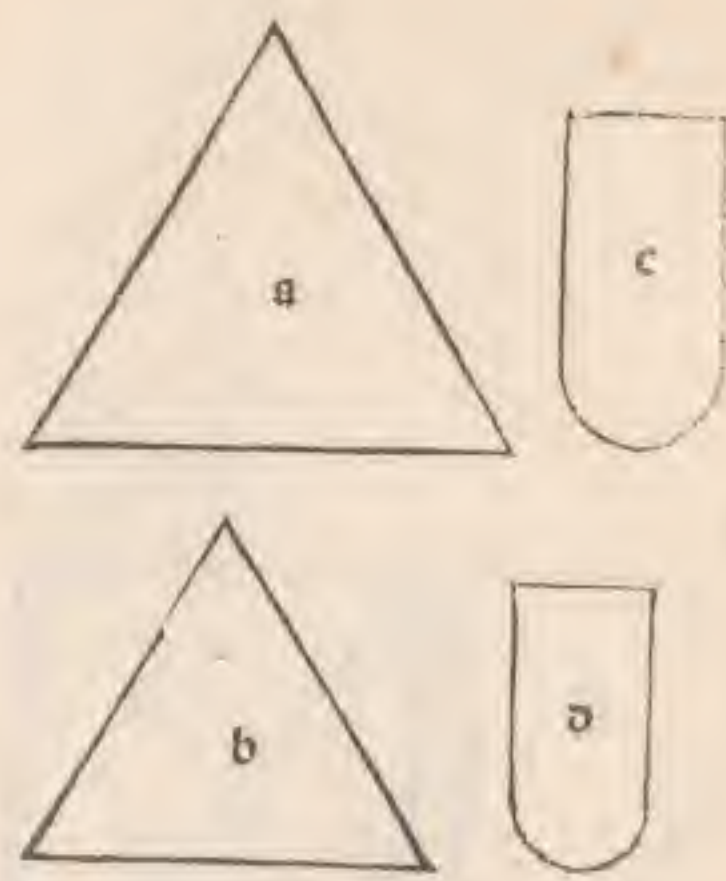
piramidū piter accepta ad cūcta seratilia q̄ i altera piramide fuerit in  
 eadē h̄re p̄portione q̄z basē ei⁹ piramidis ad basē alteri⁹ piramidis.  
**S**int due piramides quaz bases triangule eque alte hec quidē. a. b. c. d. cuius co  
 nus punctus. a. basis triangulus. b. c. d. ypothemise. a. b. a. c. a. d. illa vero. e. f. g. h.  
 cuius conus punctus. e. basis triangulus. f. g. h. ypothemise. e. f. e. g. e. h. hec autē  
 due piramides diuidant̄ sicut in premissa. Sintqz bases eaz diuise hec quidē pro  
 tractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sint. k. l. z. k. m. illa  
 vero protractis lineis que sint. n. p. n. q. dico ergo qz p̄portio basis. b. c. d. ad basē  
 f. g. h. est sicut duoz seratiliū piramidis. a. pariter acceptoz ad duo seratilia pira  
 midis. e. pariter accepta. **M**anifestū est autē ex. 18. sexti pte scōa qz p̄portio trian  
 guli. b. c. d. ad triangulū. k. m. d. ē sicut lineē. b. d. ad lineā. k. d. duplicata p̄ eandē  
 quoqz ē p̄portio trianguli. f. g. h. ad triangulū. n. q. b. sicut lineē. f. h. ad lineā. n. b.  
 duplicata. Lūqz sit lineā. b. d. ad lineā. k. d. sicut lineā. f. h. ad lineā. n. b. utrobiz  
 enī ē dupla p̄portio erit triangulus. b. c. d. ad triangulū. k. m. d. sicut triangulus. f.  
 g. h. ad triangulū. n. q. b. z p̄mutatim triangulus. b. c. d. ad triangulū. f. g. h. sicut  
 triangulus. k. m. d. ad triangulū. n. q. b. triangulus autē. k. m. d. ad triangulū. n. q.  
 b. ē sicut seratile existens super ipsū ad seratile exiis sup illū p. 33. vndecimi huius  
 quoqz seratilis ad illud ē sicut amboz seratiliū piramidis. a. piter acceptoz ad am  
 bo seratilia piramidis. e. pariter accepta ex. 15. quinti: necesse ē enī vt sit duplū ad  
 duplum quēadmodū simplū ad simplū. itaqz cōclude ex. 11. quinti qd̄ p̄positū est.  
**D**ormitas autē si dubitas seratilia vnius hazz piramidū eque alta esse seratilib⁹ pi  
 ramidis alterius. cū enī sint piramides eque alte: sit quoqz vtraqz eaz diuisa i du  
 as piramides equales sibi toti⁹z similes z in duo seratilia equalia z sint due p̄tia  
 les piramides eque alte eo qz similes z equales qd̄ facile patebit demissis a vertici  
 bus p̄tialium piramidū p̄pendicularibus ad bases ipsaz: de quibus perpendiculari  
 bus ex. 37. vndecimi constat esse equales. Lūqz altitudines hazz partialiū pirami  
 dum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuise. Sintqz ambo  
 seratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que sup p̄tialium triangulum  
 basis totalis piramidis cōponit̄ non est p̄has ambigere seratilia vnius eazz pira  
 midū esse eque alta seratilibus alterius eaz. **C**onclariū vero ex eo manifestū ē qz  
 similiter bases partialiū piramidū sic se habeant ad inuicē sicut bina seratilia vni⁹  
 ad bina seratilia alterius. z qz bases partialium sic se habent ad inuicē sicut bases  
 totalium ex scōa pte. 18. sexti z p̄mutata p̄portione constat ex. 13. quinti verū eē  
 quod conelarium proponit. **P**ropositio .5.

**Q**ues due piramides eque alte quarum bases triangule  
 suis basibus sint proportionales.

**Q**d. 33. vndecimi p̄posuit de solidis p̄allogramis z i fine. 36. vii/  
 decimi vtz esse demonstrauimus: de seratilibus. hec quinta. 12. p̄po  
 nit de piramidibus triangulis. **I**ntelligatur enī due piramides eque  
 alte quaz bases sunt duo trigoni. a. z. b. dico qz p̄portio piramidis. a. ad pira  
 midem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. qd̄ eodem demōstrationis vel argumētatiōis  
 genere demōstrandū ē quo scōam hui⁹ demōstrauimus. sit enī ut basis. a. ad ba  
 sim. b. ita piramis. a. ad corpus. c. de quo dico qz ipsū nō erit minus neqz maius  
 piramide. b. nā si possibile ē vt sit min⁹ esto min⁹ i solido. d. vt piramis. b. sit eqlis  
 duobus corporibus. c. z. d. pariter acceptis diuisa itaqz piramide. b. vt p̄ponit. 3.



destrabantur ab eo duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipsius: itemq; ex vtraq; duarum partialium residuarum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur & fiat hoc totiens quousq; ex piramide. b. cogatur aduersarius per primam. 10. confiteri relinqui minus solido. d. eruntq; ex communi scientia seratilia detracta maius. c. fiat igitur a piramide. a. similis seratiliu detractio. & intelligamus tot seratilia detracta esse ex piramide. a. quot detraimus ex piramide. b. eritq; ex conelario premissis sicut basis. a. ad basim. b. ita seratilia detracta a piramide. a. ad seratilia detracta a piramide. b. sic sed erat piramis. a. ad corp<sup>o</sup>. c. itaq; seratilia pyramidis. a. ad seratilia pyramidis b. sicut piramis. a. ad corpus. c. & pmutatum seratilia pyramidis. a. ad piramidē. a. sicut seratilia ppiramidis. b. ad corpus. c. Cumq; sint seratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erunt seratilia pyramidis. a. maius piramide. a. Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus. c. minus piramide. b. sed nec maius. hoc enī posito cum sit p/ portio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit ecōuerso basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad piramidē. a. Eritq; eadē ex cōmuni scia pyramidis b. ad aliqd corpus qd sit. d. sequetq; ex. 14. quinti qd corpus. d. sit minus piramide a. eo qd piramis. b. ponit minor corpe. c. Erit igit basis. b. ad basim. a. sicut piramis b. ad corpus minus piramide. a. Ex hoc aut demonstratū ē sequi impossibile vide licet seratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide, a qua destrabunt ideoq; relinquit corpus. c. esse equale piramidi. b. cum nec minus ea possit eē nec maius & pportione pyramidis. a. ad piramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim. b. hoc aut erat demonstrandū.



**Propositio .6.**

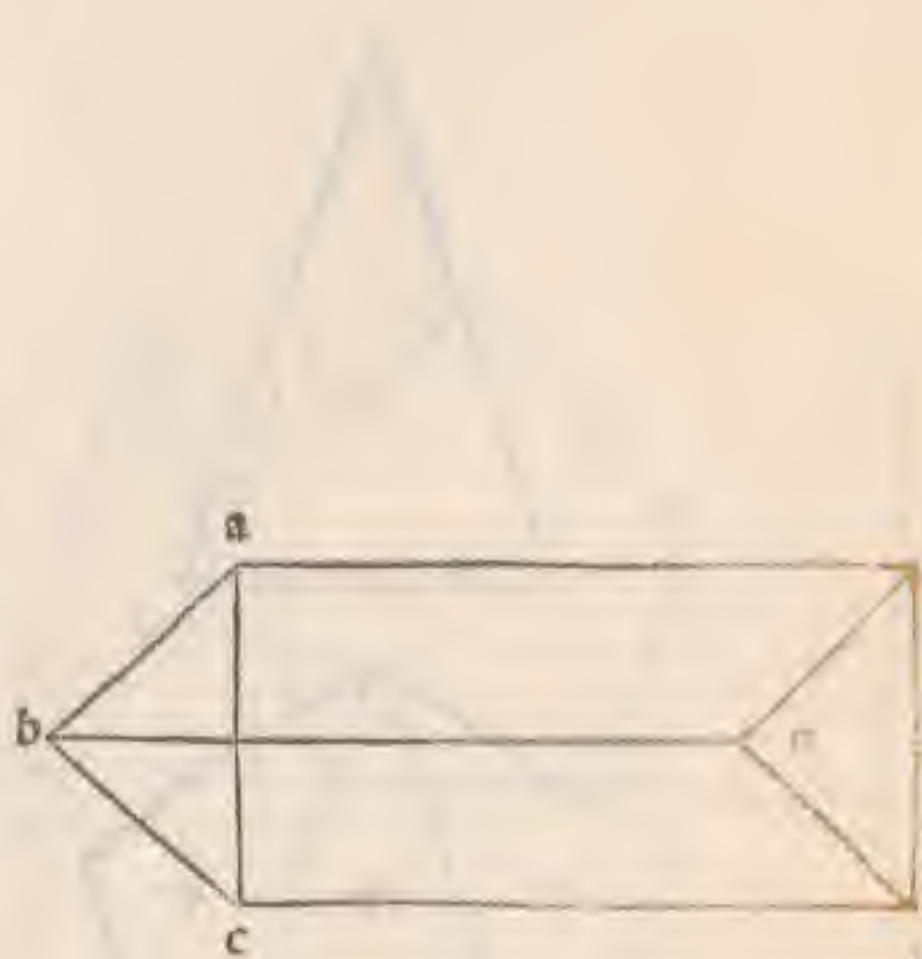
**Q**uodne corpus seratile in tres pyramides equales basesq; triangulas habentes est diuisibile.

**S**it seratile. a. b. c. d. e. f. ipsū dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas equales pprabat eni in vnaquaq; suaz triuz superficierū parallelogramaz linea diagonalis ita qd vna eaz diagonalū sit cōter/ minalis reliquis duabus ut si pprabas lineas. b. d. b. f. & f. a. quas ppter cōfusio/ nē protrahere cōtempsi: eritq; totum seratile in tres triangulas pyramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales. Qm aut euclides nihil de/ monstrandum proponit de pyramidibus lateratis exceptis solidis his quaz sunt bases triangule vt omnīū cognitionē ex elemētis qd ponit: sufficienter elicere possi/ mus: quedā arbitramur nō inutile demonstracionibus hic positis adiungere: solis eni elemētis contentus euclides multa ptermisit que quāuis ex eis consequant non tamen sine difficultate patent studentibus: hozz primum est hec.

**S**i duo solida quozuz alterum seratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut seratile super quadrangulā: piramis vero super trigonā que quadrangule basis seratilis sit dimidiuz constituta fuerint eque alta seratile pi ramidi triplum esse conueniet

**S**i seratile ppositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide pposita sup propriam basim perficiatur seratile piramidi pposite eque altum. Si vero seratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triagulus ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa

o





piramide compleatur seratile piramidi e. ue altum: qz igit istud seratile seratili pri  
ori est eque altum z vtroiqz bases sunt equales ex ypothesi. sequitur ipsa ee equa  
lia. hoc eni demonstratu est in. 36. vndecimi. et qm ex. 6. hui<sup>o</sup>. 12. libri seratile scdm  
triplum est ad piramide pposita. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas  
ipsum seratile diuidit. Erit quoqz per comunem scientiam propositam seratile tri/  
plum ad propositam piramidem.

**¶** Si quolibet piramides quarum bases triangule super vna eandē  
qz basim sine super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adin/  
uicē mequales necesse est. **¶** fabricato eni vno seratili eque alto piramidib<sup>o</sup>  
propositis sup basim triangulā equalē basib<sup>o</sup> propositaz piramidū aut sup basim  
quadrangulā duplā basibus earū: erit ipsū seratile triplū ad piramides singlas.  
hoc eni constat ex premissa addita sine interposita: igit ex cōi scia cūcte propositē  
piramides sunt vt diximus adinucē equales.

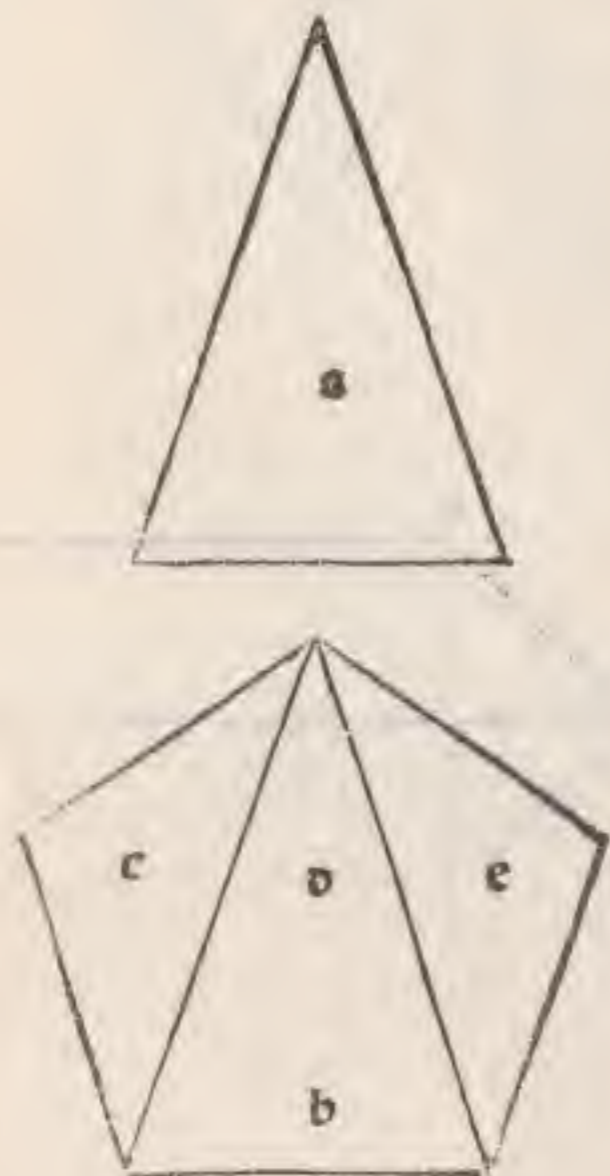
**¶** Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus  
sunt proportionales. **¶** Siant super bases propositarum piramidum aut sup  
alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidi/  
bus eque alta eruntqz ob hoc seratilia sibi adinucē eque alta z qz seratilia suis ba/  
sibus sunt pportionalia ut probatum ē in. 36. vndecimi. 33. ipsius mediante. Lū/  
qz ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad propo/  
tas piramides vnūqzqz videlicet ad suā relatiuam: basiscqz ipsorū equales aut du/  
plas esse basibus ipsarum. sic autem ex. 15. quinti vt triplum ad triplum ita sim/  
plum ad simplum erunt quoqz propositē piramides suis basibus proportionales.

**¶** Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritqz alterius ba  
sis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas  
suis basibus proportionales esse conueniet.

**¶** Exempli gratia. Intelligentur due piramides eque alte super duas bases. a. z. b.  
sitqz basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hec piramides. a. z. b.  
itaqz dico proportionem piramidum. a. z. b. esse sicut basium. a. z. b. distinguatur  
quidem pentagonus. b. i tres triangulos. c. d. e. eritqz tota piramis. b. distincta  
in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli. c. d. e. que etiā dicantur  
nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio pirami/  
dis. c. ad piramidem. a. est sicut trigoni. c. ad trigonum. a. z. piramidis. d. ad pira/  
midem. a. sicut trigoni. d. ad trigonum. a. itemqz piramis. c. ad piramidem. a. si/  
cut trigoni. e. ad trigonum. a. ex. 24. quinti bis assumpra sequitur qz sit propor/  
tio aggregati ex omnibus piramidibus. c. d. e. z ipsum est piramis. b. ad pira/  
dem. a. sicut aggregati ex omnibus trigonis. c. d. e. z ipsum est pentagonus. b.  
ad trigonum. a. constat igitur quod volumus.

**¶** Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportiona/  
les esse probantur.

**¶** Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat  
quod dicitur. Si autem basis vtriusqz fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium  
resoluta in triangulos z ipsa piramide i piramides triangulas: erit ex premissa in/  
terposita proportio vnusculusqz harum triangularium piramidum iter quas alte  
ra propositarum diuiditur ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius. itaqz per  
24. quinti quotiens oportet assumpra: constat verum esse quod diximus.



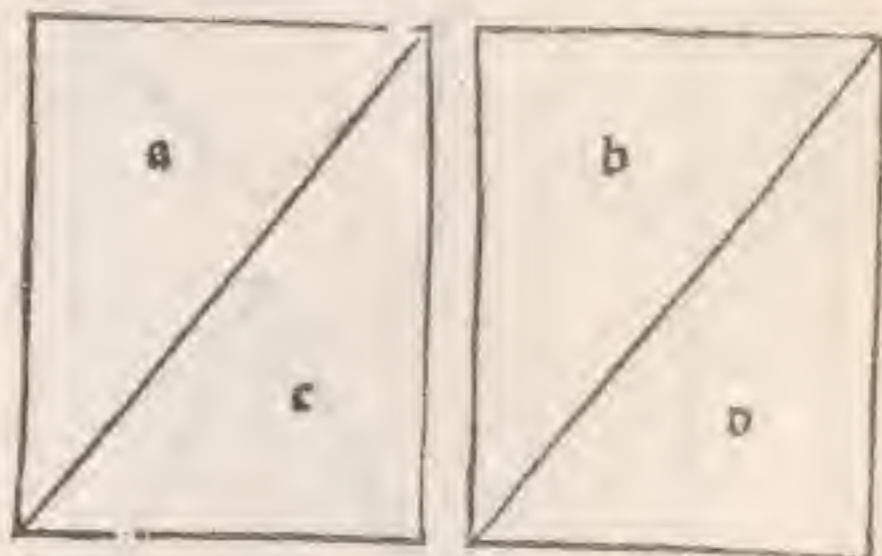


Propositio .7.



**S**ue piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases et altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi innicem esse equales necesse est.

**Q**uod trigesima quarta et trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis parallelogramis: et nos in .36. eiusdem demonstrauimus de scrailibus: hec septima. 12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligatur eni duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos. a. et b. que dicantur. a. et b. dico itaq; qd proportio basis. a. ad basim. b. est sicut proportio altitudinis piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. et si hoc fuerit dico piramides. a. et b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis. a. et b. duo alij qui sint. c. et d. vt fiant ambe superficies. a. c. et b. d. equidistantium laterum et ex ipsis piramidibus super bases. a. c. et b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur. a. c. et b. d. manifestu igitur est ex sexta huius. 12. qd piramis. a. e sexta pars solidi. a. c. et piramis. b. sexta solidi. b. d. itaq; ex .35. vndecimi argue propositum: prima quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.



**Q**uod si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem piramides equales esse oportet.

**S**i bases vtriusq; fuerint triangule demonstratum est verum esse qd diximus. Si altera tamen sit igitur. a. basisq; alterius piramidis sit. b. et sumatur trigonus. c. equalis polygonio. b. fiatq; super. c. piramis eque alta piramidi que est super. b. et sint. a. b. c. equiuoca nomina piramidum et basium. Quia igitur ex hypothese duo piramides. a. et b. sunt equales et ex vltima interposita: ad sextam huius dueq; piramides b. et c. sunt equales: et erunt ex communi scientia due piramides. a. et c. equales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte. 7. huius. Lunq; bases. b. et c. sunt equales: altitudines quoq; piramidum. b. et c. equales erunt ex prima parte et secunda. 7. quinti bases. a. et b. mutue altitudinibus piramidum. a. et b. Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis. a. ad basim. b. vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit ex .2. parte et prima. 7. quinti basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. itaq; ex secunda parte huius. 7. duo piramides. a. et c. sunt equales quare per communem scientiam due quoq; piramides. a. et b. sunt equales. Si vero neutra propositarum piramidum fuerit trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur. a. et b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exagono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due piramides. b. et c. equales. ideoq; due que sunt. a. et c. etiam per conceptionem equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudinem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fuerit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a.





erit quoq; ex septima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo pyramidis. c. ad alti tudinē pyramidis. a. ideoq; ut patet ex prioribus erunt due pyramidis. a. z. c. eq / les quare etiā ex cōmuni scientia z due que sunt. a. z. b. erūt etiā equales. Et hoc ē propositum.

Propositio .8.

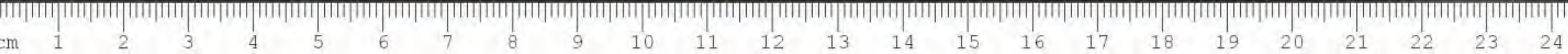
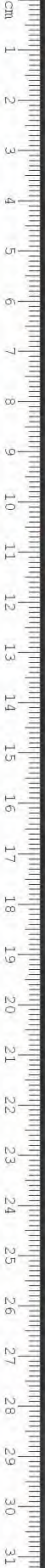
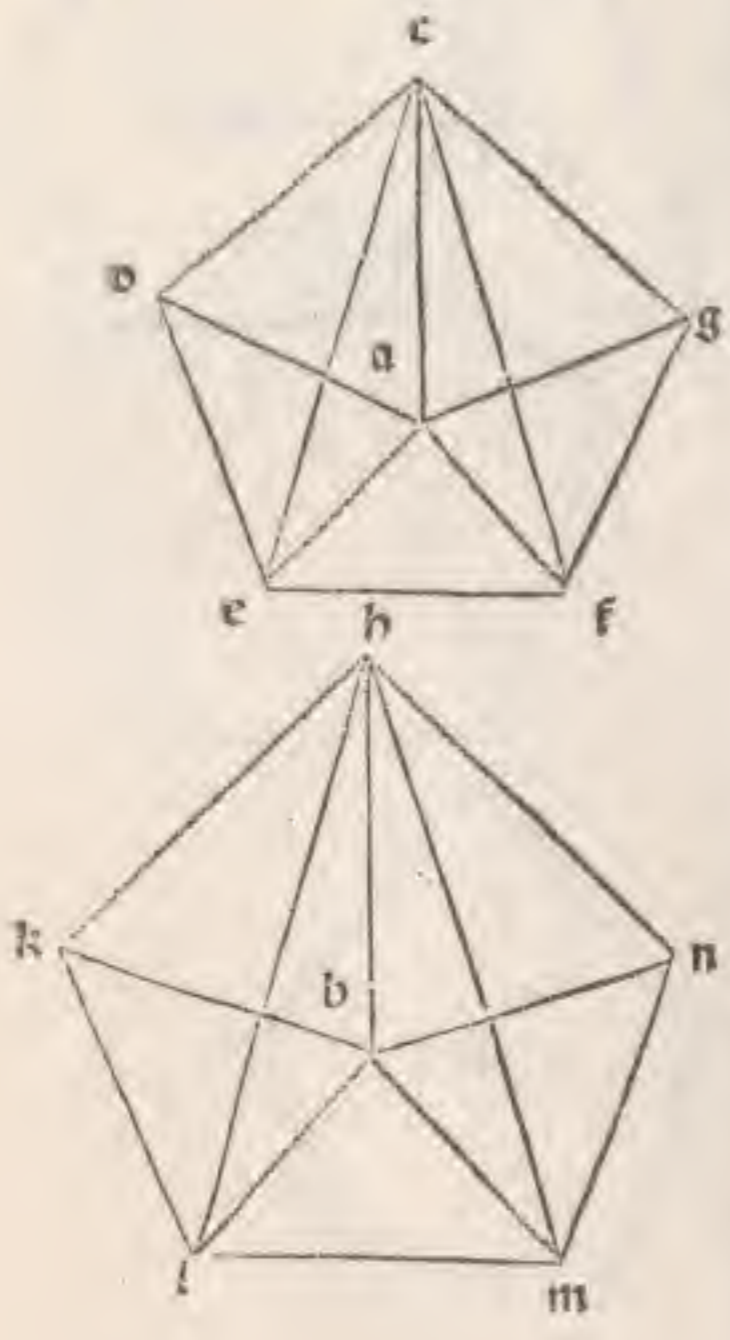
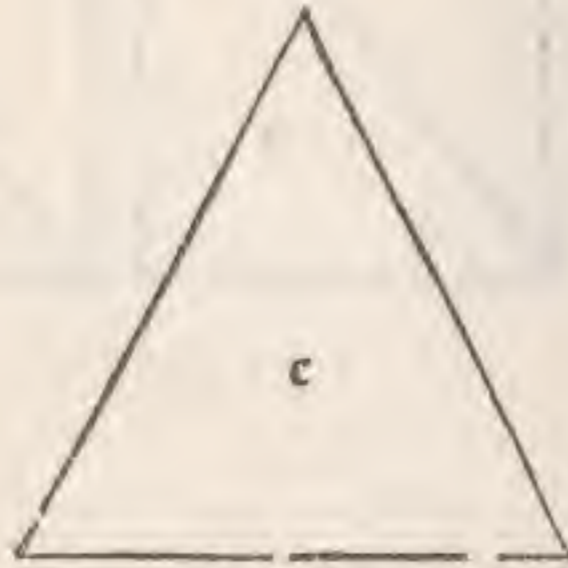
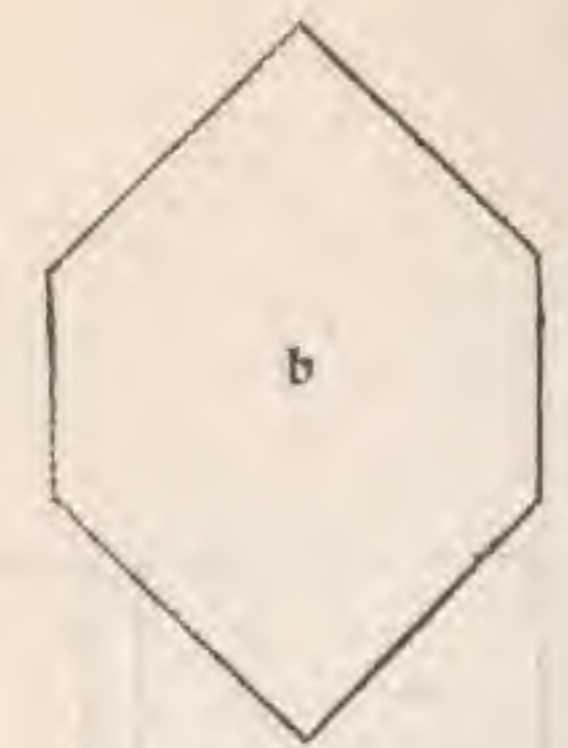


**M**aximum duarum pyramidum similium quarum bases tri angule ē proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

**P**ropositis duabus pyramidibus bases triangulas habentibus si milibus ex ipsis perfice duo solida parallelograma quemadmodū dictum est in demonstratione premissa: eruntq; hec duo solida parallelograma si milia eo q; pyramidis ponuntur similes ad inuicem. nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus z solidis parallelogramis superficialibus angulis numero z quantitate equalib<sup>9</sup> continentur: z latera quoq; illos angulos superficiales con tinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorum para llelogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule z laterū proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione similium superficialium: quare ex 24. z. 13. quinti cuncte sex superficies horū duorum solidorū parallelogramorū sunt si miles adinuicē: igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum z pyramidū sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sexupla pyramidibus ex sexta huius. cumq; sit proportio solidorū vna sicut suorum relatiuorū laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri: sunt aut latera solidorum eadez quoq; latera pyramidū. erit quoq; ex. 11. quinti proportio propositarū pyramidum sicut suorū relatiuorū laterum proportio triplicata: quod est propositum.

**Q**uod si fuerint due quelibet pyramidis laterate similes erit pportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

**S**int due laterate pyramidis quaz coni. a. z. b. similes sintq; super bases pen / tbagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; pportio eaz est sicut suoz rela ti uorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficialiū z cor / porum q; pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidū sibi ad inuicē cum / etiā relatiui al' reliqui triāguli ipsas abientes sibi inuicē sūt similes. diuidant itaq; bases ambaz in triangulos siles z numero equales put. 18. sexti pponit esse pos / sibile: protractis in hac quidē lineis. c. e. z. c. f. i illa vero. b. l. z. b. m. dico igit istas pyramidis esse diuisas in pyramidis triangulas siles z numero equales. Conferā enim adinuicem due pyramidis. a. c. d. e. b. b. k. l. quaz coni sunt. a. z. b. constat au tem ex ypothesi triangulū. c. a. d. esse simile triangulo. b. b. k. z triangulū. d. a. e. triangulo. k. b. l. z q; etiā ex ypothesi angul<sup>9</sup>. d. ē equalis angulo. k. z latera .c. d. z d. e. cōtinētia angulū. d. sunt pportionalia lateribus. b. k. z. k. l. cōtinētibz angu lū. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. c. z. b. k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit pportio. c. d. ad. b. k. sicut. c. e. ad. b. l. cūq; ex ypothesi sit pportio. c. a. ad. b. b. z etiā. a. e. ad. b. l. sicut. c. d. ad. b. k. erit ex. 11. quinti. c. a. ad. b. b. z. a. e. ad. b. l. sicut. c. e. ad. b. l. igit ex. 5. sexti z diffinitione similium superficialiū triangulus. c. a. c. erit silis triangulo. b. b. l. manifestum est itaq; ex diffinitione siliū corporum q; pyramidis. a. c. d. e. ē similis pyramidī. b. b. k. l. silt quoq; constat pyramidē. a. c. e. f. cē





si sem pyramidis .b.b.l.m. et pyramidē .a.c.f.g. pyramidis .b.b.m.n. q. ergo ex hac .s. pportio pyramidis .a.c.d.c. ad pyramidē .b.b.k.l. ē sicut lateris .c.d. ad latus .b.k. triplicata et etiā pyramidis .a.c.e.f. ad pyramidē .b.b.l.m. sicut .c.f. ad .l.m. tripli- cata. ac etiā pyramidis .a.c.f.g. ad pyramidē .b.b.m.n. sicut .c.g. ad .b.n. triplicata cū sit ex ypothēsi pportio .e.f. ad .l.m. et .c.g. ad .b.n. sicut .c.d. ad .b.k. sequitur ex 13. quinti ut pportio totaliū pyramidū .a. et .b. sit sicut vniū basū prialium ad aliā vniā. igit ex hac .s. et vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

**Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt pportionales.**

Verū ē qd dicitur sup qualescūqz bases polygonias sūt colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoz bases et superficies supreme sunt siles et equales. cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes: sunt equidi stantiū laterum Talium autē solidoz prima spēs ē seratile cū super vniā suaz tria terarū superficiez intelligit eē statutū Secda vero spēs ē colūna cui⁹ basis sit qdrilate ra quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā: et tertia ē cuius basis ē penta- gona et ipsa ex tribus seratilib⁹ pficit. Simpliciter autē dico qd oīs laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligant itaqz due colūne laterate .a. et .b. pstitute sup duas bases .a. et .b. eque alte. dico qd ppor- tio colūnaz .a. et .b. ē sicut basiū .a. et .b. distinguāt nāqz hec bases i triāgulos et hec colūne in seratilia: basis quidē .a. que ponatur esse quadrangula in duos trigo- nos .f.c. et .d. et colūna .a. in duo seratilia .c. et .d. basis vero .b. que sit pentagona di stinguat in tres trigonos .e.f.g. et colūna .b. in tria seratilia que sūt vocent .c.f.g. Manifestū ē igit ex his que in 36. vndecimi dicta sunt qd pportio seratilis .c. ad seratile .e. est sicut basis .c. ad basim .e. et iterū seratilis .d. ad seratile .c. sicut basis .d. ad basim .e. quare per 24. quinti erit colūne .a. ad seratile .c. sicut basis .a. ad basim .e. eadem ratione erit colūne .a. ad seratile .f. sicut basis .a. ad basim .f. at rursus colūne .a. ad seratile .g. sicut basis .a. ad basim .g. igit ex 24. quinti quo- tiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes ppositū. constat itaqz ex hoc qd

**Omnes colūne laterate super eandē basim vel super equales con- stitute si fuerint eque alte erunt equales.**

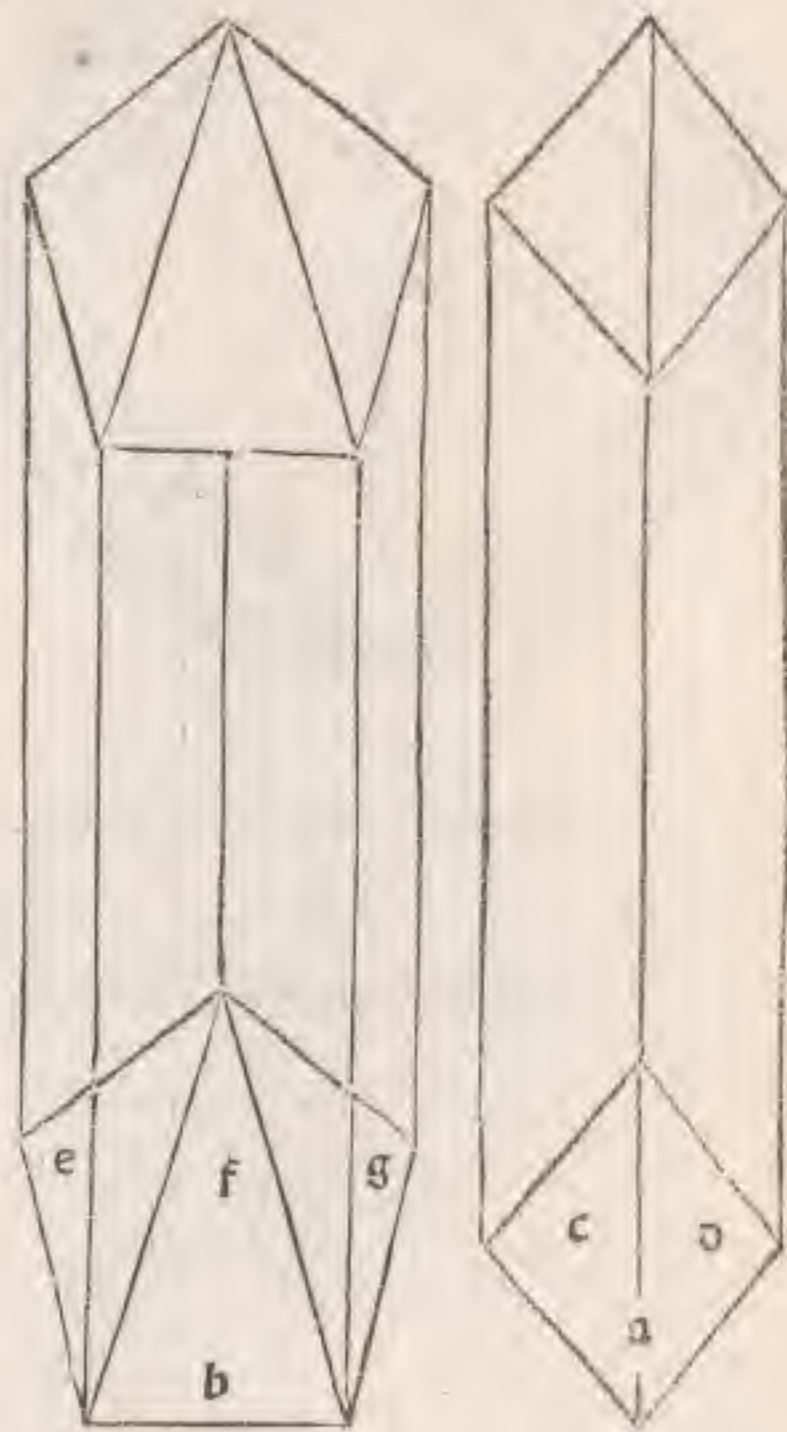
Cum enī ut proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basib⁹ p- portionales. ponantur autē bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex 24. quinti ut etiam colūne sint equales. constat quoqz qd.

**Si fuerint quelibet solida parallelograma seratilia et laterate colū- ne eque alta ipsa quoqz suis basibus pportionalia eē necessario cō- probantur.**

Omnia enim hec species sunt laterataz columnarum de quibus paulo ante vni- versaliter probatum est verum esse quod dicitur.

**Omnis laterata columna tripla est ad suam pyramidem.**

Distinguat basis colūne in triangulos et sūm numerum triangulorum illo- rum distinguatur colūna in seratilia et piramis colūne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratiliū. constat itaqz vnumquodqz seratile ad eā pyramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit tri- plum esse. hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri: igitur ex 13. quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas nec- esse est esse triplum cumqz ex omnibus seratilibus pariter acceptis colūna et





et ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramidis columnae perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

**¶** Si fuerint duae quaelibet columnae lateratae aequales: earum bases eandem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum et altitudines mutue fuerint: easdem columnas aequales esse necesse est.

**¶** Si enim columnae sint aequales earum pyramides erunt aequales eo quod omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. si autem pyramides fuerint aequales suae bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius: quia igitur columnarum suarumque pyramidum eadem sunt bases et altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. Sint igitur bases et altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico quod columnae erunt aequales. cum enim eadem sint bases eademque altitudines columnarum suarumque pyramidum: erunt bases et altitudines pyramidum propositarum columnarum mutue. si hoc ut positum est verum fuerit de columnis. erunt itaque pyramides aequales prout in septimo huius demonstratum est igitur et columnae aequales cum ipse triplex sit ad suas pyramides: quare patet secunda pars eius quod propositum est.

**¶** Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanquam lateris ad suam relativum latus proportio triplicata.

**¶** Si columnae fuerint similes erunt ex definitione similium corporum bases earum ceteraque superficies eas ambientes siles. Dividantur itaque bases earum in triangulos similes et numero aequales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: et ipse columnae dividantur in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia unius suis relativis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex hypothese et sexta et quarta et quinta sexti: et definitione similium superficierum et definitione similium corporum hoc autem probato erit ex .36. undecimi proportio unius cuiusque seratilis unius ad suum relativum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio una cum cuncta seratilia unius sint similia suis relativis seratilibus alterius. sequitur ex undecima quinti ut cunctorum seratilium unius ad sua relativa seratilia alterius sit proportio una: quare per .13. quinti quae est proportio unius seratilis ad suum seratile relativum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta et quia utrobique omnia seratilia pariter accepta componunt columnas et relativa latera seratilium sunt relativa latera columnarum: necesse est ex undecima quinti ut proportio columnarum sit sicut suorum relativorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

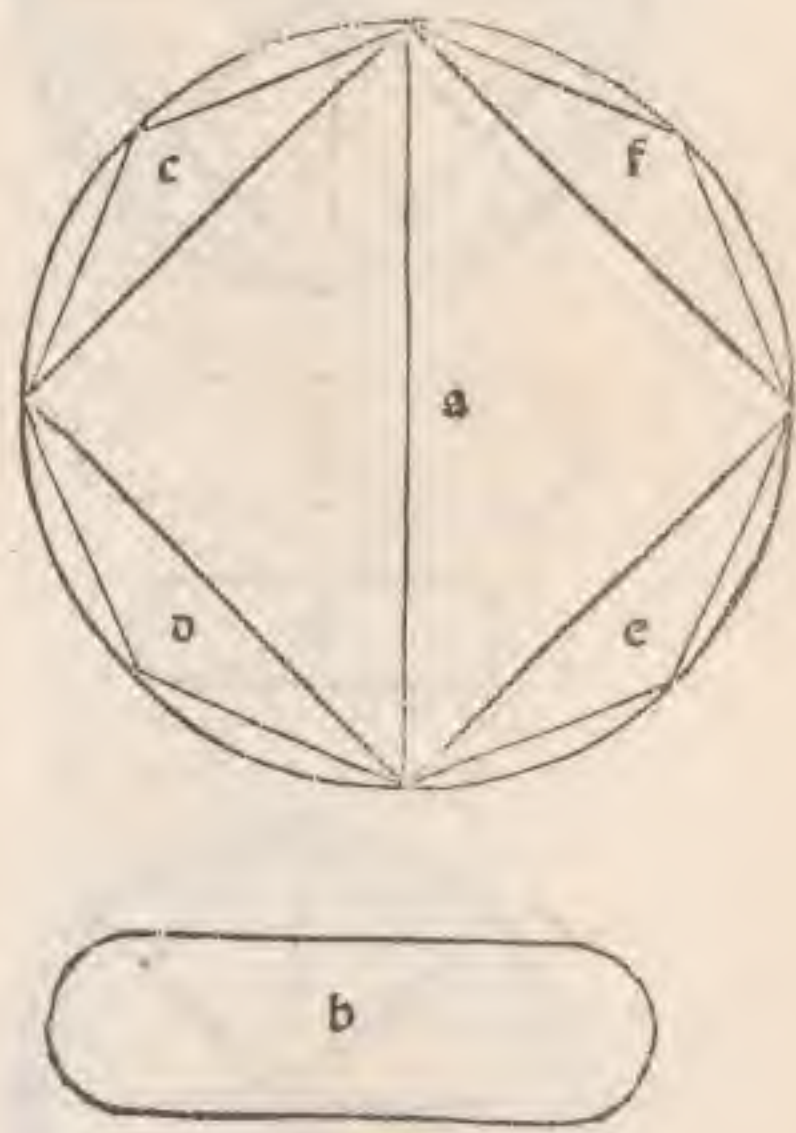
### Propositio .9.

**¶** Quis columna rotunda pyramidis suae triplex esse comprobatur.

**¶** Supra circulum .a. intelligantur una columna et una pyramis secundum eandem suam altitudinem erecte: dicanturque equivoce ipsa pyramis et columna et circulus nomine uno scilicet .a. dico itaque quod columna .a. est tripla ad pyramidem .a. cuius probatio est quia neque maior neque minor potest esse quam tripla. Sit enim primum si possibile est maior quam tripla quantitate corporis .b. ita quod si .b.



corp<sup>o</sup> dematur de colūna .a. erit residū ei<sup>9</sup> triplū ad piramidē .a. Inscribat ergo quadratū circulo .a. sup qd erigantur duo seralia eque alta colūne .a. de quibus duobus seralibus piter acceptis cōstat qd ipsa sūt plus medietate colūne .a. quē / admodū ipsum quadratū constat esse plus medietate circuli .a. Si enī ex ipsis seralibus perficiantur solida pallelogramia quoz ipsa sunt medietates: erit ipsa colūna ps ipsoz duoz solidoz piter acceptoz: deinde super latera quadrati inscripti pificiā quatuor triangulos duum equaliū latez in portionibus circuli quaz portioniūz latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaz portionū p equalia z sunt illi trianguli .c. d. e. f. super quos etiā erige seralia ad altitudinē colūne .a. z manifestū est qd hec seralia sunt maius medietate portionū colūne super portioēs circuli consistentiū quē admodū z ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circuli. Siat aut hoc totiens quousq; p primā . 10. cogat aduersarius cōfiteri portiones colūne piter acceptas esse minus corpore .b. Erit igit colūna laterata octogona quā cōponunt omnia seralia pariter accepta quaz bases sunt trianguli diuidentes polygonū inscriptū circulo .a. mai<sup>9</sup> triplo piramidis rotūde .a. z qz ipsa laterata colūna ē tripla ad suā piramidē sicut demonstratū ē in eis que premissa sunt. sequitur ex scda pte. 10. quinti libri vt rotunda piramis .a. sit minor laterata piramide laterate colūne cuius basis ē inscriptū polygonū basi rotunde piramidis .a. qd est impossibile. Est enī piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nō ē igit piramis .a. min<sup>9</sup> tertia pte sue colūne .a. sed nec plus tertia. Si enī possibile ē: sit piramis .a. plus tertia pte colūne .a. quātitate corporis .b. ita qd detracto corpore .b. de piramide .a. sit residuū ipsius piramidis tertia pars colūne .a. igit quē admodū prius ex piramide .a. intelligat detrabi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratū circulo .a. inscriptū quā lateratam piramidem constat esse plus dimidio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis .a. rursus inteligan<sup>t</sup> detrabi piramides eque alte statute super triangulos .c. d. e. f. qui sunt in portionibus basis z hoc toties fiat vt ex prima decimi relinquat<sup>r</sup> ex piramide .a. minus corpore .b. erit itaq; piramis laterata inscripto polygono supstans quā cōponunt laterate piramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne .a. z quia ut probatū ē in pcedentibus hec piramis laterata ē tertia ps sue colūne laterate .a. sequit<sup>r</sup> denuo ex scda pte. 10. quinti libri colūnā rotundā .a. esse minore colūna laterata eiusdē altitudinis cuius basis ē polygonū basi rotunde piramidis inscriptū: hoc aut impossibile: nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Cum igitur colūna rotunda nō possit eē minus triplo sue piramidis neq; maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

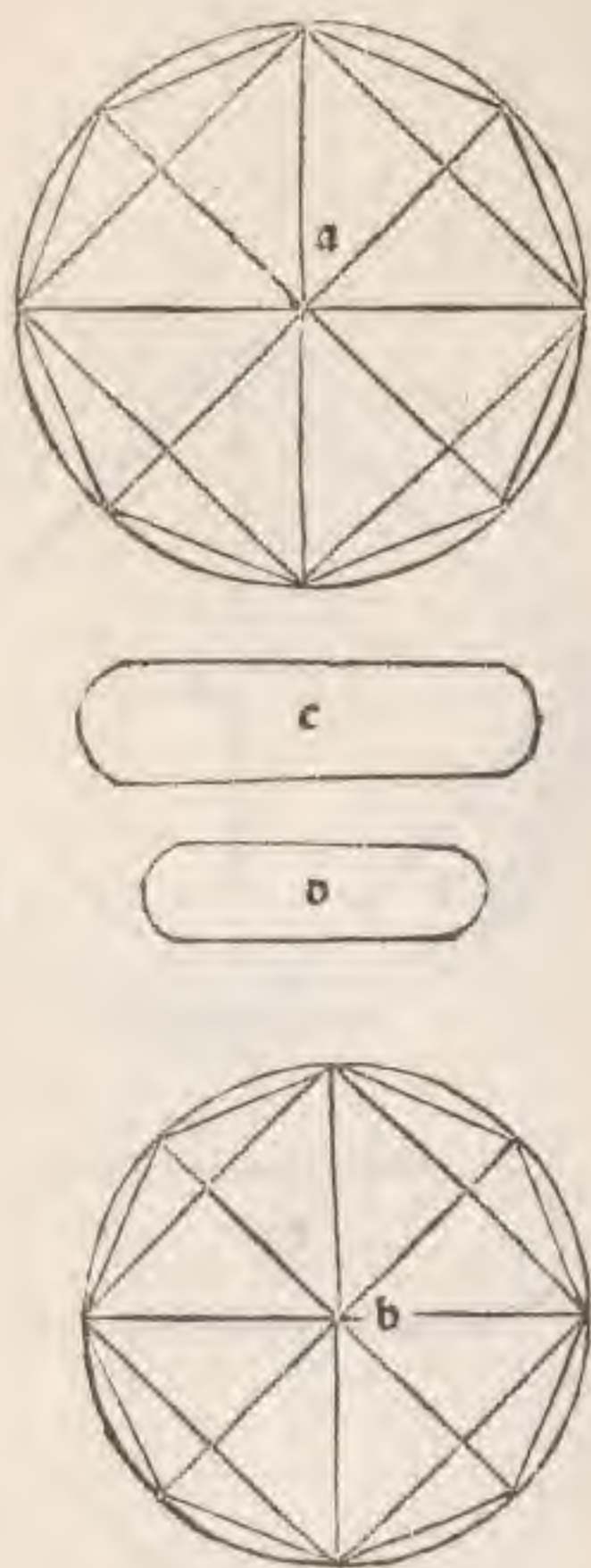


Propositio .10.

**Q**uoniam duarum rotundaz piramidum similiū colūnarumve rotundarum similitudine ē proportio alterius ad alteram tanq; diametri sue basis ad diametrū basis alteri<sup>9</sup> proportio triplicata.

**S**int duo circuli .a. z .b. super quos constituentur due rotūde piramides similes dueq; colūne rotunde similes z dicantur circuli z piramides z colūne





lumne & diametri circuloꝝ his nominibus .a. & .b. equinoce: dico itaq; q̄ ppor-  
 tio duarum pyramidum .a. & .b. duarūq; columnarū .a. & .b. ē sicut duarū diametrorū  
 a. & .b. proportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus constiterit: de columnis  
 autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla  
 ad suam pyramidē: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente  
 ad impossibile. Est enī per cōmunē sciam positā in principio scōe demonstratiōnis  
 huius. 12. libri: que proportio diametri .a. ad diametrū .b. triplicata: eadem pira-  
 midis .a. ad aliq̄ corpus: illud igit̄ corpus sit .c. de quo dico q̄ ipsum non p̄t esse  
 minus neq; maius pyramide .b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate cor-  
 poris .d. ita q̄ duo corpora .c. & .d. p̄ter accepta sint quātum pyramis .b. itaq; quē  
 admodū in scōa pte premissē ex pyramide .b. detrahāt laterata pyramis sibi eque  
 alta cuius basis sit quadratum inscriptū circulo .b. & ex residuo eius detrahant̄ pi-  
 ramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionū circuli .b. fiat ita  
 q; hoc totiens quousq; cogente prima. 10. sit residuū pyramidis .b. minus corpore  
 d. eritq; ex cōi scia laterata pyramis detracta quā cōponunt partiales pyramides  
 detracte maius corpore .c. Inscribat itaq; circulo .a. polygonū simile illi quod est  
 basis laterate pyramidis detracte a pyramide .b. & ad angulos huius polygoni in-  
 scripti circulo .a. demitte lineas a cono pyramidis .a. perficiens super illud polygo-  
 nium lateratā pyramidē eque altā rotunde pyramidi .a. hanc igit̄ studeas demon-  
 strare esse silem laterate pyramidi detracte a rotunda pyramide .b. q̄ hoc mō fa-  
 cies: in utraq; pyramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitione linea cōtinuans  
 verticē pyramidis cū cētro basis & erit perpendicularis ad basim: dehinc a centris  
 basium protrahas in utroq; circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq;  
 polygoni inscripti. cumq; ex diffinitione similium pyramidum rotundarum sit p-  
 portio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum ba-  
 sis alteri. ideoq; etiā ex. 15. quinti & equa pportionalitate sicut semidiametri ad se-  
 midiametrū. sint aut̄ vtrōbiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris conti-  
 nent recti. necesse ē ex sexta ppositione sexti libri & quarta eiusdē & diffinitōe simi-  
 lium superficierū & similium corporū diffinitione vt laterata pyramis .a. sit similis late-  
 rate pyramidi .b. quare p additā ad .s. huius pportio laterate pyramidis .a. ad la-  
 teratam .b. ē sicut lateris vnius ad suū relatiuū latus alterius pportio triplicata.  
 ideoq; & sicut diametri .a. ad diametrū .b. triplicata. igit̄ quoq; sicut rotunde pira-  
 midis .a. ad corpus .c. ex. 11. quinti quare permutatim proportio laterate pyrami-  
 dis .a. ad rotundā pyramidē .a. sicut laterate pyramidis .b. ad corpus .c. & q; latera-  
 ta pyramis .b. maior ē corpore .c. erit laterate pyramis .a. maior rotunda pyramide  
 a. q̄ ē impossibile cū sit ps eius: nō est ergo corpus .c. minus rotunda pyramide .b.  
 Restat itaq; pbandū q̄ nec maius. si enī aduersarius dicat ipsū cē mai⁹ tunc argu-  
 atur ex cōuerſa proportionalitate pportionē diametri .b. ad diametrum .a. tripli-  
 cata esse sicut corporis .c. ad rotundā pyramidē .a. sed ex cōceptione eadē est rotunde  
 pyramidis .b. ad aliq̄ corpus aliud q̄ sit .d. & q; ex ppothesi corpus .c. maius ē ro-  
 tunda pyramide .b. sequit̄ ex. 14. quinti q̄ rotunda pyramis .a. sit maior corpore .d.  
 itaq; proportio rotunde pyramidis .b. ad corpus q̄ ē minus rotunda pyramide .a.  
 videlicet ad .d. est sicut sue diametri .b. ad diametrum alterius pportio triplicata. hoc  
 aut̄ est impossibile. nā ex hoc demonstrauim⁹ sequi q̄ ps sit maior suo toto. cū ergo



corpus. c. nō possit min<sup>9</sup> eē neq; mai<sup>9</sup> rotunda piramide. b. erit necessario sibi eō/  
 le. ideoq; ex scōa pte. 7. quinti constat ppositū. Nō lateat autem nos huius demon/  
 strationis processum ad eas dūtaxat colūnas 7 piramides rotundas coartari qua/  
 rum axes suis basibus perpendiculariter insistant: tales enī diffinite fuerūt i prin/  
 cipio vndecimi: cum tamē passio hic demonstrata cōmuniter conueniat omnibus  
 columnis rotundis similibus piramidibusq; rotundis similibus siue eaz axes su/  
 per bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclināte: 7 ap/  
 pellent<sup>r</sup> differentie cā hee rotunde colūne 7 piramides q̄rum basib<sup>9</sup> axes ortho/  
 gonaliter superstant erecte: relique vero dicant<sup>r</sup> inclināte: 7 q; in principio. 11. non  
 sunt diffinite colūne aut piramides rotunde nisi ille tm̄ quas erectas vocam<sup>9</sup>: hee  
 quidē per motū pallelogrami rectanguli. illi vero per motū trigoni rectanguli. ideo  
 conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas 7 piramides diffinitionib<sup>9</sup>  
 cōmuniter 7 vniuoce conuenientibus erectis 7 inclinatis columnis 7 piramidibus  
 rotundis. Cum igit<sup>r</sup> extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct<sup>9</sup> qui  
 cū circūferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato  
 puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit.  
 circūducat<sup>r</sup>: corpus qd a curua superficie quā motu suo describit hec linea 7 ab ipso  
 circulo cui circūducat<sup>r</sup> continet<sup>r</sup> voco piramidē rotundā. et circulū cui linea hec circū/  
 ducitur voco basim ipsius piramidis. fixum aut<sup>r</sup> punctū extra circulū superficiem si/  
 gnatū voco conū piramidis: lineamq; rectā cōtinuantē centrū basis cū cono pira/  
 midis appello axem seu sagittā piramidis. Cumq; hec sagitta fuerit perpendicula/  
 ris ad basim dico piramidē esse erectam. cū vero inclinata dico etiā piramidē incli/  
 natam. cum aut<sup>r</sup> fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistanti/  
 bus quos vna plana superficies p eoz centra transiens secuerit fuerintq; continua/  
 te per lineā rectā due relative sectiones duarum circūferentiarum ipsoꝝ circuloꝝ.  
 Si linea hec in circūferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri ince/  
 perit quousq; ad locū suum redeat circūducat<sup>r</sup>: corpus qd a curua superficie quā mo/  
 tu suo describit hec linea 7 a duobus ppositis circulis continet<sup>r</sup>: voco columnā ro/  
 tundam. cuius axis siue sagitta ē linea recta centra duoz circuloꝝ cōtinuans. Et  
 cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circulo/  
 rum: dico columnam esse erectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico co/  
 lumnā esse inclināta. Cumq; fuerint due rotunde piramides aut columne a qua/  
 rum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte  
 fuerintq; anguli quos axes 7 communes sectiones harum superficierum 7 basiuꝝ  
 continent ad inuicem equales: 7 fuerit proportio axis vnus ad axem alterius si/  
 cut semidiametri basis vnus ad semidiametrum basis alteri<sup>9</sup>: tunc illas duas pi/  
 ramides ad inuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse. His dif/  
 finitionibus positis demonstrandū est qd omnium duarum rotundarum pirami/  
 dum similiarūve rotundarum similiarum siue erecte siue inclinate fue/  
 rint est proportio vnus ad alteram sicut diametri basis vnus ad diametrum ba/  
 sis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc  
 autem premitimus antecedens necessarium.

**Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranq; quaz**





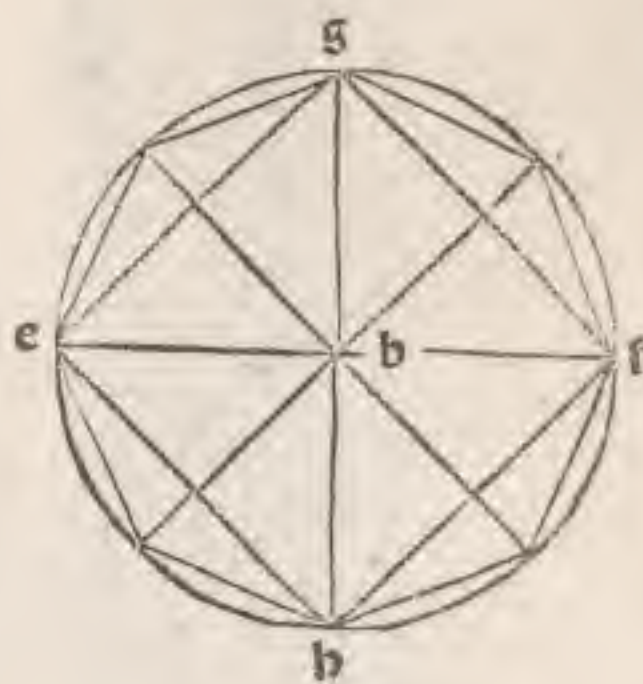


dehabet laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum: que ut probatum est supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli. b. fiatque hoc totiens quousque residuum sit rotunde piramidis. b. minus corpore. d. ex prima decimi. Eruntque ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore. c. tunc ergo prodeat ex axe piramidis. a. superficies alia que sit orthogonaliter crecta super circumulum. a. et sit communis sectio huius superficiei et circuli. a. linea. k. l. que ob hoc erit diameter circuli. a. protrahatur autem in circulo. a. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. m. n. sicque inscribatur in circulo. a. quadratum. k. m. l. n. et dividendo arcus portionum circuli. a. per equalia perficiatur in circulo. a. polygonum simile illi quod est inscriptum circulo. b. et ad singulos angulos huius polygoni demitte lineas rectas a cono piramidis. a. perficiens super illud polygonum lateratam piramidem eque altam piramidi. a. hanc autem lateratam piramidem probabis esse similem laterate piramidi detracte a rotunda piramide. b. quod hoc modo facies perducas axes cogitatione vel actu utriusque in utrisque piramidibus. a. et b. et a centrīs basium pertrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygonorum. Eruntque ex premissis antecedente omnes anguli quos continet axis piramidis. a. cum singulis lineis ductis a centro circuli. a. ad angulos polygoni sibi inscripti equales suis relativis angulis quos continet axis piramidis. b. cum singulis lineis ductis a centro circuli. b. ad angulos polygoni sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum piramidum similitudo proportio axis piramidis. a. ad axem piramidis. b. est sicut semidiametri circuli. a. ad semidiametrum circuli. b. sequitur ex sexta et quarta sexti et diffinitionibus similitudinem superficierum et similitudinem corporum quod due laterate piramides. a. et b. sint similes. Cetera argue sicut prius in decimo. constat itaque de omnibus rotundis piramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. et quia omnis columna rotunda est tripla ad suam piramidem. hoc enim sufficiens est demonstratum siue colūne et siue piramides fuerint recte siue inclinate: sequitur ex. 15. quinti ut cetera quarumlibet columnarum rotundarum similitudo sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

**Propositio .ii.**

**Omnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.**

**S**upra duos circulos. a. et b. statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicantur similiter. a. et b. et due rotunde columnae eque alte eisdem litteris ascripte. a. et b. dico itaque quod proportio duarum piramidum. a. et b. duarumque columnarum. a. et b. est sicut duorum circulorum. a. et b. quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demonstrabitur omnis enim rotunda columna tripla est ad suam piramidem: de piramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde piramidis. a. ad aliquod corpus sicut circuli. a. ad circulum. b. illud corpus sit. c. dico itaque quod corpus. c. non potest esse maius neque minus rotunda piramide. b. sit enim primo minus quantitate corporis. d. igitur circulo. b. inscribatur quadratum et detrahatur a rotunda piramide. b. piramis laterata cuius sit basis quadratum circulo. b. inscriptum et ex portionibus piramidibus detrabantur piramides





super trigonos portionum circuli consistentes fiatq; hoc totiens quoties sit ex p<sup>i</sup> ramide. b. residuum minus corpore. d. eritq; laterata piramis detracta qua com/ ponunt partiales piramides detracte maior corpore. c. inscribatur ergo circulo. a. polygonium simile illi polygonio quod est basis laterate piramidis. b. z perficiat super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate. a. ad an/ gulos polygonij inscripti. Eruntq; due laterate piramides. a. z. b. eque alte. hoc eni est propositum d: rotundis: quare proportio laterate piramidis. a. ad laterata pi ramidem. b. est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygonij. a. ad poli gonium. b. hoc enim demonstratum est in sexta huius. at vero polygonij. a. ad polygonium. b. e sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum e ex prima z secun da huius: itaq; laterate piramidis. a. ad laterata piramidem. b. sicut rotunde pira midis. a. ad corp<sup>o</sup>. c. qre permutatim laterate piramidis. a. ad rotundam pira mi dem. a. sicut laterate piramidis. b. ad corpus. c. cumq; sit laterata piramis. b. ma/ io: corpore. c. sequitur lateratam piramidem. a. esse maiorem rotunda piramide a. hoc autem impossibile: est enim pars eius: non erit ergo corpus. c. minus rotun da piramide. b. Si vero ponat aduersarius qd sit maius demonstrabimus. rursus idem impossibile consequi: erit enim per conuersam proportionalitatem pportio corporis. c. ad rotundam piramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eade rotunde piramidis. b. ad aliquod corpus qd sit. d. cum igit corpus. c. sit maius ro tunda piramide. b. per ypotbesim: erit ex. i. 4. quinti rotunda piramis. a. maior cor pore. d. itaq; proportio circuli. b. ad circulum. a. erit sicut rotunde piramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda piramide. a. sed hoc demonstrati e prius esse im/ possibile. sic enim sequit qd pars sit maior suo toto. non est igit corp<sup>o</sup>. c. neq; min<sup>o</sup> neq; maius rotunda piramide. b. sed tm<sup>o</sup> equale. itaq; ex scda parte septime quinti concludere propositum. Ut aut facilius incōculiusq; demonstraret qd sequitur: ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

**¶** Si superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei<sup>9</sup> secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secantem supficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

**¶** Simile e hoc ei quod pposuit. 25. vndecimi libri de solidis paralellogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Qd qui argumentationem prime sexti vel. 25. vñ decimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic eni nō aliter q; ibi ex diffi/ nitione incontinue proportionalitatis que posita e in probemio quinti libri argu/ endum est propositum. Attendere aut oportet qd quecumq; superficies secat colū/ nam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superfici ei basis eius opposite. nam quecumq; superficies vni superfici ei sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vndeci/ mi libri didicisti: quare manifestum est qd omnes rotunde columne quarum sunt bases eales altitudinib<sup>9</sup> suis sunt proportionales: Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de piramidibus rotundis: z etiam de lateratis quod de piramidibus cōsta/ bit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pi/ ramidem rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octa/ na demonstrata sunt



Propositio .12.



**S**ue p̄ramides rotunde siue colonne fuerint ēq̄les siue bases ⁊ altitudines erūt mutue. Si vero siue bases ⁊ altitudines mutue fuerint ipsas p̄ramides siue colūnas ēq̄les eē necesse ē. ¶ Altitudinē p̄ramidū determinant linee a conis ad bases p̄pendiculariter descēdentes: colūnaz autem a sup̄remis eā / rū sup̄ficiēb⁹ ad bases. Sint itaq̄ due rotūde p̄ramides .a. b. ⁊ .c. d. ēq̄les: dueq̄ rotūde colūne .a. b. ⁊ .c. d. ēq̄les: sintq̄ cōes bases tam p̄ramidū q̄ colūnaz duo circuli .a. ⁊ .c. cōes quoq̄ altitudines tam p̄ramidū q̄ colūnaz determinate p̄ li / neas .a. b. ⁊ .c. d. dico q̄ p̄portio circuli .c. ad circulum .a. ē sicut altitudinis .a. b. ad altitudinē .c. d. ⁊ e cōuerso. hoc aut si de colūnis p̄batū fuerit de p̄ramidibus certū erit: qm̄ ois colūna rotūda tripla ē ad suā p̄ramidē . si itaq̄ due altitudines a. b. ⁊ .c. d. fuerint ēq̄les ex p̄missa cōstat p̄positū. Si aut̄ ineq̄les sit .a. b. maior su maturq̄ : a. e. ēq̄lis .c. d. ⁊ seceē colūna .a. b. a sup̄ficie .e. equidistāter basi ei⁹ . a. erit q̄ ex p̄missa antecedente colūna .a. b. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitu / dinē .a. e. iōq̄ ex prima pte. ⁊ . quinti colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. quare p̄ scōam pte. ⁊ . quinti sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. ex p̄missa aut̄ ē colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sicut circulus .c. ad circulū .a. itaq̄ p. 1. quinti ē altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. sicut basis .c. ad basim .a. constat igi / tur prima ps. Scōa cōuerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. sit enī vt basis c. ad basim .a. sic altitudo .a. b. ad altitudinē .c. d. dico q̄ due colūne .a. b. ⁊ .c. d. sūt ēq̄les. erit enī ex scōa pte. ⁊ . quinti altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. sicut basis .c. ad basim .a. ⁊ q̄ ex p̄missa colūna .c. d. ad colūnā .a. e. ē sicut basis .c. ad basim .a. ⁊ ex p̄ missa antecedente colūna .a. b. ad colūnā .a. e. sicut altitudo .a. b. ad altitudinē .a. e. sequit̄ ex. 11. quinti vt colūna .c. d. ad colūnā .a. e. sit sicut columna .a. b. ad eandem a. e. igitur ex prima pte. ⁊ . quinti due colūne .a. b. ⁊ .c. d. sunt equales ⁊ quare cōstat etiā secunda pars.

Propositio .13.

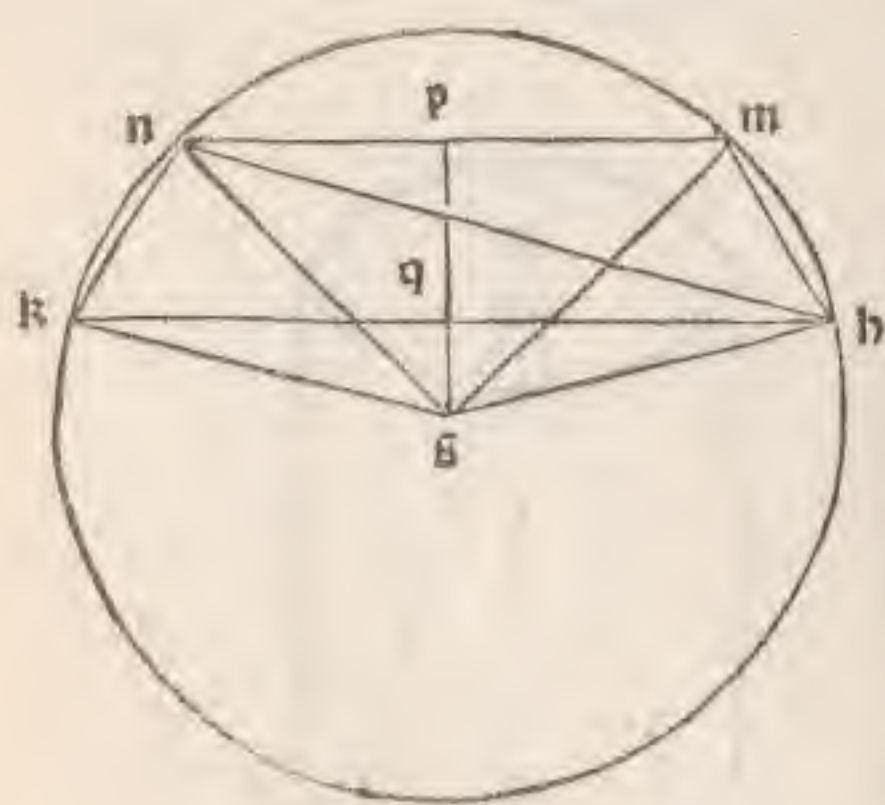


**C**um p̄positi fuerit duo circuli ab vno cētro circūducti su / perficiē multiangulā equaliū latez circulū minozē mini / me tangentiū intracirculum maiozem describere. ¶ Sint duo circuli .a. b. c. d. ⁊ .e. f. ab vno cōi cētro qd̄ sit .g. circūdu / cti. dico q̄ intra maiozem qui sit .a. b. c. d. possibile ē vnū polygonū qd̄ sit equilatēz describi minozē circulū qui ē .e. f. nullo suoz latez tangens. Qua / drenē enī hi duo circuli duabus diametris sup̄ centz ipsoz orthogonaliter seinu / cē secantibus que sint .a. c. ⁊ .b. d. sitq̄ .e. f. diameter minoris ps̄ diametri .a. c. q̄ ē diametri maiozis. sicq̄ igi a puncto .e. ducat̄ vtrinq̄ vsq̄ ad circūferentiā maio / ris linee orthogonaliter super diametē .e. f. que occurrat circūferentiē maiozis hinc quidē i puncto .b. inde vero in puncto .k. critq̄ ex conelario. 15. tertij linea .b c. k. contingens circulum minozē: postea vero quadrantē .a. b. maiozis circuli diui / de per equalia in puncto .l. seūdū doctrinam. 29. tertij: debinc rursus arcum .a. l. p̄ equalia ad punctum .m. cumq̄ hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcū qui minor erit arcu .a. b. sitq̄ hic .a. m. hoc autē idcirco necessarium est q̄ cuz fuerint due quātitates iēq̄les si a maiozi eaz demat̄ ei⁹ dimidiū. itēq̄ a residuo di midii possibile ē hoc toties fieri quonsq̄ tādē mioz mioze eaz relinq̄t quēadmodū i p̄ma. 10. demonstratū ē. cū igi sic diuidēdo ad arcū q̄ntulumcūq̄ minozē .a. b. fuerit





deuentū cuiusmodi est arcus bic. a. m. sumatur arcus. a. n. equalis arcui .a. m. du/  
canturq; due linee. a. m. z. n. m. quia igitur arcus. a. k. est equalis arcui. a. b. quod  
ex secunda parte tertij z quarta primi z. 28. tertij manifestum ē z quia arcus  
a. n. est equalis arcui. a. m. erit ex cōmuni scientia arcus. n. k. equalis arcui. m. b.  
ergo due linee. m. n. z. k. b. sunt equidistantes ergo linea. m. n. non poterit tange/  
re circulū. e. f. q̄re multo fortius neq; linea. a. m. potest ipsum tangere: ¶ Quoniaz  
igitur constat circulum. a. b. c. d. diuisibilem esse per arcus equales arcui. a. m. iōq;  
per. 28. tertij sil' cōstat itra ipsū circulū posse chordulas eq̄les chordule. a. m. conti/  
nue coaptari circulum ipsum poligonic chordantes. manifestū est itra circulū ma/  
iore posse vnū poligoniū equilaterū cuius vnū latus ē linea .a. m. inscribi z quia  
linea. a. m. nō contingit circulum minore p̄z ex prima pte. 13. tertij et diffinitione  
linearum a centro circuli equaliter eq̄distantium q̄ inscrip̄tū poligoniū nullo late/  
rū suoꝝ tangit circulū minore qd̄ est propositū. ¶ At quid dubitas duas lineas. m.  
n. z. k. b. eē eq̄distantes cū sint duo arcus. n. k. z. m. b. equales: hoc aut̄ incōnstaꝝ  
veritatē sortitum est q̄ due linee circulū vnū nō aut̄ se inuicē secantes: si ex circum/  
ferentia equales arcus hincinde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes: due qui/  
dem a centro. g. lineā. g. p. ppendicularē ad lineā. m. n. que secet lineā. b. k. i pun/  
cto. q. z protrabe lineas. g. m. g. n. g. k. g. b. z duobus arcibus: n. k. z. m. b. subten/  
de duas chordas que etiā dicant̄. n. k. z. m. b. erūtq; ex. 28. tertij hec chorde eq̄les  
n. k. z. m. b. eo q̄ arcus equales z per secūdā pte tertie eiusdē tertij erit linea. n. p.  
equalis linee. m. p. cum igitur vterq; duoz̄ angulorum qui sunt .a. d. p. sit rect⁹ ex  
diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus. n. p. g. equalis angulo  
p. g. m. At vero per. 8. primi angulus. k. g. n. ē equalis angulo. b. g. m. itaq; p̄ cō/  
munem scientiā que ē si equalibus equalia addas tota erunt equalia. erit angulus  
k. g. q. equalis angulo. q. g. b. ideoq; per quartā primi lineā. k. q. erit equalis linee  
q. b. quare p̄ primā partē tertie tertij lineā. g. q. erit perpendicularis ad lineā. k. b.  
igitur ex prima pte. 28. primi due linee. n. m. z. k. b. sunt equidistantes z hoc est qd̄  
dubitare conquestus es. ¶ Hoc enī idem aliter demonstrare est possibile ducaſ enī  
linea. n. b. eritq; ex vltima sexti angulus. b. m. n. equalis angulo. n. b. k. eo q̄ ar/  
cus. b. m. est equalis arcui. n. k. ideo ex. 27. primi lineā. m. n. erit equidistans linee  
b. k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis. si enim. lineā. m. n. est  
equidistans linee. b. k. erit arcus. n. k. equalis arcui. m. b. erunt enī ex prima par/  
te. 29. primi duo anguli. b. m. n. z. n. b. k. equales. ideoq; ex vltima sexti duo arcus  
n. k. z. m. b. erunt etiam equales.

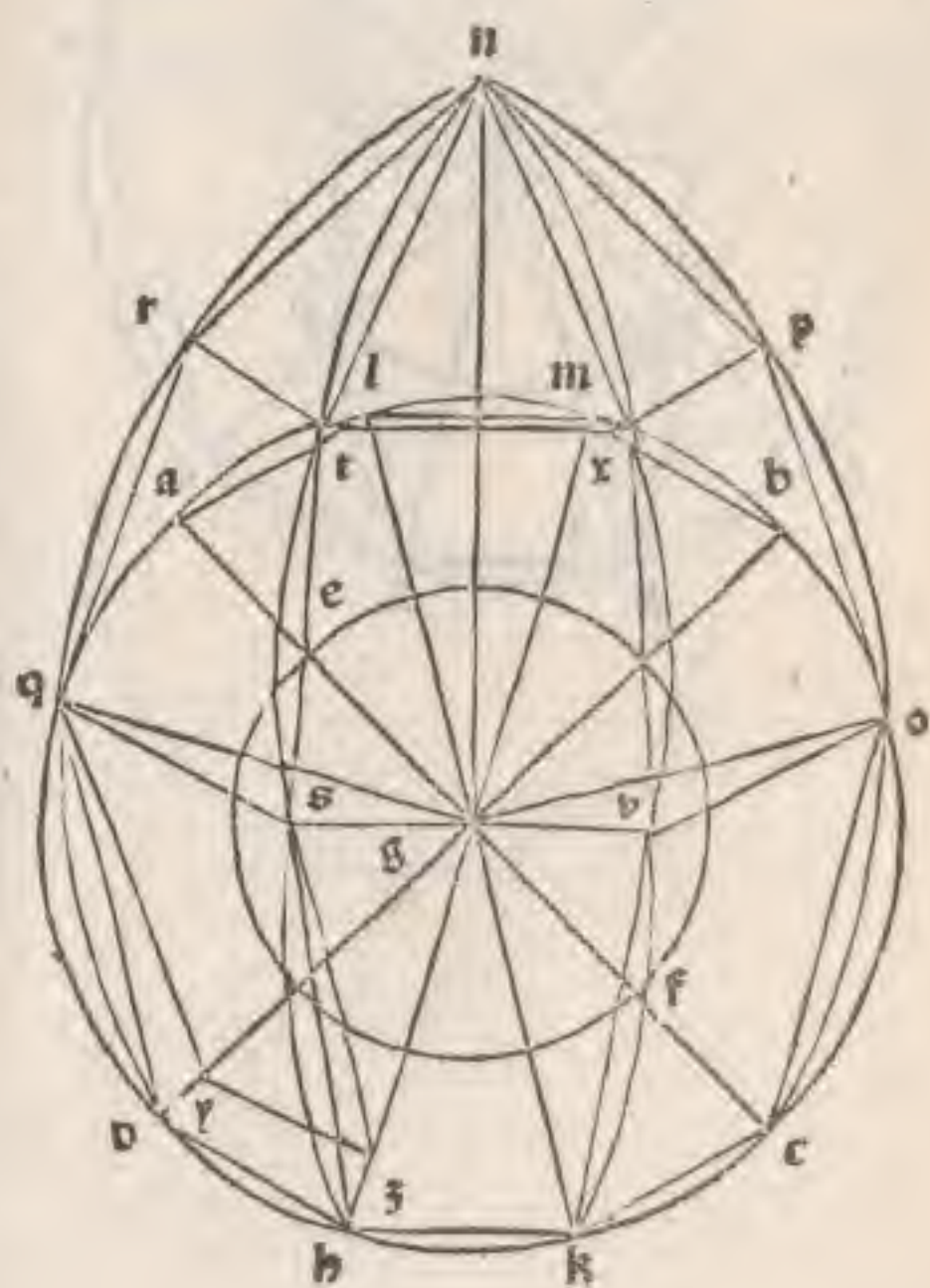


## Propositio .14.

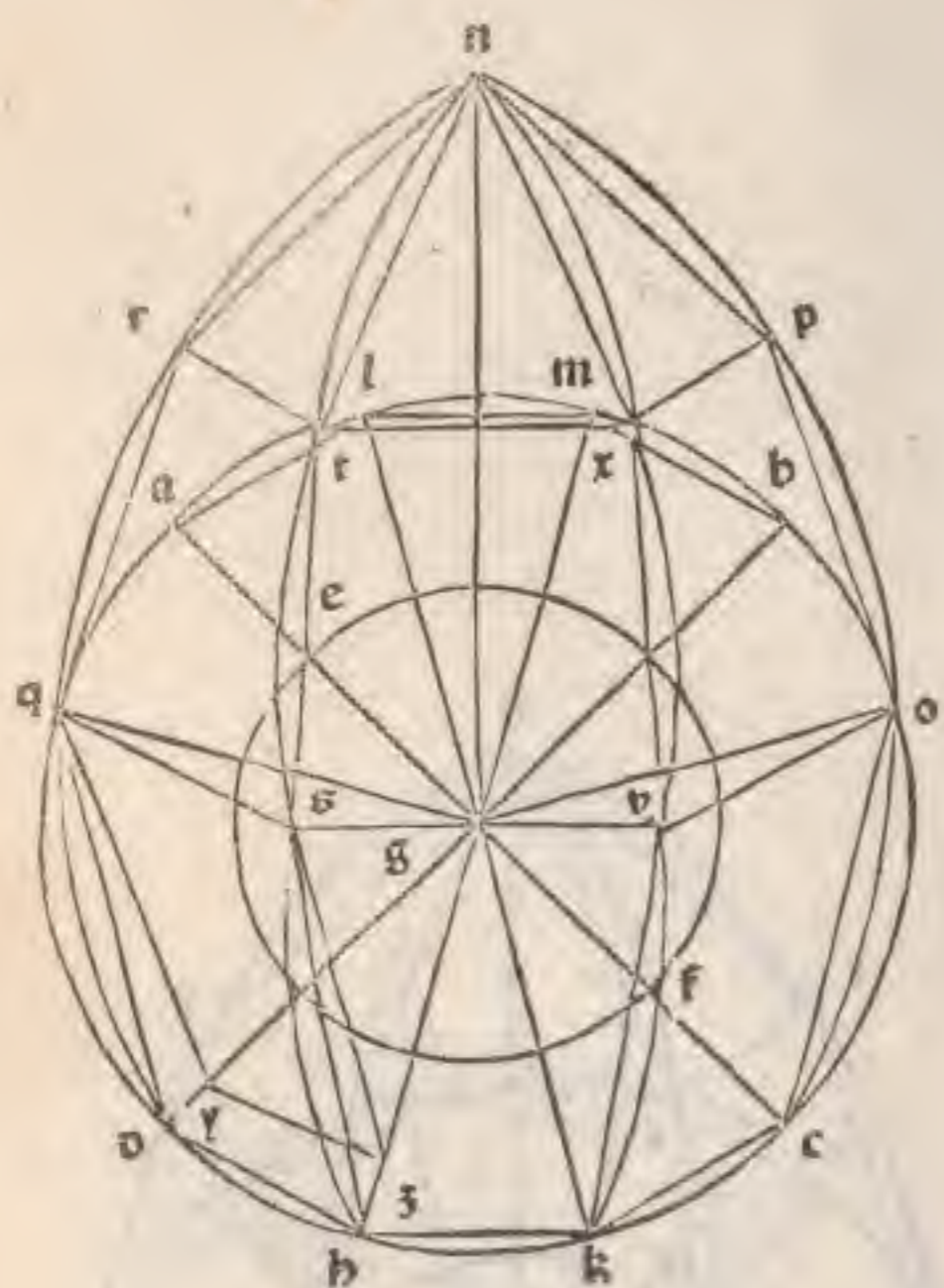
**D**uas speris vnū centrum habentibus propositis in/  
tra maiorem earum solidum multarum basium superfici/  
em minoris sperae minime tangentiū figuratiter cōstituere  
Quo constituto si in minori spera siue in qualibet alia spe/  
ra simile corpus intelligibiliter constituitur erit propor/  
tio corporis multarum basium intra maiore speram constituti ad cor/  
pus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam  
sicut diametri maioris sperae ad diametrum minoris vel alterius sperae  
proportio triplicata.



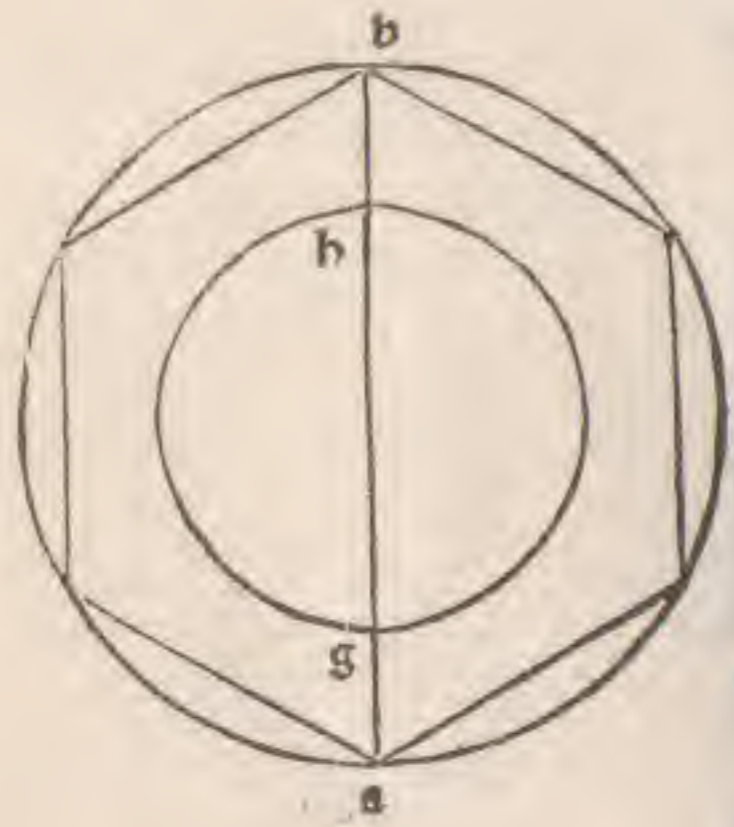
¶ Sint propositae due sphaerae .a.b.c.d. et .e.f. unum atque idem centrum quod sit .g. habentes et sit maior earum sphaera .a.b.c.d. minor vero sphaera .e.f. volumus autem intra maiorem earum unum corpus multarum basium constituere: de quibus non intendimus quod ipse bases sint aequales aut similes sed quod nulla earum tangat superficiem minoris sphaerae. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul utraque propositarum sphaerarum una plana superficie per commune centrum earum transeunte: eruntque ex definitione sphaerae et definitione circuli communes sectiones huius secantis superficiei et superficierum sphaerarum propositarum lineae continentes circulos. sint itaque duo circuli .a.b.c.d. et .e.f. quorum centrum est centrum sphaerae de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum orthogonaliter secantibus quae sint .a.c. et .d.b. postea maiori circulo secundum praecipua praemissa inscribemus unum polygonum equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita quod in quadrante ipsius maioris circuli qui est .c.d. sint tria latera huius duodecagoni quae sint chordae .d.b. .b.k. et .k.e. quae cum sint aequales erunt quoque ex prima parte .27. tertij arcus earum aequales: de hinc a duobus punctis .b. et .k. quae sunt extremitates mediae chordae producemus duas diametros quae sunt .b.m. et .k.l. et super centrum .g. erigemus lineam .g.n. perpendicularem ad superficiem circuli .a.b.c.d. quam producemus quousque obuiet superficiei sphaerae maioris super punctum .n. deinde intelligam quatuor superficies secantes sphaeras propositas: quarum unaqueque secet eas super lineam .g.n. sed prima earum supra lineam .g.n. et diametrum .d.b. secunda super lineam .g.n. et diametrum .b.m. tertia vero super lineam .g.n. et diametrum .k.l. quarta autem super lineam .g.n. et diametrum .c.a. eruntque ex definitionibus sphaerae et circuli communes sectiones harum superficierum et superficiei sphaerae maioris lineae continentes circulos et erunt portiones inscriptae ut inter punctum .n. et quatuor puncta quae sunt .d. .b. .k. .c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt .d.n.b.n. et .k.n.c.n. hoc autem ideo evenit quod omnes anguli quos continet linea .g.n. cum unaquaque diametrorum protractarum in superficie circuli .a.b.c.d. sunt recti ex definitione lineae perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferentiae subtendantur. quod ex ultima sexti evidenter apparet. Ex definitione autem circulorum equalium manifestum est quod unusquisque horum quatuor circulorum est equalis circulo .a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsorum est diameter sphaerae maioris. igitur .p. 15. quinti quadrantes eorum sunt aequales: quare quinque arcus qui sunt .d.n. .b.n. .k.n. .c.n. et .d.c. sunt aequales: in unoquoque ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothemissales chordae quae quilibet sit equalis chordae circuli prostrati quae sunt latera polygoni sibi inscripti et est una eorum chorda .d.b. sintque in primo quidem .d.q. .q.r. et .r.n. in secundo vero .b.f. .f.t. et .t.n. in tertio autem .k.u. .u.x. et .x.n. et in quarto sunt .c.o. .o.p. et .p.n. et protrahantur coram se coniungentes capita hypothemissalium chordarum quae sunt .q. .f. .u. .u. .o. et .r. .t. .x. .x. .p. vides igitur quarte parti superioris hemisphaerii maioris sphaerae quae quidem quarta pars est .d. .n. .c. inscriptum esse corpus .g. basium quarum tres quae coeunt in puncto .n. sunt triangule: ceterae autem sunt quadrangule. suntque harum quadrangularum superficierum hypothemissalia latera equalia. sed non equidistantia. Coram se autem inter quosque duos circulos intercepti sunt equidistantes ad invicem et chordae circuli prostrati sed non sunt ad invicem aequales. hoc autem scies si perpendiculares a







coraustoz extremitatib<sup>9</sup> ad superficiē circuli iacētis demiseris. de quibus p̄stat q̄ ipse cadent super diametros circuloꝝ quos corausti p̄tinuāt q̄d ex demōstratis in 13. 11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q. f. de/ misse due perpendicularares. q. y. z. s. cadentes in diametris. d. b. z. h. m. z. p̄trabā tur linee. q. g. z. y. z. eruntq; ex quarta sexti duo trianguli. q. y. d. z. f. s. b. siles qua/ re proportio duarum perpendicularium. q. y. z. s. erit sicut duarū cordaz. q. d. z. f. b. cumq; sint corde equales erunt etiā z p̄pendiculares equales. At ipse sunt equidi stantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi corausti. q. f. est equalis z equidistans linee. y. z. quia ex scōa pte scōe sexti linea. y. z. ē equidistans corde. d. b. z. iō minor. e. a. se quitur ex. 9. vndecimi ut coraustus. q. f. sit etiā equidistans corde. d. b. z. minor ea ex conceptione. Lum itaq; corde que sunt latera polygonij inscripti in circulo iacenti z ipse sunt oēs equales corde. d. b. nō tangāt sperā minorē: necesse est ut nulluz la/ tus harum basium corporis inscripti siue quadrangule siue trigone tāgat ean dem minorem sperā cū oia bec latera sint ipsis cordis equalia aut minora. Sim/ pliciter autē dico q̄ nulla etiā harū basiū de quibus omnibus manifestum est ex se cunda pte scōe. 11. q̄ ipse sunt tote in superficie vna potest aliquo sui puncto con/ tingere minorem speram eo q̄ omnis linea recta ducta super quelibet punctum cuiusq; earum equidistans corausto minor est necessario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartarū maioris spere tam superioris hemispe/ rij q̄ inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq; superficiebus sub/ texantur: eritq; maioris spere corpus. 72. basium superficiem minoris spere mini/ me tangentium quemadmodū p̄positū fuerit inscriptū Dico itup q̄ si in alia qua libet spera simile corpus statuāt erit p̄portio vnius ad alterū sicut diametri vnius spere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. basium vtriusq; corpus bases totidem laterataz pyramidū quaz omnium vertices erunt in centris ipsaz sp̄raz has autē pyramides perficies. si a singulis angulis inscriptoz corpoꝝ que sūt ex/ tremitates cordarū z coraustoz lineas ad centra speraz produxeris. Itude itaq; ex diffinitione silium corpoꝝ p̄bare cūctas pyramides vni<sup>9</sup> cē siles suis relatinis pyramidibus alterius. Quo p̄bato erit ex. 8. huius p̄portio vniuscuiusq; earum vni<sup>9</sup> ad suā relatinā alterius sicut p̄portio semidiametroꝝ speraz ipsarū tripli/ cata. sunt enī semidiametri speraz latera cunctaz pyramidum. At q̄ semidiamet/ rozum z diametrorum est ex. 15. quinti vna p̄portio ex. 13. eiusdem facile conclu/ des p̄positum.



Propositio .15.

**Q**uoniam duarum sperarum est proportio alterius ad al/ teram tanquā sue diametri ad diametꝝ alterius propoꝝ/ tio triplicata.

**S**int due spere. a. b. z. c. d. quarum diametri sint. a. b. z. c. d. dico q̄ proportio earum est sicut suarum diametroz p̄portio triplicata. Lnius demonstratio est qm̄ neq; ad minorē sperā q̄ sit spera. c. d. neq; ad maiorē est p̄portio spere. a. b. sicut diametri. a. b. ad diametꝝ. c. d. triplicata. Esto quidē p̄portio spere. a. b. ad speram. c. f. sicut diametri. a. b. spere. a. b. ad diametrū. c. d. triplicata: demonstrabo itaq; q̄ spera. c. f. non potest esse minor neq; maior qm̄ spera. c. d. si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam indu/ di a spera. c. d. z. circūduci ab eodem centro z inscribam spere. a. b. q̄d etiā nomine



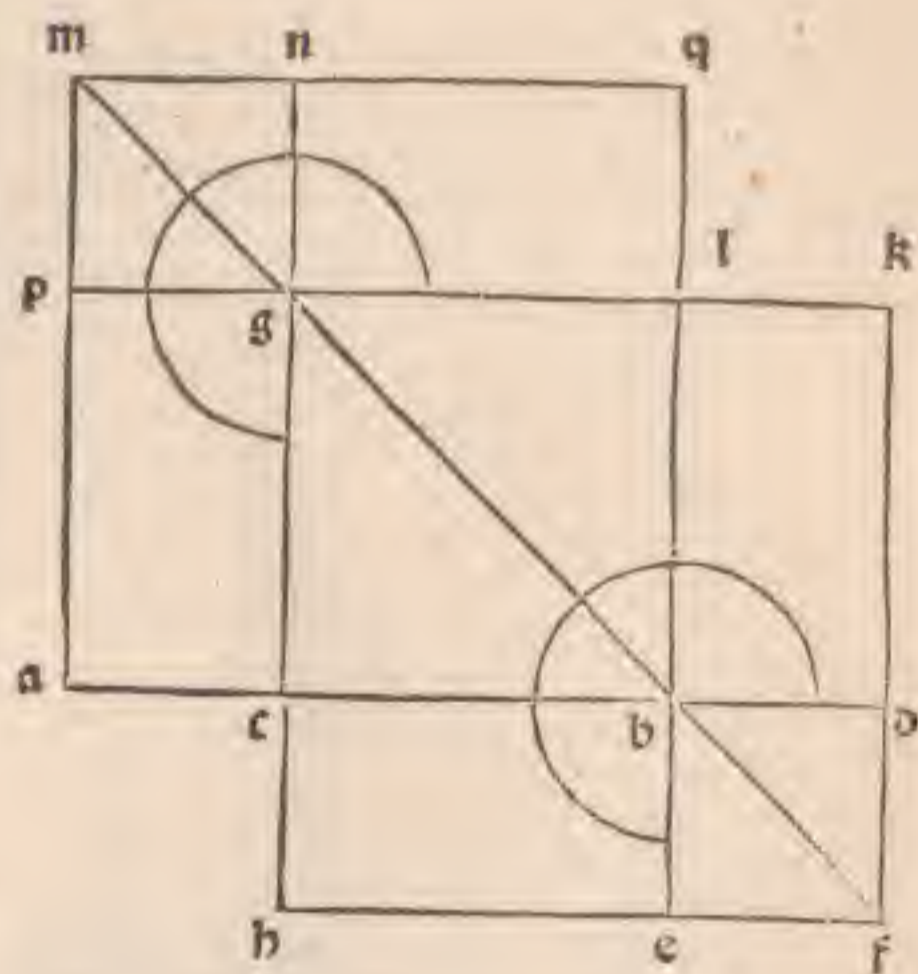
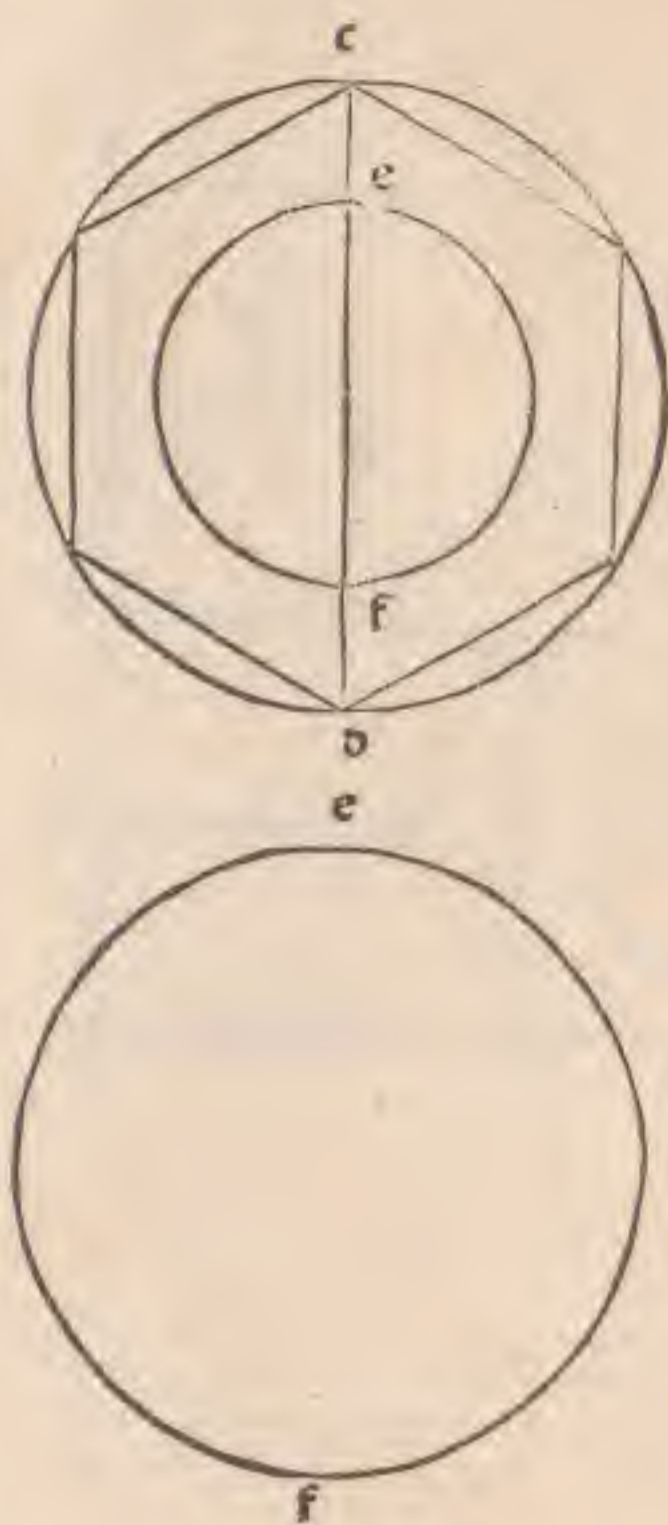
sue sære dicat .a. b. pstat itaq; ex scda pte pmissæ .z. n. quiti q; pportio sære .a. b. ad sperã .e. f. e sicut corpis multaz basiu qd e .a. b. ad corp<sup>9</sup> multaz basiu: qd e .c. d. vtraq; eni e sicut diameter .a. b. ad diametru .c. d. triplicata: hec aut ex ypothe. illa vero ex scda pte pmissæ: quare pmutatim pportio sære .a. b. ad corpus multarum basium .a. b. e sicut sære .e. f. ad corpus multaz basium .c. d. cu igit sære .a. b. sit maior corpore multaz basiu .a. b. erit etiã sære .e. f. maior corpore multaz basium .c. d. hoc aut est impossibile. nã ipsa est pars ei<sup>9</sup>: nã e ergo sære .e. f. est minor spe/ra .c. d. Si aut dicat aduersarius eã esse maiorẽ cõsuetabimus ipsũ hoc modo: erit eni per cõuersã proportionalitatẽ sære .e. f. ad sperã .a. b. sicut diameter .c. d. ad diametrum .a. b. triplicata. sit itaq; eadem sære .c. d. ad speram .g. b. eritq; ex. 14: quinti sære .g. b. minor sære .a. b. eo q; sære .c. d. posita est minor sære .e. f. qre pportio sære .c. d. ad aliquã sperã minorẽ sære .a. b. est sicut diametri .c. d. ad diametrum .a. b. triplicata. At hoc est impossibile: nam ex hoc sequit q; ps sit maior suo toto ut demonstratũ est prius. itaq; sære .e. f. nã est maior neq; minor q; sære .c. d. igitur ex. 7. quinti concludẽ proposita conclusionẽ que imponit finem libro duodecimo. *Explicit liber Duodecimus Incipit liber Terciusdecimus.*

**Propositio .1.**

Am diuisa fuerit linea scdm proportionem habentem mediũ duoq; extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise: quadratũ linee ex eis duabus compositẽ quadrati medietatis eiusdẽ linee diuise quin-  
tuplum esse necesse est.

¶ Sit linea .a. b. diuisa i puncto .c. put docet. 29. sexti. z sit maior portio eius linea .b. c. cui .b. c. directe adiungat linea .b. d. que sit equalis medietati toti<sup>9</sup> .a. b. dico q; quadratũ linee .c. d. erit quintuplum ad quadratũ linee .b. d. Quadrabo eni lineã .b. d. z sit eius quadratũ .d. e. z circũponã huic quadrato gnomonẽ scdm quantitãtẽ linee .b. c. ptracta diametro .f. b. g. sitq; circũpositus gnomo .e. g. d. eritq; ex. 22. sexti superficies inde cõposita que sit .b. k. tanq; quadratũ linee .c. d. dico igitur quadratũ .b. k. quintuplũ esse ad qdratũ .d. e. sit igit .e. l. quadratũ circũpositi gnomonis sibi que circũponatur aliis gnomo ad quatitãtẽ linee .a. c. ptracta diametro .f. b. vsq; ad .m. sitq; hic gnomo .c. m. l. z pro trahant linee .c. n. z .p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametru .f. m. in puncto .g. ¶ Manifestũ est aut ex. 22. sexti q; compositũ ex hoc secundo gnomone z quadrato .c. l. z ipsũ quadratũ sit .a. q. est quadratũ linee .a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplũ ad quadruplũ .d. e. eo q; linea .b. d. e medietas linee .a. b. eũq; sit ex pma parte. 16. sexti superficies .a. n. ideoq; p. 43. pmi sup fices .m. l. equalis qdrato .c. l. puenit eni .a. n. ideoq; z .m. l. ex .b. a. in .a. c. z .c. l. puenit ex .c. b. in se z cum ex prima sexti sit .a. l. dupla ad .l. d. ideoq; equalis .l. d. z .c. c. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac cõmuni scientia: si equalib<sup>9</sup> equalia addas tota sicut equalia: quadratum .a. q. egle gnomoni .e. g. d. hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum .d. e. queadmodũ erat quadratũ .a. q. itaq; totum quadratum .b. k. cum ipsum constet ex simplo z quadruplo erit ex cõmuni scientia

p





quintuplū ad idē qđ ē propositū. Idē aliter ex quarta scđi cōstat qđ quadratū lineę a. b. ē quadruplū ad quadratū lineę b. d. At per scđam eiusdē qđ sit ex a. b. in b. c. et in a. c. ē equale quadrato a. b. qđ aut ex a. b. in b. c. equū ē ei qđ ex b. d. bis i. b. c. qđ ex prima scđi manifestū est. cū a. b. sit dupla ad b. d. At vero qđ ex a. b. in a. c. ē ex prima pte. 16. sexti equale quadrato b. c. itaq; p cōem scđi qđ sit ex b. d. bis in b. c. et qđ ex b. c. in se ē equale quadrato a. b. et ideo ē quadruplū ad quadratū b. d. quare supaddito quadrato b. d. erit totū aggregatū quintuplū videlicet illud qđ sit ex b. d. bis in b. c. cum qđrato b. c. et qđrato b. d. atq; ex quarta secundū di hoc totū est equale quadrato c. d. constat verum esse quod diximus.

## Propositio .2.



In cuilibet lineę bipartite cuius quadratum quadrati alterutrinus suarū portionū sit quintuplū in longū sibi linea addatur donec eidē portioni reliq; portio cū addita linea fiat duplex: eadē duplex linea scđm pportionē habentē medium duoq; extrema diuisa erit maiorq; portio eius erit linea media. Hęc ē cōuersa premissę duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadē prorsus manente dispōne. Verbi grā. sit quadratū b. k. quintuplū ad quadratū d. e. et linea a. b. dupla ad lineā b. d. dico qđ linea a. b. diuisa ē in puncto c. fm pportionē habentē mediū et duo extrema et maior portio eius ē linea media vt ē c. b. cōstat aut ex 4. scđi qđ quadratū a. q. quadruplum ē ad quadratū d. e. itaq; gnomō g. d. e. equalis ē quadrato a. q. quocirca duo supplementa l. d. et c. e. piter accepta sunt quantū gnomō c. m. l. atq; eadē supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantū a. l. ideoq; quantū c. q. sequit qđ c. q. sit equalis gnomoni c. m. l. dempta igit ab utroq; superficie l. n. erit quadratum c. l. equale superficiē a. n. cum igit fiat superficies a. n. ex a. b. in a. c. sit autem quadratum c. l. quadratū lineę c. b. erit ex scđa pte. 16. sexti proportio a. b. ad b. c. sicut b. c. ad c. a. ex diffinitione ergo lineę fm pportionē habentē mediū et duo extrema diuise positā in principio sexti libri cōclnde ppositū. Itē aliter cum quadratū c. d. sit ex ypothesi quintuplū ad quadratū b. d. quadratū vero a. b. sit ex quarta scđi quadruplū ad idem at quadratū c. d. sit ex eadem equale quadrato c. b. et quadrato b. d. et ei qđ sit ex b. d. bis in c. b. sequitur ut illud qđ sit ex b. d. bis in c. b. cum quadrato c. b. sit equale quadrato a. b. sed ex b. d. bis in c. b. tū ē quantū qđ ex a. b. in b. c. eo qđ a. b. dupla est ad b. d. ergo quod sit ex a. b. in b. c. atq; quadrato b. c. est equale quadrato a. b. et qđ ex scđa scđi qđ sit ex a. b. in b. c. et in a. d. est equale quadrato a. b. sequitur ex cōmuni scientia ut quadratum lineę b. c. sit equale ei qđ sit ex a. b. in a. c. igitur ex secunda parte. 16. sexti et diffinitione constat ppositam.

## Propositio .3.



Am diuisa fuerint linea scđm pportionē habentē mediū et duo extrema si minori portioni tanq; dimidium maioris directe iungatur: erit vt quadratum lineę inde compositę quintuplum sit quadrati qđ ex ipsa maioris medietate portionis describit. Sit linea a. b. diuisa in puncto c. secundū pportionē habentē medium et duo extrema. sitq; eius maior portio linea c. b. que diuidatur per equalia in d. dico qđ quadratum lineę a. d. est quintuplum ad quadratū lineę c. d. describatur enim quadratū a. b. quod sit a. e. in quo ptabat



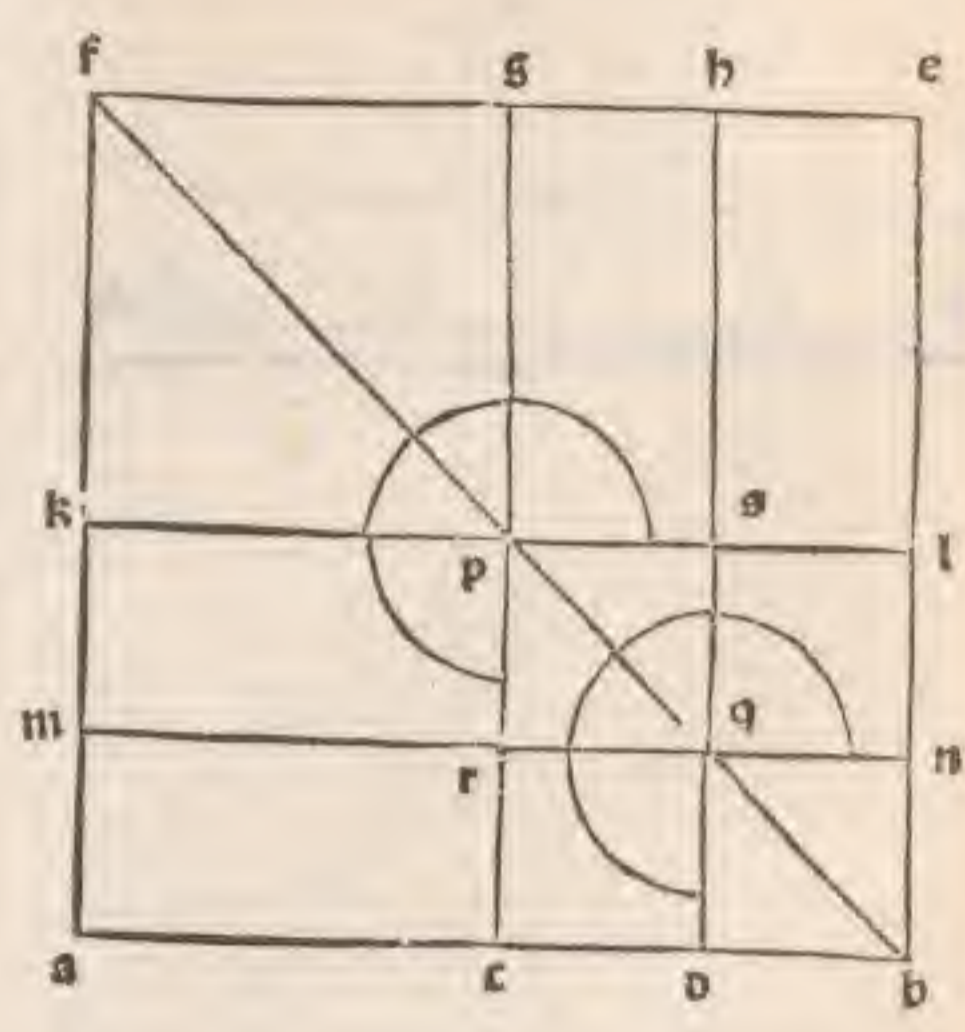
diametri. b. f. & linee. g. c. & p. b. itemq3. k. l. & m. n. equidistanter lateribus oppo-  
 sitis secantes se inuicē sup diametru in duobus punctis. p. & q. & extra diametru in  
 duobus alijs locis. r. & s. manifestū igit ē ex. 22. sexti vel ex conelario quarte scōi: qd  
 omnes superficies existentes in quadrato. a. e. quas diameter diuidit per medium  
 sunt quadrate: quatuor autem superficies que sunt. a. r. m. p. p. b. & s. e. constat ex  
 43. primi & prima sexti esse adinuicē equales. nā due postreme. p. b. & s. e. sunt ad-  
 inuicē equales ex prima sexti qm̄ igit ex p̄nti ypothēsi & diffinitionē linee fm̄ qd p/  
 ponit diuise & prima pte. 16. sexti quadratū. c. l. ē equale superficie. a. g. ideoq3 & gno-  
 moni. r. f. f. ppter id qd superficies. a. r. ē equalis superficie. p. b. & qm̄ ex quarta se-  
 cundi quadratū. c. l. est quadruplū ad quadratū. r. f. qd ē tanq3 quadratū linee. c. d.  
 sequitur ex cōmuni scientia qd quadratū. m. b. sit quintuplū quadratū. r. f. constat  
 enī ex gnomone quadruplo & r. f. simplō. hoc autē est propositū. Idē aliter cū sit  
 linea. b. c. diuisa per equalia in puncto. d. & addita est ei linea. a. c. erit ex. 6. secūdi  
 quod sit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. interiacentis equalē qdrato. a. d. at q3  
 quod sit ex. a. b. in. a. c. equalē ē quadrato. c. b. ex prima pte. 16. sexti: hoc autem est  
 quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste p3 veritas eius qd dicit. Potes quoq3  
 si libet etiam duplici modo ex cōsequēte huius suū antecedens cōcludere processu  
 retrogradu. sit enī eadē dispositione manente quadratū. m. b. quin-  
 tuplū ad qua-  
 dratū. r. f. eritq3 gnomō. r. f. f. equalē quadrato. c. l. Utrūq3 enī est quadruplū ad  
 quadratū. r. f. at q3 superficies. a. g. ē equalis gnomoni predicto necesse ē vt superficies  
 eadē sit equalis quadrato predicto: quare ex scōa pte. 16. sexti. & diffinitione linea  
 a. b. ē diuisa in puncto. c. fm̄ pportionē habentē medium & duo extrema: & maior  
 portio eius ē linea. c. d. Idē aliter cū sit ex ypothēsi quadratū linee. a. d. quintuplū  
 ad quadratū linee. c. d. & ex. 6. scōi idē ipsū quadratum sit equalē ei quod sit ex. a. b.  
 in. a. c. cum quadrato. c. d. sequit vt id qd sit ex. a. b. i. a. c. cū quadrato. c. d. sit quin-  
 tuplum ad idē quadratū. c. d. ideoq3 eo dempto erit residuū videlicet qd sit ex. a. b.  
 in. a. c. quadruplū ad ipsum & q3 etiā ex quarta scōi quadratum linee. c. b. ē quadru-  
 plum ad idē necesse ē vt qd sit ex. a. b. in. a. c. sit equalē quadrato. c. b. quare iterum  
 ex secunda pte. 16. sexti & diffinitione linea. a. b. ē diuisa fm̄ pportionē habentem  
 mediū & duo extrema in puncto. c. & maior eius portio est linea. c. b.

Propositio .4.



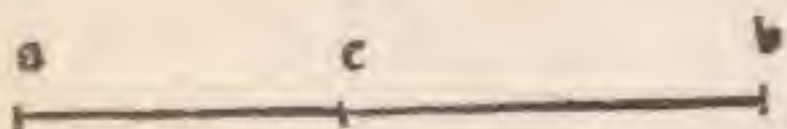
Scōm pportionē habentē mediū & duo extrema que-  
 libet linea fuerit diuisa ei q3 i longū directe tanq3 maior  
 sectio adijciat: erit totā lineā inde cōpositā fm̄ pportio-  
 nem habentē mediū & duo extrema diuisā esse & erit eius  
 maior portio linea prima.

Sit linea. a. b. diuisa qua supponit pportione in puncto. c. & sit eius maior por-  
 tio. c. b. totiq3. a. b. adijciat directe linea. b. d. que sit equalis. c. b. dico qd tota. a. d.  
 eadem pportione diuisa est in puncto. b. & maior eius portio ē linea. a. b. que ē  
 linea prima. Est enī ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. at q3 ex septima  
 quinti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur ex vndecima eiusdē. a. b. ad. b. d. sicut. b. c.  
 ad. c. a. quare per cōuersam pportionalitatem. b. d. ad. b. a. sicut. a. c. ad. c. b. et  
 coniunctim. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Lunq3 sit ex septima quinti. a. b. ad. b. c.  
 sicut ad. b. d. erit ex vndecima eiusdē. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. itaq3 ex diffini-  
 tione linea. a. d. diuisa est in puncto. b. secundū pportionem habentē mediū





et duo extrema et maior portio eius est linea .a.b. quod est propositum. Eodē quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet lineae secundū predictā proportionē diuise tanquā minor portio detrahatur: erit ipsa maior portio secundū eandē proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea .a.b. sicut proponitur in puncto .c. diuisa sitque maior portio .a.c. a qua detrahatur .c.d. equalis .c.b. dico quod .a.c. est diuisa secundū proportionē eandē in puncto .d. et quod maior portio eius est linea .d.c. cum enī sit ex diffinitione .b.a. ad .a.c. sicut .a.c. ad .c.b. At ex septima quinti .a.c. ad .c.b. sicut ad .c.d. erit ex undecima eiusdem .b.a. ad .a.c. sicut .a.c. ad .c.d. ideoque per .19. quinti: sicut .c.b. residuum ad .d.a. residuum. sed ex septima eiusdem .c.b. ad .d.a. sicut .c.d. ad .d.a. itaque .a.c. ad .c.d. sicut .c.d. ad .d.a. ex diffinitione ergo constat quod diximus: nec igitur ea quae auctor proponit additio nec ea quae ex opposito proponimus detractio quātūcumque viralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis lineae primitiue discordat.



Propositio .5.

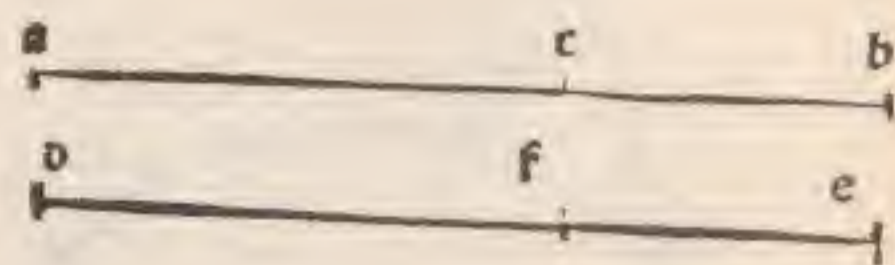
**S**ecundū proportionē habentē mediū et duo extrema quelibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producat ambo quadrata piter accepta triplū sunt eius quod ex maiore portione quadratū describit. Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictā portionē in puncto .c. sitque maior portio eius linea .c.b. dico quod quadrata duarum linearum .a.b. et .c.a. pariter accepta triplū sunt ad quadratū lineae .c.b. hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c.b. et duplū eius quod fit ex .a.b. in .a.c. itemque quia quod fit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione et prima parte .16. sexti: manifestum est propositum.

Propositio .6.

**O**mnis rationalis lineae secundū proportionem habentē mediū et duo extrema diuise utranque portionem residuum esse necesse est. Sit linea .a.b. secundū solutā proportionem diuisam in puncto .c. rationalis. dico quod utranque portio eius residuum. Sit enī maior eius portio .a.c. cui directe adijciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritque etiā .d.a. rationalis ex .6. decimi libri et diffinitione. constat autē ex prima huius quod quadratū lineae .d.c. quintuplū ē ad quadratū lineae .d.a. igitur linea .d.c. est cōicans lineae .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due lineae .c.d. et .d.a. sint ambe rōnales potentialiter tū cōcantes. et quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato lineae .a.c. que est residuum erit latus eius secundum lineam .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .92. decimi ut linea .c.b. sit residuum primum: quare constat propositum. Amplius autē si lineae sic diuise ut proponitur maior portio fuerit rōnalis: erit minor residuum: verbi grā. sit ut prius .a.b. diuisa in .c. secundū dictam proportionem et maior portio eius que est .a.c. sit rōnalis que diuidatur per equalia in .d. eritque ex tertia huius quadratū .d.b. quintuplū ad quadratū .d.c. at quod .d.c. ē rōnalis cui ipsa sit dimidiū .a.c. sequitur ut due lineae .d.b. et .d.c. sint rōnales potentialiter tū cōcantes quare ut prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rōnalis in potentia tū secundū proportionem habentem mediū et duo extrema

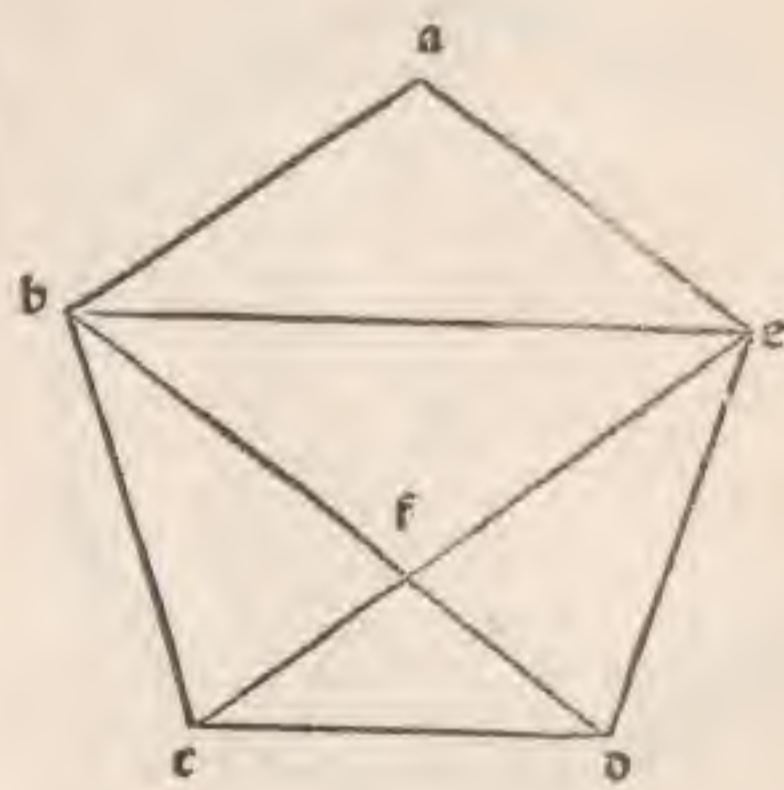


diuidat̄ adhuc necesse est ut vtraq; portio eius sit residuū. sit enī .a. b. rōnalis i po-  
 tentia tm̄ diuisa sicut pponitur in puncto .c. z sumat̄ aliqua rōnalis in longitudie  
 que sit .d. e. q̄ etiā diuidat̄ in .f. fm̄ pdictā proportionē. manifestū est igit̄ ex secūda  
 14. libri que sine adiniculo alicuius eoz que sequūtur inconcussa demonstratione  
 roborat̄ q̄ pportio .a. b. ad .d. e. est sicut .a. c. ad .d. f. z sicut .c. b. ad .f. e. Cum ergo  
 a. b. cōicet cum .d. e. in potentia sequit̄ ex prima pre. 10. decimi q̄ .a. c. communicet  
 cū .d. f. z .c. b. cū .f. e. in potentia. Et q̄ vtraq; portio linee .d. e. ē residuum ut patet  
 ex predictis sequit̄ ex .9s. decimi ut vtraq; portio linee .a. b. sit etiā residuū sed non  
 ei: sdem speciei ut ibidē demonstratū est. Quare cōstat q̄ oēs linee rōnalis in lon-  
 gitudine vel in potentia tm̄ scdm̄ pportionē habentē mediū z duo extrema diuise  
 vtraq; portio ē residuū. Et nota q̄ prima ps pntis demonstrationis qua demon-  
 strat̄ q̄ maior portio linee diuise fm̄ pportionē habentē mediū z duo extrema sit  
 residuū si tota linea sit rōnalis pcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponat̄ rōna-  
 lis in longitudine siue in potentia tm̄. Scda vero ps qua demonstrat̄ hoc de mino-  
 ri portione q̄ ipsa quoq; sit residuū si tota ē rōnalis nō pcedit ex sufficientib⁹ ni-  
 si tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua pbatur q̄ minor portio ē re-  
 siduum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in  
 potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto mo-  
 do diuise q̄ ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem  
 in potentia tm̄. sed ad cōcludendū quoq; hoc de minori portione mediante maio-  
 re sufficit ponere portionē maiorē. sicut rōnalē in potentia tm̄. sed ad cōcludendū  
 hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i lon-  
 gitudine aut vtēdū ē scda. 14. libri quēadmodū dictum est.



Propositio .7.

**S**iquis pentagonus tres equos angulos habens fuerit  
 equilaterus equiangularis quoq; idē pentagon⁹ eē pbat̄.  
 Sit pentagonus .a. b. c. d. e. equilater⁹. sintq; quilibet tres ei⁹ an-  
 guli siue cōtinue siue incōtinue: sumant̄ adinuicē equales z sint pri⁹  
 incontinue sumpti. sintq; anguli .a. c. d. illi tres qui ponunt̄ adinuicē  
 equales dico totū pentagonū eē equiangularū. His angulis subtendant̄ chorde .b. e.  
 b. d. z .e. c. z totus pentagonus diuidat̄ in trigonū z quadrilaterū cuius due diago-  
 nales sint chorde duoz proximoz equaliū anguloz secantes se intra quadrilaterū  
 ipsū in puncto .f. eritq; p quartā primi basis .b. e. equalis basi .b. d. z angulus .a. e.  
 b. equalis angulo .c. d. b. Lunq; p quintā primi angulus .b. e. d. sit equalis angulo  
 b. d. c. eo q̄ duo latera .b. e. z .b. d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus .e.  
 equalis totali angulo .d. similiter probabis totalē angulum .b. esse equalē angulo  
 totali .c. est enī per quartā primi basis .b. e. equalis basi .c. e. z angulus .a. b. e. equa-  
 lis angulo .d. c. e. per quintā aut̄ eiusdē scz primi est angulus .c. b. c. equalis angu-  
 lo .e. c. b. igit̄ ex cōi scia totalis angul⁹ .b. ē equalis totali angulo .c. Sint itaq; tres  
 anguli .b. c. d. cōtinue sūpti equales z sic quoq; erit pentagonus equiangularis: erit  
 enim ex .4. primi basis .b. d. equalis basi .c. e. z angulus .c. d. b. angulo .d. e. c. z an-  
 gulus .b. d. c. angulo .e. c. d. quare p sextā primi due linee .c. f. z .f. d. erūt equales cū  
 duo anguli trianguli .f. e. d. qui sunt ad basim .c. d. sunt equales: igit̄ ex hac cōi scia  
 erit linea .f. b. equalis lineē .f. e. erat enī tota .b. d. equalis toti .c. e. ideoq; per quin-  
 tā primi erit angulus .f. b. e. equalis angulo .f. e. b. p eandē autē c̄ angulus .a. b. e.





equalis angulo .a.e.b. itaq; per eodem sciam angulus .b. totalis est equalis angulo .e. totali tres enim partiales anguli componentes unum sunt equales tribus partialibus componentibus alium unumquodque suo relativo. Manifestum est igitur quod tres anguli .e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangulum utrolibet ergo modo constat propositum.

## Propositio .8.



Quoniam trianguli equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur. Sit triangulus .a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus .a. b. c. supra centrum .d. quod ad modum docet quinta quarti libri et protrahat in eo diameter .a. d. e. dico ergo quod quadratum linee .a. b. triplum est ad quadratum semidiametri .a. d. ducantur enim due linee .b. d. et .d. e. et arcus .b. c. subtendat chorda .b. e. eritque ex octava primi angulus .b. a. d. equalis angulo .c. a. d. quare per ultimam sexti arcus .b. e. est equalis arcui .e. c. Et quod ex .27. tertij tres arcus .a. b. b. c. et .c. a. sunt adinvicem equales eo quod eorum chordae que sunt latera trigoni sunt equales ex hypothesis: erit arcus .b. e. sexta pars circumferentie. ideoque chorda .b. c. erit latus hexagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per coroll. 15. quarti linea .b. e. est equalis semidiametro .a. d. Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertij quod angulus .a. b. c. est rectus. ideoque quadratum linee .a. e. est equalis quadratis duarum linearum .a. b. et .b. c. piter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum .a. e. quadruplum ad quadratum .b. e. ex quarta scilicet cum linea .a. e. sit dupla .b. e. relinquatur ergo quadratum .a. b. triplum esse ad quadratum .b. c. et ideo ad quadratum .a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea .b. c. que est latus trigoni dividat semidiametrum .d. e. per equalia. Esto quidem punctus divisionis .f. constat igitur ex quarta primi quod .b. f. est equalis f. c. ideoque per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad .f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratum .b. d. est equalis quadratis duarum linearum .d. f. et .f. b. quadratum vero .b. e. equalis quadratis duarum linearum que sunt .b. f. et .f. e. Et quod .b. d. est equalis .b. e. erunt ex comuni scientia duo quadrata duarum linearum .b. f. et .f. d. piter accepta equalia duobus quadratis duarum linearum .b. f. et .f. e. pariter acceptis: dempto igitur utriusque quadrato .b. f. erit ex eodem scientia quadratum .f. d. residuum equalis quadrato .f. e. residuo quare et linea .f. d. lineae .f. e. ex hac eodem scientia quarum quadrata sunt equalia eas lineas esse equales. Ex hoc itaque manifestum est quod perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis est dimidio linee ducte a centro eiusdem circuli ad ipsius circumferentiam.

## Propositio .9.



Si latus hexagoni equilateri laterisque decagoni equilateri quos ambos unus idemque circulus circumscribit sibi invicem in longum directumque coniungantur tota linea ex eis composita secundum proportionem habentem medium et duo extrema divisa erit maiorque eius portio latus hexagoni. Sit circulus .a. b. c. cuius centrum .d. et diameter .a. d. e. sitque arcus .c. b. quinta pars arcus semicirculi .a. b. c. cui subtendat chorda .c. b. quam constat esse latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti adiungaturque linee .c. b. incontinuum et directum linea .b. e. que ponatur esse equalis lateri hexagoni equilateri predicto circulo inscripti dico totam lineam .c. e. divisam esse in puncto .b. secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maiorem eius portionem





Dico esse lineam .b. e. que est latus exagoni: ducantur enim in centro due linee .e. d. et .b. d. eritque angulus .e. equalis angulo .b. d. e. ex .5. primi propter hoc quod linea .e. b. est equalis lineae .b. d. ex conel. 15. quarti angulus quoque .d. b. c. est equalis angulo .c. e. x. 5. primi: quare ex 32. primi angulus .a. d. b. erit duplus ad angulum .d. b. c. et quod per eadem angulus .d. b. c. est duplus ad angulum .e. sequitur ut angulus .a. d. b. sit quadruplus ad angulum .e. Est enim ex communi scia quadruplus quicquid fuerit duplus dupli. cumque sit et idem angulus .a. d. b. quadruplus ad angulum .b. d. c. ex ultima sexti eo quod arcus .a. b. est quadruplus ad arcum .b. c. necesse est ex communi scia ut angulus .e. sit equalis angulo .b. d. c. si igitur intelligantur duo trianguli .d. e. c. totalis et .b. d. c. partialis cum angulus .e. totalis sit equalis angulo .b. d. c. partialis et angulus .c. sit communis utriusque necesse est ex 32. primi: ut ipsi sint equianguli: quare per quartam sexti proportio duorum laterum .e. e. et .c. d. continenti angulum .c. in totali triangulo est sicut duorum laterum .d. e. et .c. b. continenti eundem angulum in partiali triangulo quia ergo proportio .e. c. ad .c. d. est sicut ad .e. b. ex secunda parte 7. quinti. et .d. c. ad .c. b. est sicut .e. b. ad eadem ex prima parte eiusdem. sequitur ex 11. quinti ut sit proportio .c. e. ad .e. b. sicut .e. b. ad .b. c. igitur a divisione concluditur oppositum lineam .c. e. esse divisam secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maiorem portionem eius esse latus exagoni quod oportuit nos demonstrare. E conversam quoque demonstrare ducit quod facile fiet via retrograda: eam enim assumit Ptolemeus capitulo .9. prime dictionis almagesti ad demonstrandum quantitatem chordarum arcuum circuli. Dico itaque quod si linea quelibet secundum proportionem habentem medium et duo extrema dividatur cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. Et vero cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit enim prioris dispositione manente linea .e. c. divisam in puncto .b. secundum predictam proportionem et maior eius portio sit .e. b. dico quod cuiuscumque circuli linea .c. b. est latus exagoni eiusdem est linea .b. c. latus decagoni: et cuiuscumque circuli linea .b. c. est latus decagoni eiusdem est linea .e. b. latus exagoni. Intelligo autem hoc de exagonis et decagonis equilateris. si enim sit .e. b. latus exagoni circulo .a. b. c. inscripti: erit per conel. 15. quarti .e. b. equalis .d. c. et quia proportio .c. e. ad .e. b. est sicut .e. b. ad .b. c. ex hypothesis erit ex 7. quinti .c. e. ad .d. c. sicut .d. c. ad .c. b. igitur ex 6. sexti duo trianguli .e. d. c. et .d. c. b. sunt equianguli: angulus ergo .e. est equalis angulo .b. d. c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt. cumque sit angulus .a. d. b. quadruplus ad angulum .c. e. x. 32. primi bis assumpta. et quia eiusdem bis: sequitur ut etiam idem angulus .a. d. b. sit quadruplus ad angulum .b. d. c. ideoque ex ultima sexti arcus .a. b. quadruplus est ad arcum .b. c. linea igitur .b. c. est latus decagoni .a. b. c. inscripti. Quod si linea .b. e. fuerit latus decagoni circuli .a. b. c. erit .e. b. latus exagoni eiusdem. sit enim .c. b. latus decagoni circuli .f. eritque ex predictis .b. c. latus decagoni eiusdem. intelligantur igitur inscripti esse decagoni equilateri duobus circulis .a. b. c. et .f. quorum omnia latera erunt equalia lineae .b. c. et quia omnis figura equilatera circulo inscripta est equiangularis ut probatum est in 15. quarti libri sequitur utrosque decagones esse equiangulos. Cumque omnes anguli unius propter accepti sint equales omnibus angulis alterius pariter acceptis sicut evidenter apparet ex demonstratis in 32. primi: necesse est ex hac communi scia quorumlibet equalium decimas aut quotaslibet partes eiusdem denominationis esse equales ut unus horum decagonorum sit equiangularis alij. ideoque si lineae ex divisione silium superficierum: et quod si due figure siles duobus circulis inscribantur: erit proportio duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut et duorum diametrorum illorum circulorum ut apparet ex conel. 18. sexti libri et prima .12. cum latera decagonorum silium inscriptorum



*Typus 2 de p. almagesti  
cap. 9.*



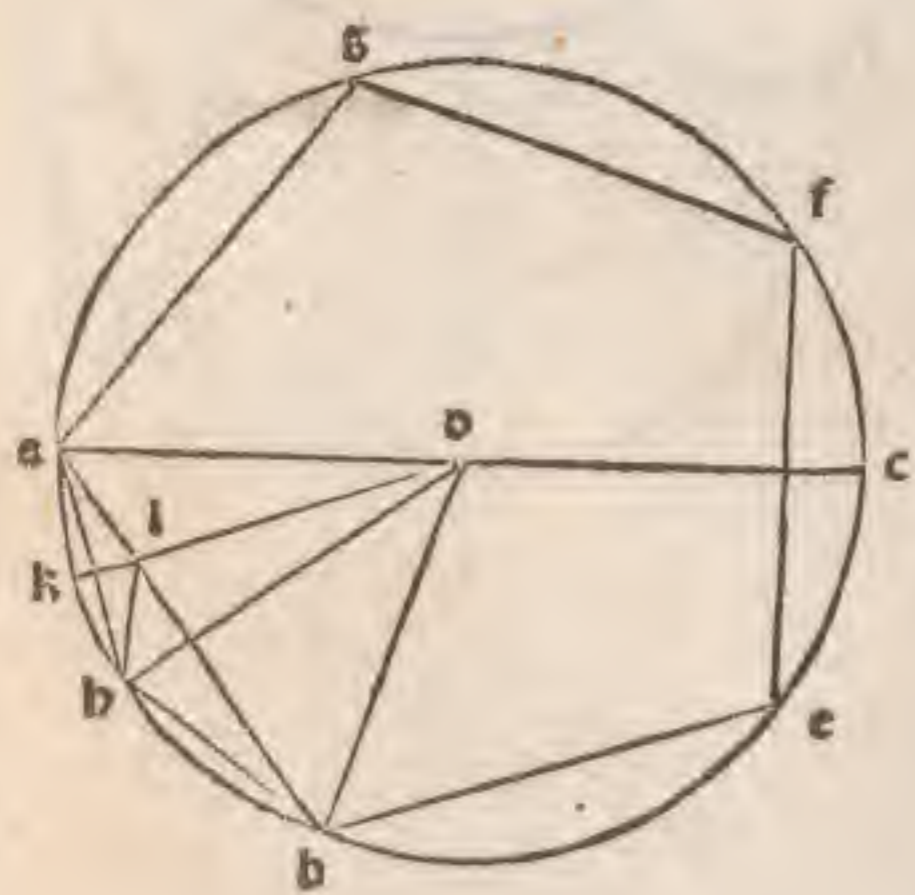


duobus circulis .a. b. c. et .f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equalia. ideoque et semidiametri etiam equalia. sunt autem semidiametri et latus exagoni equalia ex conlarario. decima et quinta sexti. erit ergo linea .c. b. latus exagoni circuli .a. b. c. inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli .f. sibi equalis: hoc autem est quod demonstrare volumus. Ex hac autem nona huiusmodi. 13. libri noueris exorta est decimam quarti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplex existat: talis enim est uterque triangulorum .c. d. e. et .d. c. b. et simpliciter omnis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius lineae diuise secundum proportionem habentem medium duorumque extrema et tertium quod est basis est equalis minori portioni lineae eiusdem vel cuius duo latera sunt equalia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti: basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

Propositio .10.

**Q**uod latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest latus decagoni equilateri si sint in eodem circulo ambo inscripti.

**S**it circulus .a. b. c. cuius centrum .d. et diameter .a. d. e. inscribaturque ei pentagonus equilaterus qui sit .a. b. c. f. g. et a centro .d. pertrahatur perpendicularis ad latus .a. b. que producat utroque usque quo obuiet circumferentiae in puncto .h. sitque .d. h. et protrahantur duae chordae .a. b. et .h. b. que erunt equalia ad invicem ex secunda parte. 3. tertij et quarta primi. ideoque etiam duo arcus .a. b. et .h. b. eodem ad invicem ex. 27. tertij. Est igitur utraque duarum chordarum .a. b. et .h. b. latus decagoni equilateri proposito circulo inscripti. dico itaque quod quadratum lineae .a. b. que est latus pentagoni est equalis duobus quadratis duarum linearum .b. d. et .a. h. pater acceptis quarum prima est equalis lateri exagoni ex conlarario. 15. quarti: et secunda est latus decagoni protrahatur enim a centro .d. perpendicularis ad lineam .a. b. que est latus decagoni que producat utroque usque ad circumferentiam: sitque .d. k. que secet lineam .a. b. que est latus pentagoni in puncto .l. et pertrahatur linea .b. l. constat autem ex secunda parte tertij et. 4. primi et. 27. tertij quod linea .d. k. que est perpendicularis ad chordam .a. b. simul dividit per equalia chordam et arcum idemque arcus .a. k. est equalis arcui .k. b. quare ex ultima sexti angulus .a. d. l. est equalis angulo .l. d. b. ideoque ex quarta primi basis .a. l. basi .l. b. igitur ex quinta primi angulus .l. a. b. equalis est angulo .l. b. a. cumque etiam sit ex eadem angulus .h. a. b. equalis angulo .h. b. a. sequitur ut angulus .l. b. a. sit equalis angulo .h. b. a. ergo ex. 32. primi duo trianguli .b. a. h. et .a. b. l. sunt equianguli. est enim angulus .b. maioris equalis angulo .h. minoris et angulus .a. communis est utriusque: itaque per quartam sexti proportio .b. a. ad .a. b. est sicut .a. b. ad .l. a. quare ex prima parte. 16. sexti quod pronuntiat ex .b. a. in .a. l. est equalis quadrato lineae .a. b. que est latus decagoni. cum sit autem semicirculus .a. e. c. equalis semicirculo .a. f. c. et arcus .a. e. c. arcui .a. f. erit arcus .e. c. residuus equalis arcui .f. c. residuo: quare arcus .e. c. est medietas arcus .e. f. ideoque equalis arcui .a. b. et duplus ad arcum .b. k. et quod arcus .e. b. est duplus ad arcum .b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus .c. e. b. duplus ad totum arcum .b. h. k. ideoque ex ultima sexti angulus .c. d. b. est duplus ad angulum .b. d. l. cumque etiam angulus .c. d. b. duplus sit ad angulum .b. a. d. ex. 32. et quinta primi. sunt enim duo latera .d. a. et .d. b. equalia erit angulus .b. d. l. equalis angulo .b. a. d. itaque per. 32. primi erit triangulus .b. d. l. equiangulus triangulo .b. a. d. Est enim angulus .d. minoris equalis angulo .a. maioris. et angulus .b. est eisdem utriusque: ergo per quartam sexti proportio .a. b. ad .b. d. est sicut .b. d. ad .l. b. quare





per primam partem. 16. sexti quod provenit ex. a. b. in. b. l. est equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius qd illud qd provenit ex. a. b. in. l. a. e. equale quadrato. a. b. itaqz quod provenit ex. a. b. in. a. l. et in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. b. et b. d. et quia ex scda secundi qd provenit ex. a. b. in. l. a. et in. l. b. est equale quadrato linee. a. b. est autem linea. a. b. lat<sup>o</sup> pentagoni equilateri p<sup>o</sup>posito circulo inscripti: linea vero. a. b. e. latus decagoni equilateri. et linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateris exagoni equilateri p<sup>o</sup>posito circulo inscripto tum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

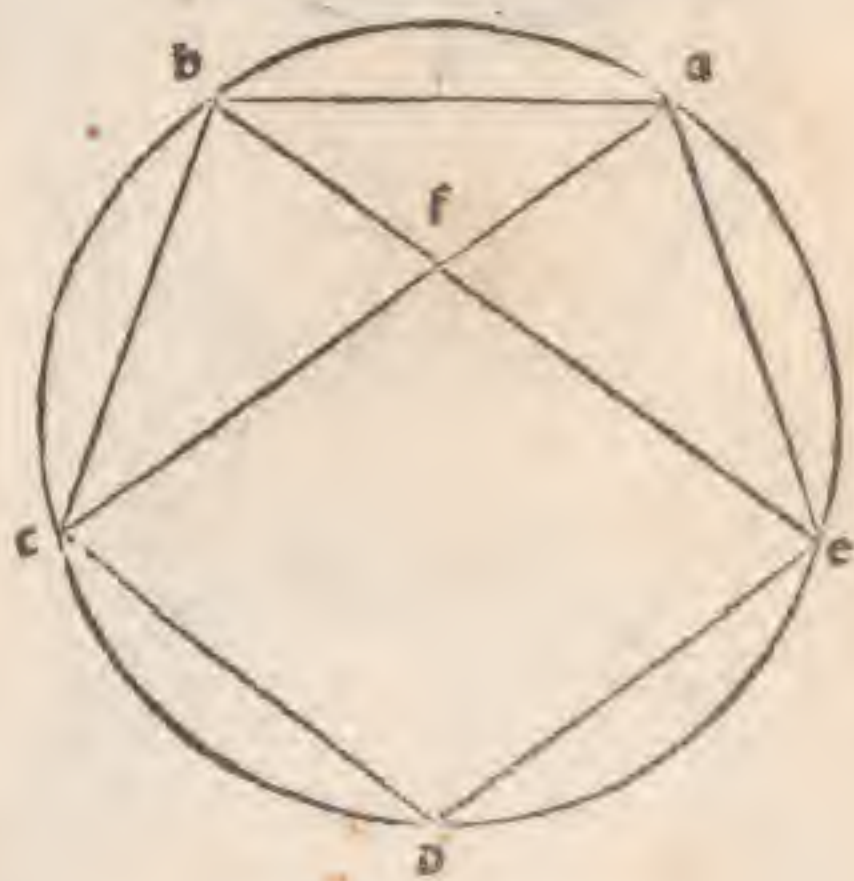
Propositio .11.

**S** duob<sup>o</sup> p<sup>o</sup>pinquis angulis pentagoni equilateri intra circulum descripti a terminis iuor<sup>o</sup> laterum due recte linee subtendantur utraqz alteram scdm<sup>o</sup> proportionem habentem mediu<sup>o</sup> duorum extrema secabit maior<sup>o</sup> ipsius portio lateri ipsius pentagoni equalis erit.

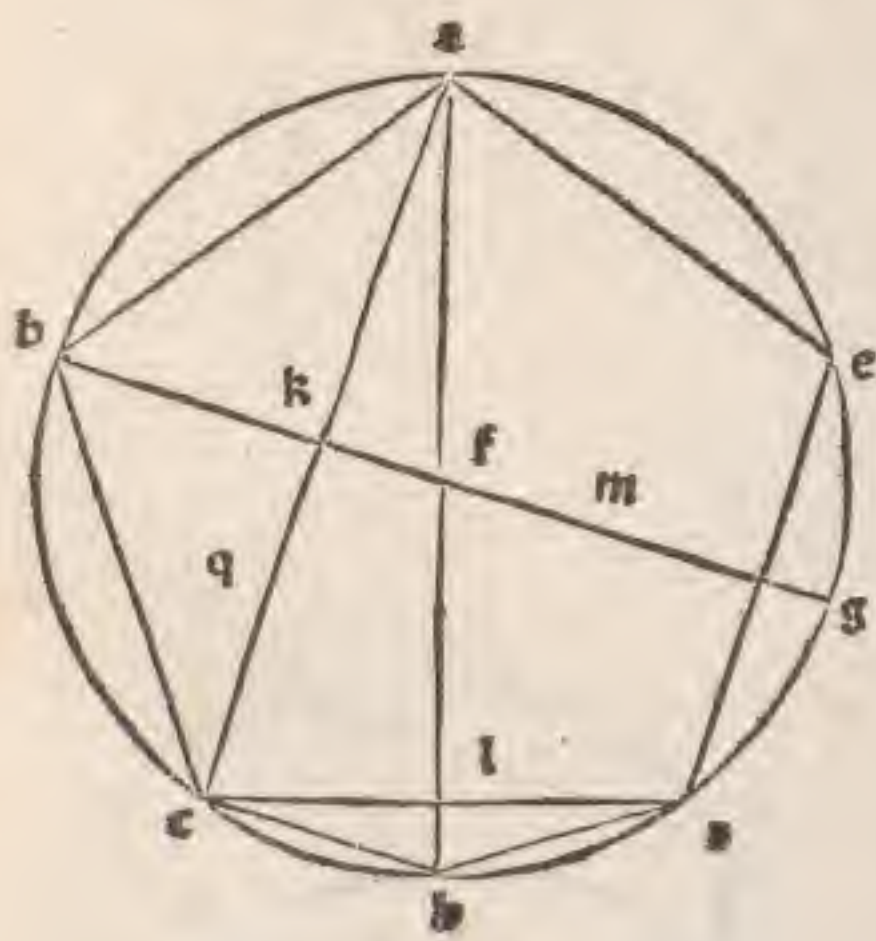
**S**it pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem litteris signato et duobus eius p<sup>o</sup>pinquis angulis qui sunt. a. et b. subtendantur due recte linee. a. c. et b. e. secantes se invicem in puncto. f. dico itaqz utraqz harum esse divisam in puncto f. in proportionem habentem mediu<sup>o</sup> duorum extrema: et q<sup>o</sup> maior portio utriusqz e equalis lateri pentagoni. Manifestu<sup>o</sup> est eni ex. 27. tertij q<sup>o</sup> quinque arcus circuli pentagoni p<sup>o</sup>positi circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordae: sunt ad invicem equales. ideoqz ex ultima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c. et b. c. a. sunt ad invicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. et b. c. sunt ad invicem equales. cumqz sit arcus. c. d. e. duplus ad arcu<sup>o</sup>. b. c. erit quoqz ex ultima sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulu<sup>o</sup>. c. a. b. at vero ex. 32. primi angulus. a. f. c. duplus e ad angulu<sup>o</sup>. f. a. b. igitur angulus. a. f. c. e equalis angulo. f. a. e. quare per sextam primi linea. a. e. e equalis linee. f. e. sunt autem duo trianguli. a. b. e. et a. f. b. equianguli per ea q<sup>o</sup> dicta sunt et p. 32. primi: est eni angulus. c. maioris equalis angulo. a. miroris et angulus. b. c. ois utriusqz: igit p<sup>o</sup> quarta sexti p<sup>o</sup>portio. e. b. ad. b. a. sicut. b. a. ad. f. b. cumqz sit. e. f. equalis. a. b. eo q<sup>o</sup> ipsa ut probatum est equalis. a. e. sequitur ex. 7. quinti: ut sit proportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. quare per definitionem linea. e. b. e divisiva in proportionem habentem mediu<sup>o</sup> duorum extrema et eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. si autem hoc e verum de linea. e. b. erit quoqz ex. 7. quinti et quia eiusdem definitione idem verum de linea. a. c. nam tota. b. e. est equalis toti. a. c. ex quarta primi et portiones portionibus ex sexta primi et cor<sup>o</sup> scia: portiones eni. a. f. et b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoqz. f. e. et f. c. residue erant ad invicem equales ex conceptione vel potes si libet et facilius de linea. a. c. demonstrare p<sup>o</sup>positum negotiando circa ipsum ut prius circa lineam. e. b.

Propositio .12.

**S** circuli pentagoni equilaterum circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor. **S**it pentagon<sup>o</sup> equilater<sup>o</sup>. a. b. c. d. e. inscript<sup>o</sup> circulo eisdem litteris ascripto e<sup>o</sup> ceter<sup>o</sup>. f. et due diametri. b. g. et a. b. sitqz utraqz harum diametrorum linea rationali longitudie: dico tunc q<sup>o</sup> lat<sup>o</sup> pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet q<sup>o</sup> dicitur minor: p<sup>o</sup>trabat eni linea. a. c. q<sup>o</sup> secet diametru<sup>o</sup>. b. g. in puncto. k. eritqz ex ultima sexti







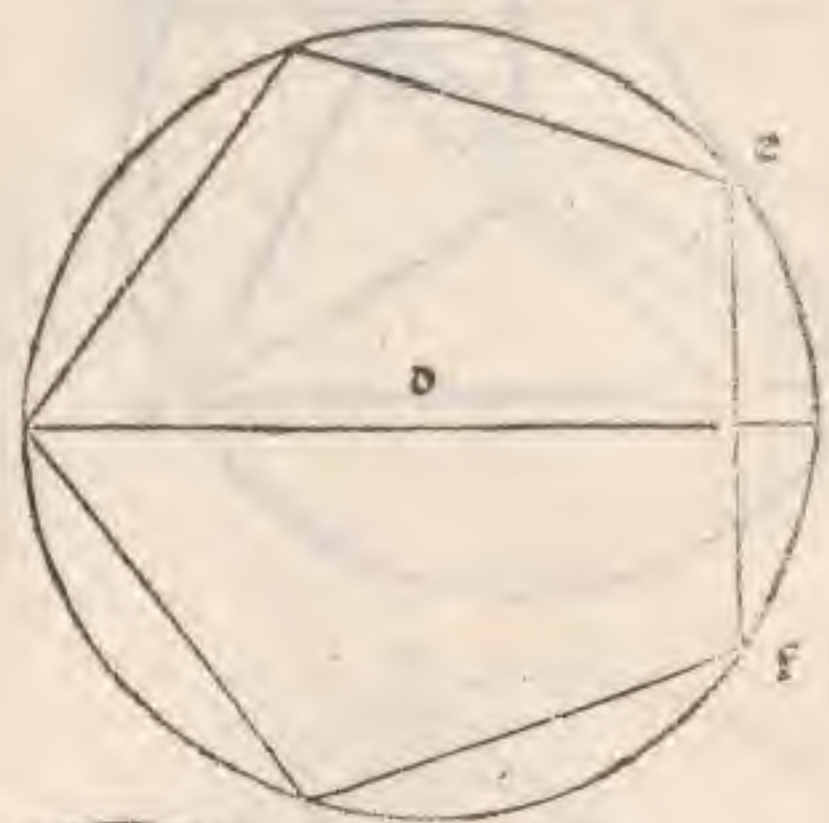
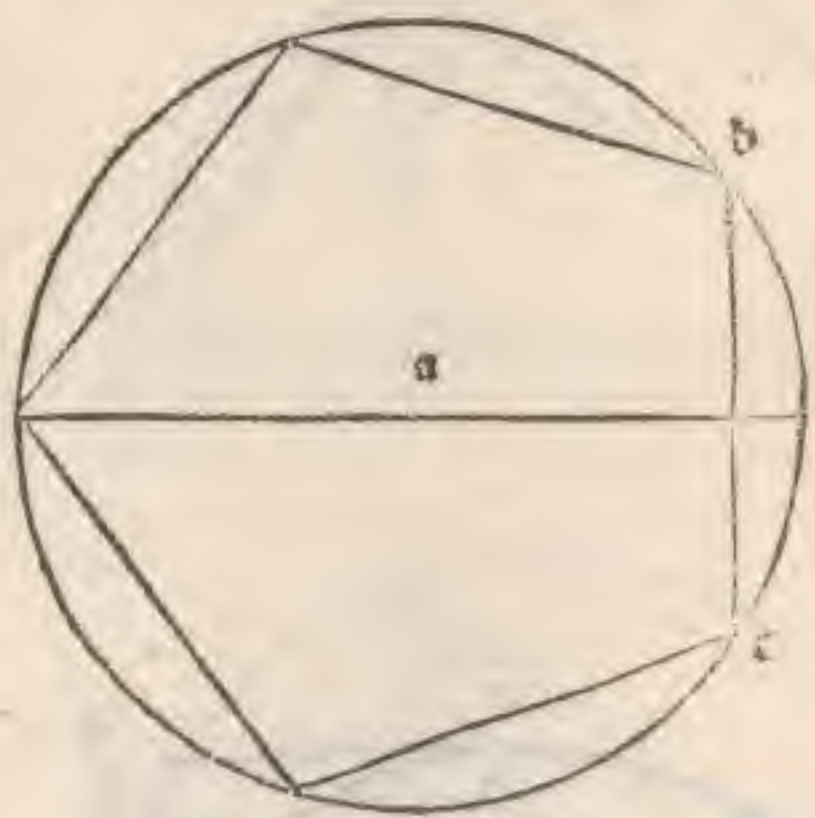
et quarta primi linea .a.c. diuisa a diametro .b.g. orthogonalr et p eqlia i puncto .k. qz  
 cu semicirculus .b.a.g. sit eqlis semicirculo .b.c.g. et arcus .b.c. arcui .b.c. sicut pstat  
 ex .27. tertij erit arcus .a.g. residu<sup>o</sup> equalis arcui .c.g. residuo: idqz ex vltima sexti  
 angulus .a.b.g. eqlis eria angulo .c.b.g. cu itaqz duo latera .a.b. et .b.k. trianguli .a  
 b.k. sint eqlia duobus laterib<sup>o</sup> .c.b. et .b.k. trianguli .c.b.k. et angulus .b. vnus an/  
 gulo .b. alterius: erit ex quarta pmi basis .a.k. eqlis basi .k.c. et ocs anguli qui sunt  
 ad .k. sunt recti ex prima pte tertie tertij: diameter aut .a.b. secet latus petagoni .c.  
 d. in puncto .l. Eritqz s. lter linea .c.d. diuisa a diametro .a .b. orthogonalr et per  
 equalia in puncto .l. cu eni sint duo arcus .a.d. et .b.z. a.c.b. eqlis et arcus .a.c. sit eq/  
 lis arcui .a.d. erunt duo residui semicirculoz qui sut .c.b. et .d.b. eqlis quib<sup>o</sup> si sub/  
 tendantur due chorde que sunt .c.b. et .d.b. ipse quoqz ex .28. tertij erunt equalis et qz  
 arcus .a.c. e equalis arcui .a.d. erit ex vltima sexti angulus .c.b.l. eqlis angulo .d.b  
 l. ideoqz per quartam primi basis .c.l. est equalis basi .d.l. et omnes anguli qui sunt  
 ad .l. recti ex prima pte tertie tertij. itaqz duo trianguli .a.c.l. et .a.f.k. sut eqangu/  
 li ex .32. pmi. Est eni angulus .l. maioris eqlis angulo .k. minoris eo qz vterqz est  
 rectus et angulus .a. e cois vtriqz: quare ex quarta sexti pportio .l.c. ad .c.a. e sicut  
 k.f. ad .f.a. Sumat igit ex diametro .b.g. linea .f.m. equalis quarte parti semidia/  
 metri eritqz per equam proportionalitate pportio .c.l. ad quartam parte linee .a.c.  
 que sit .c.q. sicut .k.f. ad quartam parte linee .f.a. que est .f.m. et qz p .15. quinti p/  
 portio .c.d. ad .c.k. est sicut .c.l. ad .c.q. sic eni est duplum ad duplum sicut simpluz  
 ad simplum: erit p .11. quinti .d.e. ad .c.k. sicut .k.f. ad .f.m. et coimeti linee constan/  
 tis ex .d.c. et .c.k. ad .c.k. sicut .k.m. ad .m.f. et id per primam partem .21. sexti pro/  
 portio quadrati linee coposite ex .d.c. et .c.k. ad quadratu linee .c.k. sicut quadrati  
 linee .k.m. ad quadratu linee .m.f. constat autem ex pmissa qz si linea .a. c. diuidatur  
 fm proportionem habentem medium duoz extrema maior portio ei<sup>o</sup> erit eqlis linee  
 d.c. igit linea constans ex .d.c. et .c.k. coponit ex maiori portione diuise fm pro/  
 portione habentem mediu duoz extrema et ex medietate toti<sup>o</sup> linee sic diuise: eni  
 c.k. medietas .a.c. itaqz p primam istius .13. libri i quadratu linee composite ex .d.c.  
 et .c.k. quintuplum quoqz e ad quadratu linee .c.k. ideoqz quadratum linee .k.m.  
 quintuplu quoqz e ad quadratu linee .m.f. cum sit hoz quadratoz et illorum vna  
 pportio e aut linea .b.m. quintupla ad linea .m.f. erat eni .m.f. quarta ps semidia/  
 metri propositi circuli: ergo quadratu linee .k.m. ad quadratu linee .m.f. est sicut li  
 nee .b.m. ad lineam .m.f. et quia ex secunda pte .18. sexti quadratu linee .k.m. ad  
 quadratum linee .m.f. est sicut linee .k.m. ad lineam .m.f. duplicata: erit ex vndeci  
 ma quinti linea .b.m. ad lineam .m.f. sicut linea .k.m. ad lineam .m.f. duplicata:  
 igitur linea .k.m. est medio loco proportionalis inter duas lineas .b.m. et .m.f. qd  
 sic constat. Sit enim linea .n.p. medio loco pportionalis inter eas supra fm do/  
 ctrina nonne sexti eritqz ex diffinitione pportionis duplicate que posita e i pncipio  
 quinti pportio .b.m. ad .m.f. sicut .b.m. ad .n.p. duplicata: et qz .b.m. ad .n.p. sicut  
 n.p. ad .m.f. erit etia ex .11. quinti pportio .b.m. ad .m.f. sicut n.p. ad .m.f. dupli/  
 cata igit ex prima pte .9. quinti due linee .k.m. et .n.p. sunt eqlis: idqz ex prima pte  
 7. quinti et ex scda pte eiusde linea .k.m. e medio loco pportionalis inter .b.m. et  
 m.f. quare ex conel. 15. sexti pportio quadrati linee .b.m. ad quadratum linee  
 m.k. e sicut e linee .b.m. ad lineam .m.f. et quia linea .b.m. e quintupla ad lineam  
 m.f. erit quadratum linee .b.m. quintuplu ad quadratu linee .m.k. linea aut .b.m.



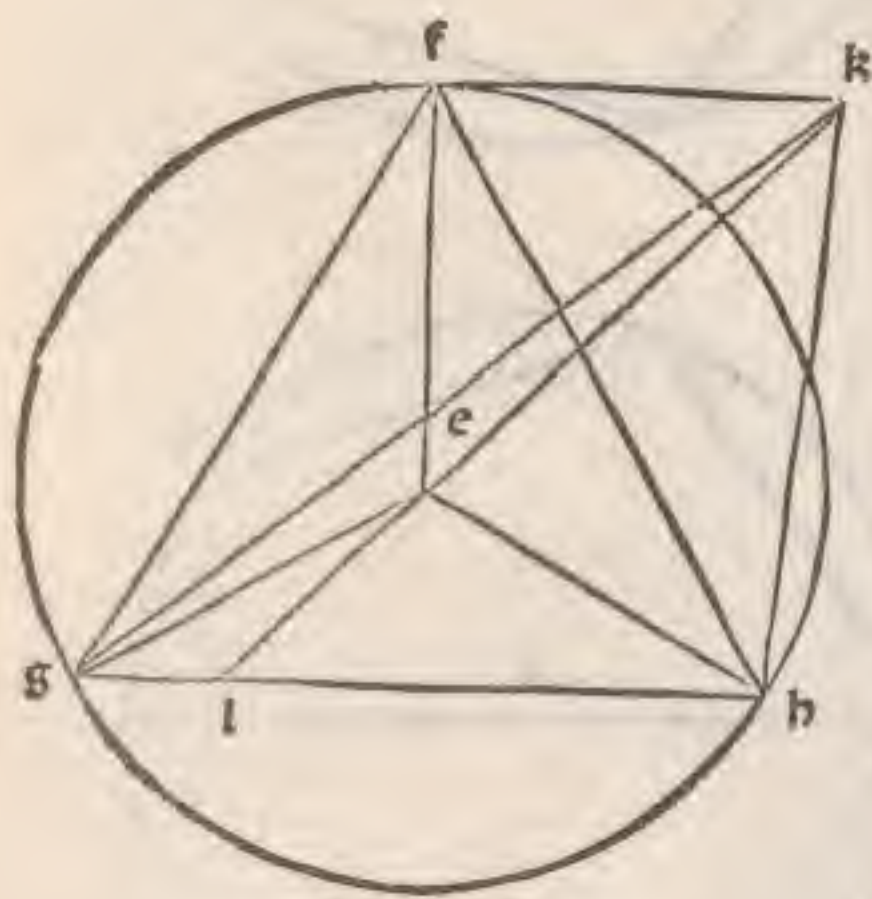
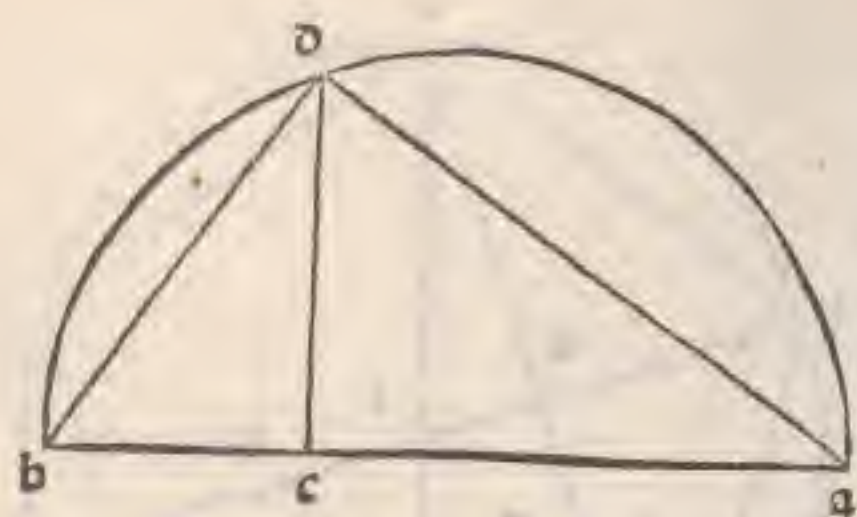
est ronalis in longitudine: ergo per vltimā ptē. 7. decimi linea .m.k. est ronalis in potentia tñi & qz linea .b.m. ē potentior linea .m.k. in quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt in cōtinuo pbabit erit linea .b.k. residuū quartū ex difinitione residui quarti. Qd aut probandū assumpsimus sic patet. sit numerus .r. quintuplus ad numez. .f. sicut qz .t. & .f. quantū .r. ac sit esset .r. quinqz .f. vñ .t. quatuor: & sit linea .b.m. potentior linea .m.k. in quadrato linee .x. cū igit sit quadratum linee .b.m. ad quadratū linee .m.k. sicut numer⁹ .r. ad numez. .f. erit p euersā pportionalitatē quadratū linee .b.m. ad quadratū linee .x. sicut numer⁹ .r. ad numez. .t. quare per vltimā ptē. 7. decimi linea .x. ē incōmensurabilis linee .b.m. in longitudine. nō est ergo dubiū quin .b.k. sit residuū quartū. Manifestū vero ē ex. 34. tertij: qz illud qd sit ex .b.k. in .k.g. ē equale ei qd sit .a.k. in .k.c. ideoqz etiā ipsū idem est equale quadrato .k.c. eo qz .a.k. ē equalis .k.c. ergo quadrato .b.k. addito vtriqz erit ex penultima primi qd sit ex .b.k. in se & in .k.g. equale quadrato .b.c. et qz ex prima secundi quod sit ex .b.k. in se & i .k.g. est equale ei qd sit ex .b.k. in .g.b. erit linea .b.c. latus terragonicū supficii contenti a duabus lineis .g.b. & .k.b. & quia linea .g.b. ē ronalis: linea vero .b.k. ē residuū quartū. & qz linea potens in superficie linea ronalis residuoqz quarto cōtenta est linea minor vt constat ex. 89. decimi libri necesse est lineā .b.c. que est latus pentagoni equilateri pposito circulo inscripti cē lineā minorem qd erat ex principio demonstrandū. hoc ergo mō sequit qz lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor. si diameter circuli cui inscribatur fuerit ronalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit ronalis in potentia tñi. adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. esto eni linea .a. ronalis in potentia tñi supra quā describatur circulus ciqz descripto i/ scribat pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit .b.c. dicantqz pentagonus et circulus .a. dico qz linea .b.c. ē linea minor. Sumatur eni aliqua linea ronalis i longitudine que sit .d. & super eā lineetur circulus cui inscribat pentagonus equilater⁹ & sit vnū latus ipsius linea .e.f. dicantqz pentagonus & circulus .d. constat igitur ex hac. 12. qz .e.f. ē linea minor cū diameter .d. sit ronalis in longitudine. Qm̄ vero p/ portio pentagoni .a. ad pentagonū .d. ē sicut quadrati linee .b.c. ad quadratum linee .e.f. vtraqz eni ē ex scda pte. 18. sexti: sicut linee .b.c. ad lineā .e.f. duplicata pentagoni aut .a. ad pentagonū .d. ē sicut qdrati .b.c. ad quadratū linee .e.f. diametri a. ad quadratū diametri .d. ex prima. 12. erit ex. 11. quinti quadratum linee .c.b. ad quadratū linee .e.f. sicut quadratū diametri .a. ad quadratū diametri .d. cūqz quadrata duaz diametroz .a. & .d. sint cōcantia: qz ambo sūt ronalia ex yporbesi erūt quoqz ex prima pte. 10. decimi quadrata duaz lineaz .b.c. & .e.f. cōcantia: ergo linea .b.c. cōicat i potētia cū linea .e.f. & qz linea .e.f. ē minor: sequit ex. 100. decimi: qz etiā .b.c. sit linea minor qd ē ppositū. siue ergo diameter alicuius circuli sit ronalis in longitudine siue i potētia tñi necesse ē vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor.

**Propositio .13.**

**P**iramidē qtuor basiū triāgulariū & eqilateraz ab assignata spha circūscriptibile fabricare h⁹ ergo sphae diameter ad lat⁹ ipsi⁹ pyramidis sexqalterā pportionē potēntialiter habere pbat. Sit linea .a.b. diameter assignate sphae que diuidatur in puncto .c. ita qz .a.c. sit dupla ad .b.c. & lineē super eam semicirculus .a.d.b. & producat lineā .c.d. orthogonaliter sup lineā .a.b. & pducā lineā







b. d. z. d. a. postea fiat circulus. f. g. b. super centrū. e. cuius semidiameter sit equalis linee. c. d. cui ex scōa quarti libri inscribat̄ triangulus equilateralis qui sit. f. g. b. ad cui⁹ angulos p̄rabant̄ a centro linee. c. f. e. g. e. b. deinde sup̄ centz. e. erigatur s̄m q̄ docet. 12. decimi vel vndecimi linea. c. k. q̄ ponat̄ equalis. a. c. p̄pendicularis ad superficiē circuli. f. g. b. z demittant̄ a puncto. k. ypothemise. k. f. k. g. k. b. eritq̄ cōpleta piramis quatuor basiū triangulariū z equilateraz quā dico esse ab assignata s̄pera circūscriptibilez z dico quadratum diametri p̄posite s̄pere sexquialtez esse ad quadratum lateris fabricate piramidis. cōstat eni ex prima pte corollarij .8. sexti q̄ linea. c. d. ē medio loco p̄portionalis inter. a. c. z. c. b. quare ex coroll. 17. ei⁹ dem quadratum linee. a. c. ad quadratū linee. c. d. ē sicut. a. c. ad. c. b. ergo cōiunctū quadratū. a. c. z quadratū. c. d. ad q̄dratū. c. d. sicut. a. b. ad. b. c. ideoq̄ ex penult. primi quadratū. a. d. ad quadratū. d. c. sicut. a. b. ad. b. c. cū ergo linea. a. b. sit tripla ad. b. c. erat eni. a. c. dupla ad eā erit quoq̄ quadratū. a. d. triplū ad quadratū d. c. ē autē ex .8. huius quadratū. f. g. triplū ad quadratū. e. f. quare cū ex ypothesi d. c. sit equalis. e. f. erit ex cōi scia. a. d. equalis. f. g. z q̄ ex diffinitione linee p̄pendicularis ad superficiē lineae. e. k. continēt cū singulis lineis. e. f. e. g. e. b. angulos rectos quaz quilibet ē equalis linee. c. d. z q̄ ipsa eadē ē equalis linee. a. c. z angulus. c. ē rectus: erit per quartā primi vnaqueq̄ triū lineaz. k. f. k. g. k. b. equalis linee. a. d. Manifestum est igit̄ fabricatam piramidē esse quatuor basiū triangulariū eq̄lateraz. Ipsā autē eē circūscriptibile ab assignata s̄pera sic habeto: linee. e. k. intelligatur adijci s̄m rectitudinē lineae. e. l. equalis linee. c. b. vt tota. k. l. sit equalis a. b. que ē diameter assignate s̄pere: hanc ante lineā inquā. e. l. imagineris esse sub circulo. f. g. b. p̄pendicularē quoq̄ ad. ipsius superficiē ex pte inferiori sicut est c. k. ex parte supiori eritq̄ vnaqueq̄ triū lineaz. e. f. e. g. e. b. z simplr̄ qlibet semidiametri circuli. f. g. b. medio loco p̄portionalis inter. k. c. z. e. l. quēadmodū ē. d. c. inter. a. c. z. c. b. nam hec sūt equalis illis vnaquaq̄ s̄ue relatiue. Si igit̄ sup̄ lineaz l. k. describat̄ semicircul⁹ circūducaturq̄ quousq̄ ad locū vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitione s̄peraz equaliū s̄pera descripta motu huius semicirculi eq̄lis s̄pere assignate. sunt eni s̄pere equalis quaz sunt equalis diametri quēadmodum de circulis in principio tertij dictū ē: semicirculū hunc vero necesse est transire per tria puncta. f. g. b. que sunt anguli solide piramidis fabricate. s̄l̄ autē dico q̄ semicirculus hic qui sup̄ lineā. k. l. fuerit descript⁹ si circūducatur quousq̄ ad locūz redeat vnde moueri cepat contingeret circulū. f. g. b. super omnia puncta circūferentie ipsius. Qd̄ ex hac vetusta veritate probatur: si linea recta super lineaz rectā p̄pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat vel circumstat medio loco p̄portionalis ponatur. fueritq̄ super eam lineam cui p̄pendicularis superstat semicirculus descript⁹ circūferentia ipsius p̄ extremitatem linee medio loco p̄portionalis posite p̄pendiculariter necessario trāsibit. cum igitur cuncte semidiametri circuli. f. g. b. sint p̄pendiculariter ad lineā. k. l. z medio loco p̄portionaliter inter ptes ipsi⁹ que sunt. k. c. z. e. l. sequit̄ ut semicirculus descript⁹ sup̄. k. l. si circūducatur transeat p̄ omnia puncta circūferentie. f. g. b. z per omnes solidos angulos piramidis fabricate. itaq̄ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramidis fabricate est inscripibilis illi s̄pere quā semicirculus super lineam. k. l. lineat⁹ mutuo suo describit: z quia hec s̄pera descripta est assignate s̄pere equalis p̄ diffinitionē equaliū s̄peraz sequit̄ ex cōi scientia vt hec piramis fabricata sit ab assignata s̄pera circū

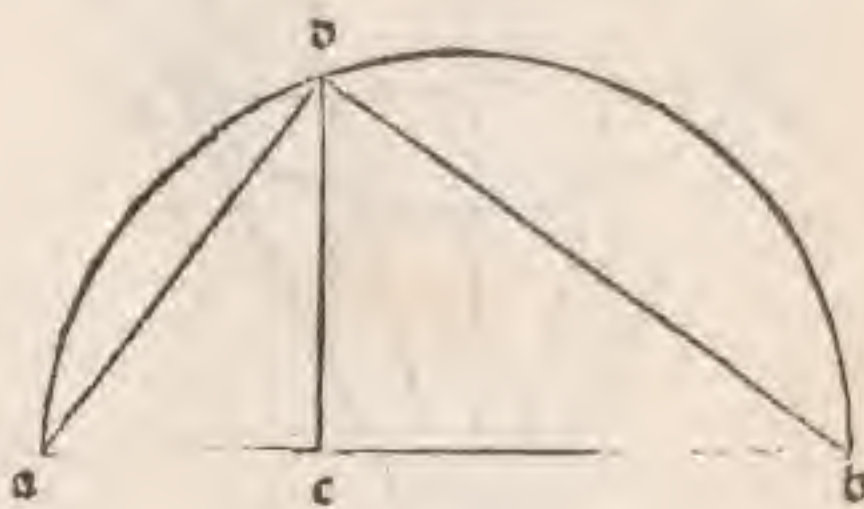
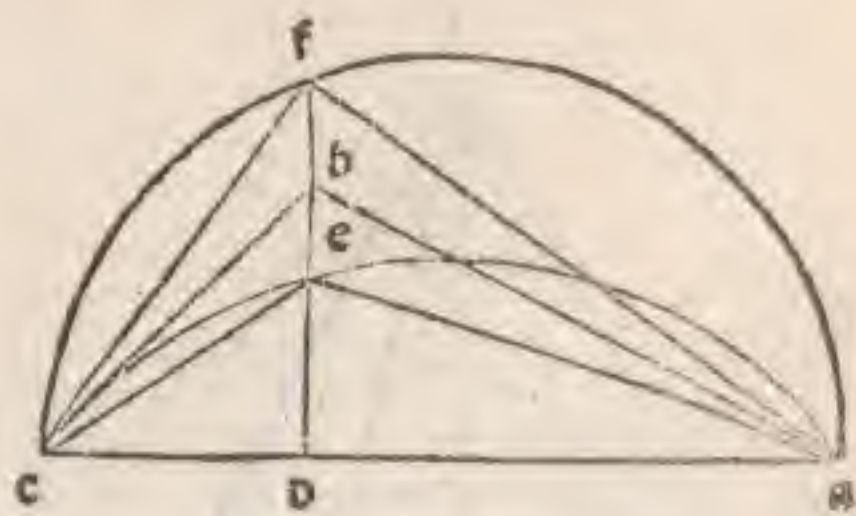
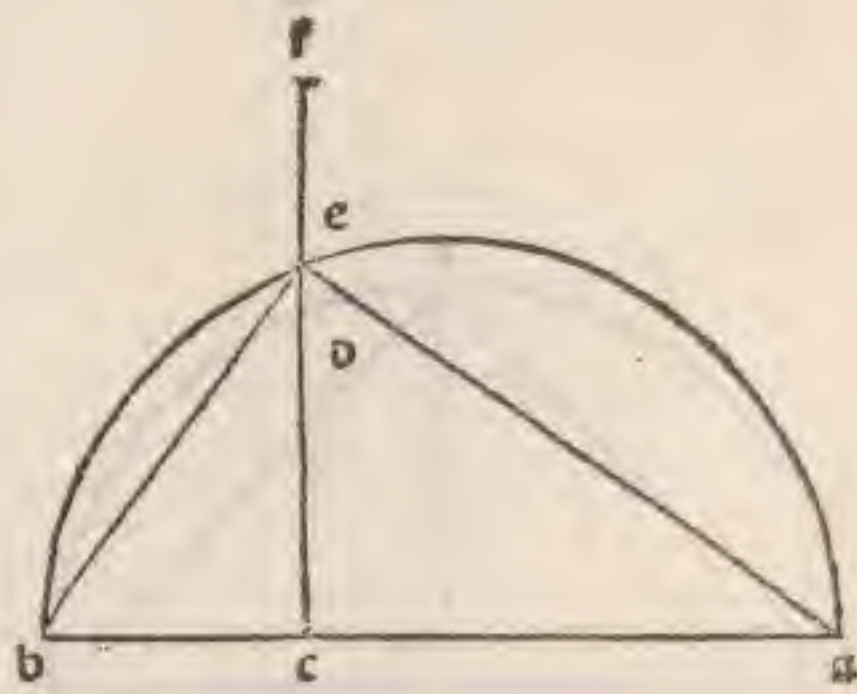


scriptibilis qđ est ppositū. Corolariū aut p3 sic. Cum enī .a. b. sit tripla ad .b. c. p  
 enersam proportionalitatē erit .a. b. sexquialtera ad .a. c. ideoq3 ex scđa pte corola  
 rij. 8. sexti z corolariū. 17. eiusdē quadratū lineę .a. b. erit etiā sexquialter ad qua  
 dratū lineę .a. d. z qđ linea .a. d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero .a. b. est  
 diameter spere: constat vez eē qđ per corolariū dicit. Ne aut quēq3 de verusta ve  
 ritate proposita hesitare cōtingat eā volum⁹ hoc mō demonstratione firmare. Sit  
 igit sup lineā .a. b. lineā .c. d. ppendicularis q̄ ponat medio loco pportionalis in  
 ter ptes lineę .a. b. que sint .a. c. z .c. b. ita qđ proportio .a. c. ad .c. d. sicut .c. d. ad .c. b.  
 Et super lineā .a. b. describat semicirculus .a. e. b. dico qđ huius semicirculi circūfe  
 rentia transibit per punctū .d. qui ē extremitas ppendicularis. Simautē aut secabit  
 lineā .c. d. aut suptransibit eā totā ipsā trāsiens z includens z non contingens. se  
 cct ergo primo eā in puncto .e. z ducant lineę .e. b. z .e. a: eritq3 ex prima pte. 30. ter  
 tij totalis angulus .a. e. b. rectus. itaq3 ex prima pte corol. 8. sexti pportio est .a. c.  
 ad .c. e. sicut .c. e. ad .c. b. at vero ex secunda pte. 8. quinti pportio .a. c. ad .c. e. ē ma  
 ior qđ .a. c. ad .c. d. co qđ .c. e. ē minor qđ .c. d. cū igit sit .c. e. ad .c. b. sicut .a. c. ad .c. e.  
 z .c. d. ad .c. b. sicut .a. c. ad .c. d. erit per. 12. quinti .e. c. ad .c. b. maior qđ .c. d. ad .c.  
 b. ideoq3 per primā pte. 10. quinti .e. c. ē maior qđ .d. c. ps videlicet qđ suū totū qđ  
 est impossibile. Nō ergo secabit circūferentia semicirculi lineā .c. d. ¶ Sup transeat  
 igit z pducā .c. d. vsq3 ad circūferentiā: sitq3 tota .c. e. z protrabant lineę .e. b. z .e.  
 a. sequetq3 ut pri⁹ lineā .c. d. esse maiore qđ sit lineā .c. e. qđ est etiā impossibile: con  
 stat ergo ppositū. Silr aut dicimus qđ si fuerit aliquis angul⁹ rectus cui basis sub  
 tendat sup quā semicirculus lineę: ipsius circūferentiā p angulū rectū transire ne  
 cesse ē. conuersā vero huius pponit prima ps. 30. tertij. qđ aut dicimus sic constat  
 ¶ Sit enī angul⁹ .a. b. c. rectus cui subtendat basis .a. c. z sup eā lineę semicircul⁹  
 dico qđ ipsius circūferentia transibit p punctū .b. in quo coeunt lineę continentes  
 angulū rectū cuius demonstratio ē qđ neq3 transibit supra neq3 infra. sin autē trā  
 seat: pmo infra sitq3 .a. c. c. z ab angulo .b. producat lineā .b. d. ppendicularis ad ba  
 sim .a. c. que secet circūferentiā semicirculi in puncto .e. z protrabant lineę .e. a. z .e.  
 c. eritq3 angulus .a. e. c. rectus ex prima pte. 30. tertij. at ipse ē maior angulo .a. b. c.  
 per. 21. primi hoc autē ē impossibile ex tertia petitione cū vterq3 sit rectus. hic qui  
 dē ex ypothēsi: ille vero ex prima parte. 30. tertij. Nō ergo trāsiat circūferentia se  
 micirculi infra angulū .b. transeat itaq3 supra z sit .a. f. c. pducatur autē ppendicu  
 laris .d. b. quousq3 obuiet circūferentię semicirculi .a. f. e. i puncto .f. z producant  
 lineę .f. a. f. c. eritq3 ex prima parte. 30. tertij angulus .a. f. c. rectus. cūq3 etiā eēt ex  
 ypothēsi angulus .a. b. c. rectus sequit impossibile per. 21. primi sicut in principio.  
 relinquit ergo qđ diximus. hoc aut necessariū est ad cognitionē eoz que sequitur.

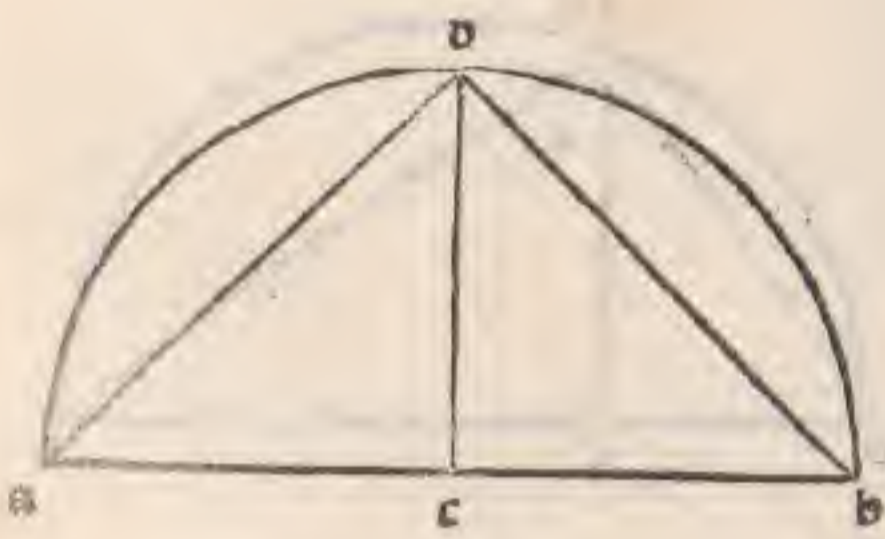
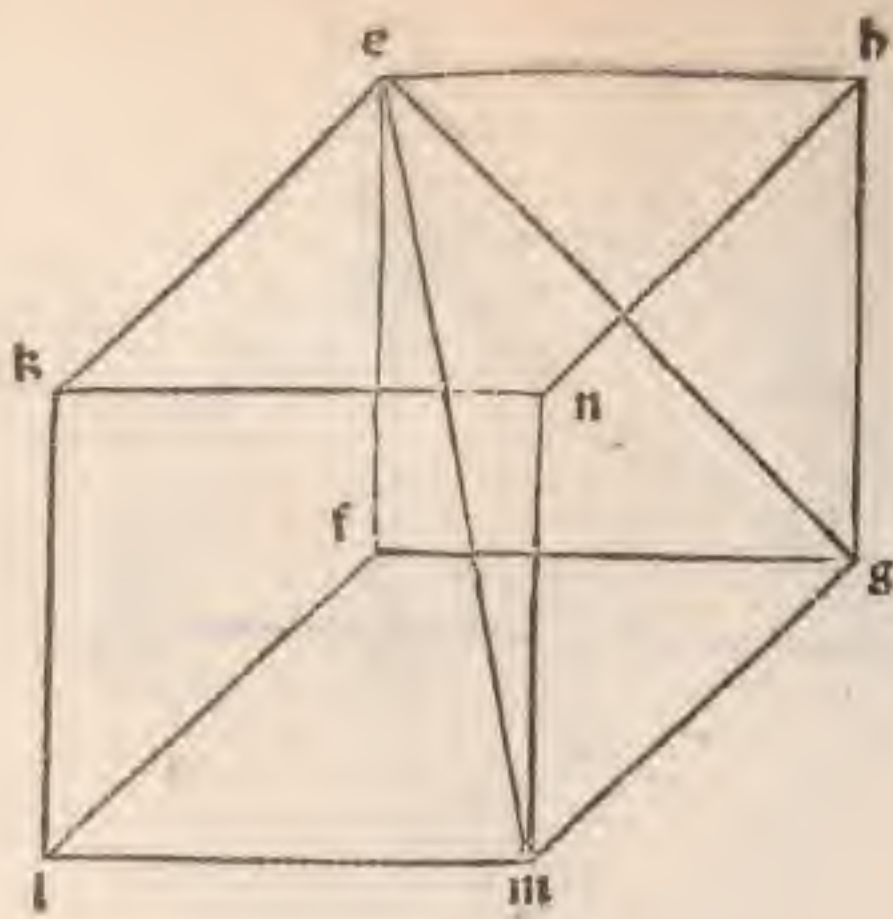
Propositio .14.

**A**ssignata spere circūscriptibilem cubum constituere  
 eiusdem autem spere diametrum lateri ipsi⁹ cubi poten  
 tialiter triplicem esse manifestum erit.

Assignate spere diametrum sit .a. b. super quā lineetur semicircu  
 lus .a. d. b. diuidaturq3 diameter i puncto .c. porsus secundum con  
 ditionem premisse videlicet ut lineā .a. c. sit dupla ad lineam .c. b. z producat  
 c. d. ppendicularis ad .a. b. z protrabantur .d. b. z .d. a. postea fiat vnū qđratum  
 cuius oīa latera sint equalia lineę .b. d. sitq3 .e. f. g. b. sup cui⁹ quatuor anglos erigant







ut docet. 12. vndecimi quatuor linee ppediculares ad superficie ipsi qdrati qz qlibz ponatur etia equalis linee. b. d. sintqz. e. k. f. l. g. m. b. n. eruntqz hec quatuor ppendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi: z anguli quos continent cu lateribus quadrati recti ex diffinitione linee ppedicularis ad superficie: deinde conungantur extremitates istaz ppendiculariu ptractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritqz coplet<sup>9</sup> cub<sup>9</sup> sex superficie<sup>9</sup> qdratis contentus. constat eni ex. 34. pmi qz quatuor superficies ipsum ambientes z ipse sunt quaz opposita latera sunt quatuor ppendiculares sint omnes quadrate: de basi autem hoc positum est. at vero de suprema eius superficie que e. k. l. m. n. qz ipsa quoqz sit quadrata. constat ex. 34. pmi z. 10. vndecimi. ideoqz ex quarta vndecimi manifestum e singula latera eiusdem cubi duab<sup>9</sup> ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Ut autem cubum hunc ab assignata spha circumscribibilem ee demonstremus: in vna suaz superficie ptractat diagonalem. verbi gratia in basi eius sitqz. e. g. z. a. b. huius diagonalis altera extremitate ptractatur diameter cubi. e. m. eritqz ex penultima pmi quadratum. e. g. duplum ad quadratum. f. g. ideoqz z ad quadratum. g. m. eo qz. g. m. e equalis. f. g. sunt eni omnia latera cubi adinvicem equalia. z qz rursus ex penultima pmi quadratum. e. m. e equalis quadratis duaz lineaz. e. g. z. g. m. ppter hoc qz angulus. e. g. m. e rectus ex diffinitione linee ppendicularis ad superficie: erit quadratum. e. m. triplum ad quadratum. m. g. constat eni ex duplo z simplo. cumqz ex secunda pte conel. 8. sexti z ex conel. 17. eiusdem qdrati quoqz. a. b. sit triplum ad quadratum. b. d. eo qz linea. a. b. tripla e ad lineam. b. c. sit autem. b. d. equalis. g. sequitur ex coniscia ut. e. m. qz e diameter cubi sit equalis. a. b. que e diameter sphae. itaqz si sup. e. m. lineam semicircularem circumscribam<sup>9</sup> quousqz ad locum vnde fuit initium motus redeat spha descripta: erit ex diffinitione sphae equalium equalis spha assignate. at vero qz hic semicirculus transitum faciet p punctum. g. eo qz angulus. e. g. m. e rect<sup>9</sup> eademqz rone p ceteros singulos rectos angulos cubi qd ex antecedente ante hac. 14. immediate pmissio manifestum e constat constitutum cubum ab assignata spha eo qz a sua equali circumscribibile esse qd demonstrare oportebat. conelarij vero demonstratio in ista demonstratiois pcessu

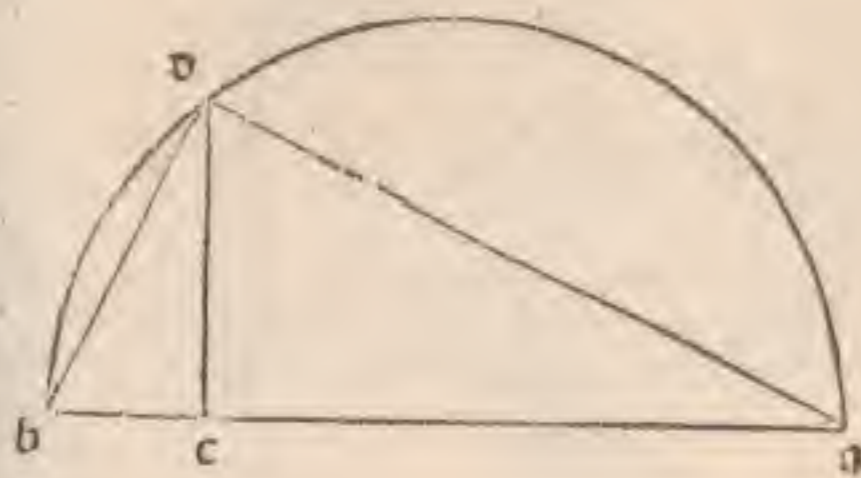
preparavit. **Propositio 15.**  
**C**orpus octo basium triangularium z equilateralium a spha pposita circumscribibile componere: eritqz palam eiusdem sphae diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.  
 ¶ Diameter sphae pposite sit. a. b. que dividatur p equalia in puncto. c. z sup ea lineam semicirculus. a. d. b. z pducatur. c. d. ppendicularis. ad. a. b. z iungatur punct<sup>9</sup>. d. cu. a. z cu. b. describam<sup>9</sup> unum quadratum cuius singula latera sint equalia linee. b. d. sitqz quadratum. hoc. e. f. g. h. in quo ptractantur diametri due. e. g. z. f. h. secantes se invicem in puncto. k. pstat igitur ex. 4. pmi qz vtraqz istaz diametrorum sit equalis linee. a. b. que e diameter sphae cu angulus. d. sit rectus ex pma pte. 30. tertij z singuli quoqz anguli. e. f. g. h. recti ex dione qdrati: pstat rursus qz cedent due diametri. e. g. z. f. h. dividunt se invicem p equalia in puncto k. hoc autem ex. 5. pmi z 32. z sexta eiusdem facile e elicere. erigatur itaqz sup punctum. k. linea. k. l. ppendicularis ad superficie qdrati qz ponatur equalis medietate diametri. e. g. l. f. h. z demittatur ypothemise l. e. l. f. l. g. l. h. eruntqz ex his qz posita sunt z penult pmi quoties oportuerit repetita singule baz ypothemisaz equalis sibi invicem et equalis lateribus qdrati. habes ergo pyramidem quatuor equilateralium triangulariumqz basium sup quadratum pstatam.



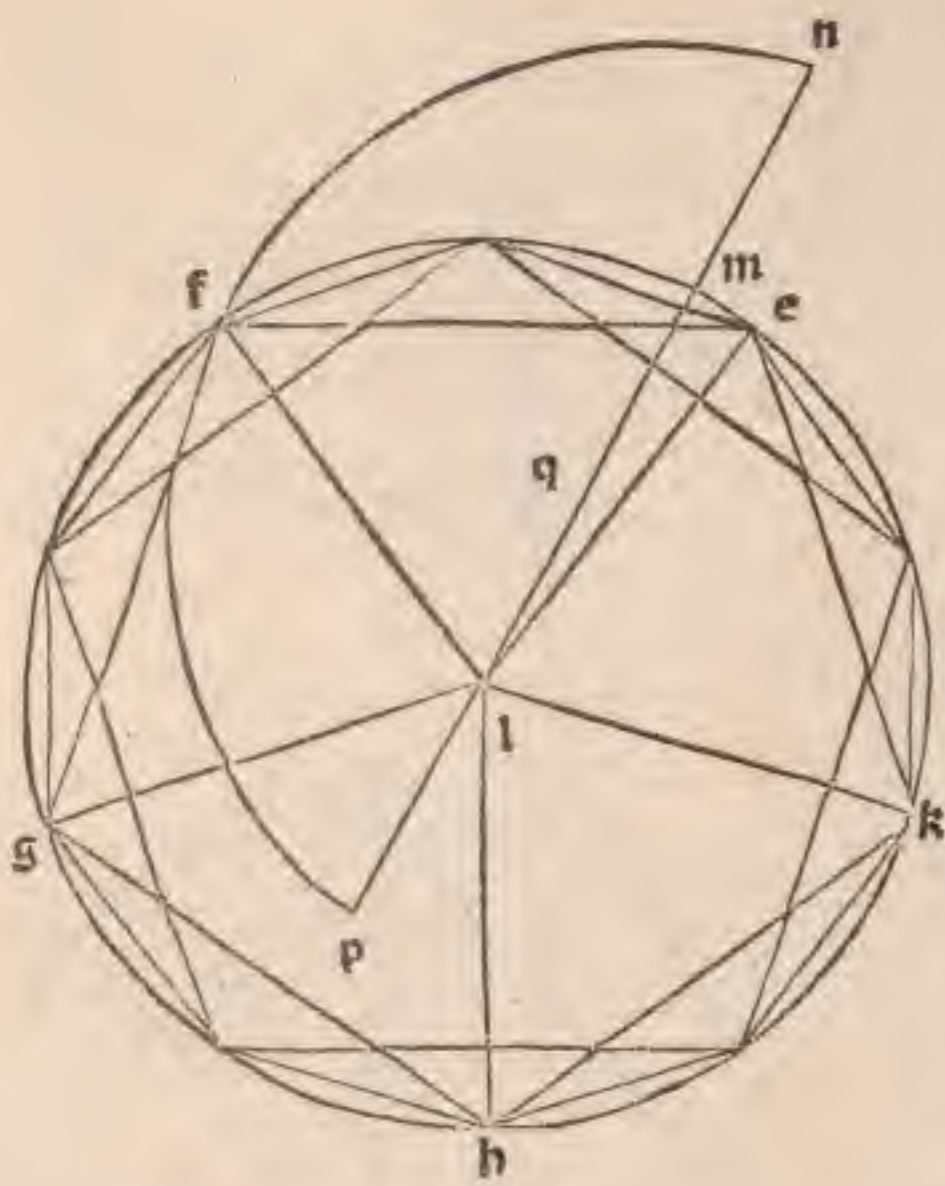
hinc itaq; sub ipso quadrato similit̃ pyramidē hoc mō appone lineā .l. k. producas pforando quadratum vsq; ad .m. ita q. k. m. exiis sub quadrato sit equalis .l. k. existenti supra: & iunge punctū .m. cū singulis angulis qdrati pducendo. 4. alias ypothemisas que sunt .m. e. m. f. m. g. m. h. de quibus quoq; manifestū ē ex penul. primi: quēadmodū de alijs que sunt in superiori pte q. ipse sint equalis ad inuicē et lateribus quadrati. Cōplem<sup>9</sup> igitur corpus. 4. basiū triangulārū & equilaterarū hoc aut̃ ab assignata sphaera circūscriptile eē sic habeto. cōstat enī q. linea .l. m. est equalis diametro assignate spere: nā vtraq; eaz ē equalis diametro quadrati. igit̃ si sup. l. m. lineē semicircul<sup>9</sup> qui circūuoluat̃ quousq; ad locū suū redeat: sphaera quā motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione spere equalium colligit̃. hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati & simplr p oia puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū: eo q. semidiameter quadrati vt linea .f. k. & portiones lineē .l. m. que sunt .l. k. & k. m. sunt adinuicē equalis. qre ex diffinitione eius qd ē figurā vnā aliq figure inscribi fabricatū corpus inscriptibile ē spere motu huius semicirculi descripte. itaq; & spere assignate ex cōcept. cū ipse sint adinuicē equalis ex diffinitione. Corol. vero manifeste cōstat: sunt enī due linee .d. b. & .d. a. equalis ex. 4. primi: ideoq; quadratum .a. b. duplū est ad quadratum .b. d. ex penul. primi: latus aut̃ fabricati corporis ē equalis lineē .b. d. verū est ergo corolarium.

Propositio .16.

**C**orpus viginti basiū triangulārū atq; equilaterarū a data sphaera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabricare. eritq; palā lat<sup>9</sup> eiusdē corporis eē lineā irrationalem eam scz que dicitur minor. Sit hic quoq; diameter assignate spere .a. b. q. ponat̃ cē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tū & diuidat̃ in puncto .c. ita q. a. c. sit quadrupla ad .c. b. & lineē super eā semicirculus .a. d. b. & pducā .c. d. ppendicularis ad .a. b. & ptrabat̃ lineā .d. b. deinde fm quantitatē lineē .d. b. lineē circulus .e. f. g. h. k. supra centrū .l. cui inscribat̃ pentagonus equilaterus eisdē litteris annotatus: ad cuius angulos a cētro .l. ducant̃ linee .l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. rursus in eodem circulo inscribat̃ decagon<sup>9</sup> equilater<sup>9</sup>: diuidant̃ enī cuncti arcus quoz eborde sunt latera pentagoni p equalia & a punctis medijs ad extremitates cunctoz laterū inscripti pentagoni lineē recte dirigant̃. itēq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathec<sup>9</sup> fm q. docet. 12. vndecimi quorum quilibet sit etiā equalis lineē .b. d. & cōtinuent̃ extremitates hoz quinq; cathecoz quinq; coraustis. erūtq; ex. 6. vndecimi quinq; catheci erecti adinuicē equidistantes: cūq; ipsi sint eqles erūt quoq; ex. 33. primi quinq; corausti hoz extremitates iūgentes eqles laterib<sup>9</sup> pentagoni. demitte igitur a summitatibus singulis sinuloz cathecoz binas & binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos inscripti decagoni & haz decē ypothemisaz a quinq; extremitatibus cathecoz ad. 5. pūcta que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendē iū extremitates p̃tinua aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoq; erit equilaterus ex. 23. tertij: cū hoc itaq; feceris videbis te p̃fecisse decē triangulos quoz latera sunt decē ypothemisaz & quinq; corausti & 5. latera h<sup>9</sup> scōi pentagoni inscripti. hos ergo decē triangulos eqlateros eē sic collige. cū enī tā semidiameter descripti circuli qz q̃libet erectorum cathecorum sit equalis lineē .b. d. ex ypothesi: erit ex corolario. 15. quartij quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:







est equalis linee .b. d. inscripti. quia vero ex penul. primi unaquodque .10. ypothemisaz  
 tanto est potentior catheco quatuor potest latus decagoni. at vero ex .10. huius latus  
 quoque pentagoni est tanto potentius eodem quatuor potest idem latus decagoni. erit ex co  
 muni scientia unaquodque hanc ypothemisaz equalis lateri pentagoni. De coraustis  
 aut iam patuit quod ipsi sint equalis lateribus pentagoni. itaque cuncta latera huius  
 decem triangulorum aut sunt latera pentagoni equilateri scilicet vice circulo inscripti aut  
 illis equalia sunt igitur equilateri trianguli. Amplius autem super centum circuli quod est punctum  
 l. erige alium cathecum equalis prioribus qui sit .l. m. eiusque superioris extremitate que est pu  
 ctus .m. iunge cum singulis extremitatibus priorum per quinque coraustos eritque ex sexta un  
 decimi hic centralis cathecus singulis cathecorum angularium equidistantis: idemque ex .33  
 primi hi quinque corausti erunt semidiametro circuli equalis et ex coroll. 15. quarti  
 quilibet eorum tanquam latus hexagoni. centrali ergo catheco ex utraque parte adijciatur li  
 nea una equalis lateri decagoni: supra quidem adijciatur ei .m. n. deorsum autem sub cir  
 culo adijciatur sibi a centro circuli .l. p. postea demittantur a puncto .n. 5. ypothemise  
 ad .5. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. et a puncto .p. alie .5.  
 ad alios quinque inferiores eruntque hec decem ypothemise equalis adinnice lateribus  
 inscripti pentagoni ex penul. primi et .10. huius quemadmodum de alijs decem prius de  
 monstratum est. habes ergo corpus .20. basium triangularium atque equilaterarum cui  
 cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. eius vero diameter est linea .n. p.  
 horum autem .20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum. quinque autem con  
 surgunt sursum ad punctum .n. concurrentes. at quinque reliqui deorsum emergunt sup  
 punctum .p. coeuntes. hoc autem ycoedrum corpus a data sphaera circumscribibile esse sic  
 erit manifestum: cum linea .l. m. sit equalis lateri hexagoni et .m. n. lateri decagoni equi  
 laterorum quos circulus .e. f. g. circumscribit tota .l. n. erit ex nona presentis libri divisa  
 secundum proportionem .b. m. et .d. extra in puncto .m. et maior portio eius erit linea .l. m.  
 Dividatur itaque .l. m. per equalia in .q. eritque ex communi scientia .p. q. equalis .q. n. nam .p. l.  
 posita est equalis lateri decagoni quemadmodum .m. n. quare .q. n. est medietas .n. p. quem  
 admodum est .q. m. medietas .m. l. cum ergo quadratum .n. q. sit ex .3. huius quintuplus ad  
 quadratum .q. m. erit quoque ex .15. quinti quadratum .p. n. quintuplum ad quadratum  
 l. m. est enim ex quarta scilicet quadratum .p. m. quadruplum ad quadratum .q. n. quadra  
 tum quoque .l. m. quadruplum ad quadratum .q. m. ex eadem: quadruplum autem ad quadru  
 plum est ut simplicium ad simplicium teste. 15. quinti. at vero quadratum .a. b. quintuplum est  
 ad quadratum .b. d. ex secunda parte coroll. 6. sexti: et ex coroll. 17. eiusdem: et etiam .a. b. quin  
 cuple ad .b. c. eo quod .a. c. fuit ad eandem quadrupla: quare ergo .l. m. est ex ypothesi equalis  
 b. d. erit ex communi scientia .a. b. equalis .n. p. itaque si super lineam .n. p. semicirculus describa  
 tur qui tandiu quod locum primum repetat circumvolvatur sphaera ipsius motu descripta. erit  
 a diffinitione sperarum equalium equalis sperae opposita. et quoniam linea .l. m. est medio lo  
 co proportionalis inter .l. n. et .n. m. ideoque inter .l. n. et .p. l. erit quoque quilibet semi  
 diameter circuli medio loco proportionalis inter .l. n. et .l. p. et cum .l. m. sit equalis se  
 midiametro circuli. itaque semicirculus super .p. n. descriptus transibit per omnia puncta cir  
 cumscriptionis circuli .e. f. g. ideoque et per singulos angulos solidi fabricati in illa circū  
 ferentia consistentes: et quare eadem ratione singuli corausti continuantes extremitates an  
 gularium cathecorum: cum extremitate centralis sunt medio loco proportionales inter  
 p. m. et .m. n. eo quod quilibet eorum est equalis .l. m. sequitur ut idem semicirculus transeat etiam  
 per reliquos angulos figure ycoedre statuite. est igitur corpus hoc inscribibile sperae

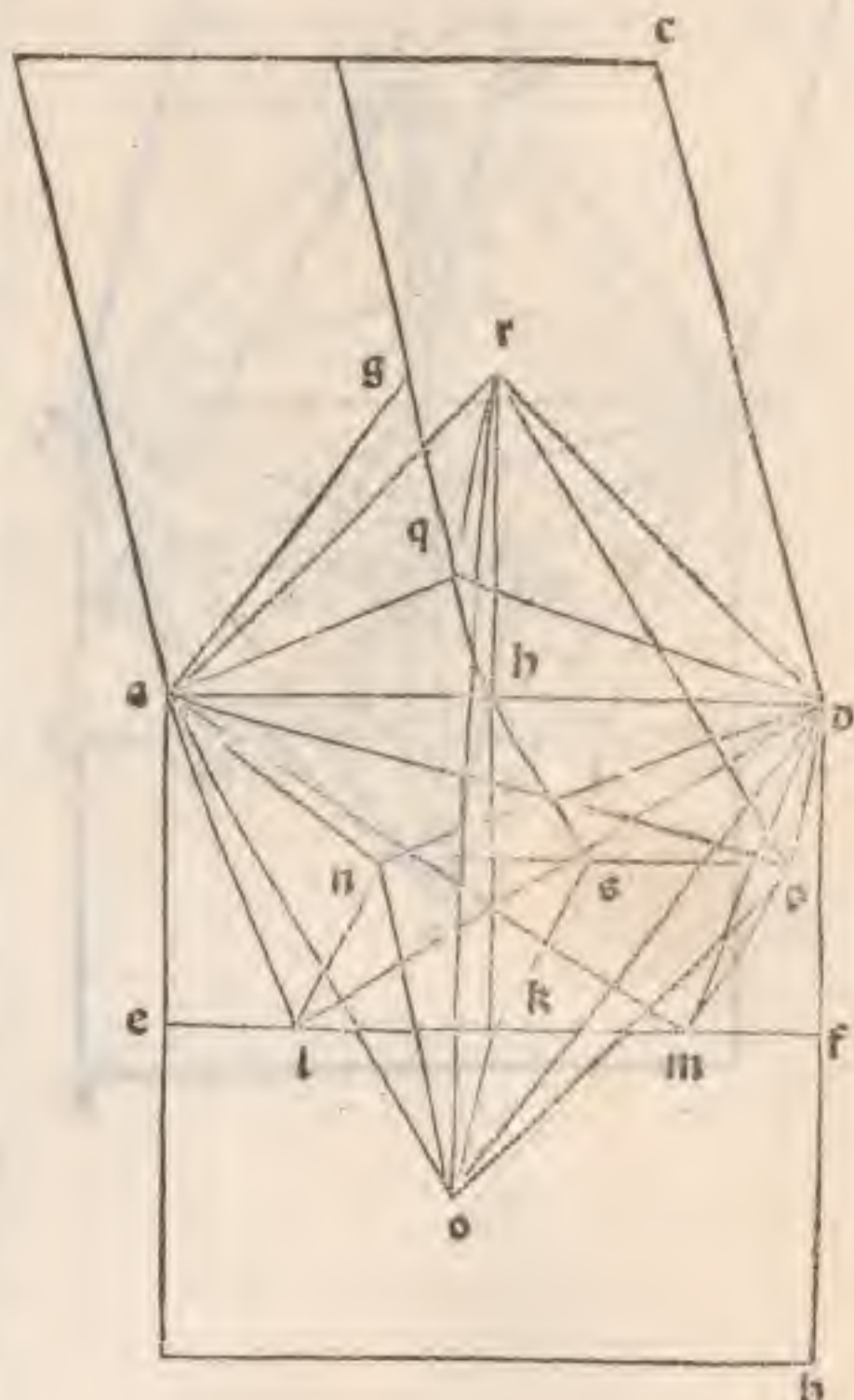


cuius diameter. p. n. ideoq; & spere cuius diameter. a. b. Latus aut huius solide fi-  
gure dico esse lineam minorem. constat enim q; linea. b. d. e rationalis in potentia cu eius  
quadratum sit subquincuplum ad quadratum linee. a. b. que posita e rationalis siue in lon-  
gitudine siue in potentia tm: itaq; semidiameter atq; semidiametri circuli. e. f. g. e  
etiã rationalis in potentia. nam eius semidiameter e equalis. b. d. igit ex. 12. huius lat<sup>9</sup>  
pentagoni equilateri huic circulo inscripti e linea minor. at vero sicut i huius demon-  
strationis processu patuit latus huius figure est quantum latus pentagoni: ergo la-  
tus huius figure. 20. alcaidaz e linea minor quemadmodum proponitur.

Propositio .17.

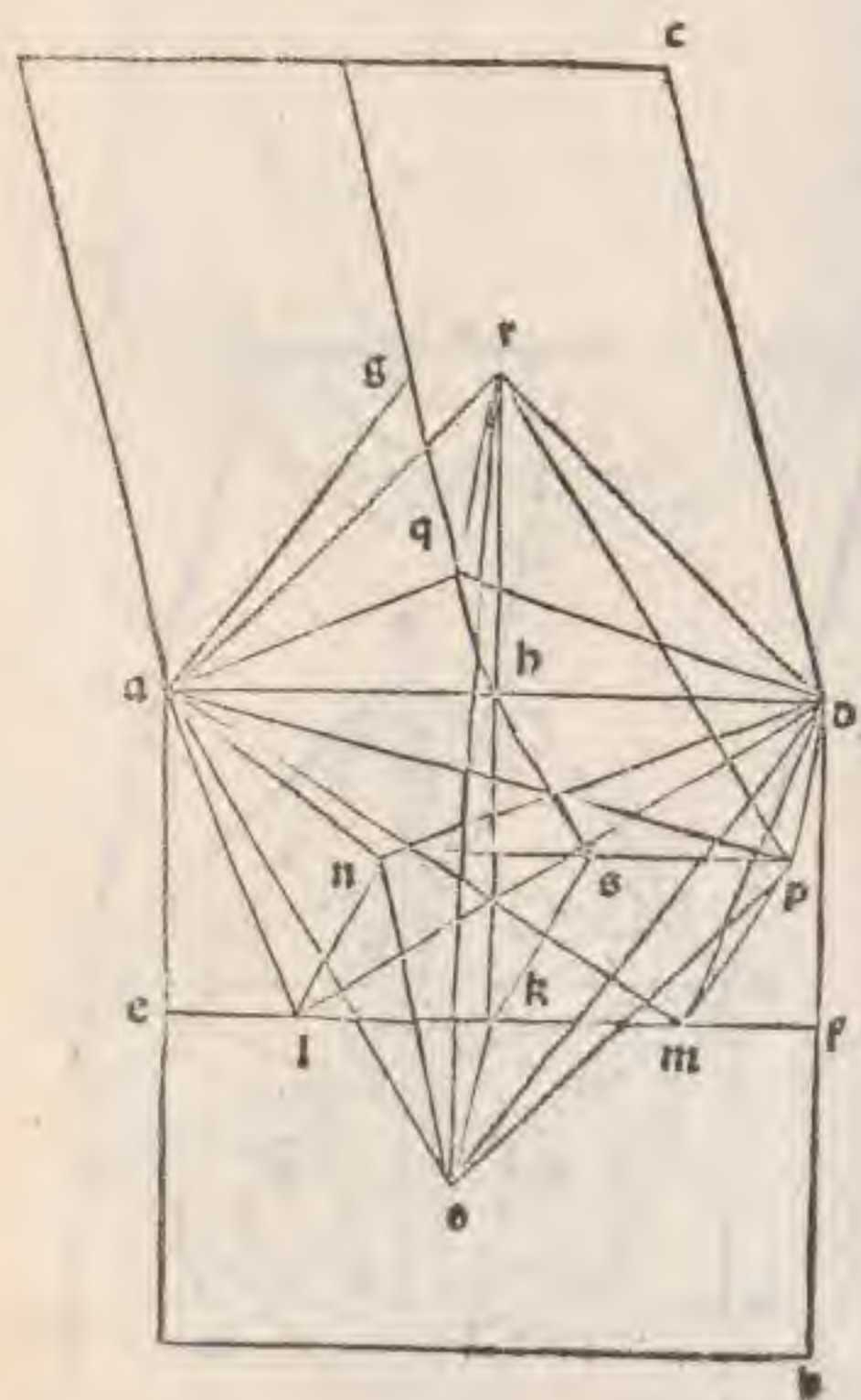


**C**orpus duodecimum balium pentagonorum equilaterorum atq;  
equiangulorum ab assignata sphaera circumscribibile consti-  
tue re. eritq; palam lat<sup>9</sup> eiusdem corporis irrationale esse. id qd  
relicum dicit. ¶ Siat cubus sicut q; docet. 14. huius circumscribibile  
ab assignata sphaera: sitq; huius cubi due superficies. a. b. & a. c. ima-  
ginemur aut nunc q; a. b. sit superior superficies cubi & a. c. sit una ex lateribus. sit  
q; linea. a. d. communis istis duabus superficiebus. dividant itaq; in superficie. a. b.  
duo opposita latera p equalia videlicet. d. b. & latus ei oppositum: & puncta divisio-  
nis continuent p lineam. e. f. latus quoq; a. d. & illud qd sibi opponit in superficie. a. c.  
dividant per equalia & puncta divisionis continuent linea recta cuius medietas sit  
g. h. sitq; punctus. b. medius punct<sup>9</sup> linee. a. d. similiter linea. e. f. dividat p equa-  
lia in .k. & protrahat. b. k. quilibet igit trium linearum. e. k. k. f. & g. h. divide sicut pro-  
portionem. ba. me. & du. ext. in trib<sup>9</sup> punctis. l. m. q. sintq; maiores portiones earum. l.  
k. k. m. & g. q. quas manifestum e esse equales cum totae linee divise sint equalis videlicet que  
libet earum medietati lateris cubi. deinde a duobus punctis. l. & m. erige perpendicu-  
lares ut docet. 12. undecimi ad superficie. a. b. quaz utraq; ponas equalis linee. k. l.  
sintq; l. n. & m. p. similiter a puncto. q. erige perpendiculariter. q. r. ad superficie  
a. c. qua ponas equalis. g. q. protrahite itaq; lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d. l. d. n.  
a. r. a. q. d. r. d. q. ¶ Manifestum est igitur ex quinta huius q; due linee. k. e. & e. l. po-  
tentialiter sunt triplum ad lineam. k. l. ideoq; etiã ad lineam. l. n. cum k. l. & l. n. sint equales  
At vero. k. e. e equalis. e. a. igit due linee. a. e. & e. l. sunt potentia triplum ad lineam. l.  
n. quare ex penult. primi. a. l. e potentia tripla ad. l. n. ideoq; per eandem. a. n. e po-  
tentia quadrupla ad. l. n. Quiaq; ois linea sit potentia quadrupla ad medietatem sui  
sequit ex cor. scia q; a. n. sit dupla in longitudine ad. l. n. & q; l. m. dupla est ad. l. k.  
Et. k. l. & l. n. sunt equalis: erit. a. n. equalis. l. m. sunt enim earum dimidia equalia. Et  
q; ex. 33. primi. l. m. e equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. eodem modo. probabis tres  
lineas. p. d. d. r. & r. a. esse equalis sibi invicem & duabus predictis. habem<sup>9</sup> itaq; ex  
his quinque lineis pentagonum equilaterum qui e. a. n. p. d. r. sed forsitan dices ipsum non  
esse pentagonum q; non nec forsitan e totum in superficie una. qd esset necessarium ad hoc  
ut esset pentagonus. Qd ergo sit tot<sup>9</sup> in superficie una sic habeto: prodeat equidem a  
puncto. k. linea. k. f. perpendicularis ad superficie. a. b. que sit equalis. l. k. eritq; ob  
hoc equalis utriq; duarum. l. n. & m. p. cumq; ipsa sit equidistantis utriq; earum ex sexta un-  
decimi: ideoq; cum ambabus in eadem superficie ex dione linearum equidistantium necesse e  
ut punct<sup>9</sup>. f. sit in linea. n. p. & q; dividat eam p equalia: protrahant igit due linee. r. b.  
& b. f. sunt itaq; duo trianguli. k. f. b. & q. r. b. sup unum angulum videlicet. k. b. q. con-  
stituti & e proportio. k. b. ad. q. r. sicut. k. f. ad. q. b. nam ut. g. b. ad. q. r. sic. k. b. ad. q.





r. ex. 7. quinti: et ut r. q. ad. q. b. sic. k. f. ad. q. b. ex eadē. sed. g. b. ad. q. r. ut. q. r. ad. q. b. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti linea. r. b. f. ē linea vna. Quare ex se cūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in superficie vna. Ipsū quoq; dico esse equiangulū. cū enī. e. k. sit diuisa fm pportionē habentē mediū duoq; extrema r. k. m. sit equalis maiori portioni eius: erit quoq; ex. 4. pntis tota. e. m. diuisa fm pportionē habentē mediū duoq; extrema: maior quoq; portio eius linea e. k. idq; per. 5. due linee. e. m. r. m. k. idq; due. e. m. r. m. p. nā. m. p. ē equalis. m. k. sūt potētia triplū ad lineā. e. k. idq; r ad lineā. a. e. nā. a. e. ē cōlis. e. k. itaq; tres linee. a. e. e. m. r. m. p. sūt potentia quadruplū ad lineā. a. e. Constat autē per penultimā primī bis assumptā q. linea. a. p. ē potentia equalis tribus lineis. a. e. r. e. m. r. m. p. itaq; a. p. ē potentia quadrupla ad lineā. a. e. latus vero cubi cū sit duplū ad lineā. a. e. est potentia quoq; quadruplū ad ipsā ex. 4. scđi: igit ex cōi scien / tia. a. p. est lateri cubi equalis. Eūq; a. d. sit vnū ex lateribus cubi erit. a. p. equa / lis. a. d. ideoq; ex. 8. primī angulus. a. r. d. ē equalis angulo. a. n. p. Eodē modo p / babis angulū. d. n. p. esse equalē angulo. d. r. a. q. p. babis lineā. d. n. esse potentia liter quadruplū ad medietatē lateris cubi. cū igit ex his pentagonus sit equilater⁹ r habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima pntis libri. Si ita q; hac via rōneq; cōsili r sup vnūq; reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonū equilaterū r equiangulū fabricemus pficiet solidū. 12. superficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentū. cub⁹ enī habet. 12. latera. Reliquū autē ē demonstrare solidū hoc esse a data spha circūscriptibile: p. r. abant igit a linea. f. k. due superficies secan / tes cubū quaz vna secet ipsū super lineā. b. k. r alia sup lineā. c. f. eritq; ex. 40. vn / decimi ut cōis sectio haz duaz superficieꝝ secet diametꝝ cubi r secetur viceversa ab ipsa diametro per equalia. sit ergo cōis sectio eaz vsq; ad diametrū cubi linea. k. o ita q. o. sit centrū cubi r ducant linee. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. constat autē q. vtraq; duaz lineaz. o. a. r. o. d. est semidiameter cubi. ideoq; equalis. d. e. linea. autē. o. k. cōstat ex. 40. vndecimi q. ipsa ē equalis. e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et q. k. f. est equalis. k. m. erit. o. f. diuisa in puncto. k. fm pportionē habentē mediū duoq; extrema r maior portio ei⁹ erit linea. o. k. q. ē cōlis. e. k. itaq; p. 5. b⁹ erūt due linee. o. f. r. f. k. idq; o. f. r. f. p. eo q. f. p. ad quos hec demitatio n̄ extēdit. ē cōlis k. f. triplū i potētia ad lineā. o. k. r id ad medietatē lateris cubi q. r p penul. pmi. linea. o. p. ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex concl. aut. 14. b⁹ cōstat q. semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscri / bit eadem spha. itaq; o. p. est quanta semidiameter spere circūscribentis cubū p / propositum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto. o. ad angulos singulos pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos inq; qui proprij sunt pentagonis nō autē cōes eis r superficiebus cubi sez proprij q / les sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. de illis autē lineis que veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoz qui sunt cōes pentagonis r superfic / bus cubi quales sunt in pentagono pnti duo anguli. a. r. d. cōstat q. ipse sūt equa / les semidiametro spere circūscribentis cubū: ipse enī sunt diametri cubi ex. 40. vn / decimi. at vero semidiameter cubi ē tanq; semidiameter spere ipsū circūscribentis quēadmodū ex rōinatione. 14. apparet igit oēs linee ducte a puncto. o. ad singu / los angulos duodecedri sunt equalis adinuicē r semidiametro spere semicirculus itaq; super totā diametrū spere vel cubi lineatus: si circūducat trāsbibit per omnes





angulos ei<sup>9</sup> quare p diffinitionē ipsū est ab assignata sphaera circūscriptibile. dico itez  
 q̄ latus huius figure ē linea irrōnalis ista videlicet que residuū dicitur si diameter  
 sphaere ipsū circūscribentis fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. cū enī dia/  
 meter sphaere sit ex. 14. huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa/  
 le in potentia si diameter sphaere fuerit rōnalis in longitudine vel in potentia. Con/  
 stat autem ex. 11. q̄ linea. r. p. dividit lineam. a. d. que est latus cubi s̄m propor/  
 tionē habentē mediū duoq; extrema z q̄ portio ei<sup>9</sup> maior equalis est lateri penta/  
 goni z q̄ maior portio ei<sup>9</sup> ē residuū ex sexta huius manifestū est latus figure duo/  
 cedron esse residuū q̄d demonstrare volumus. Fabricata sūt igitur p. 13. z quatuor  
 eam sequentes quinq; corpora equilatera atq; equiangula quoz vnūq; ē circū/  
 scriptibile ab assignata sphaera. Sunt aut̄ hec solida: primū quidē q̄tuor basiu tria/  
 gularium: z dicitur tetracedron. Secūdū est sex basiu quadrata z dicitur cubus si  
 ue exacedron. Tertiu octo basiu triangulariu: z dicit̄ octocedron. Quartū autem ē  
 solidū yocedron z est viginti basium triangulariu. Quintū vero ex. 12. basib<sup>9</sup> pen/  
 tagonis cōsistit: diciturq; duodecedron. hec autē quinq; solida regularia dicuntur  
 qm̄ ipsa eq̄agula sūt atq; eq̄latera z a sphaera atq; ab invicē circūscriptibilia. plura  
 vero his quiq; eq̄latera q̄ sint z eq̄agula esse ē impossibile. Ad cōstitutionē cuiusli/  
 bet anguli solidi necesse est ad minus tres superficies angulos cōcurrere. Ex duo/  
 bus enī solis superficialibus nequit solidus angulus cōpleri: q; ergo tres anguli cu/  
 iuslibet exagoni equilateri z equianguli sunt equales q̄tuor angulis rectis. At vero  
 eptagoni z cuiuslibet pluriū latez figure equilatera atq; equiangule tres anguli sūt  
 maiores quatuor angulis rectis quēadmodū ex. 32. primi euidenter elicit: omnis  
 autē angulus solidus quatuor rectis angulis minor ē teste. 21. vndecimi impossibi/  
 le est tres angulos exagoni atq; eptagoni: z simpliciter omnis plurilatera figure  
 equilatera tamē atq; equiangule solidū angulum constituere. id nulla solida figura  
 equilatera atq; equiangula pōt ex superficialibus exagonalibus aut pluriū latez con/  
 stitui. Si enī tres anguli exagoni equilateri atq; equianguli quemq; solidū angu/  
 lum excedūt quatuor z plures multo fortius eundē excedūt: tres aut̄ angulos pen/  
 tagoni equilateri atq; equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestū  
 ē z quatuor eē maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equian/  
 guli possibile est solidū angulū constitui. ex quatuor autē aut ex pluribus impossi/  
 bile. ideoq; vnū duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis cō/  
 stitūtū est illud videlicet q̄d duodecedron dicit̄ in quo anguli pentagonoz terni et  
 terni solidos angulos pficiunt. Eadem quoq; est rō in quadrilateris figuris equi/  
 lateris z equiangulis que in pentagonis: oīs enim quadrilatera figura si equilate/  
 ra equiangulaq; fuerit ipsa erit q̄drata a diffinitione. Nā omnes ei<sup>9</sup> anguli erunt  
 recti per. 32. primi. Ex tribus igit̄ angulis talis superficialis figure possibile est soli/  
 dum angulum cōstitui: ex quatuor autē aut ex plurib<sup>9</sup> impossibile est: ppter q̄d ex  
 talib<sup>9</sup> figuris superficialib<sup>9</sup> que cū drilatera ipse sūt eq̄latera atq; equiangule vnūcū/  
 solidū q̄d cubū dicimus: fabricatū ē trianguloz aut̄ equilateroz sex anguli sūt eq̄/  
 les quatuor rectis ex. 32. primi: pauciores ergo minores z plures maiores: igit̄ ex  
 sex angulis talū trigonoz aut ex pluribus impossibile ē angulum solidum fieri: ex  
 quinq; et ex quatuor z ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilate/  
 ri efficiunt angulum solidū: perficitur ex triangulis eq̄lateris corpus quatuor ba/  
 sium triangularium atq; equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

*Quoniam nō pōt a sphaera s. circūscripta  
 regularia*

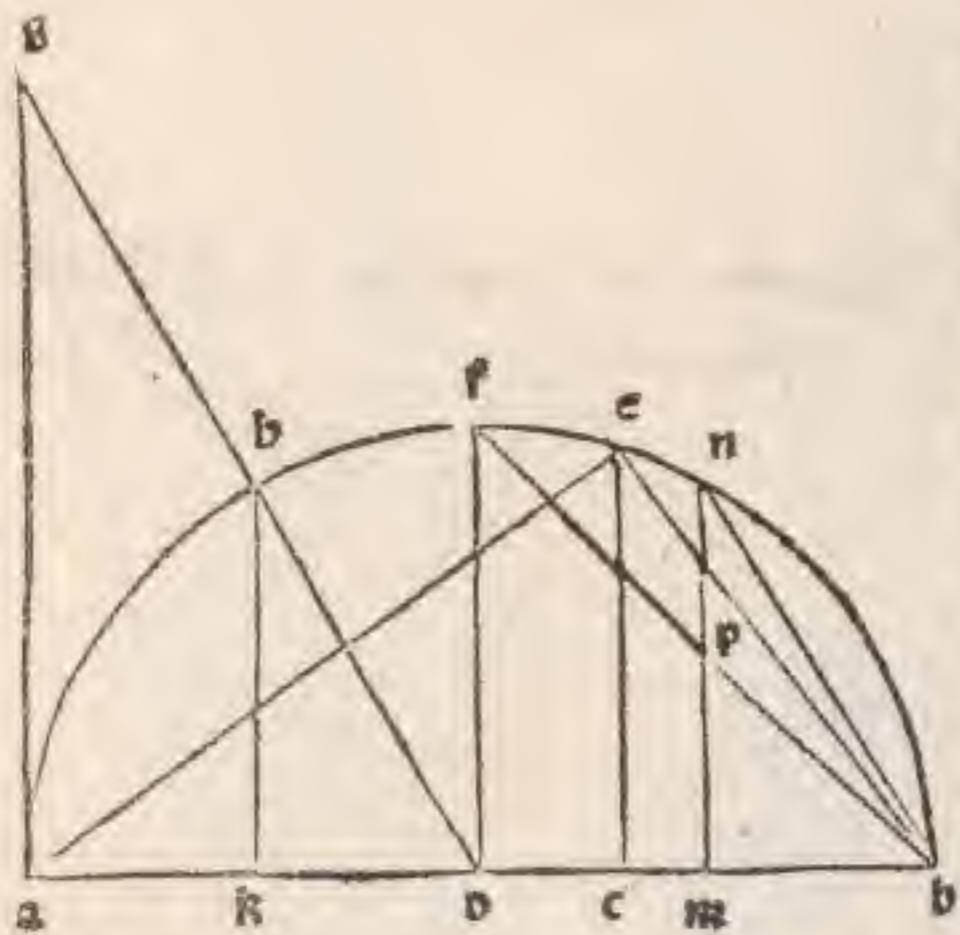


basium quod octoedron diximus. At vero si quinque triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus yocedron viginti basi. m. triangulorum et equilaterorum. Quare ergo tot et talia sunt solida regularia et quare plura his non sunt dictum est.

## Propositio .18.

**A**tera quinque corporum premissorum ab eadem sphaera circumscriptibilium cuius sphaera sola diametros nobis proposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

**S**it .a. b. diameter alicuius sphaerae nobis proposita. ex qua iubemur latera quinque premissorum corporum elicere. Diuidam<sup>9</sup> igitur hanc diametrum in .c. ita quod .a. c. sit dupla ad .c. b. et per equalia in .d. et lineemus super eam semicirculum .a. f. b. ad cuius circumferentiam prorrahant duae lineae perpendiculares ad lineam .a. b. quae sint .c. e. et .d. f. et iungam<sup>9</sup> .e. cum .a. et cum .b. et .f. cum .b. Manifestum ergo est ex demonstratione .13. quod .a. e. est latus figure quatuor basium triangularium et equilaterarum et ex demonstratione .14. quod .e. b. est latus cubi: et ex demonstratione .15. quod .f. b. est latus figure octo basium triangularium et equilaterarum: prodeat itaque a puncto .a. linea .a. g. perpendicularis ad .a. b. et equalis eidem .a. b. et iungat<sup>9</sup> .g. cum .d. sitque .b. punctus in quo .g. d. secat circumferentiam semicirculi et ducat<sup>9</sup> .b. k. perpendicularis ad .a. b. et quia .g. a. est dupla ad .a. d. erit ex quarta sexti .b. k. dupla ad .k. d. Sunt enim duo triangula .g. a. d. et .b. k. d. equianguli ex .32. primi eo quod angulus .a. maioris est equalis angulo .k. minoris: namque uterque rectus et angulus .d. est communis utriusque: igitur ex quarta secundi .b. k. est potentia quadrupla ad .k. d. ergo ex penult. primi .b. d. est potentia quincupla ad .k. d. cumque .d. b. sit equalis .b. d. est enim .d. centrum semicirculi erit quoque .d. b. potentia quincupla ad .k. d. At vero cum tota .a. b. sit dupla ad totam .b. d. quemadmodum .a. c. detracta ex prima .a. b. est dupla ad .c. b. detracta ex secunda .b. d. eritque ex .19. quinti .b. c. residua prime: dupla ad .c. d. residua secunde: ideoque tota .b. d. est tripla ad .d. c. igitur quadratum .b. d. est noncuplum ad quadratum .d. c. et quod ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum .k. d. erit ex secunda parte decime quinti quadratum .d. c. minus quadrato .k. d. ideoque .d. c. minor .k. d. sit .g. d. m. equalis .k. d. et prodeat .m. n. usque ad circumferentiam quae sit perpendicularis ad .a. b. et iungat<sup>9</sup> .n. cum .b. Et igitur .d. k. et .d. m. sunt aequales erunt ex definitione ei<sup>9</sup> quod est aliquas lineas a centro equidistare duae lineae .b. k. et .m. n. aequiliter distantes a centro. ideoque aequales ad invicem ex secunda parte .13. tertij et ex secunda parte tertie eiusdem. itaque .m. n. est equalis .m. k. nam .b. k. erat equalis ei. At quod .a. b. dupla est ad .b. d. et .k. m. dupla est ad .d. k. et quadratum .b. d. quincuplum ad quadratum .d. k. erit ex .15. quinti quadratum .a. b. sicut quincuplum ad quadratum .k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim .16. manifestum est quod diameter sphaerae est potentia quicupla tantum ad latus exagoni circuli figure. 20. basium .g. k. m. est aequale lateri exagoni circuli figure. 20. basium nam diameter sphaerae quae est .a. b. c. potentia quicupla tantum ad latus exagoni circuli illius figure quod est .a. d. k. m. Rursusque ex demonstratione eiusdem manifestum est quod diameter sphaerae constat ex latere exagoni et duplici lateri decagoni circuli figure. 20. basium cum ergo .k. m. sit tanquam latus exagoni. at vero .a. k. sit aequale .m. b. nam ipsa sunt residua aequale de partibus aequilibus erit .m. b. tanquam latus decagoni: quod igitur .m. n. est tanquam latus exagoni. nam ipsa est equalis .k. m. erit ex penult. primi et .10. huius .n. b. tanquam latus pentagoni figure circuli. 20. basium et quod ex demonstratione .16. apparet quod latus pentagoni circuli figure 20. basium est latus eiusdem figure. 20. basium. constat lineam .n. b. esse latus istius figure



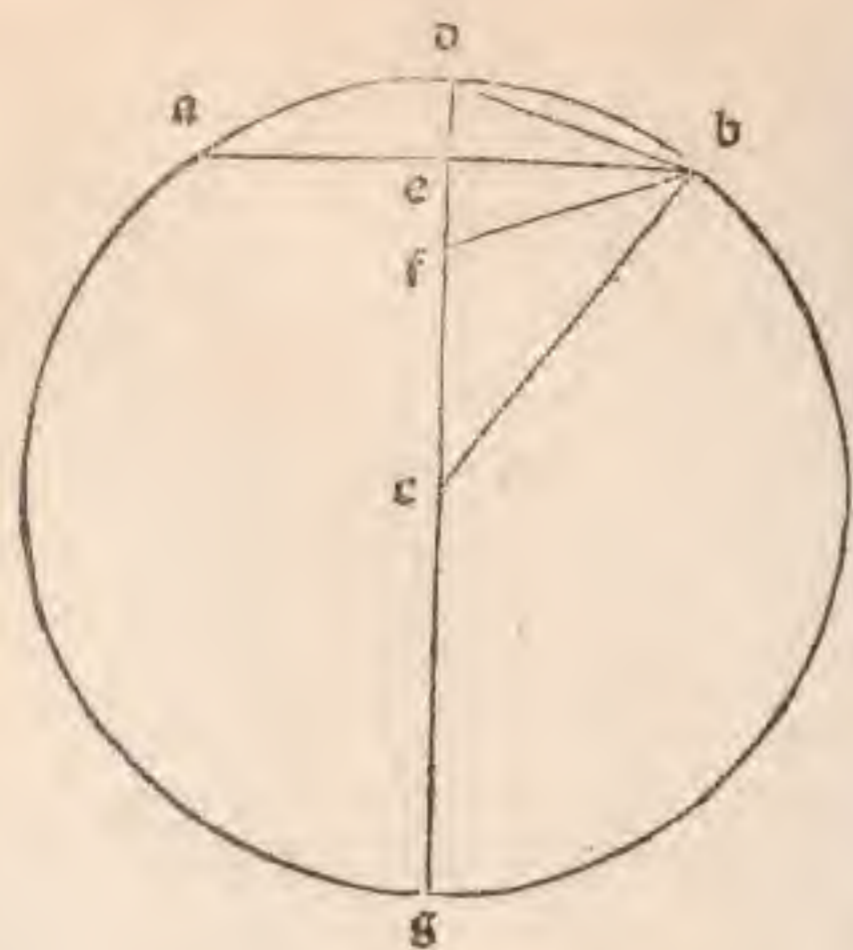


Dividat itaq; c. b. que e lat<sup>9</sup> cubi ab assignata spha circūscriptibilis fm pportio  
 ne habentē mediū duoz extrema i puncto. p. sitq; maior portio eius. p. b. constat  
 igit<sup>r</sup> ex demōstratione pmissē q; p. b. e lat<sup>9</sup> figure. 12. basium. Inuenta ergo sūt la  
 tera. 5. pmissoz corpoz ex diametro spha nobis pposita. e eni latus. a. c. pira  
 midis. 4. basiū. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. at vero. n. b. latus yccedri: li  
 nea aut. p. b. latus duodecedri. Que autē hoz latez sint maiora alijs sic habetur.  
 constat eni q; a. c. e maior. f. b. nā arcus. a. c. est maior arcu. f. b. itēq; f. b. e maior  
 e. b. z. c. b. maior q; n. b. at vero. n. b. dico etiā esse maiore q; p. b. cum eni sit. a. c.  
 dupla ad. c. b. crit ex quarta scōi quadratū. a. c. quadruplū ad quadratū. c. b. pstat  
 autē ex scōa pte correlarij. 8. sexti z ex correlario. 17. eiusdē q; quadratū. a. b. tripluz  
 e ad quadratum. b. e. sed p. 21. sexti quadratū. a. b. ad quadratū. b. e. e sicut quadra  
 tum. b. e. ad quadratū. c. b. ex eo q; pportio. a. b. ad. b. e. e sicut. b. e. ad. b. c. ex se  
 cunda pte correlarij. 8. sexti. itaq; p. 11. quinti quadratū. b. e. triplū est ad quadra  
 tum. c. b. z q; quadratū. a. c. quadruplū est ad idē quadratū vt ostensum ē: crit ex  
 prima pte. 10. quinti quadratum. a. c. minus quadrato. b. e. ideoq; linea. a. c. maior  
 e linea. b. e. iōq; a. m. multo maior. b. e. manifestū vero ex. 9. huius q; si linea. a. m.  
 diuisa fuerit fm pportione habentē mediū duoz extrema erit maior portio eius  
 linea. k. m. que e equalis. m. n. At vero cū. b. e. diuidit fm eandē pportionem vi  
 delicet habentē mediū duoz extrema maior eius portio e linea. p. b. cum itaq;  
 rota. a. m. sit maior rota. b. e. erit. m. n. que est equalis maiori portioni. a. m. maior  
 q; p. b. q; est maior portio b. e. hoc autē manifestū est ex scōa. 14. libri que sine auxi  
 lio alicuius eaz q; sequuntur firma demōstratione solidat: ergo p. 19. pmi a fortiori  
 n. b. maior e q; p. b. Quare p; latera hoz. 5. corpoz pmissoz fere eo ordine quo  
 corpora se invicē sequunt se invicē excedere. in cubo eni dūtaxat z octocedro habet  
 hic instantias. nā latus octocedri excedit latus cubi q;uis cubus antecedit octoc  
 edrū. Cubū aut pmittunt idcirco octocedro: quia eadē divisione diametri assign  
 nate spha latus pyramidis. 4. bases triangulas habentis z latus cubi inuenit. est  
 igit<sup>r</sup> a. c. latus pyramidis maior lateribus ceteroz corpoz: post ipsū aut e. f. b. lat<sup>9</sup>  
 octocedri maior sequentiū corpoz lateribus Tertio ordine sequit i magnitudine. e.  
 b. latus cubi. Quarto vero loco est. n. b. latus yccedron. Minimū autem est om  
 nium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri. **Explicit liber Terciusdecimus**  
**Incipit liber Decimusquartus. Propositio .11.**



**O**mnis perpendicularis a centro circuli du  
 cta ad latus pentagoni intra circulū ipsū de  
 scripti dimidio lateris decagoni atq; dimi  
 dio lateris exagoni intra circulū eundē de  
 scriptoz ambobus dimidijs in longū dire  
 ctūq; cōiunctis equalis eē pbat. patet igit<sup>r</sup>  
 q; ppendicularis ducta a cētro circuli ad la  
 tus pentagoni e equalis ppendiculari ducte  
 a centro ad latus trianguli dimidioq; late  
 ris decagoni intra eundē circulū descripti cō  
 iunctis. **¶** Sit linea. a. b. latus pentagoni i  
 equilateri inscripti cirulo cui<sup>9</sup> centz. c. z duca<sup>r</sup> a centro. c. ppendicularis ad lineaz  
 a. b. que p scōam ptem tertie tertij diuidet ipsā p equalia z arcū eius etiā p equalia





ex quarta primi 7. 27. tertij sitq; hec perpendicularis linea .c. d. secans .a. b. in puncto e. 7 arcu ei<sup>9</sup> in puncto .d. est igit<sup>9</sup> vt dixim<sup>9</sup> linea .a. e. eqlis linee .e. b. 7 arc<sup>9</sup> .a. d. arcu .d. b. p<sup>r</sup>trahatq; linea .d. b. de qua constat q<sup>o</sup> ipsa est lat<sup>9</sup> decagoni equilateri p<sup>r</sup>posito circulo inscripti cu ipsa subtedat medietati quinti totius circūferentie: dico itaq; q<sup>o</sup> linea .e. c. e equalis medietati linee .c. d. 7 medietati linee .d. b. in longum directumq; cōiunctis 2<sup>o</sup> p<sup>r</sup>pleatur quidem diameter .d. c. sitq; .d. c. g. 7 sit .e. f. equa<sup>r</sup>lis .c. d. 7 p<sup>r</sup>trahat .b. f. critq; ex .4. primi .b. f. eqlis .b. d. idq; per .5. primi angul<sup>9</sup> b. d. f. crit equalis angulo .b. f. d. constat aut<sup>9</sup> ex vltima sexti q<sup>o</sup> angulus .g. c. b. quadruplus e ad angulū .b. c. d. eo q<sup>o</sup> arcus .g. b. quadrupl<sup>9</sup> e ad arcū .b. d. at vero angulus .g. c. b. p. 32. primi dupl<sup>9</sup> e ad angulū .b. d. c. nā ipse e extrinsecus duob<sup>9</sup> qui sunt .b. d. c. 7 .d. b. c. at ipsi sunt eqls ex .5. primi: igitur angulus .b. d. c. duplus est ad angulū .b. c. d. q<sup>o</sup>re angulus quoq; .b. f. d. duplus e ad angulū .b. c. f. sed angul<sup>9</sup> .b. f. d. e equalis duob<sup>9</sup> intrinsecis q<sup>o</sup> sunt .b. c. f. 7 .c. b. f. p. 32. p<sup>r</sup>mi. itaq; duo anguli .b. c. f. 7 .c. b. f. sūt eqls: idq; p. 6. primi .c. f. e eqlis .b. f. idq; etiā .c. f. e eqlis .b. d. nā .b. d. 7 .b. f. sūt eqls adinuicē: q<sup>o</sup>re dimidiū .c. d. cu dimidio .b. d. est quantū dimidiū .c. d. cu dimidio .c. f. at vero dimidiū .c. d. cu dimidio .c. f. e quātum dimidiū .c. f. bis cu dimidio .f. d. dimidiū aut<sup>9</sup> .c. f. bis e quātum .c. f. 7 dimidiū .f. d. e q<sup>o</sup>ntū .c. f. itaq; .c. e. est quantū dimidiū .c. d. cu dimidio .c. b. 7 .d. b. q<sup>o</sup> e p<sup>r</sup>positū. Corol. aut<sup>9</sup> sic constat manifestū e enī ex .8. tredecimi libri q<sup>o</sup> p<sup>r</sup>pendicularis ducta a cetro circuli ad latus trianguli sibi inscripti e equalis dimidio linee ducte a centro ad circūferentiam hoc quidē ibi demōstratum e 7 quasi corol. cōdusū. cum igit<sup>9</sup> ex hac prima ist<sup>9</sup>. 14. libri pateat q<sup>o</sup> p<sup>r</sup>pendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidiū linee ducte a centro ad circūferentiā 7 dimidio lateris decagoni: sequitur q<sup>o</sup> perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis p<sup>r</sup>pendiculari ducte a centro ad latus trianguli: dimidioq; lateris decagoni intra eundē circulum descripti: 7 hoc est q<sup>o</sup> ex corol. p<sup>r</sup>ponit. Nunc ergo explicandū est quod ait. Arist<sup>9</sup>. in libro intitulato Exposito scie. 5. corporū nec nō 7 Appollon<sup>9</sup> in dono secūdo: in p<sup>r</sup>portionalitate figure. 12. basū ad figurā. 20. basū dicēs: q<sup>o</sup> p<sup>r</sup>portio sup<sup>r</sup>ficiey figure habentis. 12. bases ad superficies figure habentis. 20. bases. e tāq; p<sup>r</sup>portio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basium: linea 7 enī ducta a centro circuli pentagoni figure. 12. basium duodecetri ad circūferentiā eius e quasi linea p<sup>r</sup>dicēs a centro circuli trianguli figure. 20. basium yocedri ad circūferentiā eius. hec sunt ipsi<sup>9</sup> magni appollonij verba Intelligēda aut<sup>9</sup> sūt de figura. 12. 7 figura. 20. basium ab vna eadēq; spha circūscriptibilium. Est enī p<sup>r</sup>portio corporis duodecetri ad corpus yocedron cum ambo vna eadēq; spha circūscribit sicut p<sup>r</sup>portio omnium sup<sup>r</sup>ficiey duodecetri p<sup>r</sup>ter acceptay ad oēs sup<sup>r</sup>ficies yocedri pariter acceptas quē admodū Appolloni<sup>9</sup> p<sup>r</sup>missoz verboz p<sup>r</sup>ma pte cōmemorat: q<sup>o</sup> 7 decima huius. 14. libri solida demōstratione stabilitur. 7 e circulus circūscribens pentagonū duodecetri equalis circulo circūscribenti trigonum yocedri cum duodecetri 7 yocedron eadem spha circūscribit quē admodum ipse appollonius secūda pte p<sup>r</sup>missorum verborum cōmemorat: quod etiam in quinta huius libri demōstratione firmatur: p<sup>r</sup>mittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.





Aliquid accidit vni linee diuise secundū pportionē habē  
tem mediū ⁊ duo extrema omni linee similiter diuise pro/  
batur accidere ⁊c.

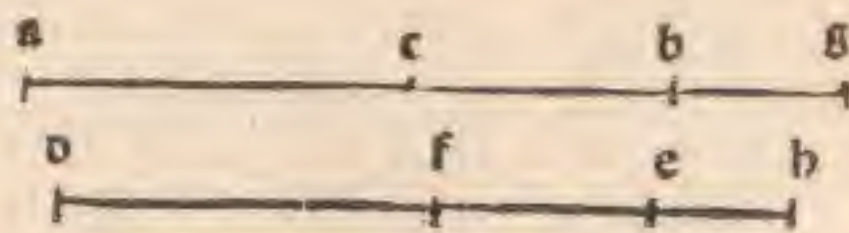
**Q** Sit vtraq; duarū lineaz. a. b. ⁊ d. e. diuisa sūm pportionē habentē  
mediū duoq; extrema. hec quidem i. c. illa vero in. f. sintq; maiores  
portiones: huius quidē. a. c. illi⁹ aut. d. f. dico itaq; q; ambaz ad sui maiores por/  
tiones est vna pportio. itemq; ambaz ad sui minores portiones est pportio vna  
ad quoq; maiorū portionū ad minores vna. ⁊ e contrario ⁊ permutatim ⁊ cōiuncti  
⁊ disiunctim ⁊ euersim. Nihil enī aliud est quicquid vni eaz; accidit. idē quoq; alijs  
accidere. cōstat enī ex diffinitione linee sūm pportionē habentē mediū duoq; extre  
ma diuise ⁊ ex prima pte. 16. sexti: q; illud quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale qua/  
drato. a. c. eodēq; modo quod fit ex. d. e. in. e. f. est equale quadrato. d. f. ideoq; p/  
portio eius qd fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratū. a. c. ē sicut eius qd fit ex. d. e. in. e. f.  
ad quadratū. d. f. vtraq; enī ē pportio equalitatis: igit quadruplū ei⁹ qd fit ex. a.  
b. in. b. c. ad quadratū. a. c. sicut quadruplū eius quod fit ex. d. e. in. e. f. ad quadra  
tum. d. f. qd ex. 15. quinti: ⁊ permutata ⁊ equa pportionalitate manifestū est quare  
coniunctim quadruplū eius quod fit ex. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. ad quadra  
tum. a. c. sicut quadruplū eius qd fit ex. d. e. in. e. f. cū quadrato. d. f. ad quadratū.  
d. f. Adiungat autem sūm rectitudinē ad lineā. a. b. vna linea que sit equalis. b. c. q;  
dicatur. b. g. ⁊ ad. d. e. adiungatur equalis. e. f. que dicat. c. b. Manifestū est igitur  
ex octaua secundi libri q; quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. g. cum quadrato  
a. c. est equale quadrato lineę. a. g. at vero similiter quadruplum eius quod fit ex. d.  
e. in. c. b. cum quadrato. d. f. est equale quadrato. d. b. At vero ex cōmuni scientia  
quadruplū eius quod fit ex. a. b. in. b. c. equum est quadruplo eius quod fit. ex. a. b.  
in. b. g. eo q; b. c. ⁊ b. g. sunt equalis. similiter quoq; quadruplū eius quod fit ex. d.  
e. in. c. f. equum est quadruplo eius qd fit ex. d. e. in. e. b. eo q; e. f. ⁊ e. b. sūt etiā eq/  
les: igitur ex prima parte septime quinti ⁊ ex vndecima quinti eiusdē quadratum  
a. g. ad quadratum. a. c. sicut quadratum. d. b. ad quadratum. d. f. Quare ex scōda  
pte. 21. sexti proportio lineę. a. g. ad lineā. a. c. ē sicut lineę. d. b. ad lineā. d. f. ⁊ con  
iunctim. a. g. ⁊ a. c. ad. a. c. sicut. d. b. ⁊ d. f. ad. d. f. at vero. a. g. cum. a. c. sunt tan/  
q; duplum. a. b. ⁊ d. b. cum. d. f. tanquam duplum. d. e. quare dupla. a. b. ad. a. c.  
sicut duplum. d. e. ad. d. f. ⁊ permutatim duplum. a. b. ad duplas. d. e. sicut. a. c. ad  
d. f. sed duplum. a. b. ad duplum. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. ex. 15. quinti: igitur. a. b.  
ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. itaq; permutatim ⁊ euersim ⁊ conuersim ⁊ disiunctim et  
coniunctim: qd oportebat ostendere.

**Propositio .3.**

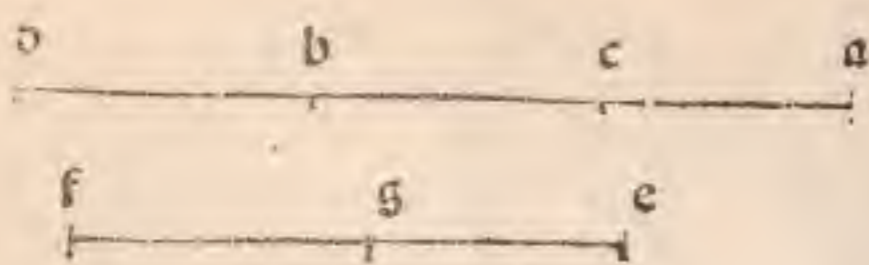


In iso latere exagoni sūm pportionē habentē mediū  
duoq; extrema maior eius portio erit latus decagoni cir  
cumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

**D** Sit linea. a. b. latus exagoni alicui⁹ circuli ⁊ diuisa secundū pporti  
onem habentem mediū duoq; extrema i puncto. c. sitq; maior por/  
tio eius. b. c. dico q; cuiuscunq; circuli. a. b. est latus exagoni eiusdem. b. c. erit la/  
tus decagoni. Adiungatur enim ad lineam. a. b. linea. b. d. que sit latus decagoni  
illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni: eritq; ex nona. 13. linea. a. d. diuisa secun  
dum pportionem habentem mediū duoq; extrema ⁊ maior portio eius erit







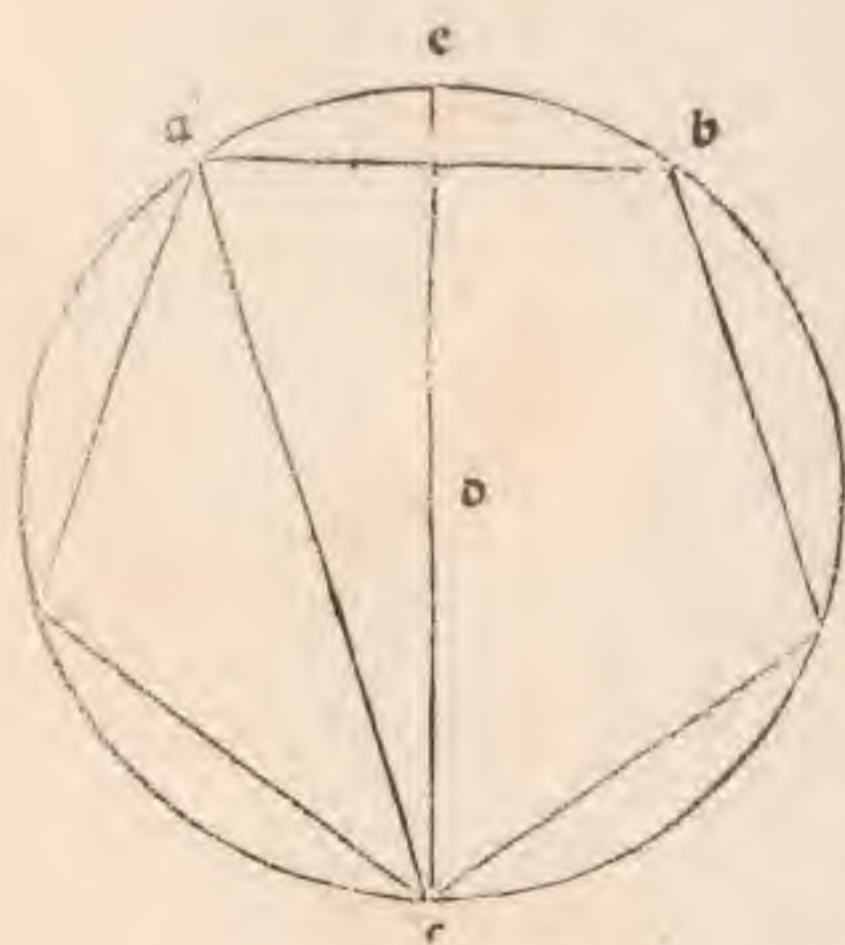
linea .a. b. cum igitur utraq; duarum linearum .a. b. et .a. d. sit diuisa fm pportione habentem medium duosq; extrema: igitur erit per premissa ambaz ipsaz ad sui maiores portiones una pportio. itaq; .d. a. ad .a. b. que est eius maior portio sicut .a. b. ad .b. c. que est etia eius maior portio sed .d. a. ad .a. b. sicut .a. b. ad .b. d. ex diffinitione linee diuise fm pportionem habentem medium duosq; extrema et maior portio eius: igitur ex undecima quinti .a. b. ad .b. d. sicut .a. b. ad .b. c. quare per secundam partem .9. quinti .b. d. et .b. c. sunt equales. cum ergo .b. d. sit latus decagoni erit quoq; ex coi scia .b. c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam .a. b. adiungat .b. d. equalis .b. c. eritq; ex .4. tredecimi tota .a. d. diuisa fm pportione habentem medium duosq; extrema et maior portio ei linea .a. b. itaq; per couersa .9. tredecimi qua continua post ipsa demonstramus cuius circuli linea .a. b. est latus exagoni eiusdem linea .b. d. ideoq; linea .b. c. sibi equalis e latus decagoni. Possumus itez idez alia via si libet demonstrare. Sit eni .e. f. equalis .a. b. que etia diuidat i .g. fm pportione habentem medium duosq; extrema et sit maior portio ei linea .f. g. stat igitur ex pmissa qd queadmod .a. b. e equalis .e. f. sic .a. c. e equalis .e. g. et .c. b. equalis .g. f. cumq; fuerit .b. d. adiuncta ad .a. b. lat<sup>o</sup> decagoni illi<sup>o</sup> circuli cui<sup>o</sup> .a. b. e lat<sup>o</sup> exagoni erit sicut prius dictu e ex .9. tredecimi tota .a. d. diuisa fm pportione habentem medium duosq; extrema et maior ei<sup>o</sup> portio erit linea .a. b. itaq; p pmissa .a. b. ad .b. d. sicut .f. g. ad .g. e. que p pma parte .15. sexti qd sit ex .a. b. in .g. e. equu est ei quod sit ex .b. d. in .f. g. cumq; .a. b. sit equalis .e. f. et erit qd sit ex .e. f. in .g. e. equu e ei qd sit ex .b. d. in .f. g. Sed quod sit ex .e. f. in .g. e. equu est quadrato .f. g. ex diffinitione linee diuise fm pportione habentem medium duosq; extrema et ex prima parte .16. sexti: igitur qd sit ex .b. d. in .f. g. est equale quadrato .f. g. ideoq; ex prima sexti linea .b. d. e equalis .f. g. et qd .f. g. e equalis .c. b. erit quoq; .c. b. equalis .b. d. et latus decagoni qd oportebat ostendere.

## Propositio .4.



Quadratū lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo .a. b. c. cuius centru .d. inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit .a. b. et protrahat diameter .c. d. e. diuidens lineam .a. b. et eius arcu per equalia. Est igitur arcus .a. e. medietas quinte partis circumferentie illius circuli quare arcus .a. c. e due quinte totius circumferentie: protrahant itaq; due linee .a. e. et .a. c. eritq; .a. e. latus decagoni equilateri eo qd eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. linea vero .a. c. erit que subtendit vni ex angulis pentagoni predicti: eo qd arcus .a. c. est due quinte partis circumferentie circuli: dico itaq; qd quadrata duarum linearum .a. b. et .a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee .d. e. est enim ex quarta secundi quadratum linee .c. e. quadruplum ad quadratum linee .d. e. Cum autem angulus .c. a. c. sit rectus ex prima parte .30. tertij. eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum .c. a. et .a. e. quadruplum ad quadratum .d. e. igitur quadrata trium linearum .c. a. et .a. e. et .d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee .d. e. et quia ex decima tredecimi libri quadratum .a. b. est equale quadratis duarum linearum .a. e. et .d. e. sequitur vt qua-





drata duarum linearum .a. b. z. c. a. sint quincuplum ad quadratum .d. e. quod est propositum.

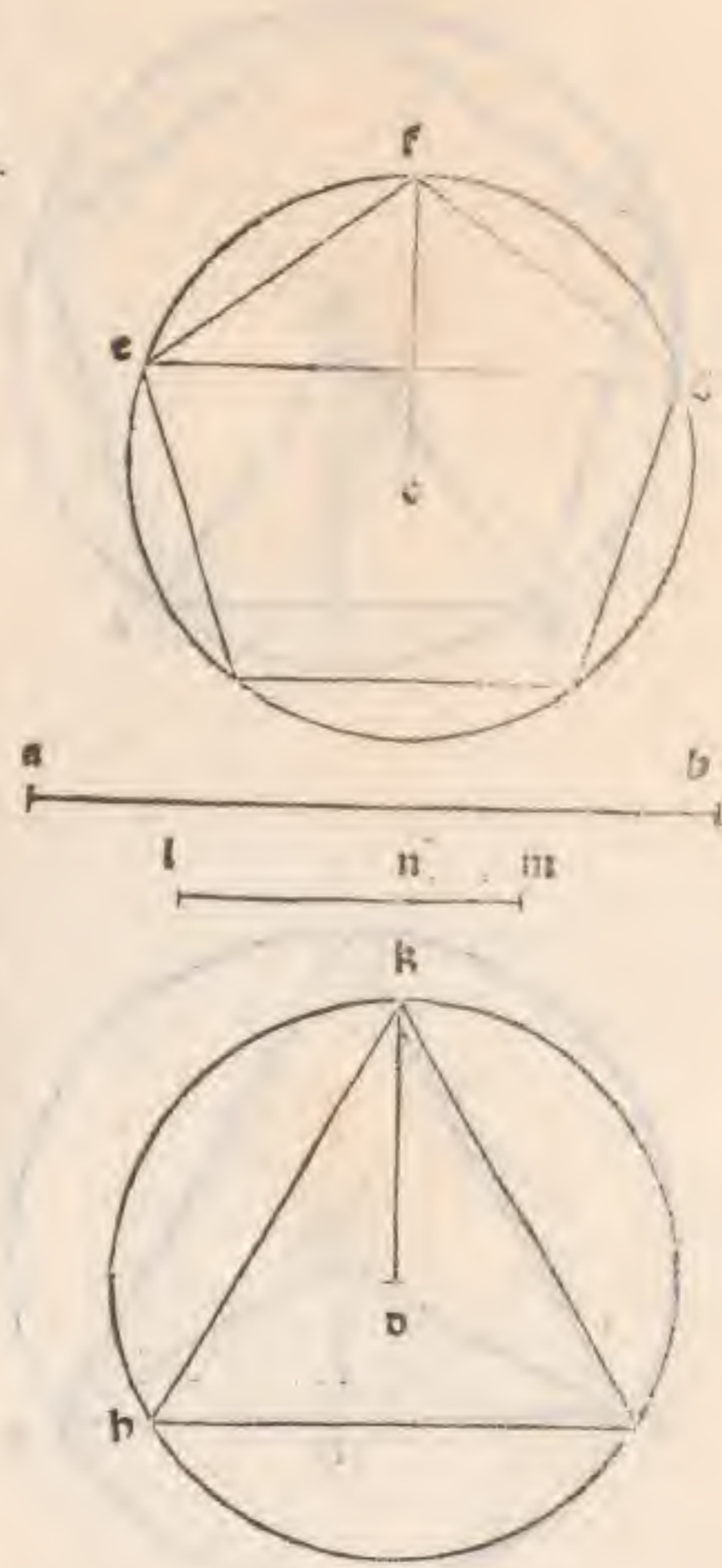
¶ Manifestum est ergo qd quadratum lateris cubi atq; quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum z figurā duodecim basium eadem sphaera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circūscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

¶ Istud correlariū vere manifestum est: constat enim ex demonstratione. 17. tredecimi libri qd latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubū z duodecedron vna eademq; sphaera circūscribit: itaq; p hanc quartam sine obice constat correlarium. zc.

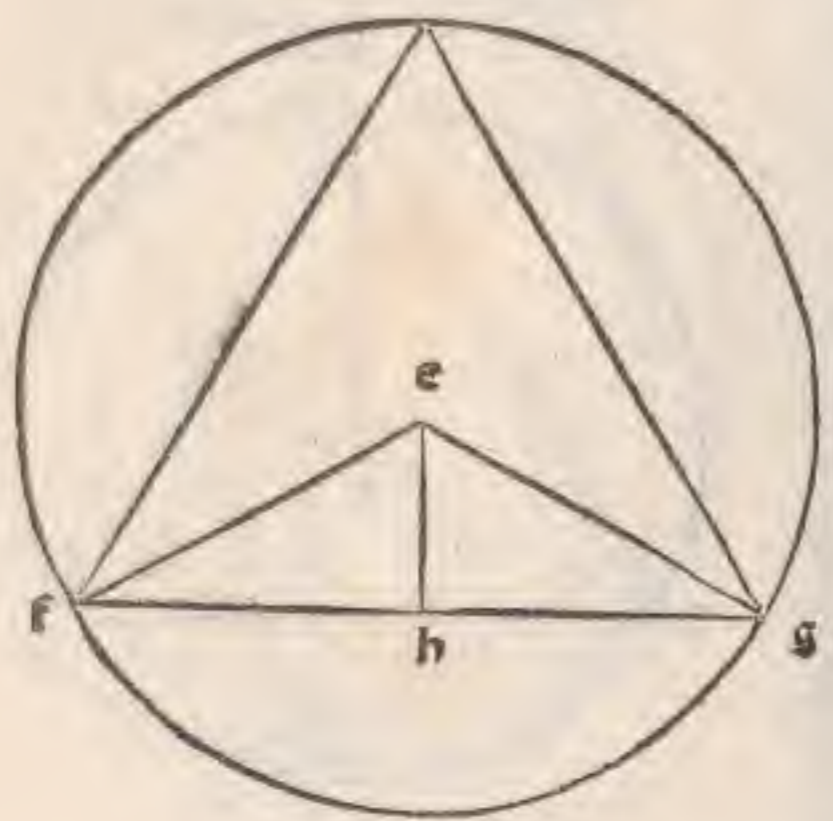
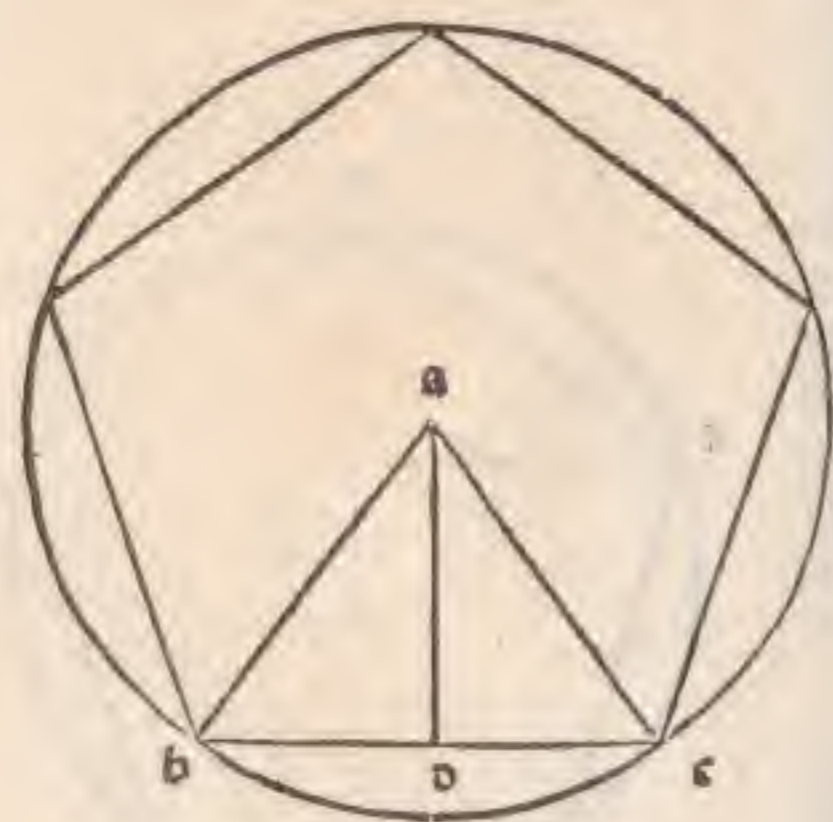
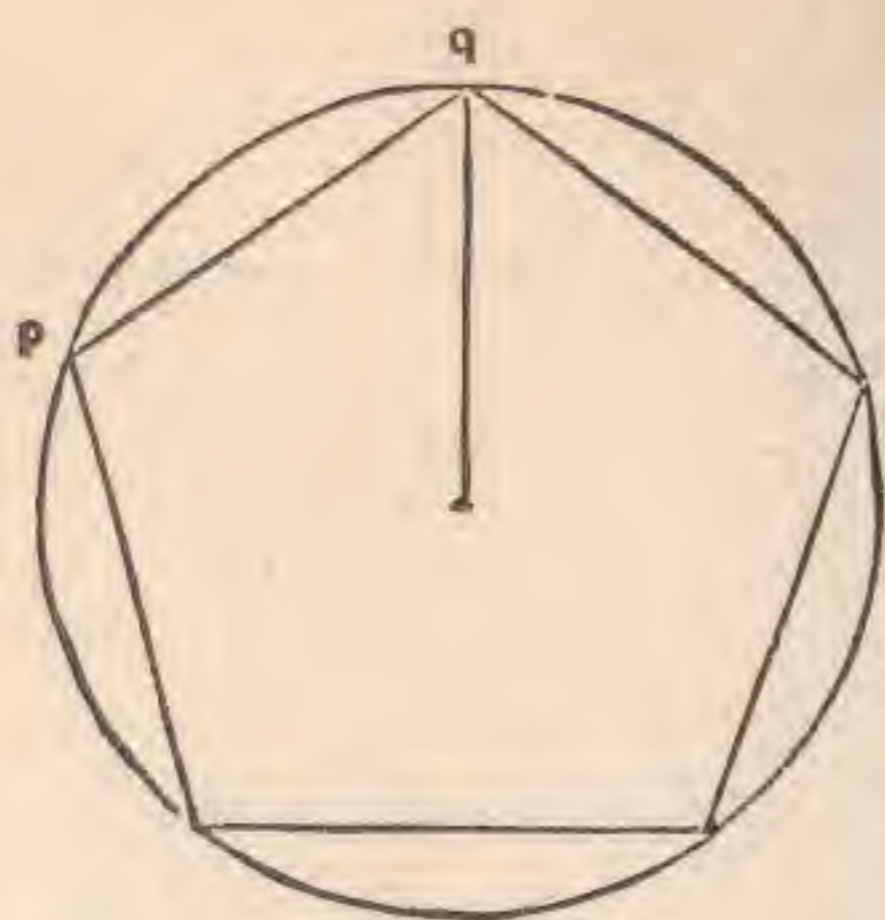
Propositio .5.

**P**entagonus figure duodecim basium triangulus q; figure viginti basium quos eadē sphaera circūscribit vno eodemq; circulo circūscribuntur.

¶ Sit sphaera cuius diameter .a. b. circūscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c. et ycoedron cuius vnus ex .20. triangulis sit. d. pentagono aut. c. z trigono. d. super duo centra .d. z .c. circūscribantur duo circuli huic qdē .f. c. ex. 14. qrti illi vero .f. d. ex. 5. eiusdē: dico itaq; qd hi duo circuli sphaeraz ppositaz quorum alter circūscribit pentagonū .c. alter vero trigonum .d. sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni .c. vnū ex suis angulis cōtinentia litteris .e. f. z .f. g. z protrahantur linea e. g. que subtendat angulum .f. z semidiameter circuli que sit. c. f. vnūq; ex lateribus trigoni .d. signentur litteris .k. h. z protrahatur semidiameter sui circuli que sit. d. k. dehinc sumat linea .l. m. ad quā sit linea .a. b. que ē diameter sphaere assignate quā cupla i potentia: q̄ quidē .l. m. diuidat i. n. s̄m proportionē habentem mediū duoz q; extrema sitq; maior portio eius linea .l. n. z s̄cōm quātitatē totius .l. m. lineetur circūsus .p. q. itaq; semidiameter circuli .p. q. sit equalis lineae .l. m. eritq; ex correlario. 15. quarti linea .l. m. tanq; latus exagoni equilateri circulo .p. q. inscripi. iōq; per tertiam huius linea .l. n. erit tanq; latus decagoni equilateri eidē circulo inscripti: igitur ex. 11. quarti inscribat pentagonus equilaterus circulo .p. q. cuius vnus latus sit. p. q. eritq; ex. 10. tredecimi libri quadratū .p. q. equalē quadratis duarum linearum .l. m. z .l. n. pariter acceptis. constat autem ex demonstratione. 16. tredecimi qd .h. k. est equalis .p. q. ergo quadratum .h. k. est equalē quadratis duarum linearum .l. m. z .l. n. piter acceptis. At vero ex demonstratiōe. 17. tredecimi. manifestū ē qd .e. g. ē latus cubi ab eadē sphaera circūscriptibilis: q̄re p correl. 14. tredecimi. a. b. q̄ ē diameter sphaere potentialiter ē tripla ad .e. g. q̄ ē latus cubi. s̄ aut. e. g. diuidatur s̄m p̄portionē h̄ntem mediū duoz extrema p; ex demonstratiōe. 17. tredecimi qd .e. f. ē tanq; maior portio eius: igitur ex secunda huius .e. g. ad .l. m. sicut .e. f. ad .l. n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem. itaq; per. 21. sexti quadratum .e. g. ad quadratum .l. m. sicut quadratum .c. f. ad quadratū .l. n. q̄re p. 13. quinti q̄drata duarum linearum .e. g. z .c. f. pariter accepta ad quadrata duarum linearum .l. m. z .l. n. piter accepta sicut quadratū .e. g. ad quadratū .l. m. ergo p. 15. quinti: et







mutatā pportionalitates z equā triplum duorum quadratorum duarum linearum e.g. z .e. f. piter acceptoz ad qdrata duarum linearum .l. m. z .l. n. pariter accepta sicut triplū quadrati. e.g. ad quadratū .l. m. triplū aut. e.g. quadrati est tāqz quadratū .a. b. ex conel. 14. tredecimi: at quadratū .a. b. ē per yporbesim quincuplū ad quadratū .l. m. ergo triplū quadrati. e.g. quincuplum quoqz ē quadrati. l. m. quare etiā triplum quadratoz duaz linearum. e.g. z .e. f. piter acceptoz ē quincuplū ad quadrata duaz linearum. l. m. z .l. n. piter accepta: z qz pbatū ē qz quadratū .b. k. ē equale quadratis duaz linearum. l. m. z .l. n. piter acceptis. sequit̄ ex cōi scia vt triplū quadratoz. e.g. z .e. f. sit quincuplū ad quadratū .b. k. cōstat aut̄ ex .s. tredecimi qz quincuplum quadrati. b. k. est quindecuplum ad quadratū .d. k. nam simplum est triplum. Et ex quarta hui⁹ cōstat qz triplū quadratoz. e.g. z .e. f. est quincuplū quadrati. c. f. nam simplū est quincuplū. itaqz quindecuplū quadrati. c. f. ē egle quindecuplo quadrati. d. k. ideoqz per .15. quinti quadratū .c. f. est equale quadrato. d. k. quare etiā linea. c. f. ē equalis linee. d. k. ergo ex diffinitione circuloz equaliū circulus circūscribens pentagonum. c. ē equalis circulo circūscribenti trigonū .d. quod erat ex principio demonstrādum. nam semidiametri horum circulozum sunt equales videlicet. c. f. z. d. k.

**Propositio .6.**



**Q**uadratū quoqz qd̄ est triangulū al' trigincuplū tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circūscribentis pentagonū figure duodecim basium ad latus pentagoni atqz sub latere ipsi⁹ pentagoni cōtinetur omnib⁹ superficiebus⁹ corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

**S**it pentagonus. a. vna ex .12. basibus figure duodecetri z vnū ex eius laterib⁹ sit. b. c. sibi qz ex .14. quarti circūscribat̄ circulus supra centz. a. z p̄trabant̄ linee. a. b. z. a. c. z. a. d. ppendicularis ad. b. c. dico ergo qz trigincuplū eius qd̄ sit ex a. d. in b. c. est equale omnibus superficiebus duodecetri piter acceptis. constat eni pentagonū .a. ēē diuisibile in quinqz triangulos equales triangulo. a. b. c. ex .8. p̄mi. itaqz omnes. 12. pentagoni duodecetri cum oēs sint equales z siles pentagono. a. diuisibiles sunt in .60. triangulos quoz quisqz p̄ .8. p̄mi. ē equalis triangulo. a. b. c. Qd̄ autē sit ex. a. d. in. b. c. est duplum p̄ .41. p̄mi. ad triangulū. a. b. c. ergo trigincuplum eius qd̄ sit ex. a. d. in. b. c. ē sexagincuplum ad triangulū. a. b. c. nā vt simplū ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaqz omnes duodecetri superficies p̄ter accepte sint etiā sexagincuplū ad triangulū. a. b. c. sequit̄ vt trigincuplū ei⁹ qd̄ sit ex. a. d. in. b. c. sit equale omnibus superficiebus duodecetri piter acceptis: qd̄ ē propositum.

**Propositio .7.**



**Q**uadratū quoqz qd̄ est triangulū al' trigincuplum tetragoni qui sub ppendiculari ducta a centro circuli ad lat⁹ sibi inscripti trianguli figure viginti basium atqz sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium piter acceptis.

**E**sto eni hic trigonus. e. vna ex .20. basibus figure ycoedri z vnū ex eis laterib⁹ sit .f. g. sibi qz ex .5. quarti circūscribat̄ circulus super centz. e. z p̄trabant̄ linee. e. f. e. g. z. e. h. ppendicularis ad. f. g. dico igit̄ qz trigincuplū ei⁹ qd̄ sit ex. e. h. i. f. g. ē egle oib⁹ superficiebus ycoedri piter acceptis. p̄stat eni trigonū .c. ēē diuisibile i tres trigonos quoz quisqz



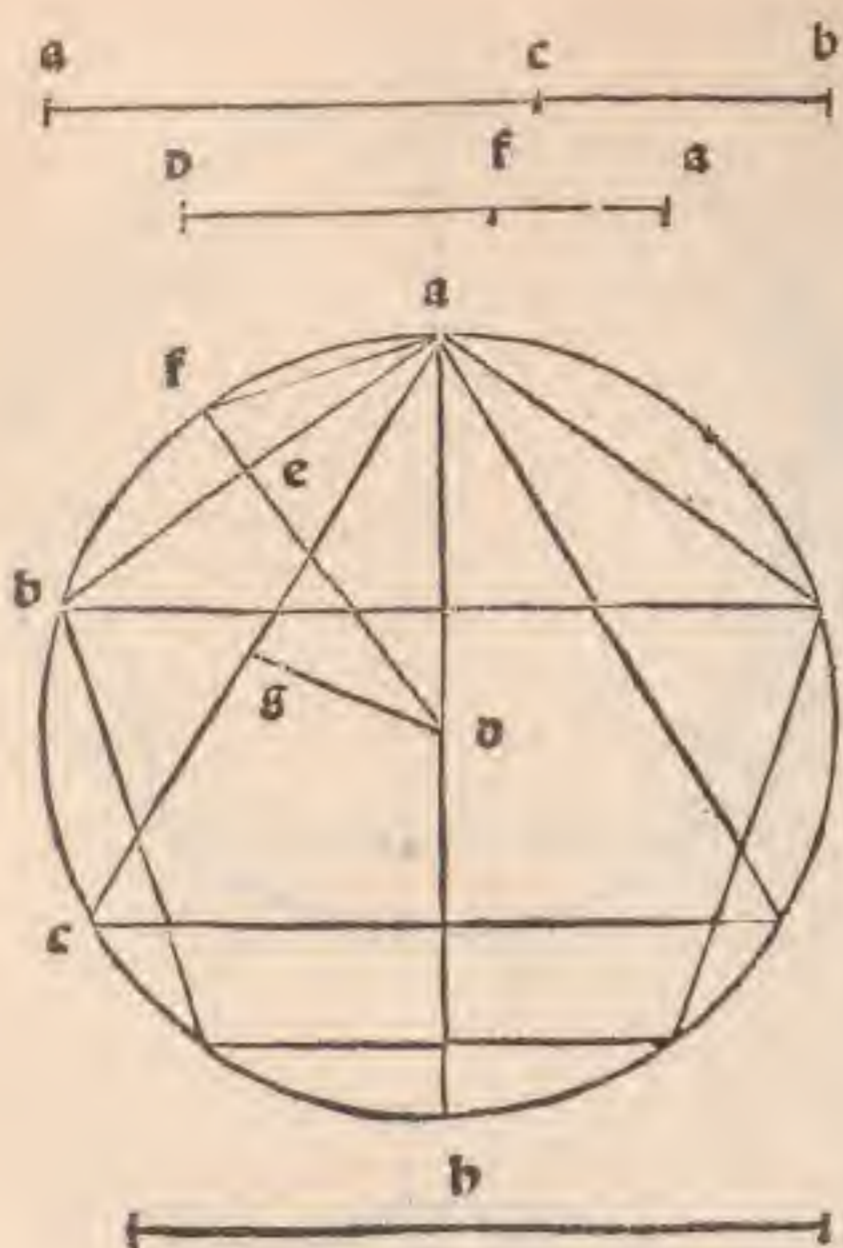
per octanā p̄mi ē equalis trigono. e. f. g. itaq; oēs. 20. trigoni ꝓcedri p̄ter accepti cum cuncti sint equales similes trigono. e. sūt tanq; sexagincuplum trigoni. e. f. g. & q; per. 14. p̄mi qđ sit ex. e. b. in. f. g. est duplū trigoni. e. f. g. idq; trigincuplū hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹: sequit̄ ut trigincuplū. e. b. in. e. f. sit equale oibus sup̄ficiēbus ꝓcedri p̄ter acceptis qđ erat demōstrādū. **M**anifestū igitur ē qđ ꝓꝓortio sup̄ficiēꝝ figure duodecim basiū in aliqua sphaera ꝓtente ad sup̄ficiēꝝ figure viginti basiū in eadē sphaera cōcluse: ē tanq; ꝓꝓortio tetragonū contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodecim basiū & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus pentagoni: ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti basiū & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus trianguli corporis viginti alchaidaz. **Q**đ per illud corol. ꝓcludit̄ vꝛꝛ esse siue figura. 12. basiū & figura. 20. basiū sint ab eadē sphaera circūscriptibiles vt ꝓponit̄: sine etiā fuerint circūscriptibiles a diuersis sphaeris: ꝓponit̄ autē ꝓut hec figure sint circūscriptibiles ab eadē sphaera qm̄ hoc modo valet & sufficit ad ꝓpositū. Et ergo cōmunis veritas sic ꝓꝓ. cōstat enī ex. 6. hui⁹ qđ trigincuplū. a. d. in. b. c. equū ē oibus sup̄ficiēbus duodecim p̄ter acceptis cuius pentagonus. a. est vna ex. 12. sup̄ficiēbus & ex hac. 7. ꝓstat silr qđ trigincuplū. e. b. in. f. g. equū ē oibus sup̄ficiēꝝ ꝓcedri p̄ter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 20. basiūbus siue illud duodecedron & istud ꝓcedron eadē sphaera circūscribat siue diuerse. itaq; ꝓꝓortio trigincupli. a. d. in. b. c. ad omnes sup̄ficiēꝝ illius duodecim p̄ter acceptas ē sicut trigincupli. e. b. in. f. g. ad omnes sup̄ficiēꝝ ꝓcedri p̄ter acceptas: vtrōq; enī est ꝓꝓortio equalitatis: quare permutatim trigincuplū. a. d. in. b. c. ad trigincuplū: e. b. in. f. g. sicut omnes sup̄ficiēꝝ illi⁹ duodecim ad omnes sup̄ficiēꝝ huius ꝓcedri & per. 15. quinti trigincupli ad trigincuplū ē sicut simpli ad simplū. **C**onstat igit̄ ꝓ. 11. quinti qđ ꝓꝓortio omniū sup̄ficiēꝝ illius duodecim ad oēs sup̄ficiēꝝ huius ꝓcedri ē ei⁹ quod sit ex. a. d. in. b. c. ad id qđ sit ex. e. b. in. f. g. & hoc ē qđ ex corolario ꝓponit̄.

**Propositio .8.**

**R**oportio cunctarū sup̄ficiēꝝ corporis duodecim basiū p̄ter acceptaz ad cūctas sup̄ficiēꝝ corpis viginti basiū p̄ter acceptas que ab vna sphaera abo circūscribunt̄ est tanq; ꝓꝓortio lateris cubi que circūscribit eadē sphaera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basiū.

**U**t ab huius. 8. demōstratiōis libri 14. ꝓcessu ambiguitas ois abscedat: istud ꝓscire oportet. **Q**đ si aliq; linea fm ꝓꝓortionē habentē mediū duoq; extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanq; dimidiū sue maioris portionis detrahatur: ipsa quoq; medietas fm ꝓꝓortionē habentē mediū duoq; extrema diuisa erit & ei⁹ maior portio ē tanq; dimidiū maioris sue duple. verbi grā sit. a. b. diuisa fm ꝓꝓortionē habentē mediū duoq; extrema in. c. & maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanq; dimidiū. a. b. & d. f. tanq; dimidiū. a. c. dico ergo qđ. d. e. diuisa ē i. f. fm ꝓꝓortionē habentē mediū duoq; extrema & maior portio ei⁹ ē. d. f. ꝓstat enī ex. 15. q̄nti qđ ꝓꝓortio. a. b. ad. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. vꝛꝛ dupluz ad dupluz tanq; simplū ad simplū q̄re ꝓmutati. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. igit̄ ꝓ. 19. q̄nti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b. ad. d. e. ē itaq; c. b. dupla ad. f. e. sic enī ē. a. b. ad. d. e. cū igit̄ tota. e. b. sit dupla ad totā. d. e. & sigle ptes. a. b. ad siglas ptes. d. e. q̄re ex. 15. q̄nti. 2. 11. ei⁹ dē & diuione linee





diuise fm pportioem bntem mediū duoꝝ extrema erit linea. d. e. diuifa i. f. que ad modū pponit. Nūc igit̄ demōstrationi eiꝰ qđ ppositū ē istam. Ad cuiꝰ exēplū sit a. b. c. circūlꝰ cuiꝰ centꝰ. d. circūscribēs pentagonū duodecedri ꝛ trigonū ꝛoccedri q̄ ambo piter eadē spha circūscribit ꝛ ꝛcludit. nā ex. 5. huiꝰ manifestū ē qđ idē circūlꝰ huiꝰ pentagonū ꝛ illiꝰ trigonū circūscribit. sit autē linea. a. b. latus pentagoni ꝛ li-  
 nea. a. c. trigoni. sitqꝫ linea. b. tanqꝫ latus cubi ab eadē spha circūscripti: dico ita-  
 qꝫ qđ pportio omniū supficiēꝝ duodecedri piter acceptaz ad oēs supficiēs ꝛoccedri piter acceptas ē sicut linea. b. ad lineā. a. c. ꝛ pducā quidē a centro. d. ꝛ ꝛpendiclaris ad. a. b. que transeat vsqꝫ ad circūferentiā secans. a. b. in puncto. e. ꝛ arcū eiꝰ i pun-  
 cto. f. hanc autē ꝛꝛpendicularē ꝛstat diuidere p equalia tā lineā. a. b. qꝫ eius arcum chordā quidē. a. b. p scđam ꝛtē tertie tertij: arcū vero eiꝰ p quartā ꝛmi ꝛ. 27. tertij. ē igit̄ arcus. f. a decima ꝛs circūferentie. subtendat itaqꝫ sibi chorda. a. f. q̄ erit latus decagoni equilateri eiusdē circūli. erit igit̄ ex. 9. tredecimi linea constans ex. d. f. f. a diuifa fm pportioē habentē mediū duoꝝ extrema. ꝛ maiorꝰ portio eius erit linea d. f. At vero ex prima huiꝰ. d. e. ē equalis dimidio. d. f. dimidioꝝ. f. a. i longū di-  
 rectūꝫ cōiunctis. Sit igit̄. d. g. ꝛꝛpendicularis ad. a. c. eritqꝫ ex conelario. 8. trede-  
 cimi. g. d. tanqꝫ dimidiū. d. f. itaqꝫ si a linea. d. e. q̄ est tanqꝫ dimidiū. d. f. a. cū. d. f. ꝛ. f. a. sit linea vna: detrahāqꝫ eqliꝫ. d. g. q̄ ē tanqꝫ dimidiū. d. f. erit p illud qđ an-  
 te hoc ꝛbatū ē linea. d. e. diuifa fm pportioē habentē mediū duoꝝ extrema et maiorꝰ portio erit tanqꝫ. g. d. ex demōstratione autē. 17. tredecimi cōstat qđ si linea b. q̄ ē latus cubi diuidatqꝫ fm pportioē habentē mediū duoꝝ extrema maiorꝰ por-  
 tio eius erit tanqꝫ. a. b. q̄ ē latus pentagoni figure. 12. basiū. itaqꝫ ꝛ scđam huiꝰ pportio. b. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. quare p primā ꝛtē. 15. sexti: qđ ꝛuenit ex b. in. g. d. equū ē ei qđ fit ex. a. b. in. d. e. Ex conelario autē ꝛmissē manifestum est qđ pportio omniū supficiēꝝ duodecedri cuiꝰ latus. a. b. piter acceptaz ad oēs su-  
 perficiēs ꝛoccedri cuiꝰ latus. a. c. pariter acceptas ē sicut eius qđ fit ex. a. b. in. d. e. ad illud qđ fit ex. a. c. in. g. d. igit̄ ex prima ꝛtē. 7. quinti ꝛ. 11. eiusdē pportio eiꝰ qđ ꝛuenit ex. b. in. g. d. ad illud qđ ꝛuenit ex. a. c. in. g. d. ē sicut omniū supficiēꝝ illiꝰ duodecedri ad oēs huiꝰ ꝛoccedri. At vero eius qđ ꝛuenit ex. b. in. g. d. ad illud qđ ꝛuenit ex. a. c. in. g. d. ē ꝛ ꝛ primam sexti sicut. b. ad. a. c. itaqꝫ ꝛ. 11. quinti ꝛo-  
 portio omniū supficiēꝝ illius duodecedri ad oēs huiꝰ ꝛoccedri ē sicut. b. ad. a. c. quod ē ppositū. hoc ipsū aliter ꝛobare poterimꝰ. si ad ipsū huiꝰ. antecedens ne-  
 cessarium ꝛmiserimꝰ quod est. ¶ Si circulo cuiꝰlibet pentagonus equilate-  
 nus inscribatur rectangulū qđ sub dōdrante diametri ipsius circuli et sub dextante ipsius lineę angulū ipsius pentagoni subtendentis con-  
 tinetur eidē pentagono equū eē ex necessitate oportet. ¶ Maiores. noi-  
 stri vnūqꝫqꝫ integꝫ in. 12. ꝛtes eqliꝫ intellectu ꝛ rōne diuiserūt oēsqꝫ eas sif. hoc ē ipm totū assem: vocauerūt vndecim vero eaz dixerūt deuncē. decē autē dextanteꝫ. nouē dōdrantē. octo vero bisse. at septūcē septatē vel quicūcē. sex autē semis: quiqꝫ quinquicē. q̄tuor trientē. tres autē q̄dratē. duas vero sextatē. vnā autē appellauerūt vnciā easqꝫ p ordinē talibꝰ designauere figuris q̄ sepissime iuueniūt i antiqꝫ libris

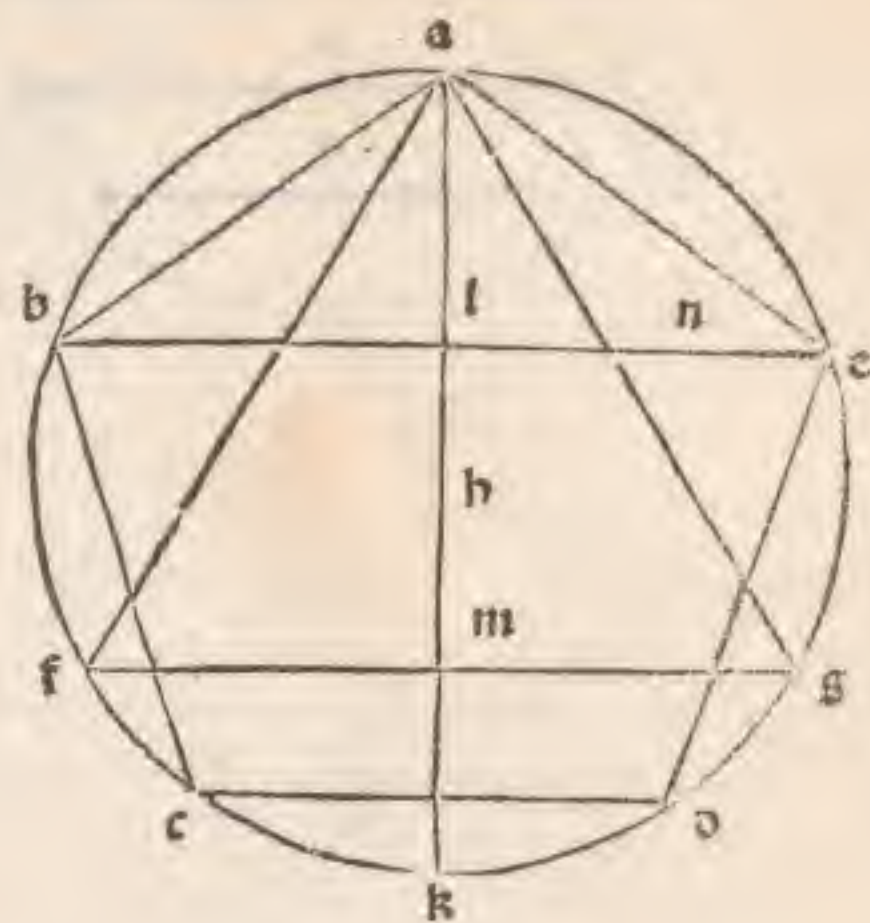
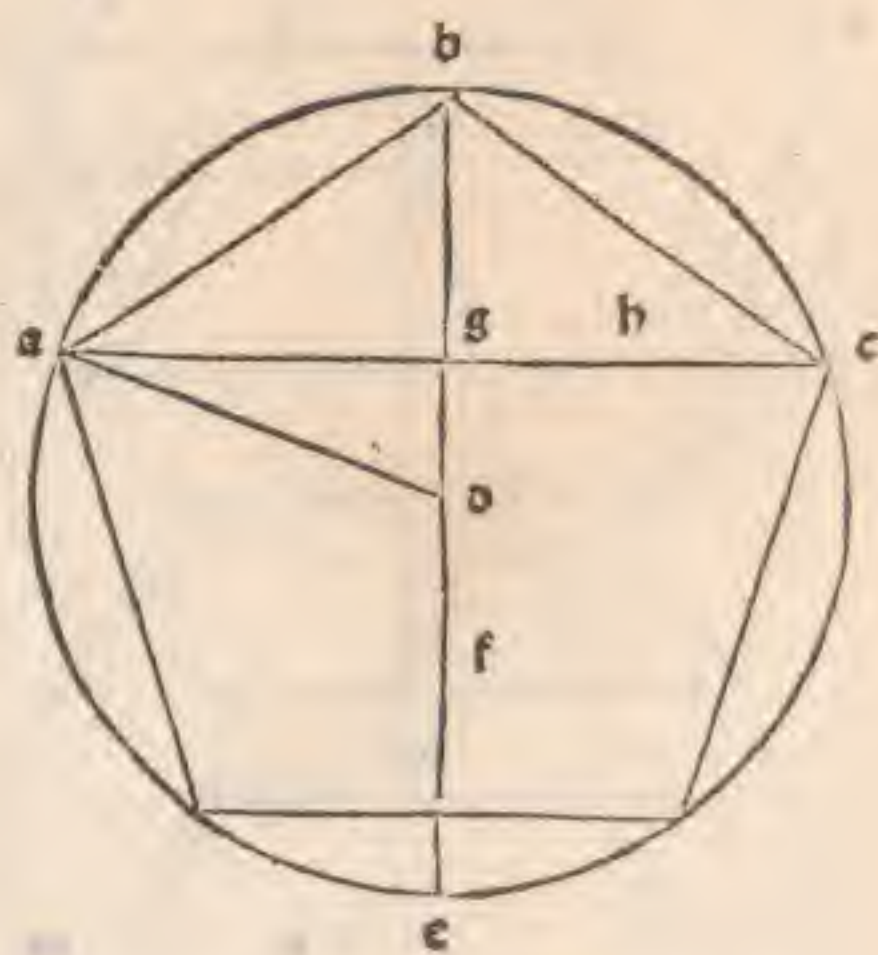
7	fff	fff	ff	ff	f
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx
S	ff	ff	f	f	f
Semis	Quantunx	Trient	Quadrās	Sextans	Vncia



¶ Vnciā quoq; quā duodecimā ptē assis fore dixim⁹ i alias rur⁹. 12. fractiōes. Sz  
 alia via diuiserūt. nā medietatē vncie dixerūt semivnciā. tertiā vero duellā. quartā  
 sicilicū. sextā sexulā. octauā dragmā. duodecimā semissī. lam. decimā octauā tremis  
 sem. vigesimā quartā scrupulū. quadragelimā octauā obulū. septuagesimā secūdā  
 bisliquā. nonagesimā sextā ceracē. Ultima vero q̄ ē centesima quadragelima q̄r  
 ta ps ipius vncie siliquā nominauerūt. his aut. 12. fractionibus vncie postero:es  
 adiungere cal.ū. Est aut calcus centesima nonagesima scōa ps vncie: cui⁹ additio/  
 nis cā fuit vt vsq; ad minimā extremū diatesserōn ⁊ diapente simphoniaz tonoz  
 semitonozq; interuallis distinctaz haz fractionū denoiatio cōscēderet vl cōtende  
 ret ⁊ ipsas omnes fm ordinē talibus annotauere figuris.

L 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24  
 Semivnciā Duella Sicilic⁹ Sexula Dragma Emiffela Tremissis  
 24 48 72 96 144 192  
 Scrupulus Obulus Bisliqua Cerates Siliqua Lalus

¶ Eius ergo qd dicitur: sens⁹ ē: qd si in aliquo circulo pentagon⁹ eq̄lateris inscribat  
 illud qd sit ex trib⁹ q̄rtis diametri circuli i quinq; sextas lineē subtēdetis vnū ex an  
 gulis inscripti pentagoni cōle ē pentagono. verbi grā. Sit circū. a. b. c. sup cētz. d  
 ei⁹ ex. 11. q̄rti inscribat pentagon⁹ eq̄later⁹ cui⁹ duo latera vnū ex suis angulis  
 p̄nētia sint. a. b. ⁊ b. c. ⁊ anglo. b. subtendat lineā. a. c. ⁊ p̄trabat diameter. b. d. c  
 secās lineā. a. c. p̄ eq̄lia in puncto. g. sitq; d. f. medietas. d. e. ⁊ g. b. dupla ad b. c.  
 eritq; b. f. dodrās diametri: ē enī tres q̄rte ipsi⁹ ⁊ a. b. erit dextrās vel sextās. a. c. ē  
 enī. 5. sexte eius: p̄trabat aut lineā. a. d: dico qd illud qd puenit ex. b. f. in. a. b. ē e/  
 q̄le p̄tagono inscripto circulo. cū enī. a. g. sit p̄pendicularis ad. b. d. crit ex. 41. p̄mi  
 ⁊ illud qd puenit ex. b. d. in. a. g. duplū ē ad triangulū. a. b. d. iōq; qd puenit ex. b.  
 f. in. a. g. triplū erit ad eundē triangulū ⁊ qd puenit ex. b. f. in. b. g. duplū ⁊ ex. b.  
 f. in. totā. a. b. quincuplū. cū itaq; totus pentagon⁹ quintupl⁹ sit ad eundē trianglū  
 cōstat qd istud qd sit ex. b. f. in. a. b. ē cōle pentagono ⁊ illud erat demōstrādū. Qd  
 igit ex p̄ncipio p̄positū ē nunc alia via sicut p̄misim⁹ demōstrāre. sint itaq; circū  
 lo cui⁹ centz. b. inscripti pentagon⁹ figure. 12. basiū ⁊ trigon⁹ figure. 20. basiū q̄s  
 eadem spha circūscribit. Cōstat enī ex. 5. hui⁹ qd hui⁹ duodecetri pentagon⁹ ⁊ il  
 lins yccedri trigon⁹ ab eodē circulo circūducent. sitq; pentagon⁹. a. b. c. d. e. ⁊ tri  
 gonus. a. f. g. ⁊ angulo. a. pentagoni subtendat lineā. b. e. q̄ ex demōstratione. 17.  
 tredecimi erit lat⁹ cubi quē eadē spha cōcludit: p̄trabat itaq; diameter. a. b. k. se/  
 cans orthogonaliter ⁊ p̄ equalia vtrāq; duaz lineaz. b. c. ⁊ f. g. hāc qdē i puncto. l  
 illā vero in p̄ctro. m. dico qd p̄portio oīnz sup̄ficieꝝ duodecetri ad oēs yccedri  
 quoz pentagon⁹ ⁊ trigonas p̄posito circulo sint inscripti ē sicut lineē. b. e. que est  
 latus cubi ab eadē spha conclusi ad lineam. f. g. que est latus trigoni yccedri. cōi  
 stat enī ex corollario octauē tredecimi qd lineā. b. m. ē dimidiū lineē. a. b. iōq; a.  
 m. erit dodrans diametri. a. k. ē enī eius tres quarte. sit ergo. l. n. dupla ad. n. e.  
 eritq; b. n. dextrās. b. c. est enī quita ei⁹ sexte. itaq; per p̄misim⁹ aut qd p̄uenit  
 ex. a. m. in. b. n. erit equale pentagono. a. b. c. d. e. qd autē puenit ex. a. m. in. m. f. ē  
 equale triangulo. a. f. g. igit ex prima sexti p̄portio pentagoni ad trigonū est sicut  
 b. n. ad. m. f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni sine  
 duod:cupli lineē. b. n. ad vigincuplū lineē. m. f. qd ex. 15. quinti ⁊ equa propoz/  
 tionalitate manifestum est duodecuplū autē. b. n. ē tanq; decuplū. b. c. nā. 12.





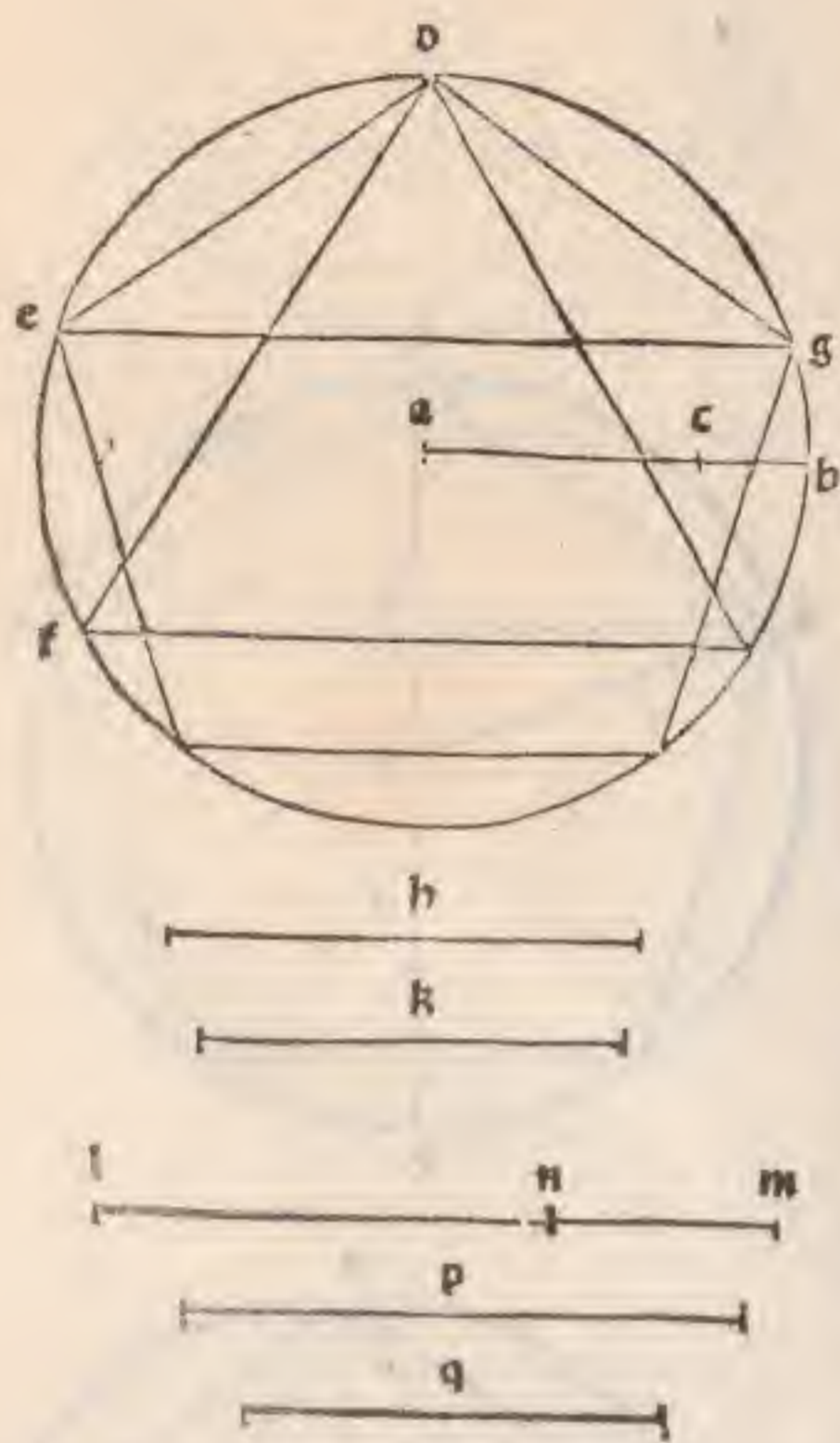
vertates cocquāt. x. affes hoc est. x. tota: vigintuplū vero. m. f. ē tanq̄z decuplū. f. g. nam. f. g. est dupla ad. m. f. igit̄ duo decupli istius pentagoni ad vigintuplū istius trigoni est sicut decupli. b. e. ad decuplū. f. g. z q̄z duodecuplū illi pentagoni ē oēs superficies duodecetri: vigintuplū autē huius trigoni est omnes superficies ycedri z quia per. 15. quinti decupli. b. e. ad decuplū. f. g. sicut. b. e. simple ad. f. g. simplam erit per. 11. quinti p̄portio omniū superficiez duodecetri pariter acceptaz ad oēs superficies ycedri pariter acceptas sicut. b. e. ad. f. g. Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

**Propositio .9.**



**D**ivisa quilibet linea scdm p̄portionē habētē mediū duoqz extrema erit p̄portio linee potētis supra totā lineā et q̄z maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiūsdēqz minorē portionē tāqz p̄portio lateris cubi ad lat̄ trianguli corpis viginti basiū vna cū cubo ipso i eadē spha p̄tenti.

**S**it linea. a. b. diuisa scdm p̄portionē habētē mediū duoqz extrema z maior portio eius sit linea. a. c. z super centz. a. fm̄ quantitatē linee. a. b. describā circū d. b. e. eiūz inscribā ex. 11. quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d. e. z ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnū latus sit. d. f. z vni ex angulis pentagoni qui sit. d. subtendatur linea. e. g. Constat igit̄ ex. 5. hui⁹ q̄ spha circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est. d. e. circūscribit sil ycedron cuius trianguli latus ē. d. f. z ex demōstratione. 17. tredecimi manifestum ē q̄ eadem spha circūscribit cubum cuius latus est. e. g. sumat̄ ergo linea. b. potēs super totam. a. b. z eius maiorē portionem. a. c. z sumat̄. k. potens super totam a. b. z minorē eius portionem. b. c. dico itaqz q̄ p̄portio. e. g. ad. d. f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycedri vna cū ipso cubo ab ipsa spha contentitē sicut. b. ad. k. constat q̄dē q̄d ex correlario. 15. q̄rti q̄. a. b. ē tanq̄z lat̄ exagoni equilateri circulo. b. d. e. inscripti: igit̄ ex tertia huius. a. c. est tāqz latus decagoni eiusdē circuli itaqz per. 10. 13. d. e. potens ē super totā. a. b. z eius maiorē portionē. a. c. quare. d. c. est equalis. b. nā quadratum vtriusqz earum tantū est quantū quadrata duaz lineaz. a. b. z. a. c. p̄ter accepta: p̄z autē ex octaua. 13. q̄. d. f. est tripla. potentialiter ad. a. b. At vero ex. 5. eiusdē patet q̄. k. quoqz tripla est potentialiter ad. a. c. ergo ex secunda parte. 21. sexti p̄portio. d. f. ad. a. b. ē sicut. k. ad. a. c. quare p̄mutati. d. f. ad. k. sicut. a. b. ad. a. c. z quia ex demōstratione. 17. tredecimi manifestū ē q̄ si e. g. diuidat̄ fm̄ p̄portionē habētē mediū duoqz extrema maior portio eius erit tā q̄z. d. e. erit p̄ scdm huius p̄portio. e. g. ad. d. e. sicut. a. b. ad. a. c. q̄re p. 11. quinti erit quoqz. e. g. ad. d. e. sicut. d. f. ad. k. z p̄mutati. e. g. ad. d. f. sicut. d. e. ad. k. Et q̄z per primā ptē. 7. quinti. d. e. ad. k. sicut. b. ad. k. eo q̄. d. e. z. b. sunt equales erit per. 11. quinti. e. g. ad. d. f. sicut. b. ad. k. q̄d est propositū. Nō solū autē est p̄portio e. g. lateris cubi ad. d. f. latus trianguli ycedri sicut. b. ad. k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnus ad alterā: quarum altera potest sup totā quālibet lineam diuisam fm̄ p̄portionem habentem mediū duoqz extrema z sup eius maiorē portionē: altera vero super totam z eius minorē portionē. nā singularaz linearum taliū ē p̄portio vna: verbi gratia. maneāt p̄iores p̄theses circa lineas. a. b. b. z. k. z sumatur quoqz quilibet alia linea q̄ sit. l. m. diuisa fm̄ p̄portionē habētē mediū duoqz extrema in. n. z portio maior sit. l. n. sitqz linea. p. potens super totam. l. m. z eius maiorē portionem. l. n. z linea. q. sit potens





super totam. l. m. z eius minore portionē. m. n. dico ergo qd pportio. p. ad. q. est si cut. b. ad. k. constat enī ex scōa hui⁹ qd. b. a. ad. a. c. ē sicut. l. m. ad. l. n. ergo p pnam ptē. z. sexti quadrati. b. a. ad quadratū. a. c. ē sicut quadrati. m. l. ad quadratū. n. l. quare conūctim quadrati. b. ad quadratū. a. c. sicut quadrati. p. ad quadratū. l. n. z permutatim quadrati. b. ad quadratū. p. sicut quadrati. a. c. ad quadratū. l. n. Eodē argumētationis genere sequit̄ qd pportio quadrati. k. ad quadratū. q. est si cut quadrati. c. b. ad quadratū. m. n. z qd ex scōa hui⁹ exprīma ptē. z. sexti qua dratū. a. c. ad quadratū. l. n. sicut quadratū. c. b. ad quadratū. m. n. erit ex. ii. quiti quadratū. b. ad quadratū. p. sicut quadratū. k. ad quadratū. q. quare p scōam ptē z. sexti. b. ad. p. sicut. k. ad. q. Et pmutatim. b. ad. k. sicut. p. ad. q. qd erat demon / strandū. z ne quisq; dubitationis locus ea que demonstrāda restant obsuscet: pre / mittenda adhuc arbitramur quedā quibus sequētia firmo demonstratiōis roborē incōcussa permaneant.

**¶** Si aliqua plana superficies speram quālibet secet cōis differentia plane superficiē secantis z curue superficiē spere erit circumferentiā continens circulum.

**¶** Sit igit̄ aliqua plana superficies secans speram z sit linea. a. b. cōis sectio supficiē secantis z superficiē spere. dico qd linea. a. b. est circumferentiā circuli. aut enī centrum spere est in plana superficie secante. aut extra. Qd si fuerit in ea ponat̄ vbiq; p̄ri gerit z sit. c. Quia ergo tota linea. a. b. ē in superficie spere z qd omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circumferentiā sunt equales quēadmodū constat ex diffinitio ne spere. sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineā. a. b. sint equales. ē igit̄ ex diffinitione circuli superficies quā continet linea. a. b. circulus z eius centz ē. c. videlicet idē qd centz spere. si aut̄ centrū spere fuerit extra superficiē secantē: ponatur ergo vbiq; qd sit. d. a quo fm doctrinā. ii. vndecimi ducat̄ linea. d. c. perpen / dicularis ad superficiē secantē z p̄trabānt ab eodē centro. d. due linee recte quōcūq; contingat ad lineā. a. b. que sint. d. a. z. d. b. z iungat̄. c. cū. a. z cū. b. eruntq; due li nee. d. a. z. d. b. equales eo qd ipse sunt a centro spere ad superficiem eius: ex diffi / nitione autē linee perpendicularis ad superficiē. manifestū est qd anguli. d. c. a. z. d. c. b. sūt recti: ideoq; ex penul. primi z ista cōi scia: que equalibus sūt equalia iter se sunt equalia: erunt quadrata duarū lineaz. c. d. z. c. a. pariter accepta equalia qua / dratis duarū lineaz. d. c. z. c. b. pariter acceptis: dempto itaq; vtrinq; quadrato. d. c. erit quadratū. c. a. equale qdrato. c. b. quare z linea. c. a. linee. c. b. Eodē argumē tationis genere necesse est omnes lineas ductas a puucto. c. ad lineā. a. b. eē cōles ergo ex diffinitione circuli superficies quā continet linea. a. b. est circulus z ei⁹ centz est. c. quod est propositum.

**¶** Ex hoc itaq; manifestum est qd cum superficies secat speram super centrum eius sector pueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere. Cum autem superficies se cat speram non super centrum eius sector quoq; pueniens i super ficie spere est linea continēs circulū cuius centz ē punctus ille in quo incidit ppendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

**¶** Amplius autem dico qd

**¶** Si in spera aliqua fuerint circuli equales ppendiculares ducte a cē tro spere ad superficies illozū circulozū erunt adinucem equales.





Sint in sphaera cuius centrum .a. signati duo circuli .b. z. c. equales ad quorum superficies praeabant a centro sphaerae videlicet a puncto .a. perpendiculares sicut quod docet .11. v. n. decimi: ad hunc quidem .a. b. ad illum autem .a. c. dico quod duae lineae .a. b. z. a. c. sunt aequales: praeabant enim a punctis .b. z. c. singulae lineae recte ad circumferentias illorum circumloz put libuerit: in hoc quidem .b. d. in illo autem .c. e. z. iungantur .a. cum .d. z. cum .e. erit quod ex definitione lineae supra superficie perpendiculariter stantis utriusque duorum angulorum .a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte praemissi correlarij. Manifestum est quod duo puncta .b. z. c. sunt centra circumloz .b. c. ideoque duae lineae .b. d. z. c. e. sunt semidiametri eorum: qui circuli cum ponantur equales sequitur ex definitione equalium circumloz has semidiametros esse aequales: z. quia duae lineae .a. d. z. a. e. sunt aequales quod sunt ductae a centro sphaerae ad eius superficie: erunt ex penultima primi duae perpendiculares .a. b. z. a. c. aequales quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

## Propositio .10.



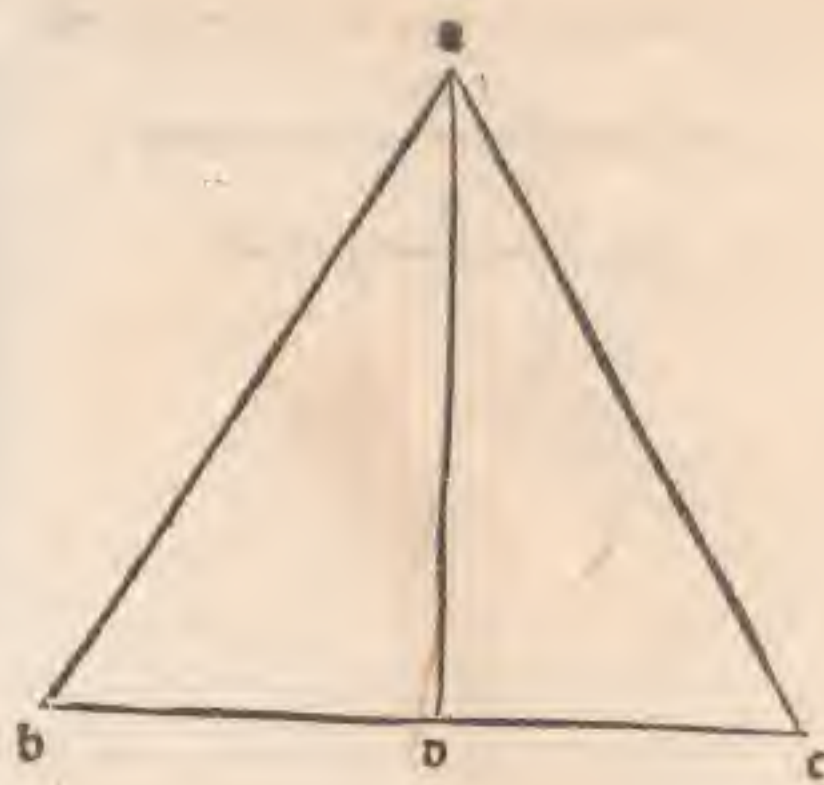
**P**roportio corporis duodecedri ad corpus ycoedri quae ambo una eademque sphaera includit: est sicut omnium superficierum eius prae acceptarum ad omnes superficies illius prae acceptas. Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate Aristotei z. apollonij commemoravimus cuius demonstratio ex his quae praemissa sunt evidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est quod circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri: reliquum vero trigonum ycoedri quae ambo corpora sphaera una cohaerent sunt adinvicem aequales: itaque erunt perpendiculares a centro sphaerae ad superficies omnium circumloz circumscribentium pentagonos huius duodecedri z. trigonos illius ycoedri in eorum centra cadentes adinvicem aequales sicut ex praemissis manifestum est nam omnes hi circuli teste .5. huius sicut dictum est aequales sunt sibi adinvicem pyramides: igitur quae sunt bases pentagoni duodecedri conum autem earum sunt centra sphaerae atque pyramides quae sunt bases sunt trigoni ycoedri: z. conum earum similiter centrum sphaerae sunt aequae alte cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes: pyramides autem aequae altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in .6. duodecimi probatum est: itaque proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni ycoedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. idemque per .24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigonus ycoedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. haec autem .12. pyramides quae sunt bases .12. pentagoni duodecedri sunt tanquam totum corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanquam omnes superficies eius: itaque proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonum ycoedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum ycoedri. quare rursus ex .24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigintuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus ycoedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigintuplum trigoni ycoedri. cum igitur vigintuplum huius pyramidis sit tanquam totum corpus ycoedri ad vigintuplum istius trigoni tanquam omnes superficies ipsius ycoedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycoedri quae ambo una eademque sphaera includit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri prae acceptarum ad omnes superficies corporis ycoedri prae acceptas. hoc autem est praedictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaque demonstratione roborata.



cui quoque adijciendum est hoc. nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycededri una cum ipso cubo ab eadem sphaera conclusi sit sicut proportio omnium superficies corporis duodecedri piter acceptaz ad omnes superficies ipsius ycededri in eadem sphaera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est: erit ex. 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycededri que ambo sphaera una circūvoluit tāq; p/ portio lateris cubi eidēq; sphaere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycededri. Amplius autē q; diuisa qualibet linea sicut proportione habentē mediū duoq; extrema est proportio linee potentis super totā et eius maiorē portionē ad lineā potentē super totā et eius minorē portionē sicut lateris cubi alicui sphaere inscripti ad latus trigoni corporis ycededri ab eadem sphaera circūducti sicut ex. 9. huius demonstratum ē erit etiā ex. 11. quinti ut diuisa qualibet linea sicut proportione habentē mediū duoq; extrema sit proportio linee potentis super totā et eius maiorē portionē ad lineā potentē super totā et eius minorē portionē veluti proportio corporis duodecedri ad corpus ycededri que ambo una atq; eadē sphaera circūscribit. Ex dictis igit manifestum est q; proportio lateris cubi alicui sphaere inscripti ad latus trigoni ycededri ab eadem sphaera circūscripti. itemq; proportio cunctaz superficies duodecedri ad cunctas superficies ycededri que ambo super eadē sphaera circūscribit. Et rursus proportio linee potentis super quālibet lineā diuisā sicut proportione habentē mediū duoq; extrema et super eius maiorē portionē ad lineā potentē super eandē et super eius minorē portionē atq; itez proportio corporis duodecedri ad corpus ycededri que ambo una eademq; sphaera cohercet est proportio una. Mirabilis itaq; est potentia linee sicut proportione habentē mediū duoq; extrema diuise: cui cum plurima philosophātū admiratione digna cōueniāt hoc pncipiū vel pncipiū ex superiorū pncipioz inuariabilī pcedit natura ut tā diuersa solida tum basium numero tum etiā figura irrōnali quadam simpbonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est q; proportio duodecedri corporis ad ycededron corpus q; ambo sphaera una co/ ambit est quasi proportio linee potentis super quālibet lineā sicut pfectā proportionē diuisā et super eius maiorē partem ad quālibet lineā potentē super eandem et eius minorē partem. quoniā vero de tribus ceteris corporib; regularibus nō habent; aliquid dictū studeam; de ipsis aliquid dicere. **Propositio .11.**

**I**n omni triangulo equilatero si ab uno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsā perpendicularē potentialr sexquiterciū eē pueniet. **S**it enī triangulus equilaterus. a. b. c. ducaturq; ab angulo. a. linea a. d. perpendicularis ad basim: dico q; a. b. ē potentialr sexquiterciū ad a. d. sunt quidē ex. 5. pmi duo anguli. b. et c. eēles et quia anguli ad. d. sunt recti erit p. 26. pmi linea. b. c. diuisa p equalia in pūcto. d. itaq; ex quarta scōi quadratū b. c. qdruplū ad qdratū. b. d. idēq; etiā qdratū. a. b. qdruplū ē ad qdratū. b. d. Est enī triangul; equilater; qre p penul. pmi qdrata duaz lineaz. a. d. et b. d. pariter accepta quadruplū sūt ad qdratū. b. d. itaq; qdratū. a. d. triplū ē ad qdratū. b. d. cōstat ergo ppositū. **Propositio .12.**

**O**mnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale superficies medialis eē pbat. **S**it ut prius triangulus. a. b. c. equilaterus et sit latus eius. a. b. rōnale siue i longitudine siue i potentia tū dico itaq; q; ipse triagulus ē superficies medialis: ducat enī ppedicu/





latis. a. d. ab angulo. a. ad basim: critq; ex premissa et ex. 6. decimi et dione super/  
ficii ronalis quadratū linee. a. d. ronale et linea. a. d. ronalis in potentia: ipsa autē  
ex vltima parte. .decimi mediante premissa erit incōmensurabilis linee. a. b. ideo/  
q; et linea .b. d. que est tanq; eius dimidiū. sunt itaq; due linee. a. d. et b. d. ronale  
potentialiter tantū cōicantes. igit ex. 19. decimi superficies vnus earū in alteram est  
medialis. cumq; superficies vnus earum in alterā sit equalis trigono. a. b. c. pstat  
verū esse quod diximus. **Propositio .13.**



**C**uncte superficies vtriuslibet duoz solidoz quozū alterū  
est piramis quatuor basium triangularium et equilateraz  
reliquum vero est corpus octo basium triangularium et  
equilateraz pariter accepte: si diameter spere ea circum/  
scribentis ronalis fuerit componūt superficiē medialem.

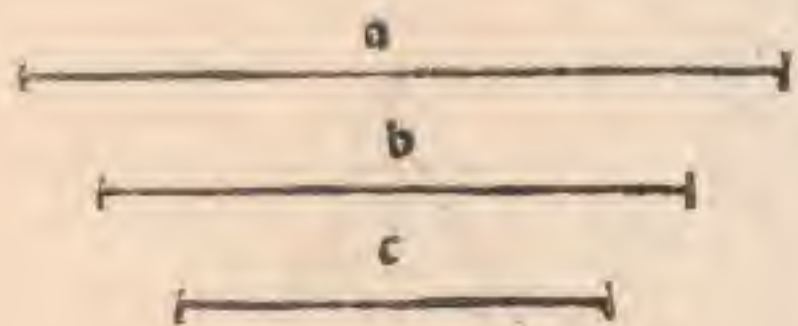
**N**am si diameter spere alterz duoz propositoz corporum circūscribentis fuerit  
ronalis siue in longitudine siue in potentia tm̄: erit ex correlario. 13. tredecimi libi  
latus piramidis ronale in potentia et ex correlario. 15. eiusdem latus quoq; corpo/  
ris octo basium ronale in potentia. quare per premissam trianguli qui sunt bases  
vtriuslibz corporis erūt superficies mediales. et q; trianguli vtriuslibz eoz sibi adinvicē  
sunt equales: erunt ex. 21. decimi omnes superficies vtriuslibz eoz pariter accepte cō/  
ponentes superficiē medialem quēadmodū pponitur. 2c.

**Propositio .14.**



**I**tetradedron et octocedron vna eademq; spere circum/  
scribat erit vna ex basibus tetradedri sexquitertia ad vnā  
ex basibus octocedri: oēs aut bases octocedri piter acce/  
ptas ad omēs bases tetradedri pariter acceptas sexquial/  
terā pportionē habere necesse est.

**S**it aliqua spere cuius diameter. a. circūscribens piramidem cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. b. et octo/  
cedron cuius latus. c. dico itaq; q; triangulus equilater<sup>9</sup> cuius latus. b. sexquiter/  
tius ē ad triangulū equilaterz cuius latus. c. et q; superficies quā pponūt octo trian/  
guli equilateri cuiusq; quoz ē latus. c. sexquialtera ē ad supfic em quā componunt  
quatuor trianguli equilateri cuiusq; quoz est latus. b. cōstat eni ex correl. 13. trede/  
cimi q; quadratū. a. ad quadratū. b. sicut. 6. ad. 4. igit cōuerso quadratū. b. ad q/  
dratū. a. sicut. 4. ad. 6. Ex correlario vero. 15. eiusdē manifestū est q; quadratum. a.  
ad quadratū. c. sicut. 6. ad. 3. itaq; per equā pportionalitatē quadratū. b. ad qua/  
dratū. c. sicut. 4. ad. 3. quadratū aut. b. ad quadratū. c. ē sicut trigonus equilaterus  
cuius latus. b. ad trigonū equilaterū cuius latus. c. Utrobiz eni est sicut. b. ad. c.  
pportio duplicata ex secunda pre. 18. sexti: igitur trigonus equilaterus cuius latus  
b. ad trigonū equilaterz cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. c. sicut. 4. ad. 3. quare cōstat prima ps ppositi. Ex  
quo euidenter elici scōa: erit eni p ouersā pportionalitatē trigon<sup>9</sup> equilaterus cui<sup>9</sup>  
latus. c. ad trigonū equilaterz cuius latus. b. sicut tria ad quatuor. iōq; octuplum  
trigoni eqilateri cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. c. ad q̄druplū trigoni eqilateri cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. b. est. sicut octuplū  
ternarij ad q̄druplū q̄ternarij. hoc aut sicut. 24. ad. 16. et q; octuplum trigoni eqila/  
teri cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. c. ē omēs bases octocedri cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. c. et q̄druplū trigoni eqilateri cui<sup>9</sup>  
lat<sup>9</sup>. b. ē oēs bases piramidis cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. b. et q; pportio. 24. ad. 16. ē sexquialtera seq̄  
tur vt superficies quā cōponunt oēs bases octocedri cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. c. ad superficiē quā cōpo/  
nūt oēs bases piramides cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup>. b. sexquialtera sicut dixim<sup>9</sup> i pportione respiciat.





Propositio .15.



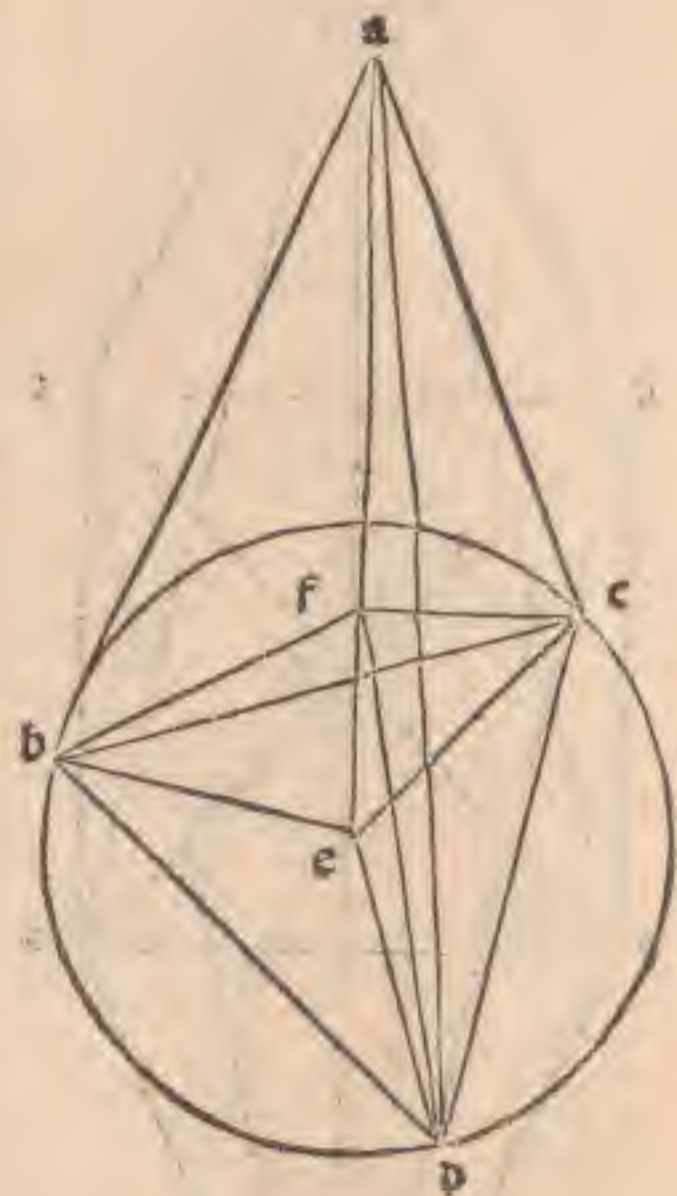
**P**iramide quatuor basium triangularium atq3 eqlaterarum intra speram qualibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atq3 eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

**S**it piramis .a.b.c.d. basium triangularium atq3 eqlaterarum intra speram aliquam cuius centrum sit f. collocata et cum quilibet quatuor angulorum istius piramidis possit esse conus eius at quilibet quatuor triangulorum basis Imaginemur nunc eius solidum anguluni .a. esse conum et triangulum .b.c.d. imaginemur esse basim atq3 huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b.c.d. debinc a puncto .a. que imaginari sumus conum piramidis ducamus ad basim .b.c.d. lineam rectam transeuntem per punctum .f. qui est centrum spere circumscribentis piramidem de qua disputamus et occurrat hec linea superficiem .b.c.d. quam imaginari sumus basem piramidis super punctum .c. dico igitur quod punctum .e. est centrum circuli .b.c.d. et quod linea .a.f.e. est perpendicularis ad superficiem .b.c.d. producam enim lineas .f.b.f.c.f.d. et quatuor puncta .a.b.c.d. sunt in superficie spere cuius centrum .f. propter hoc quod illam speram positum est circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor linee .f.a.f.b.f.c.f.d. adinvicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem: ergo quod duo latera .a.f. et .f.b. trianguli .a.f.b. sunt equalia duobus lateribus .a.f. et .f.c. trianguli .a.f.c. et basis .a.b. basi .a.c. nam piramis posita est eqlatera: erit ex octava primi angulus .a.f.b. equalis angulo .a.f.c. ideoque per .13. primi angulus quoque .b.f.e. erit eqlis angulo .c.f.e. Eodem modo probabis angulum .d.f.e. esse equalis angulo .c.f.e. necesse est enim ex octava primi ut angulus .a.f.e. sit equalis angulo .a.f.d. quare per .13. primi angulus quoque .c.f.e. erit eqlis angulo .d.f.e. sunt igitur tres anguli .b.f.e.c.f.e.d.f.e. adinvicem equales. protrahtis igitur lineas .c.b.e.c. et .c.d. sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinvicem equales. ideoque per .9. tertij punctus .e. est centrum circuli .b.c.d. et quod perpendicularis ducta a centro spere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decima huius immediate precedunt didicisti convinci lineam .a.f.e. esse perpendicularis ad superficiem circuli .a.b.c. quemadmodum proponitur. Sin autem erit eiusdem circuli duo centra quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Propositio .16.

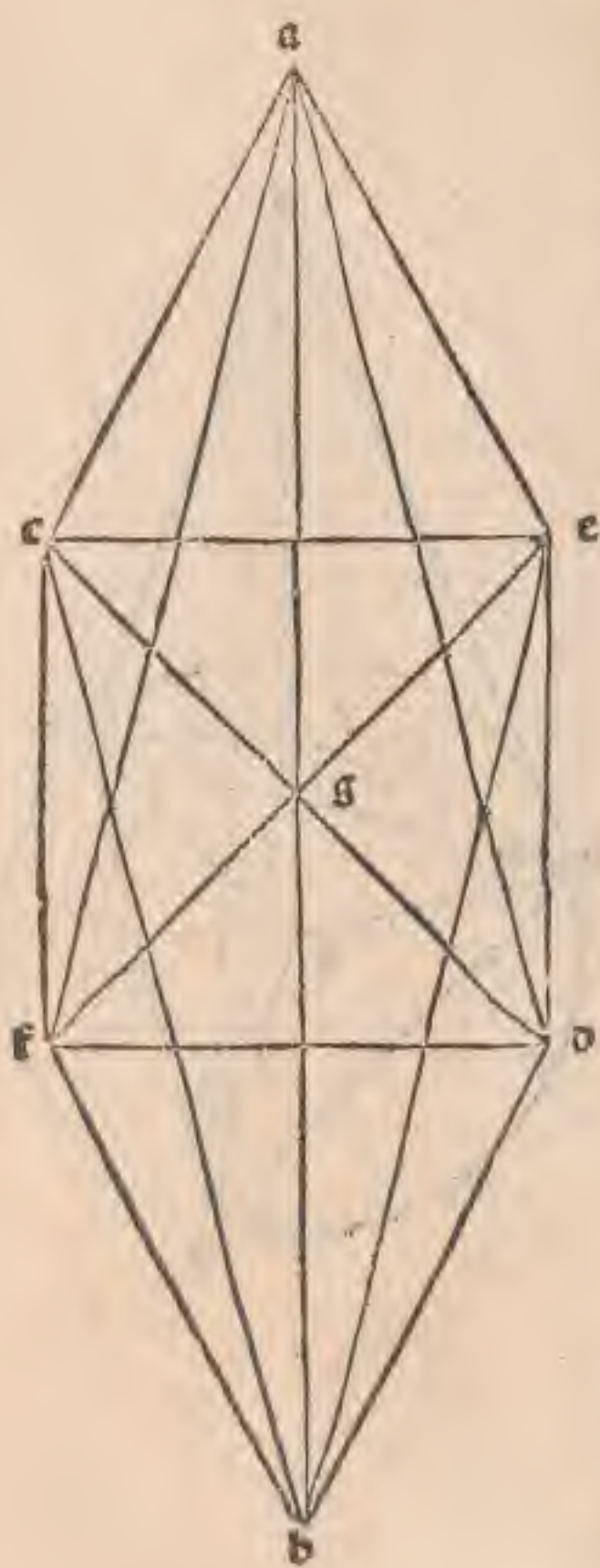


**S**olidum octo basium triangularium atq3 eqlaterarum quod ab aliqua spera circumscribitur divisibile est in duas piramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro spere: basis autem utriusque quadratum quod est sub duplo quadrato diametri spere. **E**sto corpus octo basium triangularium atq3 eqlaterarum cuius sex anguli sint .a.b.c.d.e.f. circumscripita a spera cuius centrum .g. constat itaque quod sex puncta .a.b.c.d.e.f. sunt in superficie spere cuius centrum .g. si igitur centrum .g. iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsa eis adinvicem equales cum ipse sint a centro spere ad superficiem: cum autem ex conel. 15. tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad latum huius corporis erit ex quarta secundolatus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum spere. quadratum ergo .e.f. duplum est ad quadratum .c.g. ideoque egle duobus quadratis duarum linearum .c.g. et .g.f. itaque per penult. primi angulus .c.g.f. est rectus. eadem ratione quisque triangulorum .f.g.d.





## LIBER



d.g.e.z.e.g.c. est rect<sup>9</sup> quare p. 14. pmi z.c.g.d.z.f.g.c. e linea vna: igit<sup>r</sup> ex scda. 11 quinqz puncta. c.f.d.e.g. sunt in superficie vna. Manifestu e aut<sup>m</sup> ex quinta pmi: z 32. eiusde q<sup>o</sup> quilibet quatuor anguloz. c.e.d.f. e rectus: igit<sup>r</sup> ex diffinitione quadrati superficies. c.e.d.f. e quadrata. z q<sup>o</sup> latus eius e latus ppositi corporis. constat ex correlario. 15. tredecimi istud quadratu esse subduplu qdrato diametri spere. cōsili quoqz rōcinatione pstat vtrāqz duaz lineaz. a.g. z.g.b. cū qlibet qtuor lineaz c.g.f.g.d.g.e.g. continere angulū rectū: iōqz ex. 4. vndecimi vtrāqz eaz e perpendicularē ad superficiē. c.e.d.f. z ambas scz. a.g. z.g.b. p. 14. pmi componere lineaz vna: diuisum e igit<sup>r</sup> ppositū corpus in pyramidē. a.c.f.d.e. cuius basis quadratū. c.e.d.f. quod est subduplū quadrato diametri spere z etiā altitudo lineae. a.g. que est semidiameter spere z in pyramidē. b.c.f.d.e. cuius basis est predictū quadratum z eius altitudo linea. g.b. quod est semidiameter spere: z hoc e qd oportebat oñdere

### Propositio .17.

**P**iramidē quatuor basium triangulariū atqz equilateraz spere aliqua circūscribente erit proportio terragoni qui sub linea potentialiter sub sexquiertia ad dodrantē lateris ipsius pyramidis z sub linea super quinqzptiente vice simas septimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basium triangulariū atqz equilateraz que ambo eadem spere circūducantur

Sit spere cuius diameter. a.b. z centrū. b. circūscribens pyramidem quatuor basium triangulariū atqz equilateraz. a.c.d. z corpus octo basium triangularium atqz equilateraz qd sit. e. sitqz linea. l.m. potēcialiter sub sexquiertia ad dodrantem linee. a.c. que e latus pyramidis z linea. n.m. cōtineat dodrantē predictū z ei<sup>9</sup> quinqz vice simas septimas sitqz. p. quadratū diametri. a.b. dico itaqz q<sup>o</sup> pportio pyramidis. a.c.d. ad octocedron. e. e sicut superficie. l.m. in. m.n. ad quadratū. p. imaginemur enī solidū angulū. a. esse conū pyramidis z basiz pyramidis cuius vnū lat<sup>9</sup> est. d.c. secare diametrū spere in puncto. f. eritqz queadmodū ex rōcinatione. 13. tredecimi manifestū e. a.f. dupla ad. f.b. cūqz etiā. a.b. sit dupla ad. b.b. erit ex. 19. quinti. b.f. dupla ad. b.f. iōqz. a.f. quadrupla ad. f.b. imaginemur igit<sup>r</sup> superficiem secantem pyramidē. a.c.d. super centrū spere equidistanter basi ipsius. sitqz linea. g.k. cōis sectio huius superficie z triāguli. a.c.d. eritqz ex. 17. vndecimi pportio. c.a ad. a.g. sicut. f.a. ad. a.b. igit<sup>r</sup>. c.a. ad. a.g. sicut. 4. ad. 3. sic enī est ex euerfa pportionalitate. f.a. ad. a.b. constat etiā ex scda pte. 29. pmi z. 16. vndecimi z. 10. eiusdem z prima pte scde sexti z diffinitione similiū superficie z similiū corpoz q<sup>o</sup> pyramidis. a.g.k. e silis pyramidis. a.c.d. ideoqz ex. 8. duodecimi pportio pyramidis. a.c.d. ad pyramidē. a.g.k. est sicut. c.a. ad. a.g. triplicata quare sicut. 4. ad. 3. triplicata. constat autem ex secunda octavi q<sup>o</sup> pportio quatuor ad tres triplicata est sicut 64. ad. 27. itaqz pportio pyramidis. a.c.d. ad pyramidē. a.g.k. est sicut. 64. ad. 27. fiat ergo triangulus equilaterus. q.r.s. ex linea equali. a.g. quā cōstat eē dodrantē linee. a.c. z producat<sup>r</sup> linea. q.t. perpendicularis ad. r.s. eritqz ex. 11. huius linea q.t. potentialiter sub sexquiertia ad lineam. q.r. ideoqz equalis. l.m. adijcia f quoqz linee. r.s. linea. f.x. ita q<sup>o</sup> pportio. r.x. ad. r.s. sit sicut. 64. ad. 27. diuidaturqz



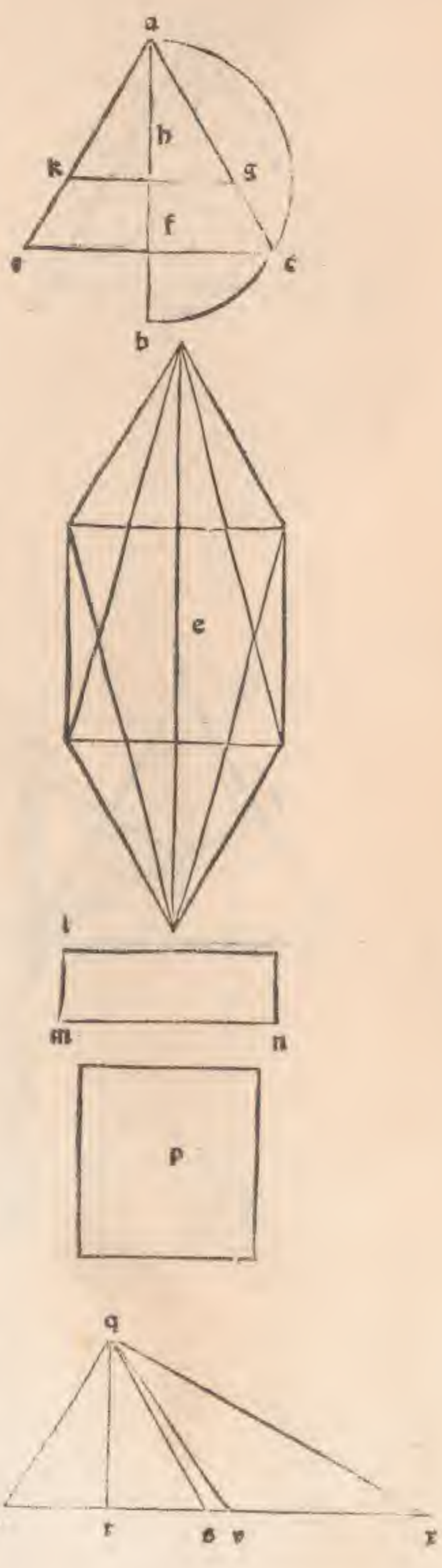
r. x. per equalia in. v. vt sit. r. v. 32. de partibus illis de quibus. r. f. est. 27. aut. r. x. 64. eritq. r. u. equalis. m. n. Et ducantur linee. q. u. z. q. x. eritq. ex prima sexti pro/ portio trianguli. q. r. x. ad triangulum. q. r. f. sicut. 64. ad. 27. cumq. per eandē trian/ gulus. q. r. x. sit duplus ad triangulū. q. r. u. at ex. 41. primi qd fit ex. q. t. in. r. u. du/ plum quoq. sit ad triangulū. q. r. u. erit qd fit ex. q. t. in. r. u. z ipsū ē equale superfi/ ciei. l. n. egle triangulo. q. r. x. qre pportio supficii. l. n. ad triangulū. q. r. f. ē sicut 64. ad. 27. iōq. sicut pyramidis. a. c. d. ad piramidē a. g. k. manifestū ē aut ex. 15. b<sup>9</sup> q. linea. a. f. ē ppendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. ideoq. p. 19. vndecimī linea a. b. est etiā perpendicularis ad basim pyramidis. a. g. b. igit altitudo. a. g. k. pi/ ramidis est semidiameter spere. diuidat itaq. octocedron. e. quēadmodū pponit pmissa: erit itaq. vtraq. duaz pyramidū in quas ipsū. e. diuidit eā alta pyramidi a. g. k. nam singulaz altitudo est semidiameter spere. q. igitur oēs laterate pyrami/ des eque alte suis basibus sunt pportiones vt in. 6. duodecimī demonstratum est erit proportio pyramidis. a. g. k. ad vtraq. eaz in quas diuidit octocedron. e. sicut basis eius ad bases eaz: qre per. 24. quinti pportio pyramidis. a. g. k. ad totū octo/ cedron. e. est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo. q. r. f. ad bases am/ barum pyramidū in quas diuidit. e. pariter acceptas quas constat esse egles qua/ drato diametri spere per pmissam videlicet. p. qm ergo pportio pyramidis. a. c. d. ad piramidem. a. g. k. est sicut trigoni vel tetragoni. l. n. ad trigonū. q. r. f. videli/ cet. 64. ad. 27. z pyramidis. a. g. k. ad octocedron. e. sicut trigoni. q. r. f. ad quadra/ tum. p. erit per equā proportionalitatē pportio pyramidis. a. c. d. ad octocedron. e. sicut tetragoni. l. n. ad quadratum. p. z hoc erat demonstrandum.

**¶** Ex pmissis igitur manifestum est q. perpendicularis veniens a centro spere pyramidē quatuor basium triangulariū atq. equilateraz circumscribentis ad quālibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri spere.

**¶** Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambientes sint siles z equales erūt quo/ q. circuli ipsos circūscribentes equales. ideoq. ppendiculares a centro spere ad eos dem circulos in eoz cētra erūt etiā egles: ppendiculares autē cadentes ad circlos sunt ppendiculares ad bases pyramidis itaq. ppendiculares ad bases sunt ad/ imicē equales. linea aut. b. f. est ppendicularis ad basim pyramidis. a. c. d. quā. b. f. q. constat ex predictis esse sextā partē diametri. a. b. relinquatur ergo esse veruz qd per conel. concluditur. Idēz aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

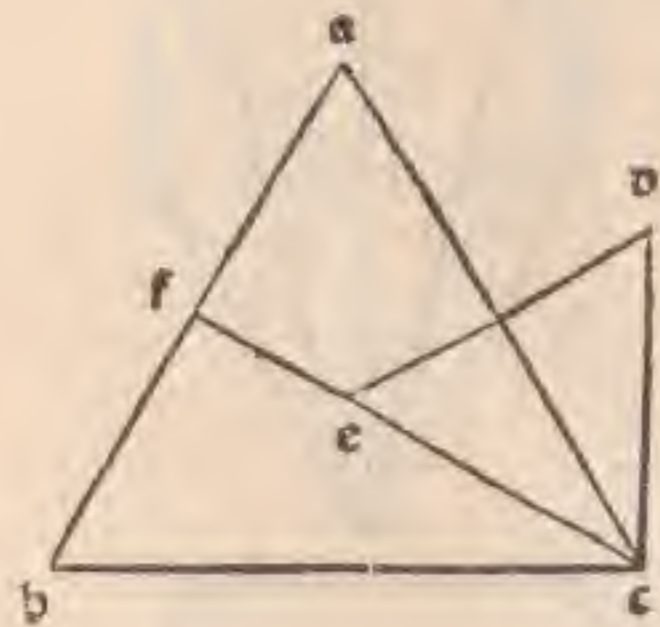
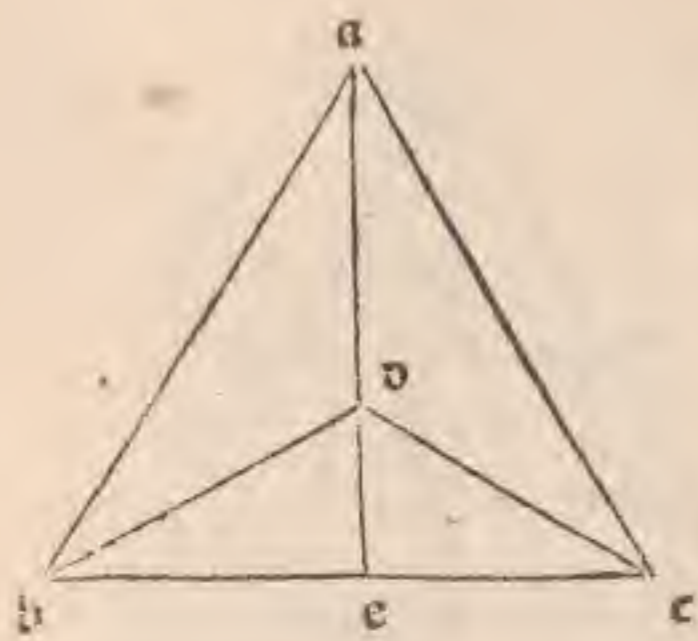
**¶** In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.

**¶** Sit enim triangulus. a. b. c. equilaterus sitq. d. centrum circuli ipsiū circūscri/ bentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equa/ les cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta. a. b. c. in circumferentia circuli ipsiū trigonum circūscribentis. protrahatur autem. a. d. in continuum z directum quousq. obuiet lateri. b. c. super punctum. e. constat igitur ex octava primi q. angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. d. c. ideoq. ex. 13. pini





LIBER



angulus .b. d. e. ē equalis angulo .c. d. e. quare per quartā primi .b. e. ē equalis .e. e. et anguli qui sunt ad .c. recti: itaq; .d. e. perpendicularis ē ad .b. c. veniens a centro circuli circūscribentis trigonum .a. b. c. et .a. e. perpendicularis est etiā ad .b. c. veniens ab vno anguloꝝ predicti trigoni: dico ergo q; .a. e. tripla est ad .c. d. cōstat enī q; tetragonus qui fit ex .d. e. in .e. b. equalis est trigono .b. d. c. tetragon<sup>o</sup> quoq; qui fit ex .a. e. in .e. b. equalis ē trigono .a. b. c. at quia trigonus .a. b. c. triplus ē ad trigonū .d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex .a. e. in .e. b. triplus ad eum qui fit ex .d. e. in .e. b. cum igit; ex prima sexti sit pportio tetragoni .a. e. in .e. b. ad tetragonū .d. e. in .e. b. sicut .a. e. ad .e. d. erit .a. e. tripla ad .e. d. quēadmodū proponitur.

**N**ecessē est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo aliquius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsam circūscribentis.

**N**unc itaq; qđ promissimus absoluamus ad hoc autē imagi nemur piramidē quatuor basium triangulariū atq; equilateraz cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a. b. c. circūscriptā esse a sphaera cuius centrum .d. et protrahatur linea .d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a. b. c. quā constat cadere in centrū circuli dictū trigonū circūscribentis. dico igitur lineā .d. e. esse sextā ptē diametri spere ppositā piramidē circūscribentis: producā enī lineā .d. c. et lineam .c. f. perpendicularē ad lineā .a. b. quā .c. f. ex proximo conelario cōstat transire per punctū .e. et ex premissis antecedente triplā esse ad .e. f. Constat autem ex quarta secundi q; scđm q; quadratū diametri spere cuius centrū .d. est .36. ē quadratū semidiametri .d. c. 9. ex conel. autē .13. tredecimū est quadratum .b. c. 24. et p. 11. huius quadratū .c. f. 8. et per premissum antecedens quadratum .c. e. 8. q; igitur ex penult. primi quadratū .d. c. ē equale quadratis duaz lineaz .d. e. et .e. c. ē autē quadratū .d. c. 9. et quadratū .c. e. 8. put quadratū diametri spere est .36. relinquitur quadratū .d. e. vnum prout quadratū diametri spere ē .36. itaq; linea .e. d. est vnū put diameter spere est .6. qđ oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabit nobis q; semē diameter spere circūscribentis corp<sup>o</sup> .s. basium triangulariū atq; equilaterarum tripla ē in potentia ad perpendicularē a centro spere circūscribentis ipsū ad quālibet suarum basium descendente: cōstat quidē quēadmodū dictum ē pri<sup>o</sup> q; cū oēs bases huius corporis sint equales et siles erunt circuli ipsas circūscribentes equales ideoq; perpendicularēs a centro spere ī ipsoꝝ circuloꝝ centra cadentes erunt adinnicē equales. cumq; perpendicularēs ad circulos basium sint quoq; perpendicularēs ad bases sequitur vt perpendicularēs a centro spere ad singulas bases adinnicē sunt equales. Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnā si: az basium probebetur: relinquetur verū eē qđ proponit. Sit itaq; ut prius triangulus .a. b. c. vna ex basibus octocedri circūscripti a sphaera cuius centrū .d. et cetera quoq; fiant vt prius cū igitur ex conel. 15. tredecimū diameter spere sit potentialiter dupla ad lat<sup>o</sup> octocedri. sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplū ad semidiametꝝ spere. iō q; cum quadratū linee .b. c. est .12. erit quadratū linee .d. c. que ē semidiameter spere .6. ex .11. autē huius cum quadratū .b. c. ē .12. quadratū .c. f. ē .9. Et ex premissis antecedente quadratum .c. e. est .4. itaq; cū qdratū .d. c. que est semidiameter spere est .6. quadratum .c. e. est .4. et quia ex penultima primi quadratum .d. .c. est equale quadratis duaz linearū .c. e. et .e. d. sequitur ut quadratū .c. d. sit duo put quadratum .d. e. est .6. constat ergo qđ diximus.

**Propositio .18.**



**D**uplum quadrati quod ex diametro spere cubum circū / scribentis describitur equū ē omnib⁹ superficiebus ipsi / us cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a / centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi pducit me / dietati lateris cubi eiusdē eqlis eē ex necessitate cōvincit / Manifestū ē enī ex correlario. 14. tredecimi q̄ diameter spere cubum includens / tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplū / sit ad quadratum lateris cubi ⁊ ita triplum: duplū quadrati diametri spere equum / sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que / ex latere cubi in se producantur. itaq; duplum quadrati diametri spere equum est / omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: scōam autem partem ex. 18. / ⁊. 19. ⁊. 40. vñdecimi libri facile probabis. / Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi i bisse / quadrati producti ex diametro spere ipsū cubū ābientis cubi solidi / tas pducatur. **Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.**

**Propositio .1.**



**I**ntra propositum cubum corpus habens / quatuor bases triangulas equalium laterū / designare. **S**it cubus cuius basis est quadratū / a. b. c. d. suprema vero eius supficies quadratū . e. f. / g. h. Ipsum autē hac arte fabricare conueniet q̄dra / to basis fm quālib; lineā ex. 45. primi descripto sup / singulos angulos eius ex. 12. vñdecimi cathecus fm / mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex. 6. / vñdecimi constat esse equidistantes. Quiq; ergo eo / rum bini ⁊ bini corausto eis imposito equidistanter / lateri quadrati continuent. Constat igitur esse cōpo / situm cubū: nā quatuor ei⁹ laterales supficies sunt quadrate ex. 33. primi ⁊ ex. 34. / eiusdem ⁊ diffinitione quadrati: de suprema autē superficie. manifestum est quoq; / q̄ ipsa ē quadrata ex. 10. imo .24. vñdecimi ⁊ hac cōi scia que equalib⁹ sunt equa / lia sibi quoq; sūt equalia: ⁊ ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat cor / pus quatuor basium triangulariū ⁊ equilateraz inscribere: in basi ⁊ in ei⁹ supficie / suprema protrabantur due diametri quaz vna cōtinnet duas extremitates inf / mas duoz cathecoz ⁊ alia cōtinuet supremas alioz duoz quas aio intelliges esse / a. c. ⁊. b. f. debinc a duobus punctis. b. ⁊. f. terminantibus diametrum supficies su / preme demitte ypothemifaliter binas ⁊ binas diametros q̄ quoz laterales super / ficies diuidant quas imaginaberis esse ab. b. quidem . a. b. ⁊. b. c. at vero. ab. f. f. a / ⁊. f. c. has autē diametros in hac plana figura ptrahere cōtempfi ne multitudo li / neaz cōfunderet intellectū. si igit figurā hāc ut oportet actu vel aio cōpleueris vi / debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami / dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄; cubo proposito ex diffinitio / ne constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat / eo q̄ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.



**Propositio .2.**



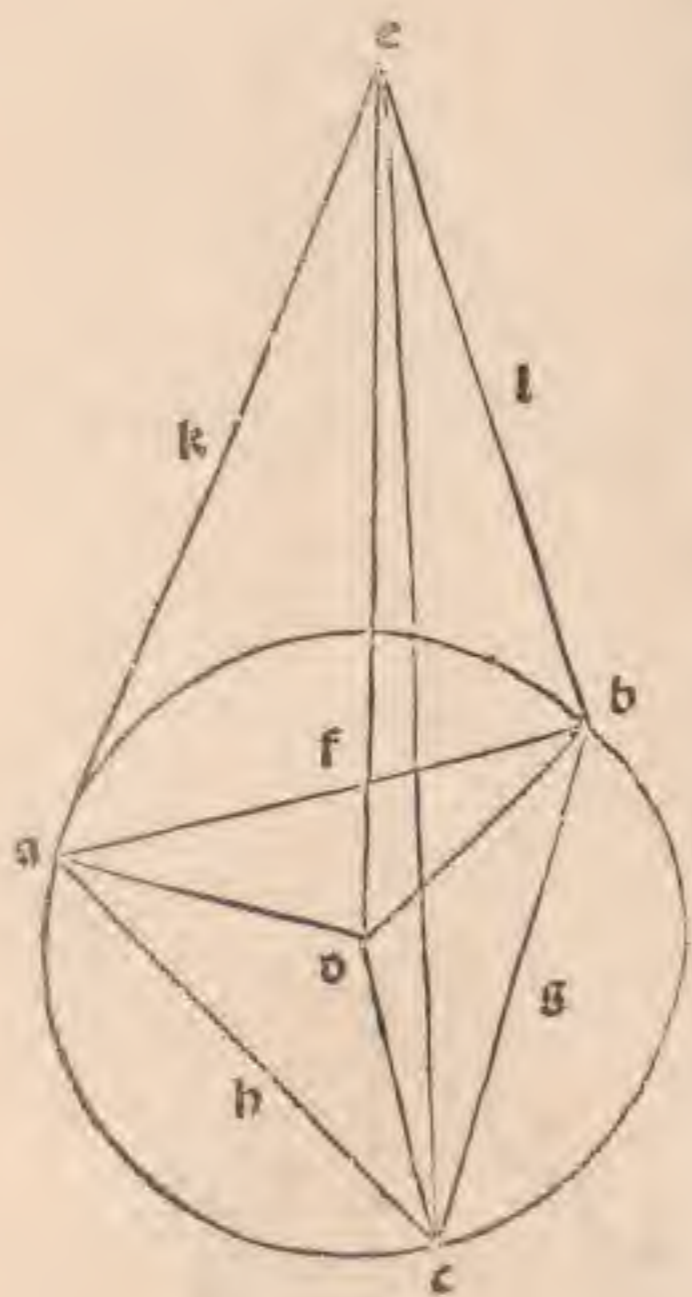
**I**ntra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

**S**i intra pyramidē quatuor basiū triangulariū & equilaterarū octocedron libeat inscribere prius cōuenit pyramidē ipsaz fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuaf scdm cuiuslibet linee quātitatē trigonus equilateralus qui sit .a. b. c. cui circūscribat̄ circulus supra centz. d. & exeat. d. e. ppendiculus ad superficiem ipsius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponat̄ dupla esse in potencia ad semidiamet̄z circuli circūscribentis trigonū. a. b. c. & a puncto. e. cadat tres ypothemise super tria puncta. a. b. c. Est itaq; cōpleta pyramis quatuor basiū trilaterarū & equilaterarū p̄trahant̄ enī. d. a. d. b. d. c. cū igit̄ anguli quos cōtinet linea. e. d. cum singulis lineis. d. a. d. b. d. c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiē. cumq; quadratū lineę. e. d. sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiametri circuli. a. b. c. erit ex p̄ultima primi quadratū vniuscuiusq; triū ypothemisarium lineaz. e. a. e. b. e. c. triplum ad quadratū semidiametri circuli. a. b. c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triū latez trianguli. a. b. c. triplum ē ad quadratū semidiametri eiusdē circuli: igit̄ oia latera statute pyramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilaterarū basiū. Cum itaq; sibi octocedron in ludere uoluerim⁹ diuidemus vnūq; sex latez eius in duo media equalia & cōtinuabim⁹ mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cunctoz reliquoz latez cū quibus ipsū continet & angulū superficialē. verbī gratia diuidā latera. basis in punctis. f. g. b. & ypothemisas cadentes ab. e. i punctis. k. l. m. & p̄inuabo punctū. f. cū puncto. g. & cū. b. & cū. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdē. g. b. k. l. & g. cū. b. & cū. l. & k. cū eisdē. & l. Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangulariū his duodecim lineis media puncta laterum fabricate pyramidis ingentibus cōueniunt: hac aut̄ octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute pyramidis ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussu eramus efficere.

Propositio .3.

**I**ntra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

**Q**ualiter aut̄ cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est. igitur fabricato cubo pyramis quatuor basiū triangularium & equalium latez in eo ex prima huius designet̄. ac intra ipsam pyramidem expressa octocedron distinguatur. quo facto simul etiā factū erit quod volumus. Non stat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte pyramidis esse diagonos basium cubi & ex rōinatione p̄missę liquet cunctos angulos octocedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ pyramidis: quare manifestū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basi⁹ assignati cubi. igit̄ ex dione habem⁹ p̄positum. Aliter idem centris cunctarū basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit reptis a cētro supreme superficiē ei⁹ ad cētra quatuor lateraliū superficiēz quatuor ypothemisas demitte & a cētro infime & ad eandem lateraliū superficiēz cētra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor lateraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet q̄ centra earum tantū que seinuicem secant̄ continuos





Verbi gr̄a. iungas centz anteriorz cū centro dextre z cū cetro sinistre: centz quo /  
qz vltimē iunges cū eisdē. hoc enī cū centro dextre z cū centro sinistre. habes itaqz  
corpus octo basiū triangulariū hīs. 12. lineis que centra superficiez cubi cōplexū con /  
tinuant. Si igitur has bases equilateras esse pbare volueris: a ceteris basium cubi  
ad cuncta ipsius latera ppendiculares p̄trabe quas necessariū ē oīa latera ipsius  
cubi p equalia diuidere ex scōa pte tertie tertij: quod planū ē si vnicuiqz basiū cu /  
bi circulū circūscripseris atqz iō binas z binas super idem punctū in lateribus ba /  
siū cubi cōstat cōcurrere easqz ex scōa pte. 13. tertij patet adinuicē eē equales z equi /  
distantes lateribus cubi ex scōa pte. 28. primi. iōqz etiā singulas esse equales dimi /  
dio lateris cubi. igit̄ ex. 10. vndecimi manifestū est binas z binas eaz sup idē latus  
cubi in medio eius puncto cōcurrentes rectū angulū continere: eo qz omnes super /  
ficies cubi sunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra superficiez cubi cōtinuan /  
tes z anguli quos hee linee super media puncta laterū cubi cōcurrentes bine z bine  
cōtinent subtendūtur ipse erunt ex quarta primi v̄l etiā si matius ex penultima pri /  
mi adinuicē equales: ergo est in pposito cubo designatū corpus octo basiū trian /  
gulariū z equilateraz. qd̄ oportebat facere. &c.

## Propositio .4.



**I**ntra datum corpus octo basiū triangulariū atqz equi /  
laterarum cubum figurare.

**N**on dubites quin corp⁹ octo basiū triangulariū atqz equilateraz  
certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea super aliqđ  
planū sursum orthogonaliter erecta eā p equalia diuide z a puncto ei⁹  
medio duas lineas hincinde ppendiculares extrabe que cōponant lineā vnā erunt  
qz hee due linee seinuicē secantes videlicet prima que super positū planū ē ortho /  
gonaliter erecta z alia que ipsā sup eius mediū punctū orthogonaliter secat i cadē  
supficie site sunt p primā pte scōe vndecimi. Ad superficiem igitur in qua ipse site  
sunt super cōm punctū sectionis earum quēadmodū. 12. docet vndecimi p̄rpen /  
dicularem erigere quā facias candē supficie in vtrāqz ptem penetrare: z pone cun /  
cta. sex portiones haz trium linearum a puncto in quo seinuicē secant equales.  
sic enī quelibet quālibet p eq̄lia z orthogonaliter diuidet. ita qz cum sint tres qz  
due eaz salutarifere crucis venerandū signū ad angulos rectos cōtinebūt a supremo  
igitur erecte linee sup positū planū puncto quatuor ypothemisas ad extremitates  
duaz lineaz ipsā secantium demitte: deinde ab infimo eiusdē erecte pūcto: q̄tuor ali /  
as ypothemisas ad easdē duaz secantiū lineaz extremitates eleua: postremo quo /  
qz harū ypothemisaz extremitates quatuor rectis lineis quadratum cōtinentibus  
cōtinua. Erūt enim hee duodecim linee videlicet q̄tuor ypothemise a supmo pun /  
cto erecte ppendicularis descēdētes: quatuor que postreme ab eius infimo puncto  
sursum eleuate z relique quatuor lineaz ypothemisaz extremitates continuantes  
ex penul. primi sine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̄les: q̄re con /  
stat corpus ab eisdē terminatū octo basibus triangularib⁹ equilaterisqz contineri  
Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat centra octo triangulorum ipsum  
ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eazqz reperta. 12. lineis rectis hac le /  
ge cōtinua vt centz cuiusqz hoz trianguloz cū cetro cuiusqz triū ad ipsi⁹ latera ter /  
minatoz p rectā lineā copulet. nō ē aut̄ h⁹ rei idoneū figuram i plano depingere.  
ideoqz restat vt quod dicitur mente cōcipias ipsūqz si placet actu z ope compleas



videbis enim. 12. lineis horum triangulorum centra posita lege continentibus cubum continere quem restat ut equilateralis rectangulorumque superficiebus demonstrares esse conclusum. non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadrate. ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficie octocedri perpendicularem ad latus in angulo oppositum. has autem perpendiculares ex. 11. quaterdecime constat esse adinvicem equales et dividere latera quibus perpendiculariter insistant per equalia. ideoque binas et binas super idem punctum lateris cui superstant convenire: easdemque constat ex his que in. 17. quaterdecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. ideoque per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum portiones que intra centra trigonorum et latera ipsorum intercipiuntur ex his etiam in eadem demonstrata sunt constat esse equales angulos quoque ab his perpendiculis binis et binis coeuntibus coeuntibus ex. 8. primi patet esse equales. Et quia hec perpendiculares sueque portiones inter centra et latera intercepte eosdem angulos ambiunt: erunt quoque anguli quos linee a centrīs trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes bina et bina continent adinvicem equales. cumque latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant. sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoque rectangulum protrahant enim diagoni in singulis superficiebus hos diagonos ex quarta primi omnes adinvicem equales esse convinces mediantibus angulis a duabus perpendiculis per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex. 8. primi equales sibi invicem esse probaveris. cum igitur diameter tetragonarum basium corporis huius sint adinvicem equales: latera quoque earundem basium equalia esse necesse est ex. 8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases esse equiangulas. atque ex. 32. primi omnes anguli cuiusque earum sunt equales quatuor rectis. sequitur eas esse rectangulas: itaque ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate: igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

## Propositio .5.

**P**iramidem quatuor basium triangularium atque equilateralium assignato corpori octo basium triangularium quoque atque equilateralium inscribere.

Assignato corpori octo basium inscribere sicut precepta premisse cubum cuboque inscripto inscribere. ut docet prima pyramide huiusmodi quoniam cum igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi quemadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in superficiebus assignati octocedri: erunt quoque cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cum eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

## Propositio .6.

**I**ntra datum corpus viginti basium et equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium equalium laterum atque equalium angulorum figurarum componere. Corpore. 20. basium non docemur hinc fabricare quoniam ex. 16. tredecimi qua convenit arte hoc fieri satis evidens est eo igitur ut tibi doceat composito. si sibi corpore. 12. basium pentagonalium atque equilateralium includere delectat hac via procedendum est. Manifestum enim est. 20. triangulos. 60. superficiales angulos habere. et quod ad substitutionem uniuscuiusque solidi anguli corporis octocedri quique superficiales conveniunt sicut ex demonstratione. 16. tredecimi colligitur. constat illud corpore. 20. basium solidis angulis compleri. iuentis igitur ut



in ante p̄missa centris cunctorū triangulorū totū ycedron terminantiū ea. 30. rectis lineis cōtinua ita q̄ cuiusq; centz centris omnū circūiacentiū cū quibus cōmunicat in latere per rectas lineas iungas. cū ergo hoc feceris videbis ex illis. 30. lineis duodecim pentagonis constitui. 12. angulis solidis dati ycedri: oppositos hos itaq; pentagonos quēadmodū in antep̄missa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. Necessē est enī vt e uozūlibet trianguloz duoz idem latus habentium centra eodem spatio distant. restat ergo vt eos etiā equiangulos esse silogises. Manifestū est autē ex rōcinatione. 16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadē sphaera cuius diameter est tanq; diameter hui⁹ corpis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cōtinuat esse circūscriptibile. Si igit̄ hec diameter per mediū secet punctus sectionis erit centrū spere ipsum circūscribentis ab eo. itaq; ad superficies cunctorū pentagonoz perpendicularēs ex. 11. vndecimi ducto z a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eoz angulos rectas lineas dirigitō. deinde centrū spere cum singulis angulis ipsoz pentagonoz continuato: age ergo eos p̄ba eē equiangulos hoc modo. Cum enī omnes circuli circumscribentes trigonos ycedri sunt equales erunt omnes perpendicularēs a centro spere ad ipsos venientes z in eoz cētra cadentes equales: omnes ergo lineę a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam anguli pentagonoz sunt cētra circulorum trigonos ipsos ycedri circumscribentiūz ex p̄thesi igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo sup̄ius in. 14. silogisauimus sectorē proueniētē in superficie spere cum aliqua plana superficie sperā secat nō super centrū eius esse circūferentiā cōtinentē circulū: necesse ē quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad superficies omnium pentagonoz ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales. itaq; omnib⁹ his duodecim pentagonis ē circulus circūscriptibilis. cū igit̄ ipsi sint equilateri cōiuncti eos esse etiā equiangulos qd̄ oportebat ostendere.

Propositio 7.

**I**ntra datū corpus duodecim basium pentagonaz equilateralum atq; equiangularū corpus viginti basium triangularium atq; equilateralum fabricare: Qualiter corpus duodecim basium pentagonaz equilateralaz atq; equiangularaz cōponere oporteat ex. 17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangularium z equilateralum sibi conueniat inscribi hic addisce suozum pentagonoz centris vt in. 14. quarti sit repertis ea adinuicem 30. lineis hac lege continua vt vnus cuiusq; pentagoni centrum centro cuiusq; pentagoni secum in latere cōicantis iungatur ita videlicet qd̄ vnus cuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonozum terminantiū vel circūiacentiū continet. cum igitur hoc feceris obuiet tibi viginti trianguli ab his. 30. lineis centra pentagonozum continuantibus contenti. eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis gularibus ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras eē demonstrabimus z erūt. 12. solidi anguli huius corpis 20. basium in cētris. 12. pentagonozum corpus dati duodecedri terminantium: hos itaq; 20. triangulos equilateros eē sic proba. a cētris pentagonoz ducito pp̄diculares ad latera erūtq; oēs pp̄diculares equales binas ergo z binas probabis ex



## LIBER

octava primi equos angulos continere: & quia linee continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendicularibus contentis subtendunt: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositum: Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinvicem esse equales sic collige. Ex quinta primi & 26. eiusdem constat singulas earum dividere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easque esse adinvicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo quod utraque dividit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia: has igitur perpendiculares binas & binas usque ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppositum per centra pentagonorum producito & eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoque patet eas esse equales eo quod omnia latera cubi sint equalia. easdemque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod ambe equidistant communi latere in quo bine & bine perpendiculares conveniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia dividi. itaque per. 33. primi cuncte linee continuantes puncta in quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinvicem equales. Nam omnes sunt tanquam latus cubi. igitur ex octava primi anguli contenti a binis & binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem lineae quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi invicem equales: inscriptum ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium & equalium laterum sicut iussi eramus

### Propositio .8.

**S**phæro duodecim basium pentagonarum atque equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

**C**um duodecedron super cubi latera fabricet ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi convenit cubum inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si uniuscuiusque eorum unum angulo put cubi figuram videbis exigere chordam unam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasque superficies cubi & corpus amplectentes superficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycedro inscripti demonstravimus esse equiangulas: constat quidem ex decima septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile: quia a centro: illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet undecima undecimi protrahere & a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficies rectas lineas dirige. At eosdem angulos quadrilaterarum superficies cum centro sphaere iunge: eruntque hee linee centum sphaere cum angulis quadrilaterarum superficies continuantes semidiametri sphaere de quarum quadratis quia dempro quadrato perpendicularis remanet ex penultima primi quadrata lineae continuanti punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficies necesse est omnibus his quadrilateris superficies circulos esse circumscriptibiles



idq3 necesse e eas esse equiangulas cum sint equilaterae. Et q2 ex. 32. primi anguli cu  
iusq3 eaz pariter accepti sunt equales quatuor rectis angulis. sequitur eas ee recta  
gulas nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Propositio .9.



Atto duodecedro sibi demum octocedron includere.

Composito duodecedro ut in. 17. 2 scilicet decimifex latera suarum  
superficieru ea videlicet que cathecicos sup sex lineas opposita latera su  
perficerum cubi per equalia secantes erectis tanq3 eorum corausti  
iungunt per equalia diuide: eaq3 bina 7 bina adinuicē composita cō  
tinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48.  
vndecimi per equalia secabunt: eruntq3 vt quoq3 due eaz trium seinuicem quoq3  
ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12  
lineas rectas continuaueris perueniet tibi corpus octo basiu3 triangulariu 7 equi  
laterarum 7 quarta pmi vel si mai9 ex penultima pmi: qd oportebat ostendere.

Propositio .10.



Intra assignatum duodecedron piramidem quatuor basi  
um triangularium atq3 equilaterarum adhuc restat distin  
guere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octava huius cuboq3 pi  
ramidem ex prima. cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi  
vt patet ex rōcinatione pmi 7 anguli cubi in angulis duodecedri ex rōcinatione  
octana: erunt quoq3 anguli pyramidis in angulis duodecedri. itaq3 cōstat quod vo  
lunus.

Propositio .11.



Proposito yocedro in eo cubum figurare.

Yocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex  
octava: constat autē ex demonstratione sexte qd omnes anguli duo  
decetri cadant super centrum basium yocedri 7 anguli cubi sunt in  
angulis duodecedri: itaq3 anguli cubi sunt i centris basium yocedri  
habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Yocedron datum piramidem quatuor basium triangula  
rium atq3 equilateraz sibi postulat inscribi

Si in dato yocedro ex premissa cubum inscripseris cuboq3 ex p  
ma piramidem incluseris quin postulationi yocedri satisfeceris  
hesitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque  
regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptōe in hoc. 15. libro deter  
minet si vnūq3 eoz quilib3 cētroz cēt inscriptibile. 20. eorū dē inscriptōes acci  
derēt Quippe quib3 eoz quinq3 eēt cetera qtuor inscriptibilia. idq3 qter quib3 in  
scriptōes qd ē. 20. necessario puenirēt. at vero piramidi solū octocedron pueniēs  
est inscribi. Non enim sūt in piramide bases aut anguli aut latera in quib9 angu  
li cubi aut yocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi9 pyramidis ptingere

*Cubus*  
*Yocedron*  
*Pyramis*  
*Octocedron*  
*Compositio*





## LIBER

Lubum quoq; soli<sup>9</sup> pyramidis & octocedri vt octocedron solius pyramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eoz singulis cadant collocabis: ycocedron autē cū cetera cōnienti ambitione possit cōplecti soli<sup>9</sup> ycocedri nequit esse recepta / culum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicē bini & bini oppositione respiciunt lineeq; eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. itaq; illud glōsū signū ad cuius intuitū cōsternant demones sub rectis āgulis triplicatū reddant. hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neq; eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex late / ra hac diametrali orthogonalitq; oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ce / teroz sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctoz receptator existit. vnde nō incōnienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascribere celo quēadmodū pyramidis formā igni eo q; sursum sub pyramidalī figura euolēt. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri for / ma pyramidis. formā ad motū habilitate comittat. Viginti vero basium signam atq; dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulari in sperā flu / entis rei motui magis q; scandentis conuenire visa est. Lubon vere figurā quida; dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam ihera. At in elementis quid fixis constantiusq; reperit terra. si igitur ex. 20. inscriptioni bus. 3. quas pyramis nō sustinet binasq; a quibus naturā cubi & octocedri alie / na est. Kursusq; vnā cui repugnat ycocedri figura reieceris erūt relique tm. 12. in / scriptiones pyramidis quidem sola cubi vero octocedrique bini: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est.

Propositio .13.

**I**n Abzicato quouis quinq; regulariuz corpoꝝ sibi speram inscribere.

**E**x tertio decimo libro itaq; manifestū est vnūq; q; q; bonū cor / porum esse sperē inscribibile. nūc itaq; cōstabit viceuersa sperā vni cuiq; ipsoꝝ esse inscribibile. a circūscribentis eni sperē centro ad ba / ses vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circuloꝝ bases ipsas circūscribentium cadere necesse est. cumq; omnes circuli eas circū / scribentes sint equales eruntq; hec perpendiculares equales. itaq; si fm quantita / tem vnus earum circulum super centrum circūscribentis sperē descriperis eius / q; semicirculum quousq; ad locum vnde moueri ceperit redeat circūduxeris quia ipsum per extremitates cunctaz perpendiculiarum necesse est transire conuincet ex correlario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendiculiarum contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cōtingere quā circūductus semicirculus dū mo / uebatur contingit: quare assignato corpori constat nos speram quemadmodū p / positum erat inscripsisse.

**O**pus elementozū euclidis megarensis in geometriā artē In id quoq; Lampa / ni pspicacissimi Lōmentationes finiūt. Erhardus rardolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis M. ccc. lxxij. Octauis. Calē. Jun.





